

अध्याय - 1 | संबंध एवं फलन

QUIZ-01

1. निम्न में से कौन एक सार्वत्रिक सम्बन्ध (Universal Relation) का उदाहरण है?

- A. $R = \{(a, b) : a, b \text{ के बीच भाई का संबंध है}\}$
- B. $R = \{(a, b) : a - b = 10\}$
- C. $R = \{(a, b) : |a - b| \geq 0\}$
- D. $R = \{(a, b) : a, b \text{ के बीच बहन का संबंध है}\}$ (C)

व्याख्या: $|a - b| \geq 0$ सभी युग्मों के लिए सत्य है, अतः यह पूरा $A \times A$ सेट है, जो सार्वत्रिक सम्बन्ध होता है।

2. किसी समुच्चय A में सम्बन्ध R को प्रतिवर्त (Reflexive) कहा जाता है यदि:

- A. $(a, b) \in R$ जब $a \neq b$
- B. $(a, b) \in R$ हो तो $(b, a) \in R$
- C. $(a, a) \in R$ प्रत्येक $a \in A$ के लिए
- D. $(a, b) \in R$ तथा $(b, c) \in R$ हो तो $(a, c) \in R$ (C)

व्याख्या: प्रतिवर्त सम्बन्ध में प्रत्येक तत्त्व स्वयं से जुड़ा होता है, अर्थात् $(a, a) \in R$ सभी $a \in A$ के लिए।

3. $R = \{(a, b) \in Z \times Z : 2 \text{ विभाजित करता है } (a - b)\}$ किस प्रकार का सम्बन्ध है?

- A. केवल सममित
- B. केवल संक्रमणशील
- C. समतुल्य सम्बन्ध
- D. सार्वत्रिक सम्बन्ध (C)

व्याख्या: यह सम्बन्ध प्रतिवर्त, सममित और संक्रमणशील सभी है, अतः यह समतुल्य सम्बन्ध है।

4. निम्नलिखित में से कौन-सा फलन $N \rightarrow N$ पर एक एकाधिक (One-one) परन्तु सर्वांग (onto) नहीं है?

- A. $f(x) = 2x$
- B. $f(x) = x^2$
- C. $f(x) = x - 1$
- D. $f(x) = 1$ (A)

व्याख्या: $f(x) = 2x$ अलग-अलग x के लिए अलग मान देता है, अतः यह एक एकाधिक है, परन्तु सभी प्राकृतिक संख्याएँ इसकी छवि नहीं हैं, इसलिए यह सर्वांग नहीं है।

5. किसी फलन के द्विक (Bijective) होने की क्या शर्त है?

- A. केवल एक एकाधिक
- B. केवल सर्वांग
- C. न एक एकाधिक न ही सर्वांग
- D. एक एकाधिक और सर्वांग दोनों (D)

व्याख्या: द्विक फलन वह होता है जो एक एकाधिक और सर्वांग दोनों हो।

6. $f(x) = x^2$, जहाँ $f: Z \rightarrow Z$ है, का परास क्या होगा?

- A. सभी पूर्णांक
- B. सभी प्राकृतिक संख्याएँ
- C. सभी गैर-ऋणात्मक पूर्णांक
- D. सभी वास्तविक संख्याएँ (C)

व्याख्या: किसी भी पूर्णांक का वर्ग कभी ऋणात्मक नहीं होता, अतः परास केवल गैर-ऋणात्मक पूर्णाकों का समुच्चय है।

7. निम्नलिखित में कौन-सा सम्बन्ध सममित (Symmetric) है, परन्तु न तो प्रतिवर्त है और न ही संक्रमणशील?

- A. $R = \{(1, 2), (2, 1)\}$ on $\{1, 2, 3\}$
- B. $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3)\}$
- C. $R = \{(1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$
- D. $R = \{(2, 3), (3, 2)\}$ (A)

व्याख्या: $(1, 2)$ और $(2, 1)$ दोनों R में हैं, इसलिए यह सममित है, परन्तु इसमें $(1, 1)$, $(2, 2)$ जैसे युग्म नहीं हैं, इसलिए यह न प्रतिवर्त है और न ही संक्रमणशील।

8. यदि कोई फलन $f: X \rightarrow Y$ द्विक (bijective) हो, तो वह फलन अवर्तनीय (invertible) होता है क्योंकि:

- A. यह केवल एक एकाधिक है
- B. यह केवल सर्वांग है
- C. यह स्थिर फलन है
- D. इसका व्युत्क्रम (inverse) अस्तित्व में होता है (D)

व्याख्या: प्रत्येक द्विक फलन का एक अद्वितीय व्युत्क्रम होता है, इसलिए वह अवर्तनीय होता है।

9. $f(x) = x^2$, जहाँ $f: R \rightarrow R$ है, इस फलन की प्रकृति क्या है?

- A. द्विक
- B. केवल एक एकाधिक
- C. न एक एकाधिक, न ही सर्वांग
- D. केवल सर्वांग (C)

व्याख्या: $f(1) = f(-1)$ से यह एक एकाधिक नहीं है और -2 इसका मान नहीं बनता, इसलिए यह सर्वांग भी नहीं है।

10. यदि $A = \{1, 2, 3\}$ हो, तो A से A में कुल कितने एक एकाधिक फलन संभव हैं?

- A. 3
- B. 6
- C. 9
- D. 8 (B)

व्याख्या: 3 तत्वों पर एक एकाधिक फलन $3! = 6$ रूपों में बनते हैं, जो कुल क्रमचयों की संख्या है।