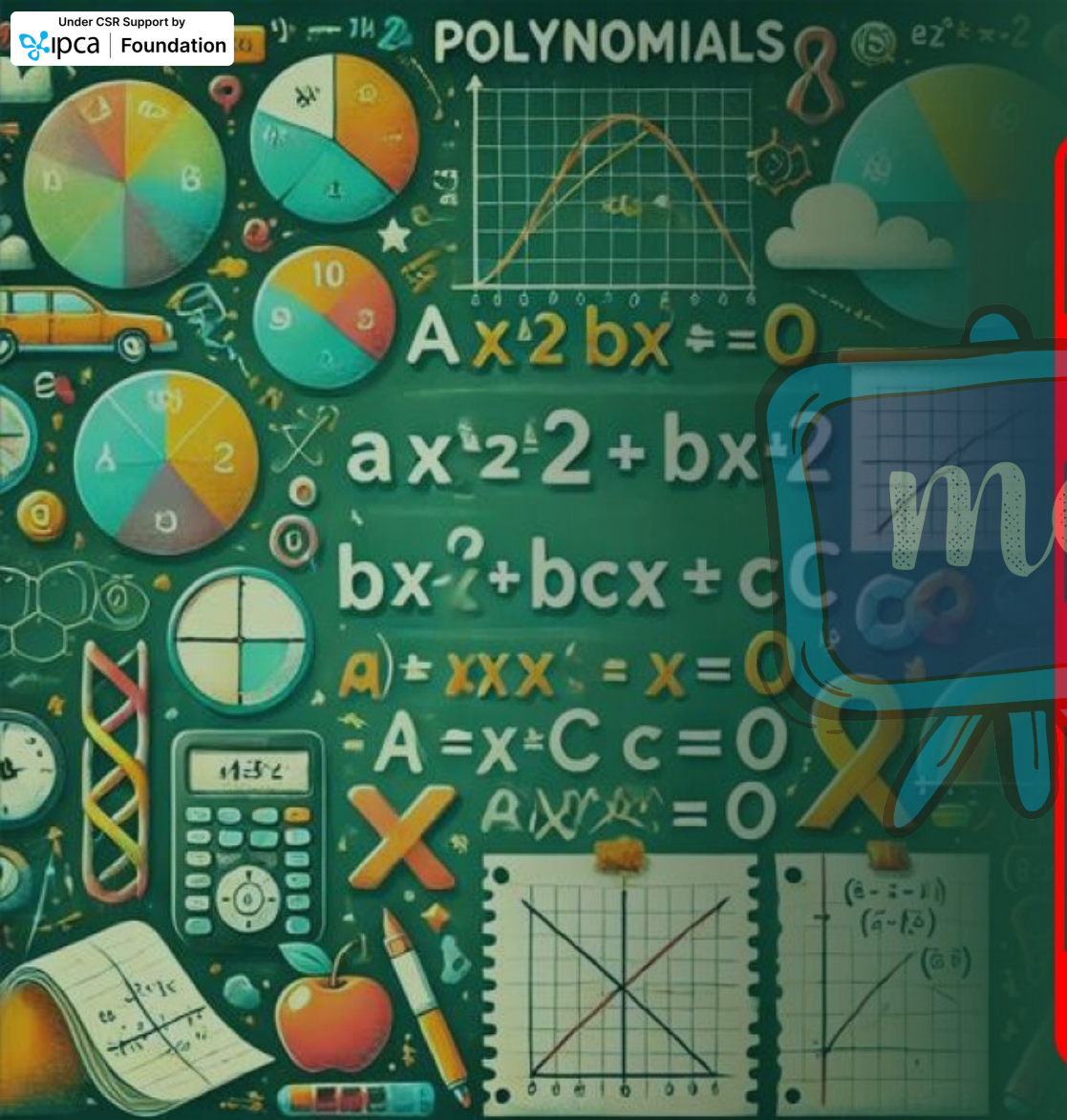
Under CSR Support by
ipca | Foundation



missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा - 9

गणित

अध्याय - 2

बहुपद

भाग - 4

बहुपदों का गुणनखंड

हर्ष गोयल

Under CSR Support by
ipca | Foundation

विवरण (Overview)



1. बहुपद का परिचय
2. बहुपदों के शून्यक
3. बहुपदों का गुणनखंड
4. बीजीय सर्वसमिकाएँ

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

योग्यता आधारित शिक्षण (Competency)



गुणनखंड प्रमेय के द्वारा बहुपदों का गुणनखंड

Under CSR Support by ipca Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

शेषफल प्रमेय

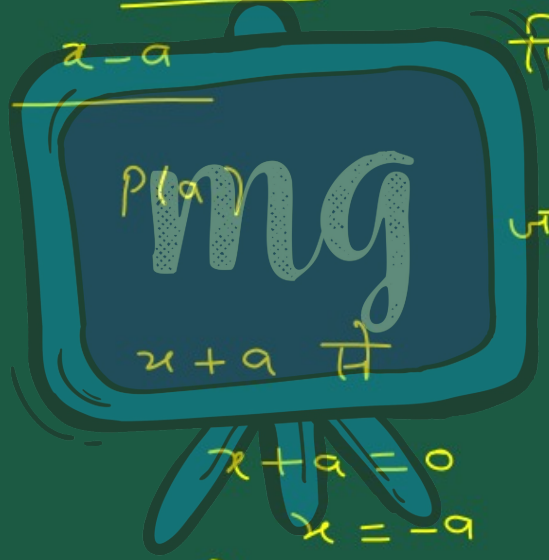
यदि एक बहुपद $P(x)$ जिसकी घात $\geq$ या 1 से अधिक है जब इसे रैखिक बहुपद $x-a$ से विभाजित करते हैं तो शेषफल $P(a)$ प्राप्त होता

$x-a=0$

$x=a$

$x-a$

$P(a)$



$x+a$ से

$x+a=0$

$x=-a$

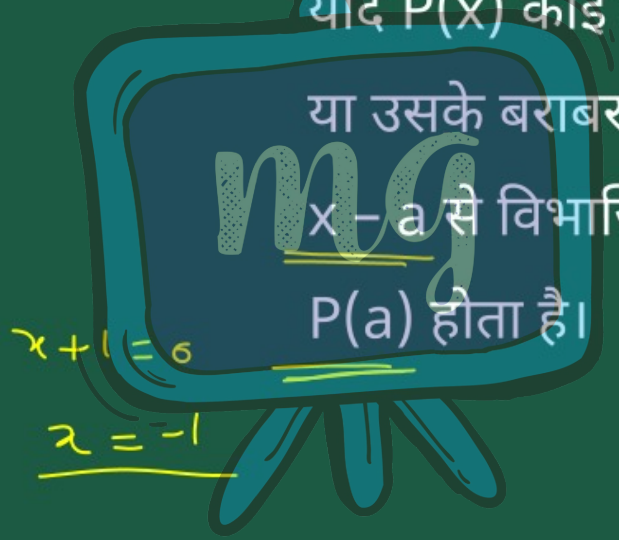
शेषफल $P(-a)$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

शेषफल प्रमेय

यदि P(x) कोई बहुपद है जिसकी घात 1 से अधिक या उसके बराबर है और यदि इसे रैखिक बहुपद x – a से विभाजित किया जाता है, तो शेषफल P(a) होता है।



$x+1=0$

$x=-1$

$P(x) = x^2 - 3x + 2$

$x+1$ से विभाजित

शेषफल $P(-1)$

$P(-1) = (-1)^2 - 3(-1) + 2$

$= 1 + 3 + 2 = 6$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

गुणनखंड प्रमेय

$\frac{6}{2}$

6

2 3

बहुपद $p(x)$ जिसकी घात 1 या 1 से अधिक

$n \geq 1$



$$\frac{p(x)}{x-a}$$

$\Rightarrow p(a) = 0$

(i) यदि $x-a$ बहुपद $p(x)$ का एक गुणनखंड है तो $p(a) = 0$

(ii) यदि $p(a) = 0$ हो तो $x-a$ बहुपद $p(x)$ का एक गुणनखंड होगा

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

गुणनखण्ड प्रमेय

यदि P(x) घात $n \geq 1$ वाला एक बहुपद हो और a कोई वास्तविक संख्या हो, तो

(i) (x – a), P(x) का एक गुणनखण्ड है, यदि P(a) = 0 हो, और

(ii) P(a) = 0 होता है, यदि x – a, P(x) का एक गुणनखण्ड हो।

Under CSR Support by ipca Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$p(x) = x^2 - 3x + 2$

$x - a$

$x = a$

$(x-2)$ गुणनखंड है।

$P(2) = 0$

$P(2) = (2)^2 - 3 \times 2 + 2$

$= 4 - 6 + 2$

$= 6 - 6$

$= 0$

$P(2) = 0$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

बहुपदों का गुणनखंड

$(\_\_)(\_\_)$

$x^2 - 3x + 2$

pq = x^2 का गुणांक (1)
× अचर पद

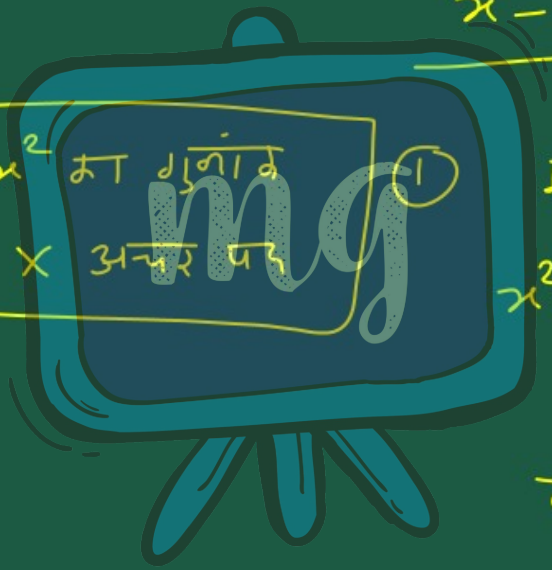
मध्य पद विभक्त करके

$x^2 - 3x + 2$

मध्य पद $= -3x$

दो संख्याएँ p तथा q इस प्रकार होगी $p + q = -3$

$pq = 2$



Under CSR Support by ipca | Foundation

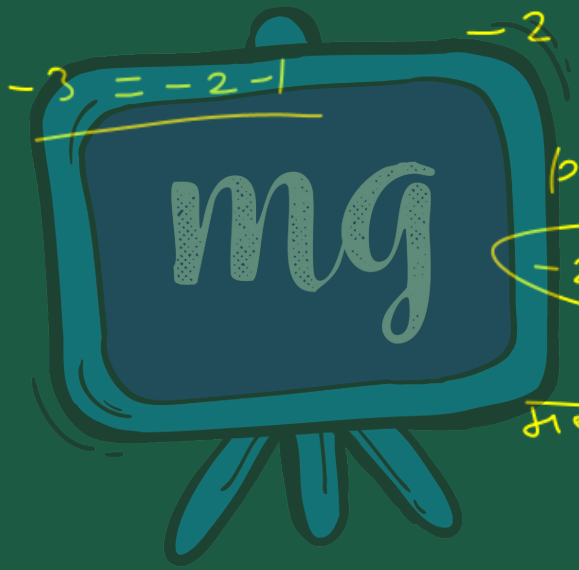
missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

2

$2 \times 1 = 2$

$-2 \times -1 = 2$

$-3 = -2 - 1$



$p + q = -3$

$-2 - 1 = -3$ $\quad (-2, -1)$

मध्य पद $= -3x$

$= -2x - x$

$p(x) = x^2 - 2x - x + 2$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$$x^2 - 2x - x + 2$$

$$= x(x-2) - 1(x-2)$$

$$x^2 - 3x + 2 = (x-2)(x-1)$$



Under CSR Support by ipca Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

गुणनखंड प्रमेय से

$p(x) = x^2 - 3x + 2$

2	2
1	1

$x^2 - 3x + 2$



तो इसके दो शून्यक होंगे

माना a तथा b

$x^2 - 3x + 2 = (x-a)(x-b)$

अचर पदों की तुलना से

$ab = 2$

(2, 1)

Under CSR Support by
ipca | Foundation

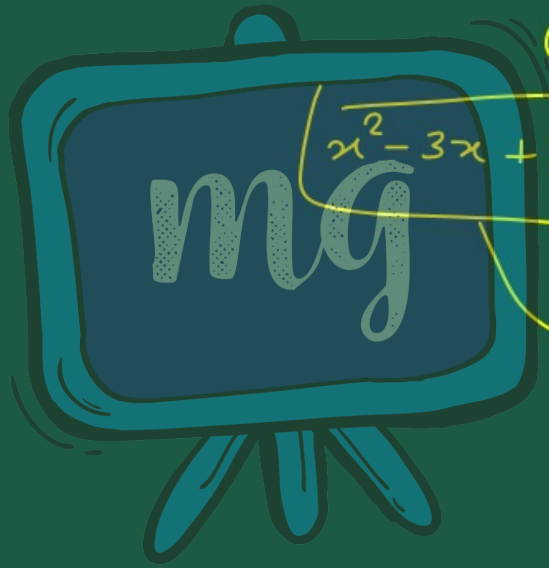
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$x^2 - 3x + 2 = (x-a)(x-b)$

a तथा b के लिए परिणाम

$(2, 1)$

$x^2 - 3x + 2 = (x-2)(x-1)$



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपदों का गुणनखंड

बहुपदों का गुणनखंडन बहुपदों को दो या अधिक बहुपदों के गुणनफल के रूप में व्यक्त करने की प्रक्रिया है।

उदाहरण के लिए, बहुपद $x^2 - x - 6$ को $(x-3)(x+2)$ के रूप में गुणनखंडित किया जा सकता है।

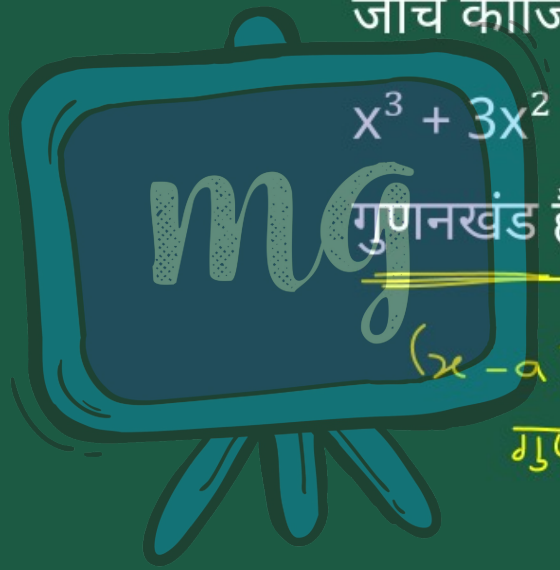
$$x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)$$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण 6 :

जाँच कीजिए कि $x + 2$ बहुपदों $x^3 + 3x^2 + 5x + 6$ और $2x + 4$ का एक गुणनखंड है या नहीं।



$(x - a)$, बहुपद $p(x)$ का एक गुणनखंड है तो $p(a) = 0$

Under CSR Support by ipca Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

माना $p(x) = x^3 + 3x^2 + 5x + 6$

$x+2$

गुणनखंड प्रमेय से

$p(-2) = (-2)^3 + 3(-2)^2 + 5(-2) + 6$

$= -8 + 12 - 10 + 6$

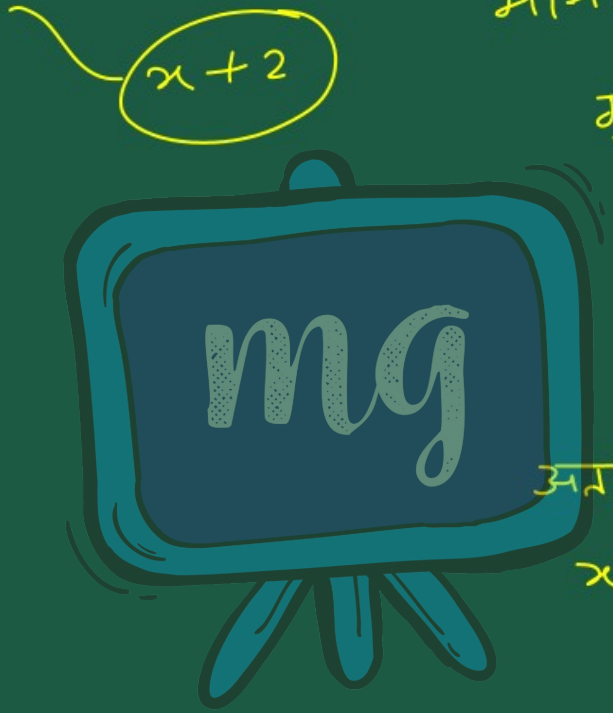
$= 18 - 18$

$p(-2) = 0$

अतः गुणनखंड प्रमेय से हम कह सकते हैं कि $x+2$, बहुपद $p(x)$ का एक गुणनखंड है।

Under CSR Support by ipca Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



माना $g(x) = 2x + 4$

गुणनखंड प्रमेय से

$g(-2) = 2(-2) + 4$

$= -4 + 4$

$g(-2) = 0$

अतः गुणनखंड प्रमेय से

$x + 2$, बहुपद $2x + 4$ का

एक गुणनखंड है।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण 7 :

$p(a) = 0$

यदि $x - 1$, $4x^3 + 3x^2 - 4x + k$ का एक गुणनखंड है, तो k का मान ज्ञात कीजिए ।



माना $p(x) = 4x^3 + 3x^2 - 4x + k$

गुणनखंड प्रमेय से

यदि $x - 1$, बहुपद $p(x)$ का एक गुणनखंड है तो $p(1) = 0$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



$p(1) = 0$

$4(1)^3 + 3(1)^2 - 4(1) + k = 0$

$4 + 3 - 4 + k = 0$

$3 + k = 0$

$k = -3$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

सीखने के प्रतिफल (Learning Outcomes)



1. शेषफल प्रमेय
2. गुणनखंड प्रमेय
3. गुणनखंड प्रमेय के द्वारा बहुपदों का गुणनखंड

Under CSR Support by ipca | Foundation

मूल्यांकन (Assessment)

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



1 $x^4 - 3x^2 + 2x + 1$ को $x - 1$ से विभाजित करने पर शेषफल आयेगा :

अ 1

ब 2

स −1

द 0

शेषफल प्रमेय से

$p(1)$

माना $p(x) = x^4 - 3x^2 + 2x + 1$

शेषफल $p(1) = (1)^4 - 3(1)^2 + 2(1) + 1$

$= 1 - 3 + 2 + 1$

$= 4 - 3$

$= 1$

Under CSR Support by ipca | Foundation

मूल्यांकन (Assessment)



2 यदि $x + 3$ बहुपद $3x^2 + kx + 6$ का एक गुणनखंड है तो k का मान होगा–

अ $k = 10$

ब $k = 11$

स $k = -5$

द $k = -15$

माना $p(x) = 3x^2 + kx + 6$

गुणनखंड प्रमेय से

$p(-3) = 0$

$3(-3)^2 + k(-3) + 6 = 0$

$\Rightarrow 27 - 3k + 6 = 0$

$\Rightarrow 3k = 33$

$\Rightarrow k = 11$

Under CSR Support by ipca | Foundation

मूल्यांकन (Assessment)

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



3 बहुपद $x^2 - 16x + 30$ में से क्या घटाया जाए कि $x - 15$ बहुपद का एक गुणनखंड हो–

अ 30

ब 14

स 15

द 16

माना $p(x) = x^2 - 16x + 30$

$x - 15$, बहुपद $p(x)$ का एक गुणनखंड है

$p(15) = 0$

$p(15) = (15)^2 - 16 \times 15 + 30$

$= 225 - 240 + 30$

$= 255 - 240$

$= 15$

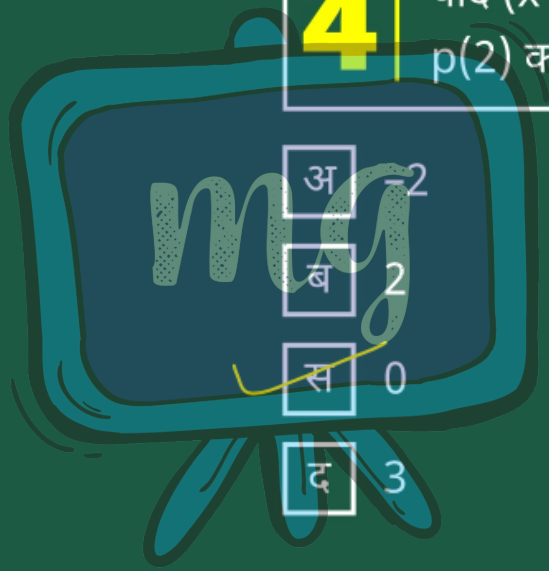
Under CSR Support by ipca | Foundation

मूल्यांकन (Assessment)

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



4 यदि (x – 2) बहुपद p(x) का एक गुणनखंड है तो p(2) का मान होगा :



गुणनखंड प्रमेय से
यदि $x-2$, बहुपद $p(x)$
का एक गुणनखंड है
तो $p(2)=0$