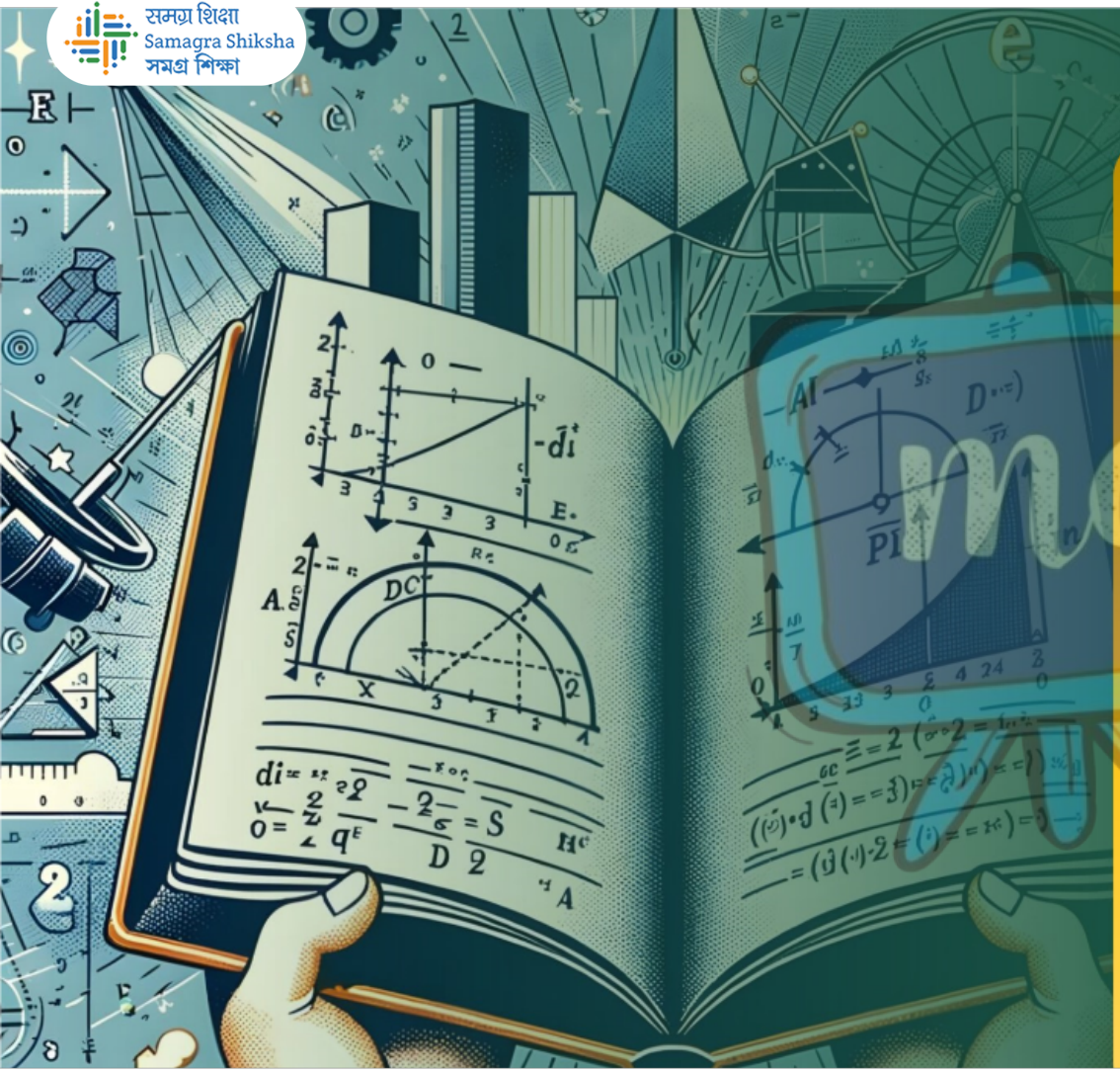
समग्र शिक्षा
Samagra Shiksha
সমগ্ৰ শিক্ষা

Under CSR Support by
ipca | Foundation



# দশম শ্ৰেণীৰ বাবে

## গণিত

### অধ্যায় - ৮

# ত্ৰিকোণমিতিৰ পৰিচয়

### অংশ – ১০

ত্ৰিকোণমিতিক অভেদাৱলী

অন্তৰা বেনার্জী

# ত্রিকোণমিতিক অভেদাৱলী

কোনো কোণৰ ত্রিকোণমিতিক অনুপাত জড়িত থকা এটা সমীকৰণক ত্রিকোণমিতিক অভেদ বুলি কোৱা হব যদিহে কোণৰ সকলো মানৰ বাবেই ই সত্য হয়।

☛ তিনিটা ত্রিকোণমিতিক পৰিচয় আছে।

সমগ্র শিক্ষা
Samagra Shiksha
সমগ্র শিক্ষা

Under CSR Support by
ipca | Foundation

| 1. | $\cos^2 A + \sin^2 A = 1$ |
|---|---|

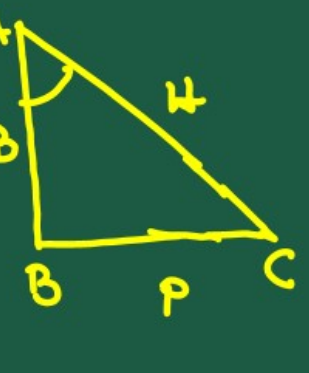
ABC সমকোণী ত্রিভুজ হলে,

$AC^2 = AB^2 + BC^2$ [পাইথাগোরাসের উপপাদ্য মতে]

$\Rightarrow \frac{AC^2}{AC^2} = \frac{AB^2}{AC^2} + \frac{BC^2}{AC^2}$

$\Rightarrow 1 = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 + \left(\frac{BC}{AC}\right)^2$

$\Rightarrow 1 = \cos^2 A + \sin^2 A$, $0 \leq A \leq 90^\circ$



समग्र शिक्षा
Samagra Shiksha
সমগ্র শিক্ষা

Under CSR Support by
ipca | Foundation

## 2. $1 + \tan^2 A = \sec^2 A$

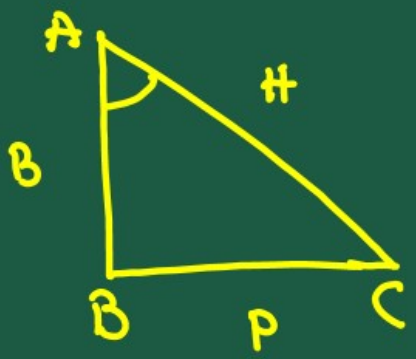
ABC সমকোণী ত্রিভুজের –

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\Rightarrow \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{AB^2}{AB^2} + \frac{BC^2}{AB^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{AC}{AB}\right)^2 = 1 + \left(\frac{BC}{AB}\right)^2$$

$$\Rightarrow \sec^2 A = 1 + \tan^2 A$$




$\frac{H}{B}$ $\frac{P}{B}$

সমগ্র শিক্ষা
Samagra Shiksha
সমগ্র শিক্ষা

Under CSR Support by
ipca | Foundation

## 3. $\cot^2 A + 1 = \operatorname{cosec}^2 A$

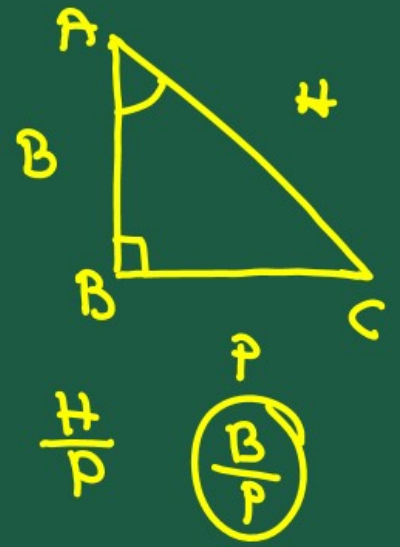
ABC সমকোণী ত্রিভুজ,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$\Rightarrow \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{AB^2}{BC^2} + \frac{BC^2}{BC^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{AC}{BC}\right)^2 = \left(\frac{AB}{BC}\right)^2 + 1$$

$$\Rightarrow \operatorname{Cosec}^2 A = \operatorname{Cot}^2 A + 1$$

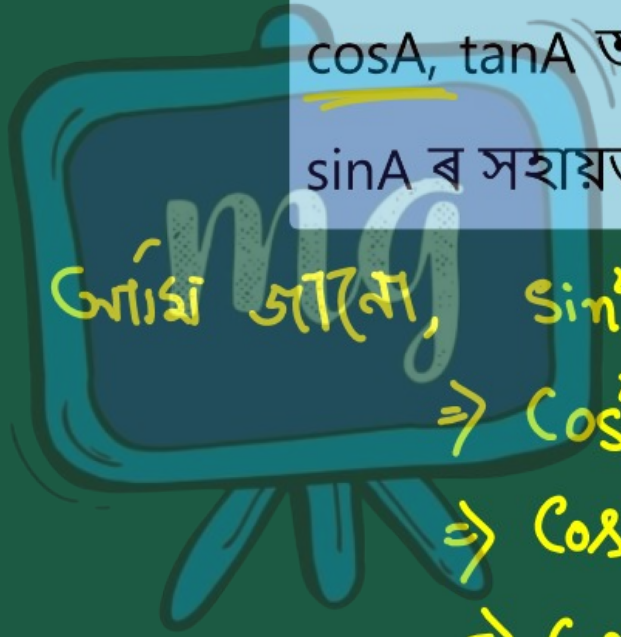


সমগ্র শিক্ষা
Samagra Shiksha
সমগ্র শিক্ষা

Under CSR Support by
ipca | Foundation

# উদাহৰণ - 12

cosA, tanA আৰু secA অনুপাত কেইটাক sinA ৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰা।



আমি জানো, $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$\Rightarrow \cos^2 A = 1 - \sin^2 A$

$\Rightarrow \cos A = \pm\sqrt{1 - \sin^2 A}$

$\Rightarrow \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$

समग्र शिक्षा
Samagra Shiksha
समग्र शिक्षा

Under CSR Support by
ipca | Foundation

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$= \frac{\sin A}{\sqrt{1 - \sin^2 A}}$$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 A}}$$

समग्र शिक्षा
Samagra Shiksha
সমগ্র শিক্ষা

Under CSR Support by
ipca | Foundation

# উদাহৰণ - 13

প্ৰমাণ কৰা যে

secA (1 – sinA)(secA + tanA) = 1.

$$LHS = \sec A(1-\sin A)(\sec A+\tan A)$$

$$= \frac{1}{\cos A}(1-\sin A)\left(\frac{1}{\cos A}+\frac{\sin A}{\cos A}\right)$$

$$= \left(\frac{1-\sin A}{\cos A}\right)\left(\frac{1+\sin A}{\cos A}\right)$$

समग्र शिक्षा
Samagra Shiksha
समग्र शिक्षा

Under CSR Support by
ipca | Foundation

$$= \frac{(1 - \sin A)(1 + \sin A)}{\cos A \cdot \cos A}$$

$$= \frac{1 - \sin^2 A}{\cos^2 A}$$

$$= \frac{\cos^2 A}{\cos^2 A}$$

$$= 1$$

$$= \text{RHS}.$$

$(a+b)(a-b)$
$a^2 - b^2$

$\cos^2 A + \sin^2 A = 1$

$\Rightarrow \cos^2 A = 1 - \sin^2 A$

समग्र शिक्षा
Samagra Shiksha
সমগ্র শিক্ষা

Under CSR Support by
ipca | Foundation

# উদাহৰণ - 14

প্ৰমাণ কৰা যে, $\frac{\cot A - \cos A}{\cot A + \cos A} = \frac{\operatorname{cosec} A - 1}{\operatorname{cosec} A + 1}$

$$\text{LHS.} = \frac{\cot A - \cos A}{\cot A + \cos A}$$

$$= \frac{\frac{\cos A}{\sin A} - \cos A}{\frac{\cos A}{\sin A} + \cos A}$$

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$$

समग्र शिक्षा
Samagra Shiksha
समग्र शिक्षा

Under CSR Support by
ipca | Foundation

$$= \frac{\dfrac{\cos A - \sin A \cdot \cos A}{\cancel{\sin A}}}{\dfrac{\cos A + \sin A \cdot \cos A}{\cancel{\sin A}}}$$

$$= \frac{\cos A - \sin A \cdot \cos A}{\cos A + \sin A \cdot \cos A}$$

$$= \frac{\cancel{\cos A}(1 - \sin A)}{\cancel{\cos A}(1 + \sin A)}$$

समग्र शिक्षा
Samagra Shiksha
समग्र शिक्षा

Under CSR Support by
ipca | Foundation

$$= \frac{1 - \sin A}{1 + \sin A}$$

$$= \frac{\frac{1}{\sin A} - \frac{\sin A}{\sin A}}{\frac{1}{\sin A} + \frac{\sin A}{\sin A}}$$

$$= \frac{\operatorname{cosec} A - 1}{\operatorname{cosec} A + 1}$$

$$= \text{R.H.S.}$$

समग्र शिक्षा
Samagra Shiksha
সমগ্ৰ শিক্ষা

Under CSR Support by
ipca | Foundation

# উদাহৰণ - 15

$\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

এই অভেদটোৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰা যে

$$\frac{\sin\theta - \cos\theta + 1}{\sin\theta + \cos\theta - 1} = \frac{1}{\sec\theta - \tan\theta}$$

$$\text{LHS.} = \frac{\sin\theta - \cos\theta + 1}{\sin\theta + \cos\theta - 1}$$

$$= \frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} - \frac{\cos\theta}{\cos\theta} + \frac{1}{\cos\theta}}{\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\cos\theta} - \frac{1}{\cos\theta}}$$

$$= \frac{\tan\theta - 1 + \sec\theta}{\tan\theta + 1 - \sec\theta}$$

$$= \frac{(\tan\theta + \sec\theta - 1)(\tan\theta - \sec\theta)}{(\tan\theta - \sec\theta + 1)(\tan\theta - \sec\theta)}$$

$$= \frac{(\tan\theta + \sec\theta)(\tan\theta - \sec\theta) - (\tan\theta - \sec\theta)}{(\tan\theta - \sec\theta + 1)(\tan\theta - \sec\theta)}$$

$$= \frac{(\tan^2\theta - \sec^2\theta) - (\tan\theta - \sec\theta)}{(\tan\theta - \sec\theta + 1)(\tan\theta - \sec\theta)}$$

समग्र शिक्षा
Samagra Shiksha
समग्र शिक्षा

Under CSR Support by
ipca | Foundation

$$\frac{-1-(\tan\theta-\sec\theta)}{(\tan\theta-\sec\theta+1)(\tan\theta-\sec\theta)}$$

$\sec^2\theta = 1+\tan^2\theta$

$\Rightarrow \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$\Rightarrow -(\tan^2\theta - \sec^2\theta) = 1$

$\Rightarrow \tan^2\theta - \sec^2\theta = -1$

$$= \frac{(-1-\tan\theta+\sec\theta)}{(\tan\theta-\sec\theta+1)(\tan\theta-\sec\theta)}$$

$$= \frac{-(\tan\theta-\sec\theta+1)}{(\tan\theta-\sec\theta+1)(\tan\theta-\sec\theta)}$$

$$= \frac{-1}{\tan\theta-\sec\theta} = \frac{1}{-(\sec\theta-\tan\theta)} = \frac{1}{\sec\theta-\tan\theta} = \text{RHS}.$$

# মূল্যায়ন



**1** | যদি $\sin A + \sin^2 A = 1$ তেন্তে $\cos^2 A = ?$

A $\sin A$

B $1 + \sin^2 A$

C $2$

D $\sin^2 A$

$\sin A + \sin^2 A = 1$

$\Rightarrow \sin A = 1 - \sin^2 A$

$\Rightarrow \sin A = \cos^2 A$

# মূল্যায়ন





**2** $\cos^2\theta - \frac{1}{1+\tan^2\theta}$ ৰ মান হ'ল —

A $\sqrt{3}$

B 1

C 0

D $\frac{1}{2}$

$\cos^2\theta - \frac{1}{1+\tan^2\theta}$

$= \cos^2\theta - \frac{1}{\sec^2\theta}$

$= \cos^2\theta - \cos^2\theta$

$= 0$

# মূল্যায়ন





**3** $\frac{1}{\sec\theta - \tan\theta}$ ৰ সমান —

A $\sec\theta - \tan\theta$

B $\tan\theta$

C $\sec\theta + \tan\theta$

D $\sec\theta$

$$\frac{1}{\sec\theta - \tan\theta}$$

$$= \frac{1 \times (\sec\theta + \tan\theta)}{(\sec\theta - \tan\theta)(\sec\theta + \tan\theta)}$$

$$= \frac{\sec\theta + \tan\theta}{\sec^2\theta - \tan^2\theta}$$

$$= \sec\theta + \tan\theta$$