Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा – 10

गणित

अध्याय–1 : वास्तविक संख्याएँ

भाग – 5

प्रश्नावली 1.2

केशव शर्मा

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

1. सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।



माना कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

$\sqrt{5} = \frac{p}{q}$, जहाँ p व q सह अभाज्य संख्याएँ हैं।

$\sqrt{5}\, q = p$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$(\sqrt{5}\, q)^2 = p^2$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$5q^2 = p^2$ — (ii)

अर्थात 5, p^2 को विभाजित करता है तो

प्रमेय 1.2 से 5, p को भी विभाजित करेगा।

अतः $p = 5r$, जहाँ r एक पूर्णांक है।

p का मान समी. (i) में रखने पर

$5q^2 = (5r)^2$

$5q^2 = 25r^2$

$q^2 = 5r^2$

Under CSR Support by ipca Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

अर्थात 5, q^2 को विभाजित करता है तो प्रमेय 1.2 से 5, q को भी विभाजित करेगा।

अतः p व q का कम से कम एक उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 5 है।

यह विरोधाभास है तथ्य का कि p व q का केवल एक उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 1 है।

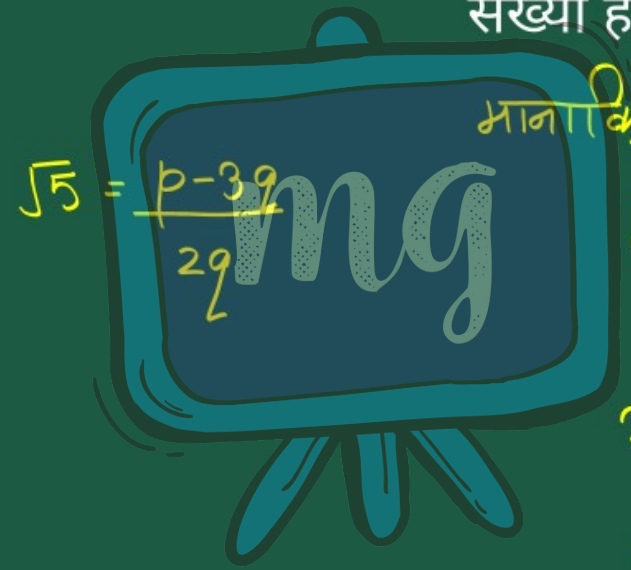
यह विरोधाभास हमारी त्रुटिपूर्ण कल्पना के कारण उत्पन्न हुआ।

अतः $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

2. सिद्ध कीजिए कि $3+2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।



माना कि $3+2\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

$3+2\sqrt{5} = \frac{p}{q}$ जहाँ p व q पूर्णांक हैं $q \neq 0$

$2\sqrt{5} = \frac{p}{q} - 3$

$\sqrt{5} = \frac{1}{2}\left(\frac{p}{q} - 3\right)$

$\sqrt{5} = \frac{1}{2}\left(\frac{p-3q}{q}\right)$

$\sqrt{5} = \frac{p-3q}{2q}$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

p, q, 3 और 2 पूर्णांक हैं।

अतः $\frac{p-3q}{2q}$ एक परिमेय संख्या है। इसलिए

$\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

यह विरोधाभास है तथ्य का कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

यह विरोधाभास हमारी त्रुटिपूर्ण कल्पना के कारण उत्पन्न हुआ।

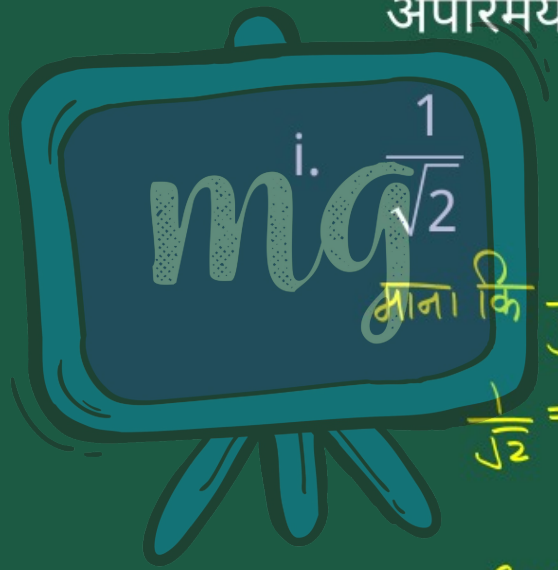
अतः $3+2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

3. सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित संख्याएँ अपरिमेय हैं :

i. $\frac{1}{\sqrt{2}}$



माना कि $\frac{1}{\sqrt{2}}$ एक परिमेय संख्या है।

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{p}{q}$, जहाँ p व q सह अभाज्य संख्याएँ हैं।

$q = \sqrt{2}p$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$q^2 = (\sqrt{2}p)^2$

$q^2 = 2p^2$ — (i)

2, q^2 को विभाजित करता है तो प्रमेय। 2 से 2, q को भी विभाजित करेगा।

$q = 2r$, जहाँ r पूर्णांक है।

q का मान समी. (i) में रखने पर

$(2r)^2 = 2p^2$

$2 \times r^2 = 2p^2$

$2r^2 = p^2$

Under CSR Support by ipca Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

2, p^2 को विभाजित करता है तो
प्रमेय 1.2 से 2, p को भी विभाजित करेगा।

अतः p व q का कम से कम एक उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 2 है।

यह विरोधाभास है तथ्य का कि p व q का केवल एक उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 1 है।

यह विरोधाभास हमारी त्रुटिपूर्ण कल्पना के कारण उत्पन्न हुआ।

अतः $\frac{1}{\sqrt{2}}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

ii. $7\sqrt{5}$



माना $7\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

$7\sqrt{5} = \frac{p}{q}$ जहाँ p व q पूर्णांक है तथा $q \neq 0$

$\sqrt{5} = \frac{p}{7q}$

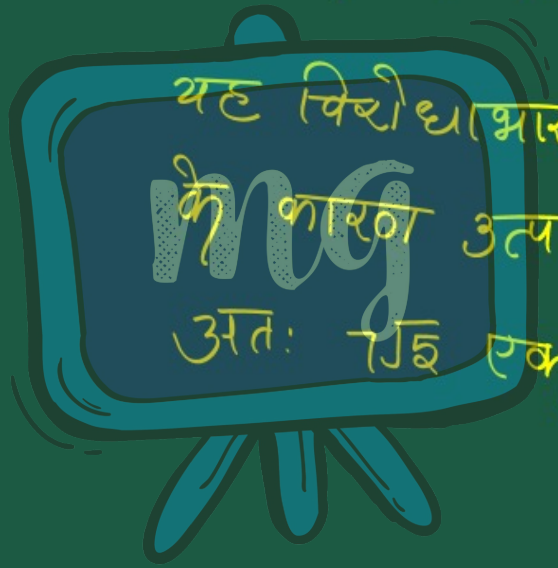
p, q और 7 पूर्णांक है।

अतः $\frac{p}{7q}$ परिमेय संख्या है। इसलिए $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

यह विरोधाभास है इस तथ्य का कि
$\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।



यह विरोधाभास हमारी त्रुटिपूर्ण कल्पना
के कारण उत्पन्न हुआ।
अतः $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

iii. $6+\sqrt{2}$

माना कि $6+\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है।

$6+\sqrt{2}=\frac{p}{q}$, जहाँ p व q पूर्णांक हैं।

$q \neq 0$

$\sqrt{2}=\frac{p}{q}-6$

p, q और 6 पूर्णांक हैं।

अतः $\frac{p}{q}-6$, परिमेय संख्या है। इसलिए $\sqrt{2}$

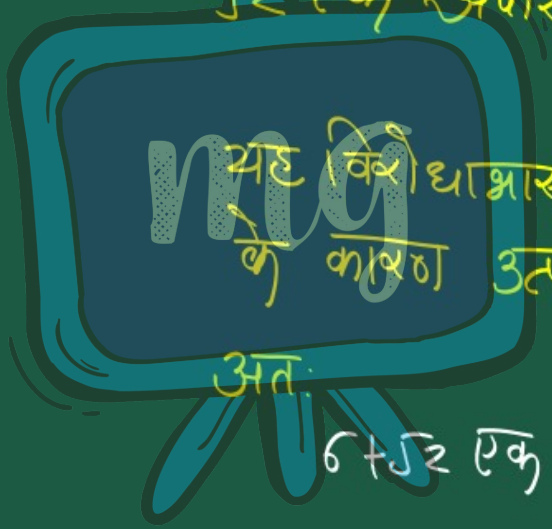
Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

परिमेय संख्या है।

यह विरोधाभास है तथ्य का कि

$\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।



यह विरोधाभास हमारी त्रुटिपूर्ण कल्पना के कारण उत्पन्न हुआ।

अतः

$6+\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।