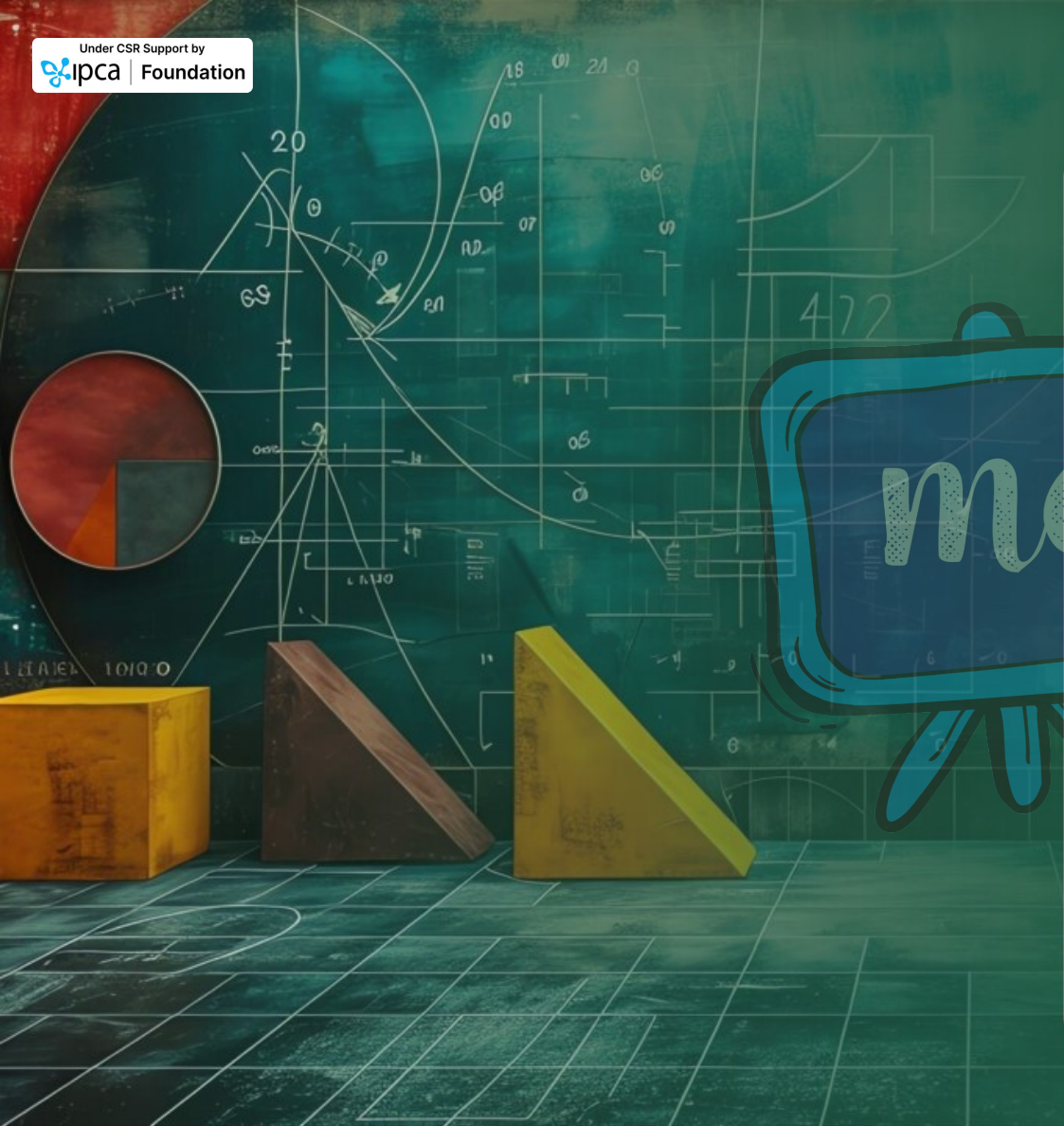
Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



कक्षा - 11

गणित

अध्याय – 2

संबंध एवं फलन

भाग – 6

उदाहरण : 10 से 17

हर्ष गोयल

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण – 10

मान लीजिए कि N प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है और N पर परिभाषित एक संबंध R इस प्रकार है कि

$R = \{(x, y) : y = 2x, x, y \in N\}$.

R के प्रांत, सहप्रांत तथा परिसर क्या हैं? क्या यह संबंध, एक फलन है?

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$$R = \{(x, y) : y = 2x, \; x, y \in N\}$$

$N \to N$

$y = 2x$

$x \in N$

$A \to B$

$x = 1, 2, 3, 4, \ldots$

$y = 2, 4, 6, 8, \ldots$

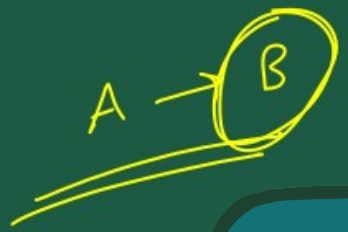
$R = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8) \ldots\}$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

प्रांत = $\mathbb{N}$

= प्राकृत संख्याओं का समुच्चय





सह प्रांत = $\mathbb{N}$

परिसर = $\{2, 4, 6, 8, 10 \ldots\ldots\}$

= सम प्राकृत संख्याओं का समुच्चय

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$N \rightarrow N$

N के प्रत्येक अवयव का N में केवल और केवल एक प्रतिबिंब है।

अतः दिया गया संबंध फलन है।



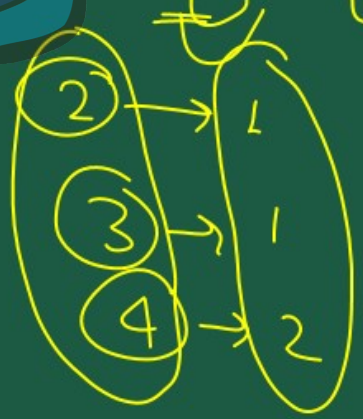
Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण – 11

नीचे दिए संबंधों में से प्रत्येक का निरीक्षण कीजिए और प्रत्येक दशा में कारण सहित बतलाइए कि क्या यह फलन है अथवा नहीं?

(i) $R = \{(2, 1), (3, 1), (4, 2)\}$



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

2, 3, 4 में केवल

और केवल एक प्रतिबिंब

है।

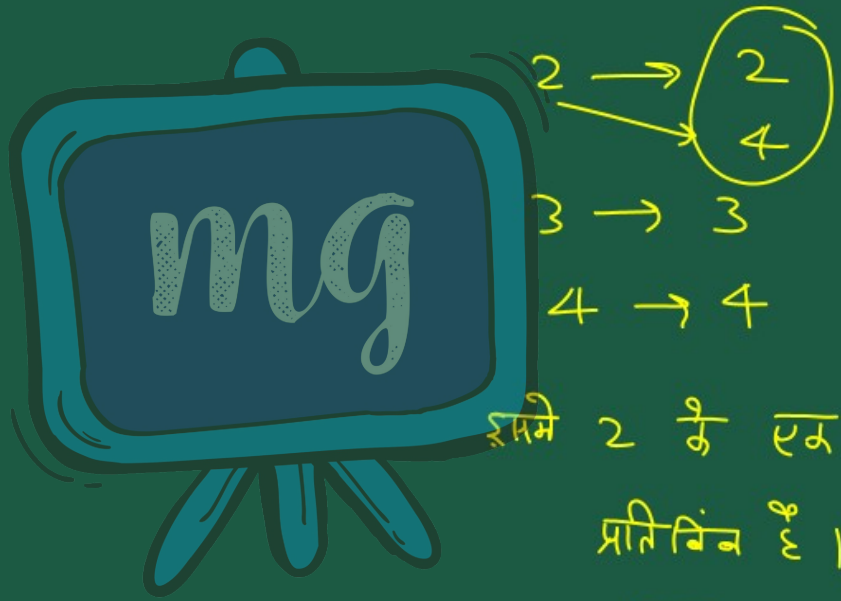
अतः यह संबंध फलन है।



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

(ii) $R = \{(2, 2), (2, 4), (3, 3), (4, 4)\}$



इसमें 2 के एक से ज्यादा (2) प्रतिबिंब हैं। अतः यह फलन नहीं है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

(iii) R = {(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 7)}



1 → 2
2 → 3
3 → 4
4 → 5
5 → 6
6 → 7

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



1, 2, 3, 4, 5, 6 के केवल और केवल एक प्रतिबिंब है।

अतः यह संबंध फलन है

↓

एक

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण – 12

मान लीजिए कि N वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है। $f : N \rightarrow N, f(x) = 2x + 1$, द्वारा परिभाषित एक वास्तविक मान फलन है। इस परिभाषा का प्रयोग करके, नीचे दी गई सारणी को पूर्ण कीजिए।

X	1	2	3	4	5	6	7
Y	f (1)=..	f (2)=..	f (3)=..	f (4)=..	f (5)=..	f (6)=..	f (7)=..

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

X	1	2	3	4	5	6	7
Y	3	5	7	9	11	13	15

$f(x) = 2x + 1$

$x = 1$, $f(1) = 2(1) + 1$

$= 2 + 1 = 3$

$x = 2$, $f(2) = 2(2) + 1$

$= 4 + 1 = 5$

$x = 3$, $f(3) = 2(3) + 1$

$= 6 + 1 = 7$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$f(x) = 2x + 1$

$x = 4$,

$f(4) = 2(4) + 1$

$= 8 + 1 = 9$



$x = 5$,

$f(5) = 2(5) + 1$

$= 10 + 1 = 11$

$x = 6$,

$f(6) = 2(6) + 1$

$= 12 + 1 = 13$

$x = 7$,

$f(7) = 2(7) + 1$

$= 14 + 1 = 15$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण – 13

$y=f(x) = x^2$, $x \in R$ द्वारा फलन $f: R \to R$, की परिभाषा कीजिए। इस परिभाषा का प्रयोग करके नीचे दी गई तालिका को पूरा कीजिए। इस फलन का प्रांत तथा परिसर क्या है? f का आलेख भी खीचिए।

x	– 4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
$y = f(x) = x^2$									

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = f(x) = x^2$	16	9	4	1	0	1	4	9	16



$f(x) = x^2$

$f: R \to R$

प्रत्येक वास्तविक संख्या का केवल और केवल एक प्रतिबिंब है

अतः यह एक फलन है

$2 \to 4$

$-1 \to 1$

$0 \to 0$

$3 \to 9$

$4 \to 16$

$-5 \to 25$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$f(x) = x^2$

$f: R \to R$

$x \in R$

प्रांत = R

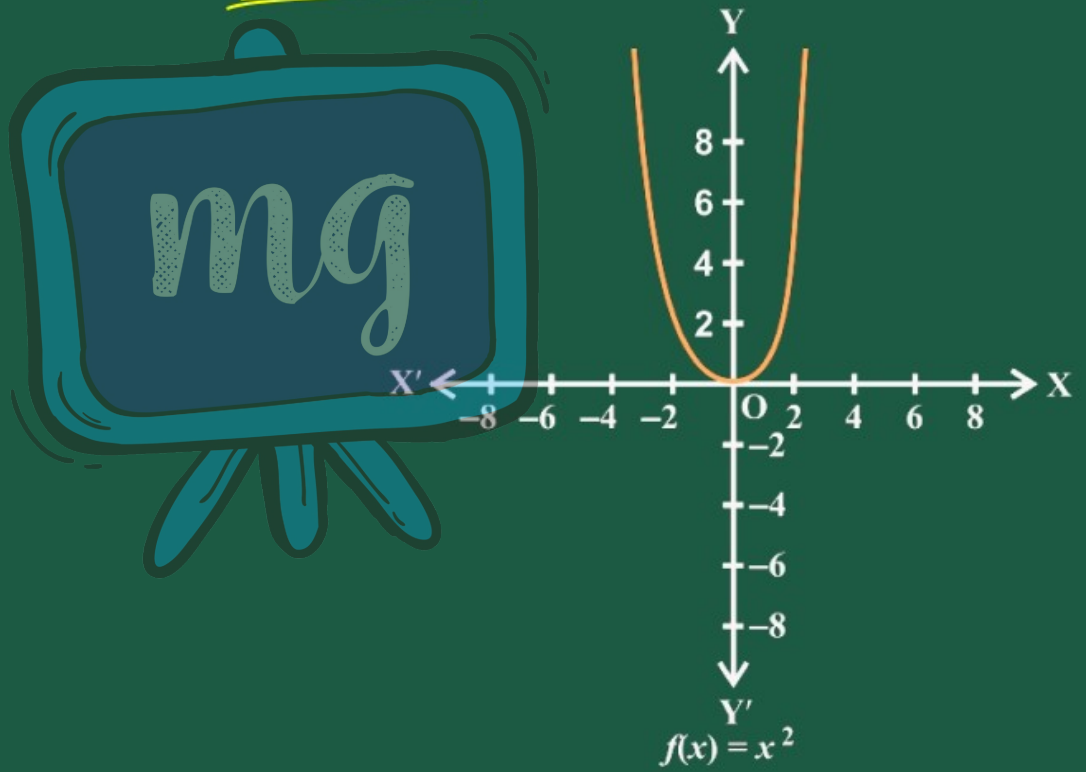


-ve ✗

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$f(x) = x^2$



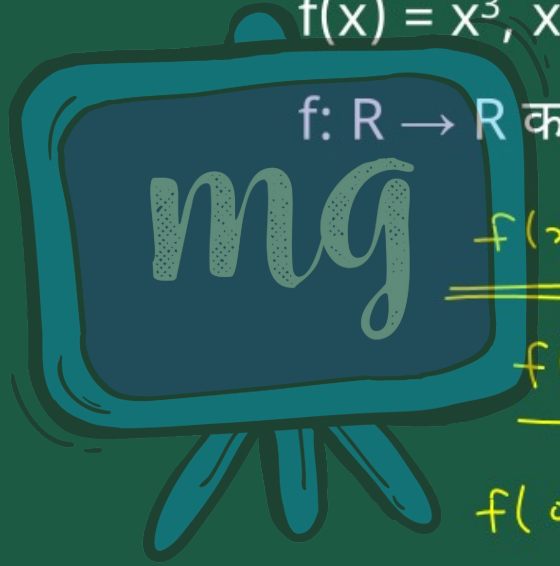
Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण – 14

$f(x) = x^3$, $x \in R$ द्वारा परिभाषित फलन

$f: R \to R$ का आलेख खींचिए।



$f(x) = x^3$

$f(-x) = -x^3$

$f(0) = 0$ $\quad f(1) = 1$

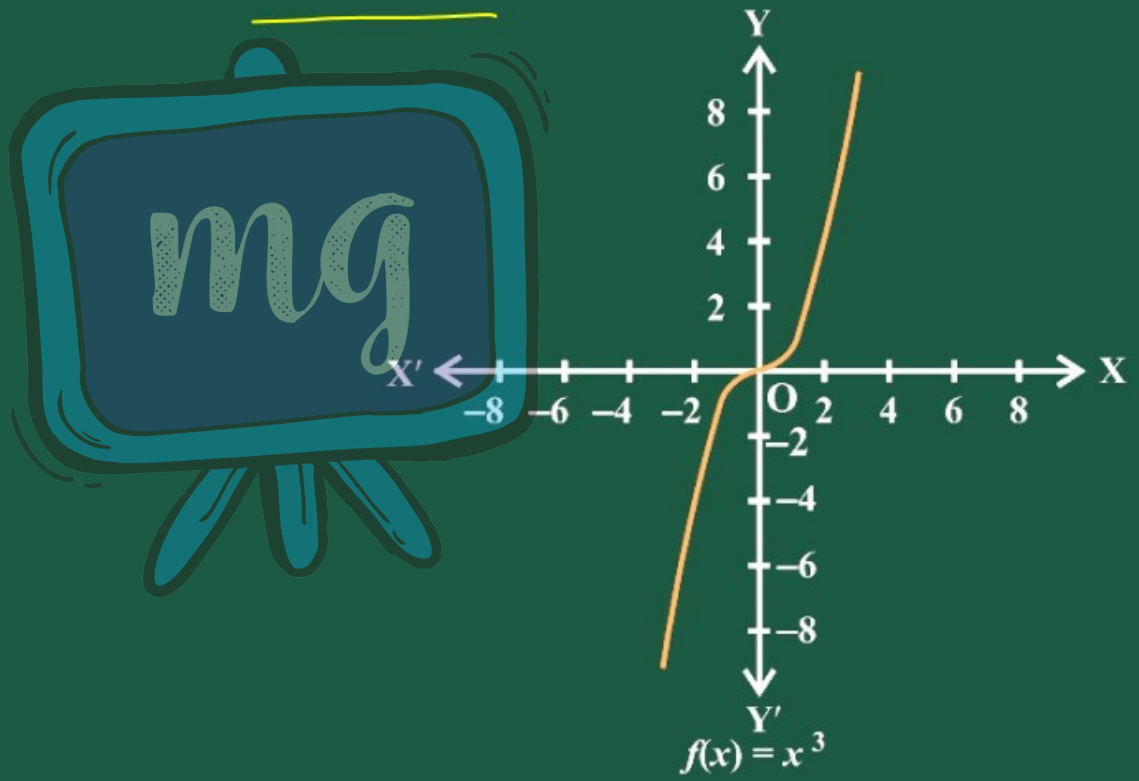
$f(-1) = -1$ $\quad f(2) = 8$

$f(-2) = -8$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$f(x) = x^3$



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण – 15

एक वास्तविक मान फलन $f: R - \{0\} \rightarrow R$ की परिभाषा $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \in R - \{0\}$ द्वारा कीजिए। इस परिभाषा का प्रयोग करके निम्नलिखित तालिका को पूर्ण कीजिए। इस फलन का प्रांत तथा परिसर क्या हैं?

x	–2	–1.5	–1	–0.5	–0.25	–0.5	1	1.5	2
$y = \frac{1}{x}$	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

X	-2	-1.5	-1	-0.5	-0.25	-0.5	1	1.5	2
$y = \frac{1}{x}$	-0.5	-0.67	-1	-2	-4	-2	1	0.67	0.5

$f(x) = \frac{1}{x}$, $x \in R - \{0\}$

$x = -2$, $f(-2) = \frac{1}{-2} = -0.5$

$x = -1.5$, $f(-1.5) = \frac{-1}{1.5} = \frac{-10}{15} = -0.67$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$f(x) = \frac{1}{x}$

$x = -1$ पर $\quad f(-1) = \frac{1}{-1} = -1$



$x = -0.5$ पर $\quad f(-0.5) = \frac{1}{-0.5}$

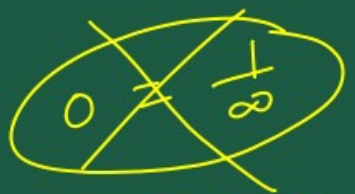
$= \frac{-10}{5} = -2$

$x = -0.25$ पर

$f(-0.25) = \frac{1}{-0.25} = -4$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



$f(x) = \frac{1}{x}$, $x \in R - \{0\}$

$f: R - \{0\} \to R$

$f(x) = \frac{1}{x}$

$0 \qquad x = \infty$

प्रांत $= R - \{0\}$

$x = 1$

परिसर $= R - \{0\}$

$f(1) = 1$

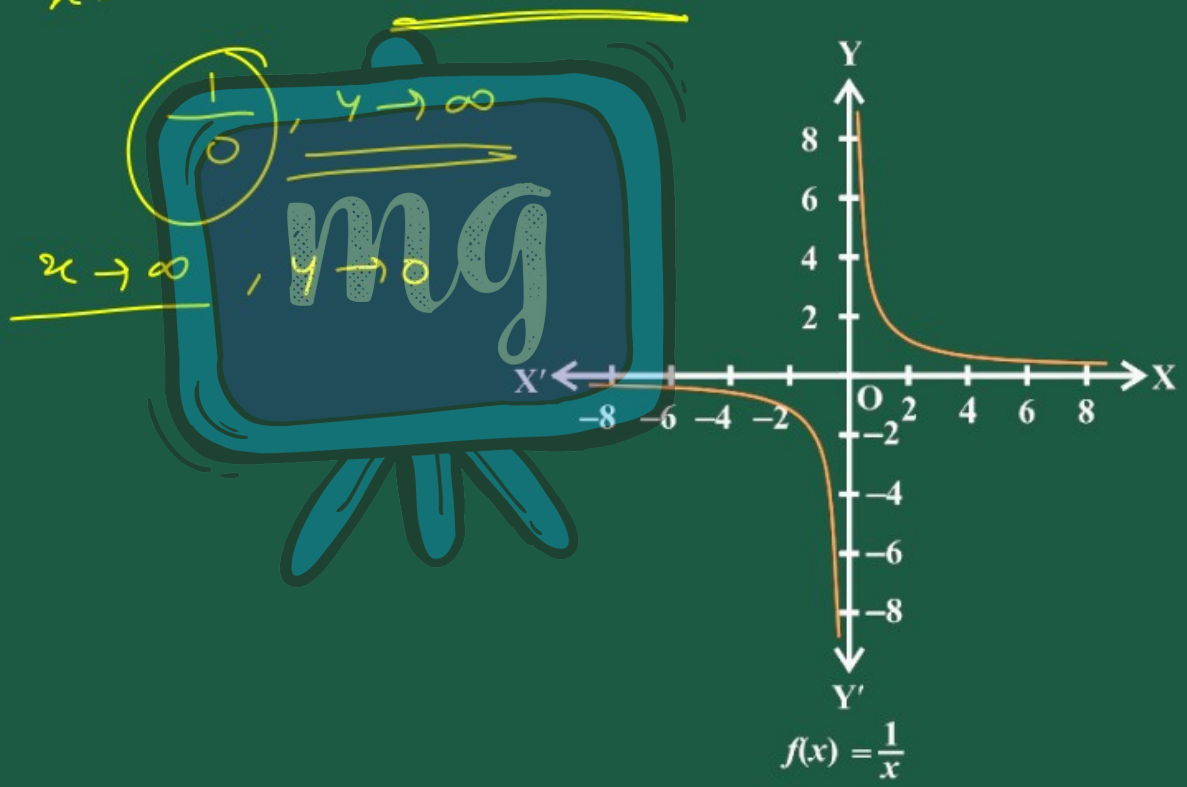
$x = \frac{1}{2}$

$f(\frac{1}{2}) = 2$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$$f(x) = \frac{1}{x}, x \in \mathbf{R} - \{0\}$$



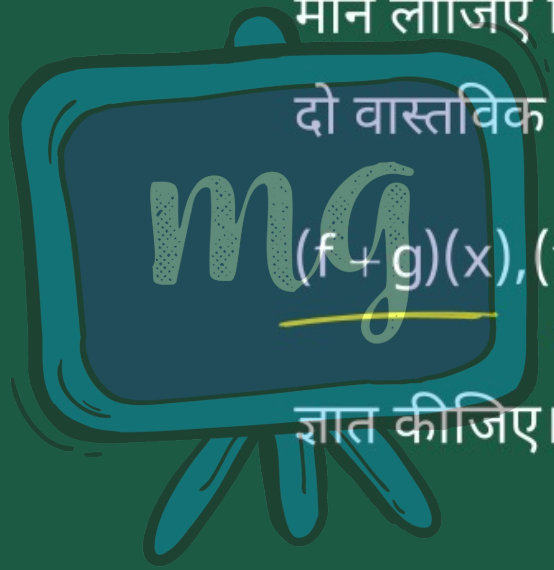
Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण – 16

मान लीजिए कि $f(x) = x^2$ तथा $g(x) = 2x + 1$ दो वास्तविक फलन हैं।

$(f+g)(x), (f-g)(x), (fg)(x), \left(\frac{f}{g}\right)(x)$ ज्ञात कीजिए।



Under CSR Support by
ipca | Foundation

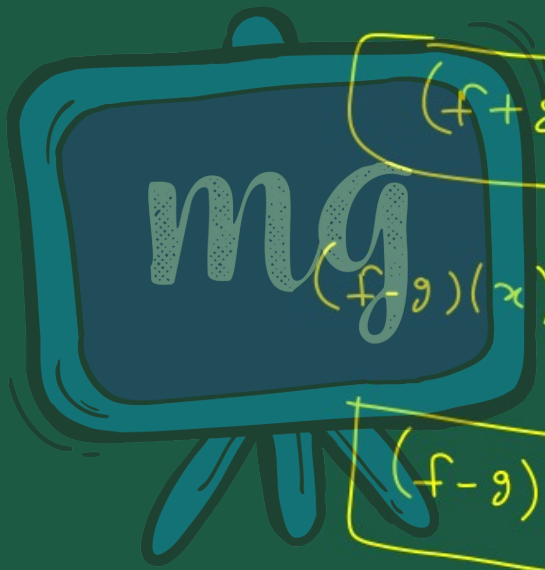
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$f(x) = x^2$, $g(x) = 2x + 1$

$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

$= x^2 + 2x + 1$

$(f+g)(x) = x^2 + 2x + 1$



$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$

$= x^2 - (2x + 1)$

$(f-g)(x) = x^2 - 2x - 1$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

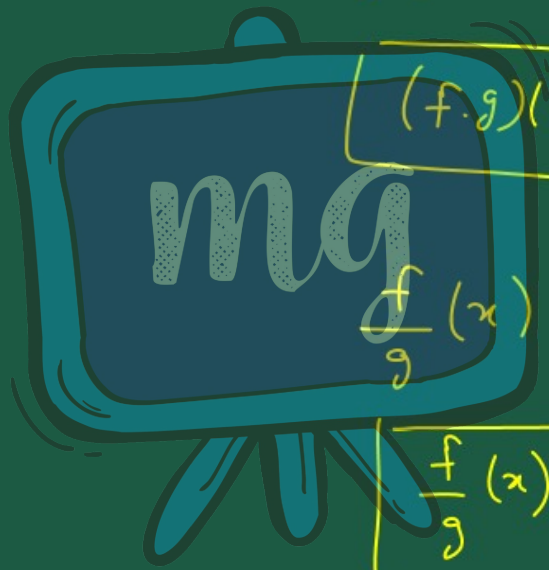
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$f(x) = x^2$, $g(x) = 2x + 1$

$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

$= x^2 (2x+1)$

$(f \cdot g)(x) = 2x^3 + x^2$



$\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

$\frac{f}{g}(x) = \frac{x^2}{2x+1}$

$2x + 1 \neq 0$

$x \neq -\frac{1}{2}$

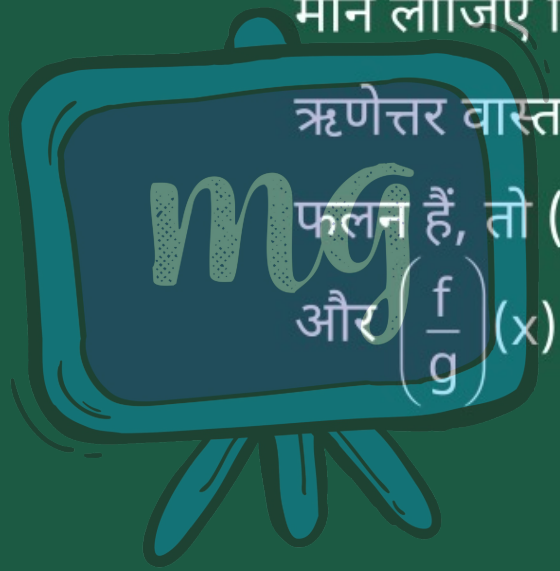
Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण – 17

मान लीजिए कि $f(x) = \sqrt{x}$ तथा $g(x) = x$

ऋणेत्तर वास्तविक संख्याओं के लिए परिभाषित दो फलन हैं, तो $(f + g)(x)$, $(f - g)(x)$ $(fg)(x)$ और $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$ ज्ञात कीजिए।



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x$

$(f+g)(x) = f(x) + g(x)$

$= \sqrt{x} + x$

$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$

$= \sqrt{x} - x$

$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

$= \sqrt{x} \cdot x$

$= x^{\frac{1}{2}} \cdot x^1 = x^{1+\frac{1}{2}}$

$f \cdot g(x) = x^{\frac{3}{2}}$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$



$$= \frac{\sqrt{x}}{x}$$

$$= \frac{x^{\frac{1}{2}}}{x}$$

$$= x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{-1}$$

$$= x^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} \qquad x \neq 0$$