Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



कक्षा – 9

गणित

अध्याय – 8

चतुर्भुज

भाग – 3

समांतर चतुर्भुज के गुण

हर्ष गोयल

Under CSR Support by
ipca | Foundation

विवरण (Overview)

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



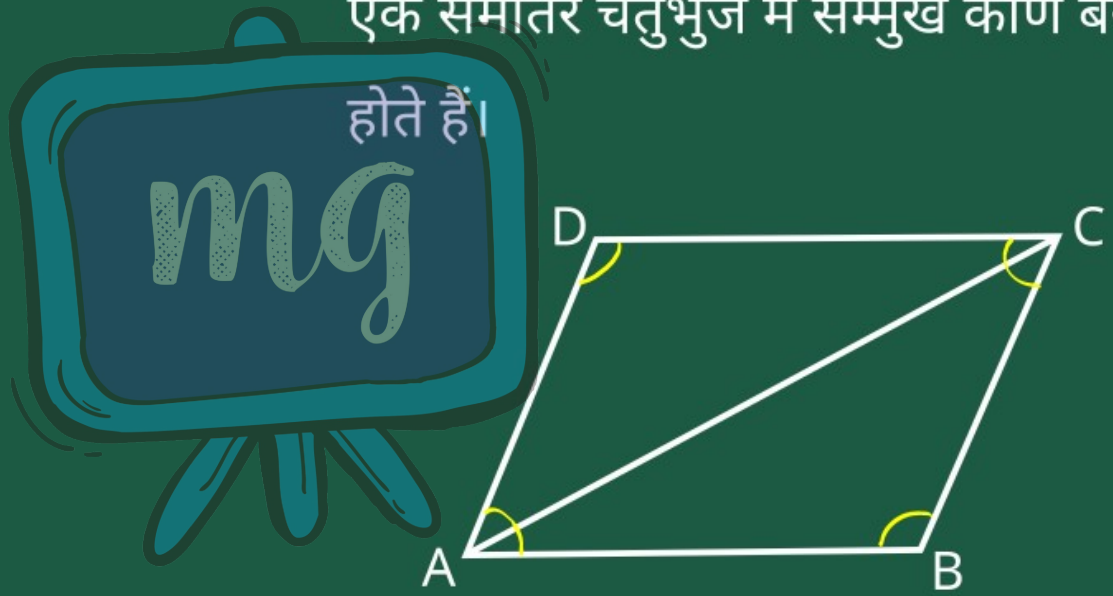
1. चतुर्भुज व चतुर्भुज के प्रकार
2. समांतर चतुर्भुज के गुण
3. मध्य-बिंदु प्रमेय

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रमेय–8.4

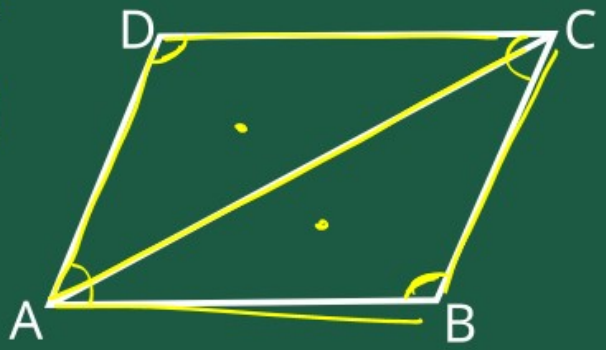
एक समांतर चतुर्भुज में सम्मुख कोण बराबर होते हैं।



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

दिया है: ABCD एक समांतर चतुर्भुज है।



सिद्ध करना है:

$\angle B = \angle D$

तथा $\angle A = \angle C$

रचना: AC विकर्ण

उपपत्ति: $\triangle ABC$ व $\triangle CDA$ में

$AB = CD$ (दिया है)

$AD = BC$ (दिया है)

$AC = AC$ (उभयनिष्ठ भुजा)

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अतः SSS सर्वांगसमता कसौटी से

$\triangle ABC \cong \triangle CDA$

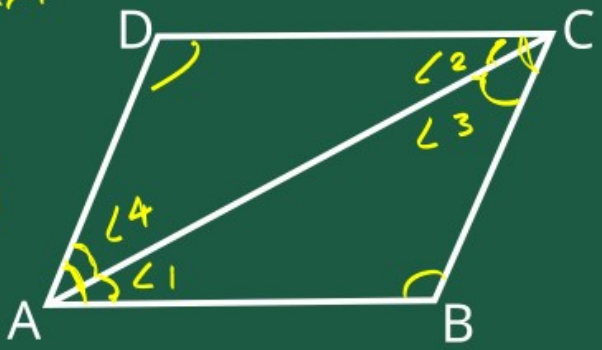
तो CPCT से

$\angle B = \angle D$ (CPCT से)

तथा

$\angle 1 = \angle 2$

$\angle 3 = \angle 4$ (CPCT से)



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$\therefore \quad \angle 1 = \angle 2$

$\angle 3 = \angle 4$



क्योंकि

$\angle 1 + \angle 4 = \angle 2 + \angle 3$

अतः

$\angle A = \angle C$

तथा

$\angle A = \angle C$

$\angle B = \angle D$

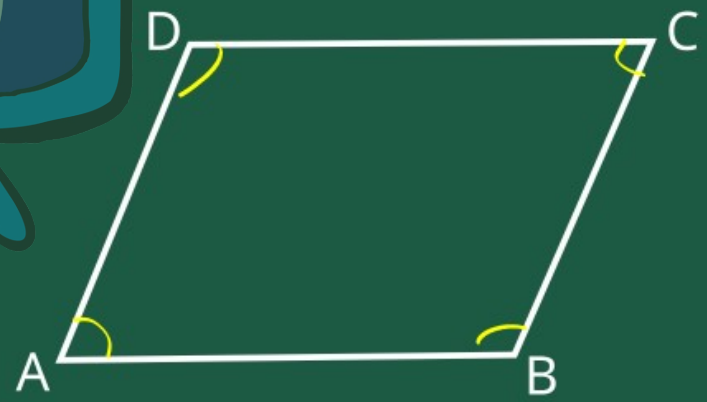
अतः समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण बराबर होते हैं

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रमेय–8.5

यदि एक चतुर्भुज में सम्मुख कोणों का प्रत्येक युग्म बराबर हो, तो वह एक समांतर चतुर्भुज होता है।



Under CSR Support by ipca | Foundation

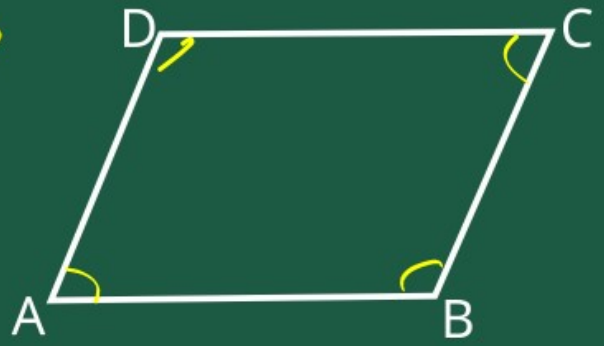
missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

दिया है: ABCD एक चतुर्भुज है

तथा $\angle A = \angle C$

व $\angle B = \angle D$

सिद्ध करना है: ABCD एक समांतर चतुर्भुज है।



उपपत्ति:

चतुर्भुज के चारो कोनो का योग 360° के बराबर होता है।

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360°$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$\angle A + \angle A$

$+ \angle B + \angle B = 360^\circ$

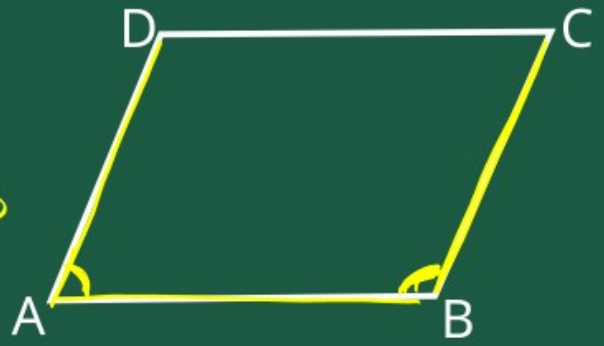
$(\because \angle A = \angle C$ तथा $\angle B = \angle D$

$2\angle A + 2\angle B = 360^\circ$

$2(\angle A + \angle B) = 360^\circ$

$\angle A + \angle B = \frac{360^\circ}{2}$

$\angle A + \angle B = 180^\circ$



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

अत: $\angle A$ व $\angle B$ अंत: कोण हैं।

तो $AD \parallel BC$ —①

इसी प्रकार $\angle C + \angle D = 180^\circ$

यहाँ $\angle C$ व $\angle D$ अंत: कोण

तो $AB \parallel CD$ —②

तो सभी ① व सभी ② से

ABCD एक समांतर चतुर्भुज होगा।

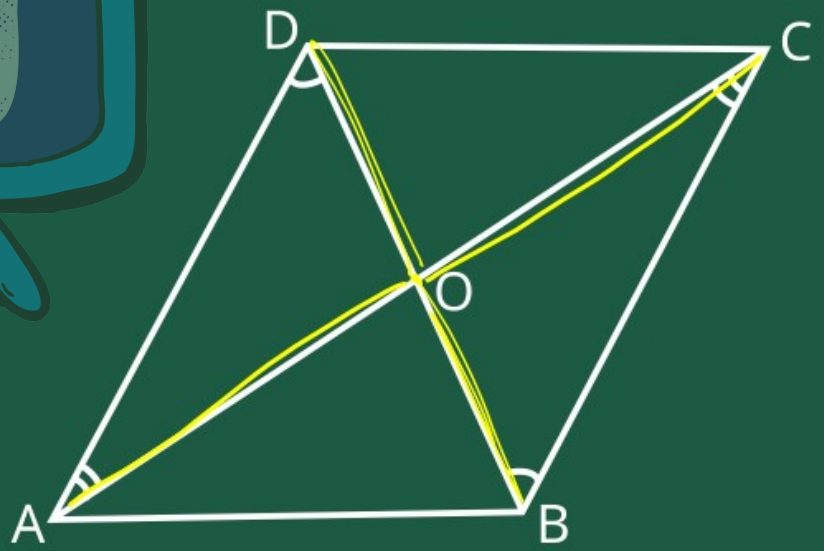
इतिसिद्धम

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रमेय–8.6

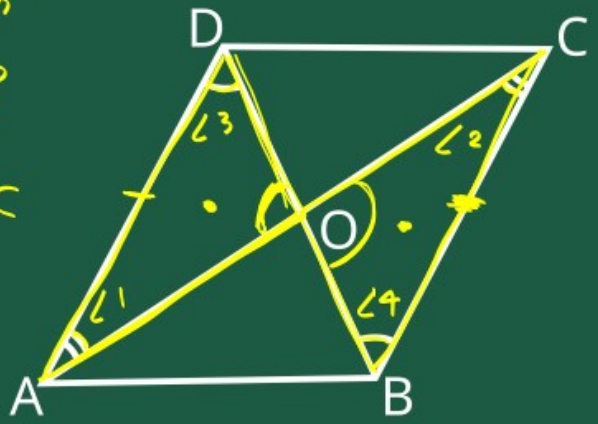
समांतर चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को (परस्पर) समद्विभाजित करते हैं।



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

दिया है: ABCD एक समांतर चतुर्भुज है जिसमें दो विकर्ण AC तथा BD बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं।



सिद्ध करना है: OA = OC तथा OB = OD

उपपत्ति:

△AOD व △COB में

∠1 = ∠2 (एकांतर कोण)

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$\angle 3 = \angle 4$ (एकांतर कोण)

$AD = BC$ (दिया है)

अतः ASA सर्वांगसमता कसौटी से

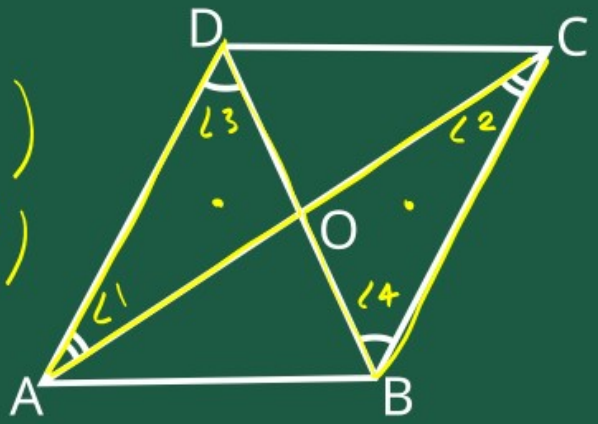
$\triangle AOD \cong \triangle COB$

CPCTC से

$OA = OC$

तथा $OB = OD$

इतिसिद्धम्



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अतः समांतर चतुर्भुज के
विकर्ण परस्पर समद्विभाजित
करते हैं।

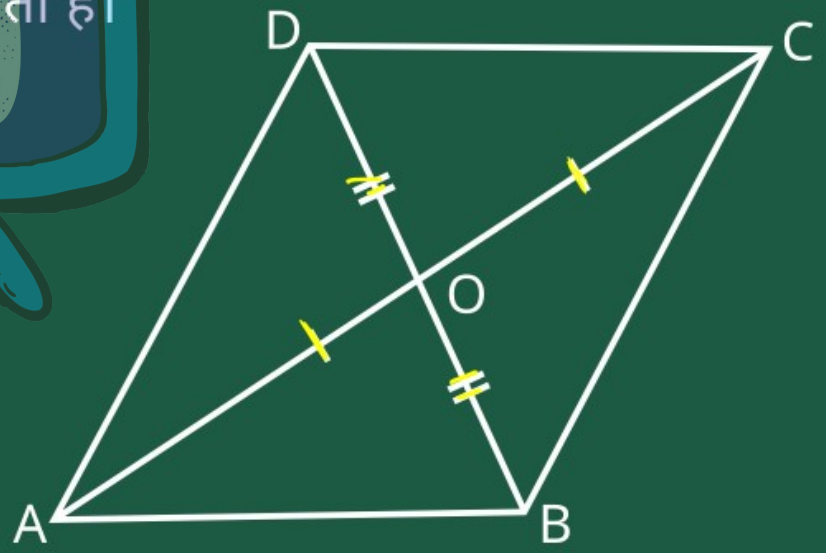


Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रमेय–8.7

यदि एक चतुर्भुज के विकर्ण एक दूसरे को समद्विभाजित करें, तो वह एक समांतर चतुर्भुज होता है।



Under CSR Support by ipca | Foundation

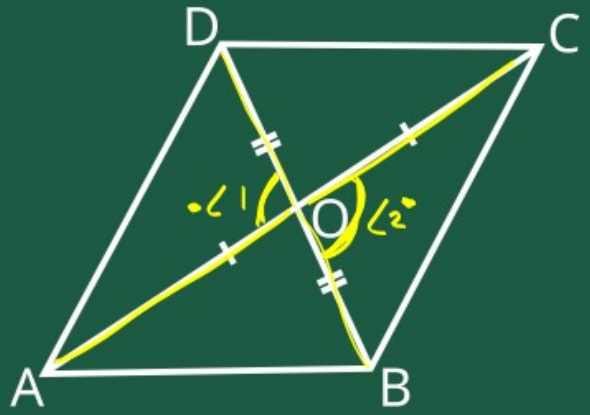
missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

दिया है: ABCD एक चतुर्भुज है।

$OA = OC$

तथा $OB = OD$

सिद्ध करना है: ABCD एक समांतर चतुर्भुज है।



उपपत्ति

$\triangle AOD$ व $\triangle COB$ में

$OA = OC$ (दिया है)

$OB = OD$ (दिया है)

$\angle 1 = \angle 2$ (शीर्षाभिमुख कोण)

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अत: SAS सर्वांगसमता नियम से

$\triangle AOD \cong \triangle COB$

CPCT से

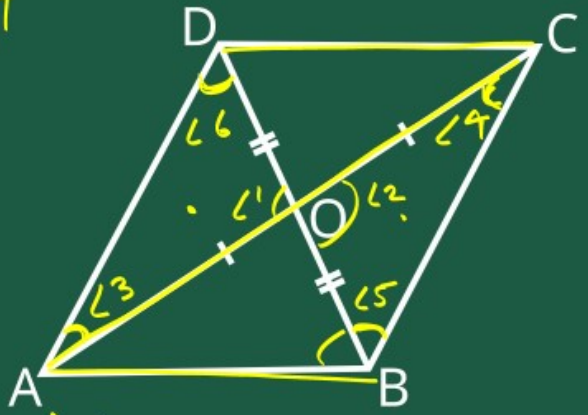
$\angle 3 = \angle 4$ (CPCT से)

उपरोक्त कोण एकांतर कोण है।

तो $AB \parallel CD$ —— (1)

इसी प्रकार $\angle 5 = \angle 6$ (CPCT से)

उपरोक्त कोण एकांतर कोण है)



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

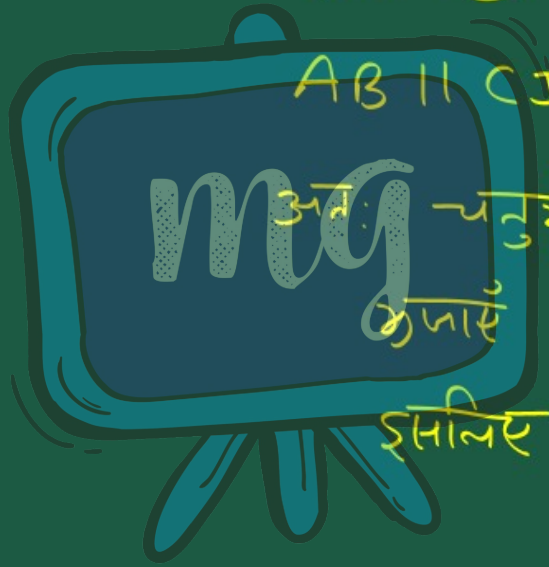
$AD \parallel BC$ ——— (2)

समी (1) व (2) से

$AB \parallel CD$ व $AD \parallel BC$

अतः चतुर्भुज ABCD की सम्मुख भुजाएँ समांतर है

इसलिए ABCD एक समांतर चतुर्भुज है।



Under CSR Support by ipca | Foundation

सीखने के प्रतिफल (Learning Outcomes)

missiongyan



1. एक समांतर चतुर्भुज में सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

2. समांतर चतुर्भुज के विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

Under CSR Support by ipca | Foundation

मूल्यांकन (Assessment)

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



1 यदि PQRS एक समांतर चतुर्भुज है तो x का मान ज्ञात कीजिए।

अ 150°

ब 50°

स 60°

द 120°

समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण बराबर



$\angle x = \angle y$

$\angle x = 60^\circ$

रैखिक युग्म से

$y + 120^\circ = 180^\circ$

$y = 60^\circ$

Under CSR Support by ipca | Foundation

मूल्यांकन (Assessment)

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



2 दिया गया है कि PQRS एक समांतर चतुर्भुज है, OQ/OR का अनुपात क्या है यदि PR = 10 सेमी और QS = 12 सेमी है?

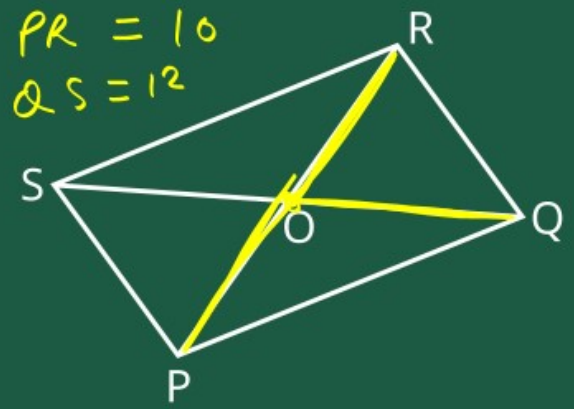
अ 1.2

ब 1.5

स 1.8

द 2

$\frac{OQ}{OR}$



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

समांतर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित है।

$OP = OR$

तथा $OS = OQ$

$\therefore PR = OP + OR$

$\underline{PR = OR + OR}$

$\Rightarrow 10 = 2\,OR$

$\Rightarrow$ $\underline{OR = 5}$ सेमी

$SQ = OS + OQ$

$= OQ + OQ$

$SQ = 2\,OQ$

$12 = 2\,OQ$

$\Rightarrow$ $\underline{OQ = 6}$ सेमी

$\Rightarrow$

$\frac{OQ}{OR} = \frac{6}{5}$

$= \underline{1.2}$