Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा – 10

गणित

अध्याय – 4

द्विघात समीकरण

भाग – 8

मूलों की प्रकृति

केशव शर्मा

Under CSR Support by ipca | Foundation

विवरण (Overview)

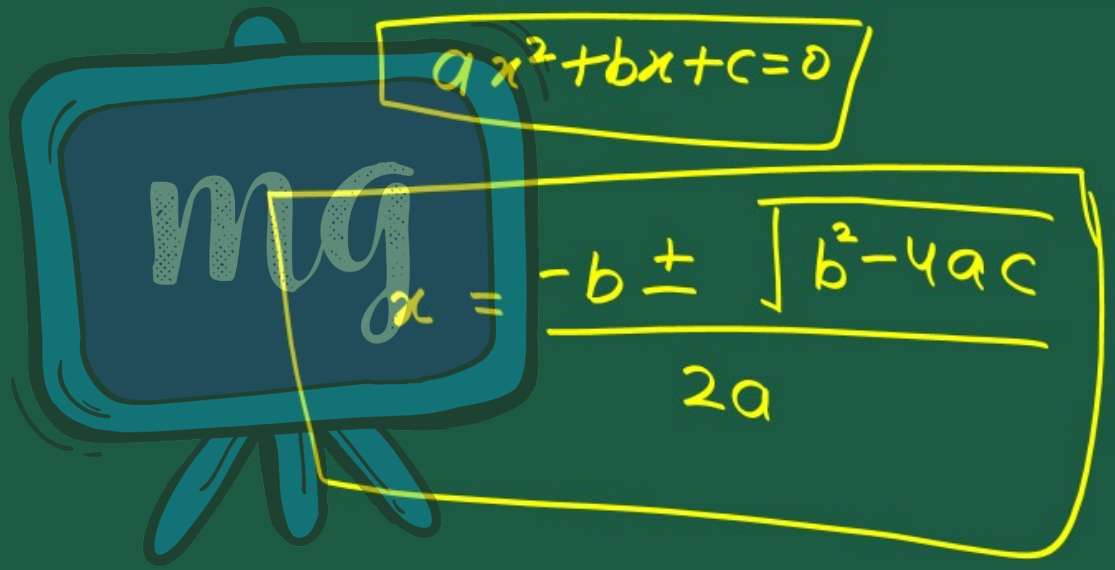
missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

1. द्विघात समीकरण का परिचय
2. गुणनखंडों द्वारा द्विघात समीकरण का हल
3. मूलों की प्रकृति

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

द्विघात सूत्र



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

Exa. $x^2+5x+6=0$

$a=1, b=5, c=6$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{25-24}}{2}$$

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{(5)^2-4\times1\times6}}{2\times1}$$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2}$$



(+)

$$x = \frac{-5+1}{2}$$

$$x = \frac{-4}{2} = -2$$

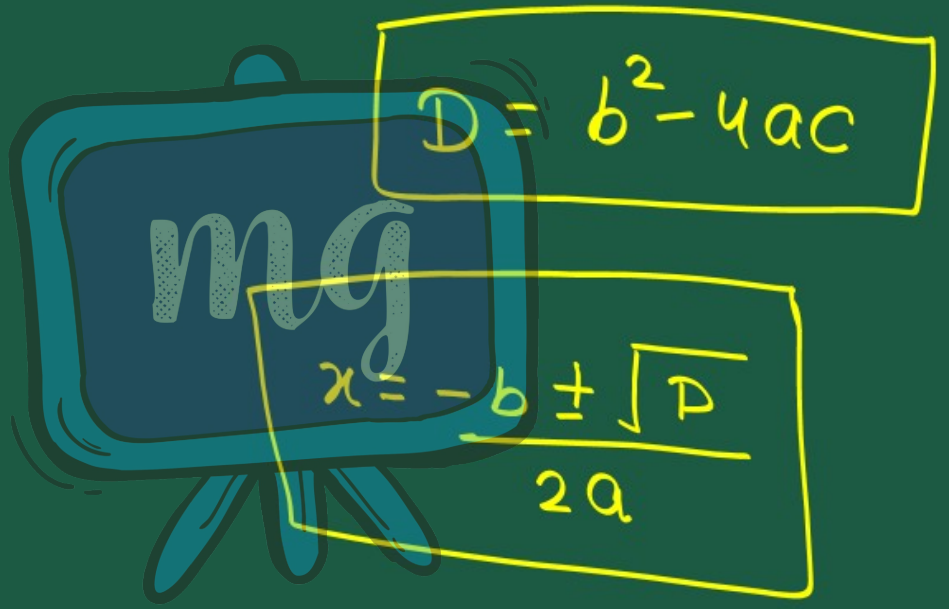
(−)

$$x = \frac{-5-1}{2}$$

$$x = \frac{-6}{2} = -3$$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

☛ माना $ax^2 + bx + c = 0$ एक द्विघात समीकरण है, तब इस द्विघात समीकरण के हल निम्न द्विघाती सूत्र की सहायता से ज्ञात करते है –

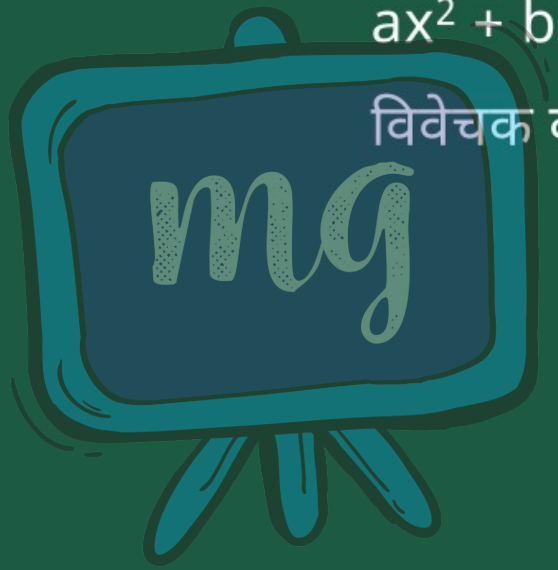


$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan® LET'S LEARN TOGETHER

☛ यहाँ $b^2 - 4ac = D$ को द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ का विविक्तकर या विवेचक कहते हैं।



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

मूलों की प्रकृति

$D = b^2 - 4ac$

$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$(b^2 - 4ac) > 0$	$b^2 - 4ac = 0$	$b^2 - 4ac < 0$
मूल भिन्न व वास्तविक	मूल समान व वास्तविक	मूल काल्पनिक

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

☛ द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के

(i) दो भिन्न वास्तविक मूल होते हैं,
यदि $b^2 - 4ac > 0$ हो

(ii) दो बराबर वास्तविक मूल होते हैं,
यदि $b^2 - 4ac = 0$ हो

(iii) कोई वास्तविक मूल नहीं होता,
यदि $b^2 - 4ac < 0$ हो

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



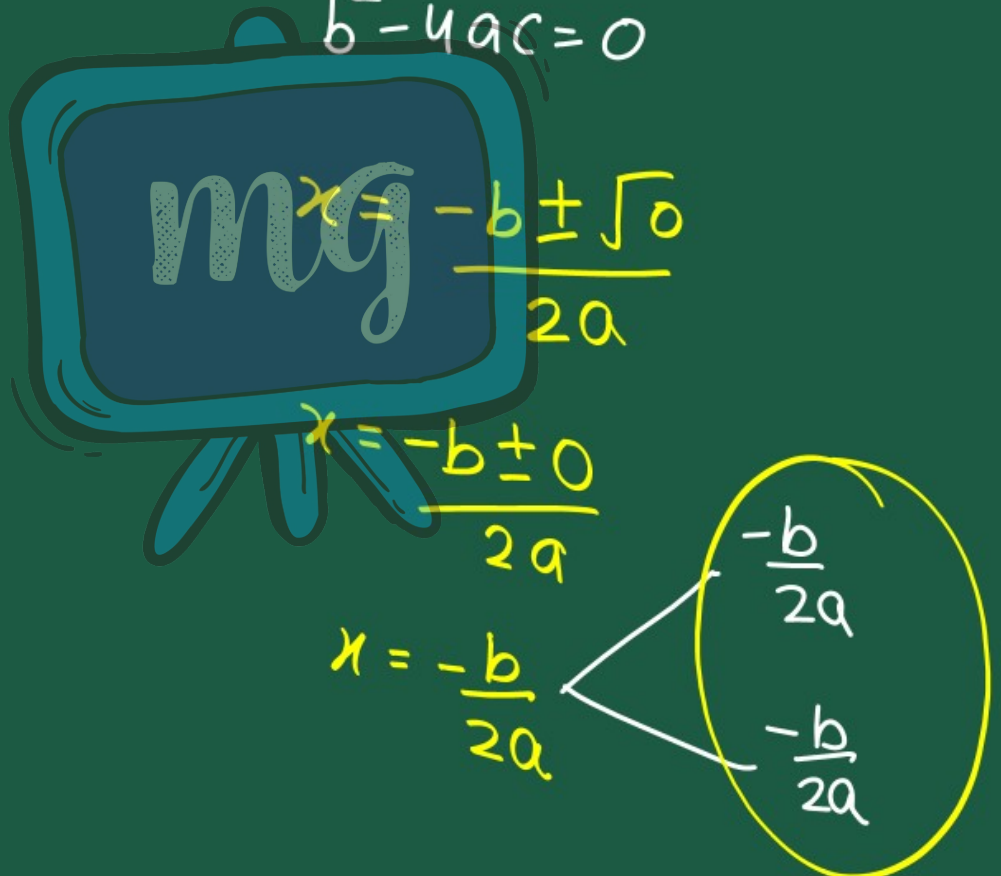
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} \rightarrow 0$$

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

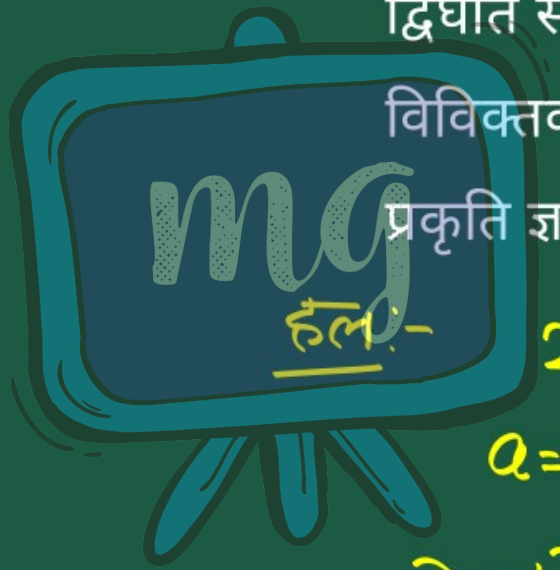


Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण-7

द्विघात समीकरण $2x^2 - 4x + 3 = 0$ का विविक्तकर ज्ञात कीजिए और फिर मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए।



हल :-

$2x^2 - 4x + 3 = 0$

$a = 2, b = -4, c = 3$

$D = b^2 - 4ac$

$D = (-4)^2 - 4 \times 2 \times 3$

$D = 16 - 24 = -8 < 0$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan® LET'S LEARN TOGETHER

$\Rightarrow D < 0$

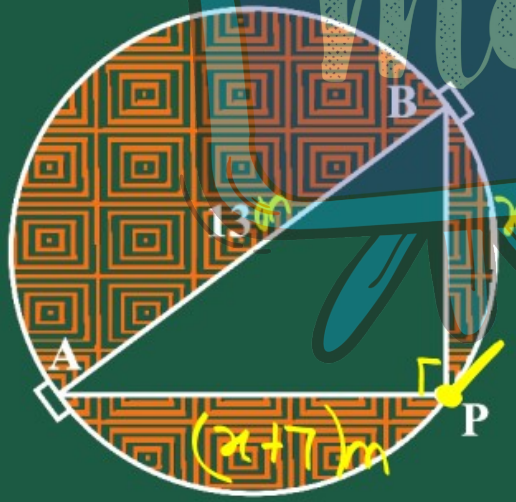
अतः मूल काल्पनिक होंगे।



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण–8



13 मीटर व्यास वाले एक वृत्ताकार पार्क की परिसीमा के एक बिंदु पर एक खंभा इस प्रकार गाड़ना है कि इस पार्क के एक व्यास के दोनों अंत बिंदुओं पर बने फाटकों A और B से खंभे की दूरियों का अंतर 7 मीटर हो। क्या ऐसा करना संभव है? यदि है, तो दोनों फाटकों से कितनी दूरियों पर खंभा गाड़ना है?

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



हल:- माना कि $BP = x$ m

प्रश्नानुसार

$AP - BP = 7$ m

$AP - x = 7$ m

$AP = (7 + x)$ m

$\triangle ABC$ एक समकोण त्रिभुज है।

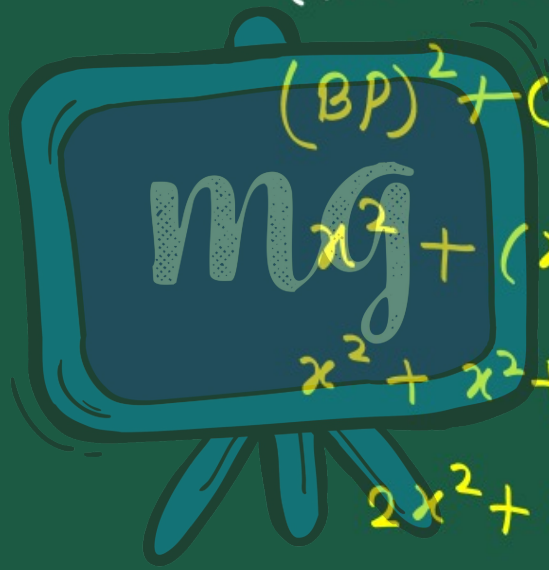
अत: पाइथागोरस प्रमेय से

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

लम्ब^2 + आधार^2 = कर्ण^2



$(BP)^2 + (AP)^2 = (AB)^2$

$x^2 + (x+7)^2 = (13)^2$

$x^2 + x^2 + 2 \times x \times 7 + (7)^2 = 169$

$2x^2 + 14x + 49 = 169$

$2x^2 + 14x + 49 - 169 = 0$

$2x^2 + 14x - 120 = 0$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$$2(x^2+7x-60)=0$$

$$x^2+7x-60=\frac{0}{2}$$

$$x^2+7x-60=0$$

$a=1,\ b=7,\ c=-60$

$D=b^2-4ac$

$=(7)^2-4\times1\times(-60)$

$D=49+240=289>0$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$\because D > 0$

$\therefore$ ऐसा करना संभव है।

द्विघात सूत्र से

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{289}}{2 \times 1}$$

$$x = \frac{-7 \pm 17}{2}$$

(+) $x_1 = \frac{-7+17}{2}$

$x_1 = \frac{10}{2} = 5$

(−) $x_2 = \frac{-7-17}{2}$

$x_2 = -\frac{24}{2}$

$x_2 = -12$ ✗

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



3-1त: BP = 5m

AP = 5+7 = 12m

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण–9

समीकरण $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$ का विविक्तकर ज्ञात कीजिए और फिर मूलों की प्रकृति ज्ञात कीजिए। यदि वे वास्तविक है, तो उन्हें ज्ञात कीजिए।



हल :-

$3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$

$a = 3, b = -2, c = \frac{1}{3}$

$D = b^2 - 4ac$

$D = (-2)^2 - 4 \times 3 \times \frac{1}{3}$

$D = 4 - 4$

$\boxed{D = 0}$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

मूल समान व वास्तविक होंगें।



जब $D = 0$ हो तो

मूल $\frac{-b}{2a}$, $\frac{-b}{2a}$ होते है।

$$x_1 = \frac{-(-2)}{2\times 3} = \frac{2}{2\times 3} = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{1}{3}$$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अतः $3x^2-2x+\frac{1}{3}=0$ के मूल $\frac{1}{3}$ व $\frac{1}{3}$ हैं।



Under CSR Support by ipca | Foundation

सीखने के प्रतिफल (Learning Outcomes)

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



1. वास्तविक मूल
2. काल्पनिक मूल
3. द्विघात सूत्र

Under CSR Support by ipca | Foundation

मूल्यांकन (Assessment)

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



1 द्विघात समीकरण $ax^2 + bx + c = 0$ के मूल भिन्न व वास्तविक होगे जब –

अ $b^2 - 4ac \geq 0$

ब $b^2 - 4ac < 0$

स $b^2 - 4ac > 0$

द $b^2 - 4ac = 0$

$D > 0$

$b^2 - 4ac > 0$

Under CSR Support by ipca | Foundation

मूल्यांकन (Assessment)

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



2 द्विघात समीकरण $6x^2 - 3x + 1 = 0$ के मूल होंगे –

$a=6, b=-3, c=1$

अ भिन्न व वास्तविक

ब समान व वास्तविक

स काल्पनिक

द इनमें से कोई नहीं

$D = b^2 - 4ac$

$= (-3)^2 - 4 \times 6 \times 1$

$= 9 - 24$

$D = -15 < 0$