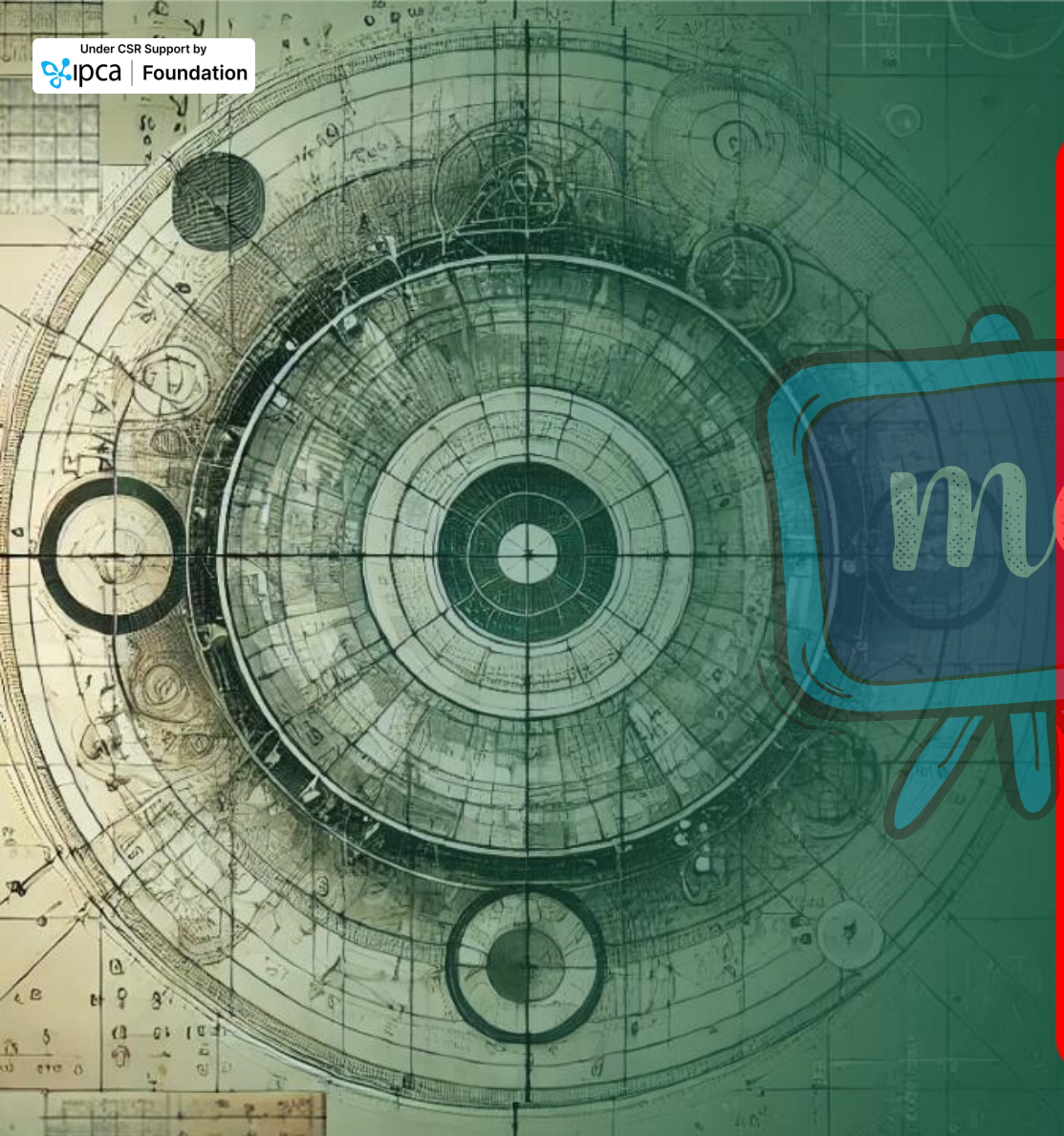
Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



कक्षा - 9

गणित

अध्याय - 9

वृत्त

भाग - 10

चक्रीय चतुर्भुज

हर्ष गोयल

Under CSR Support by
ipca | Foundation

विवरण (Overview)

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



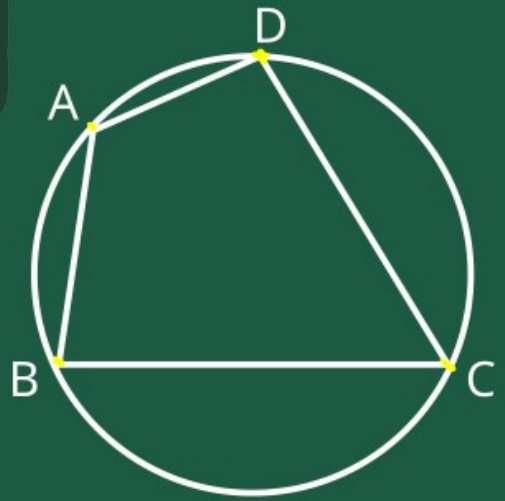
1. वृत्त का परिचय
2. जीवा द्वारा एक बिन्दु पर अंतरित कोण
3. केन्द्र से जीवा पर लम्ब
4. समान जीवाएँ और उनकी केन्द्र से दूरियाँ
5. एक वृत्त के चाप द्वारा अंतरित कोण
6. चक्रीय चतुर्भुज

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

चक्रीय चतुर्भुज

एक चतुर्भुज ABCD चक्रीय चतुर्भुज कहलाता है,
यदि इसके चारों शीर्ष एक वृत्त पर स्थित होते हैं।



Under CSR Support by
ipca | Foundation

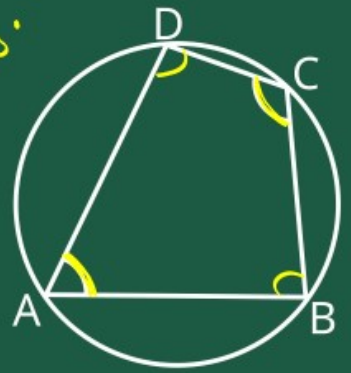
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रमेय–9.10

चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के प्रत्येक युग्म का योग 180° होता है।

$\angle A + \angle C = 180^\circ$

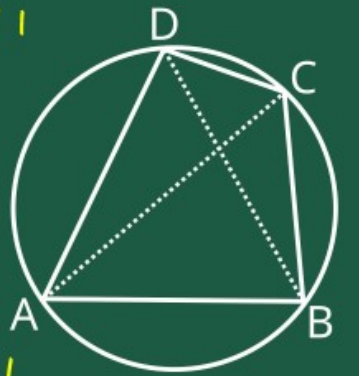
$\angle B + \angle D = 180^\circ$



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

दिया है: ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है।



सिद्ध करना है: चतुर्भुज ABCD के सम्मुख कोणों के प्रत्येक युग्म का योग 180° होना है।

$\angle A + \angle C = 180^\circ$

व

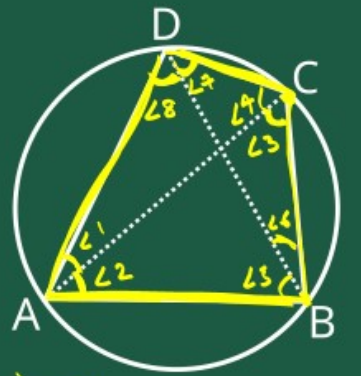
$\angle B + \angle D = 180^\circ$

रचना: शीर्ष A को शीर्ष C से मिलाया व शीर्ष B को शीर्ष D से मिलाया

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

उपपत्ति : ∵ एक ही वृत्तखंड के कोण समान होते हैं।



$\angle 3 = \angle 8$ (वृत्तखंड AB के कोण)

$\angle 2 = \angle 7$ (वृत्तखंड BC के कोण)

$\angle 1 = \angle 6$ (वृत्तखंड CD के कोण)

$\angle 5 = \angle 4$ (वृत्तखंड DA के कोण)

चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है।

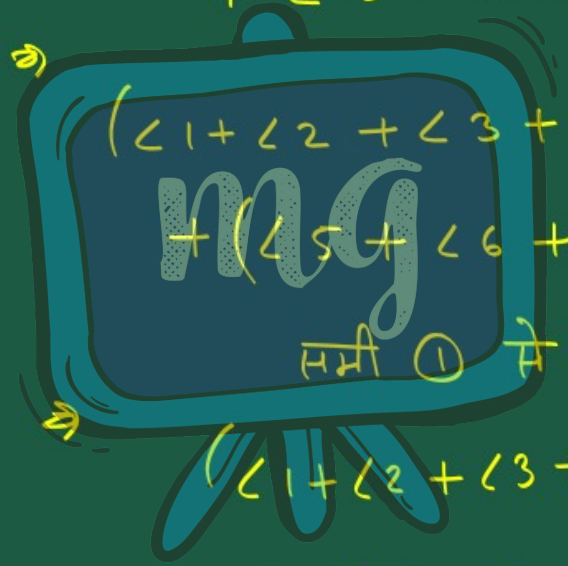
$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 7 + \angle 8 = 360^\circ$

$(\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4) + (\angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8) = 360^\circ$



$(\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4) + (\angle 4 + \angle 1 + \angle 2 + \angle 3) = 360^\circ$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$$(\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4) = 360^\circ$$

$$+ (\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4)$$

$$2(\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4) = 360^\circ$$

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$$

$$\angle A + \angle C = 180^\circ \quad \text{— (2)}$$

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

$$(\angle A + \angle C) + \angle B + \angle D = 360^\circ$$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

समी (2) से मान रखने पर

$\Rightarrow 180^\circ + \angle B + \angle D = 360^\circ$

$\Rightarrow \angle B + \angle D = 360^\circ - 180^\circ$

$\Rightarrow \angle B + \angle D = 180^\circ$ — (3)

समी (2) व (3) से

$\angle A + \angle C = 180^\circ$ इतिसिद्धम्

$\angle B + \angle D = 180^\circ$

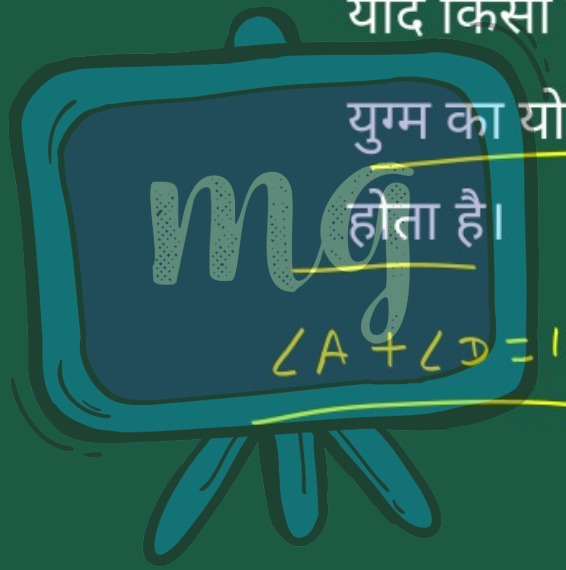
अतः चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 180° के बराबर होगा।

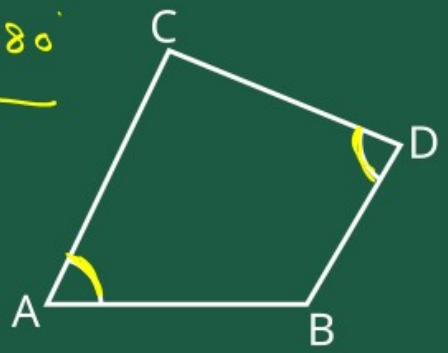
Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रमेय–9.11

यदि किसी चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के एक युग्म का योग 180° हो, तो चतुर्भुज चक्रीय होता है।



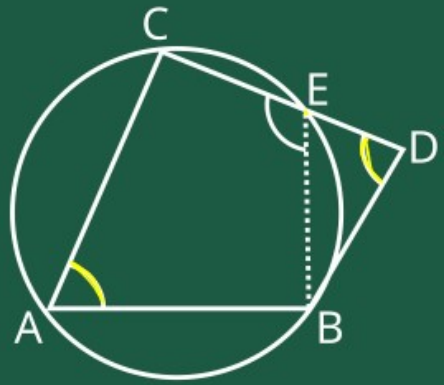


Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

दिया है: ABCD एक चतुर्भुज है।

$\angle A + \angle BDC = 180^\circ$



सिद्ध करना है: ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है।

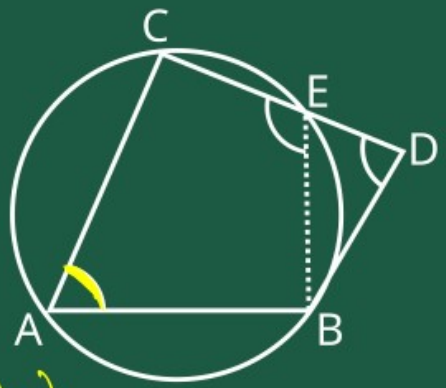
रचना: चतुर्भुज के बिंदु A, B व C से होकर एक वृत्त खींचा।

माना यह वृत्त D बिंदु से होकर नहीं गुजरता है अर्थात CD व वृत्त के प्रतिच्छेदन से हमें E बिंदु मिलता है।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

बिंदु E को बिंदु B से मिलाया।



उपपत्ति : चतुर्भुज ABEC एक

चक्रीय चतुर्भुज है।

∴ चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों

का योग 180° के बराबर होता है।

$\angle A + \angle BEC = 180^\circ$

$\angle A + \angle BDC = 180^\circ$ (दिया है)

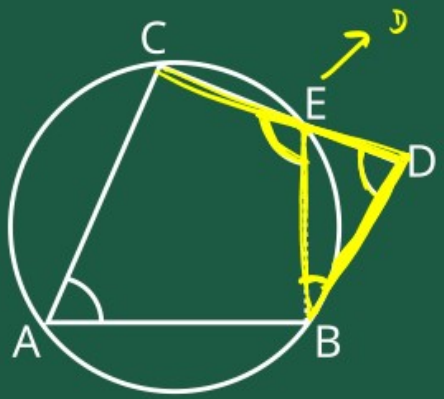
दोनों से

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$\angle A + \angle BDC = \angle A + \angle BEC$

$\Rightarrow \angle BDC = \angle BEC$ ①



$\triangle BED$ में

त्रिभुज का बहिष्कोण त्रिभुज के अंत: कोणों के योग के बराबर होता है।

$\angle BEC = \angle EBD + \angle BDE$

समी ① से

$\angle BDC = \angle EBD + \angle BDE$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$\Rightarrow \quad (\angle BDC = \angle BDE)$

तब

$\Rightarrow \quad \angle BDE = \angle EBD + \angle BDE$

$\Rightarrow \quad \angle EBD = 0$

यह तभी संभव है जब दोनों बिंदु B व D संपाती हो।

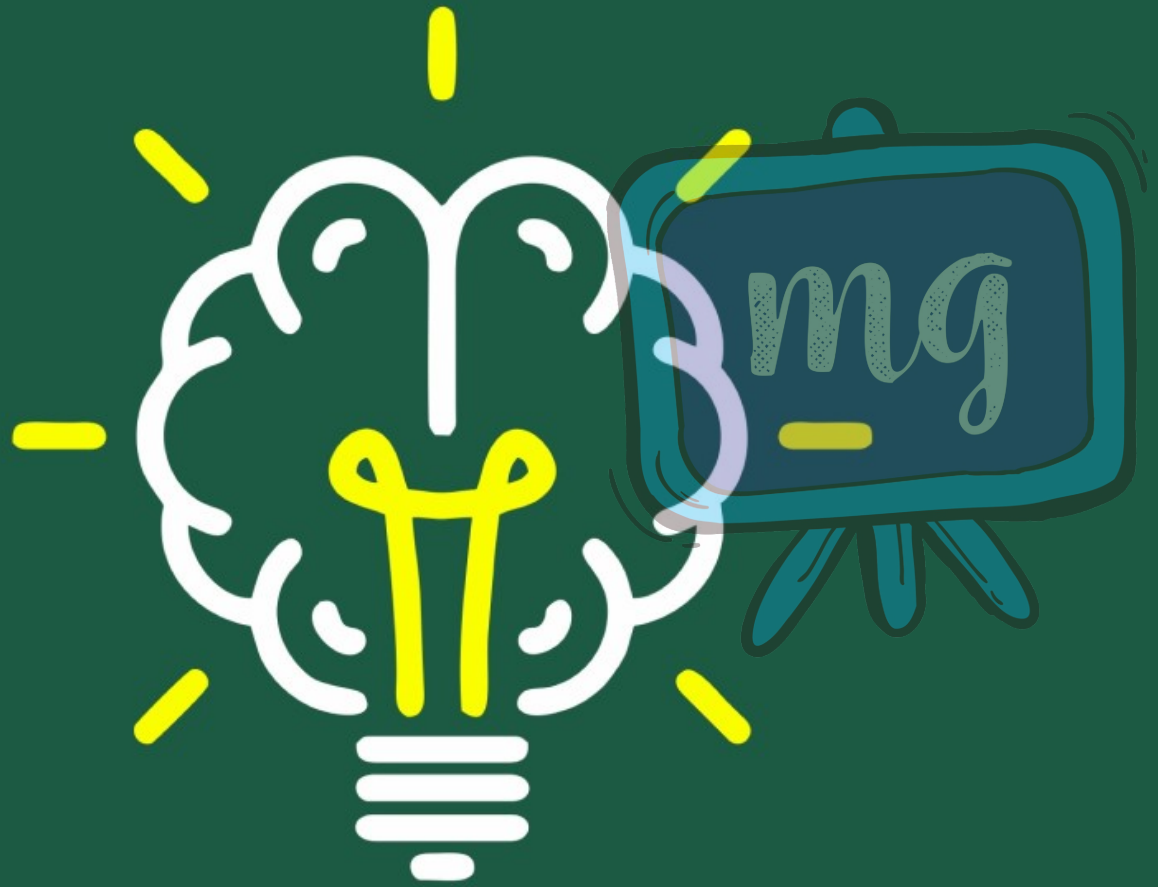
अतः चतुर्भुज ABCD एक चक्रीय चतुर्भुज है।

इतिसिद्धम्

Under CSR Support by ipca | Foundation

सीखने के प्रतिफल (Learning Outcome)

missiongyan



चक्रीय चतुर्भुज

Under CSR Support by
ipca | Foundation

मूल्यांकन (Assessment)

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



1 चक्रीय चतुर्भुज में वृत्त –

अ अंतर्गत होता है

ब बहिर्गत होता है तथा चतुर्भुज के शीर्षों से गुजरता है

स किसी एक विकर्ण के दोनों शीर्षों से होकर गुजरता है

द इनमें से कोई नहीं



Under CSR Support by
ipca | Foundation

मूल्यांकन (Assessment)

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



2 चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों के प्रत्येक युग्म का योग होता है –

अ 90°

ब 180°

स 270°

द 360°