नामांक Roll No.

No. of Questions – 28
No. of Printed Pages – 16

SS-15-Mathematics

गणित (MATHEMATICS)

उच्च माध्यमिक परीक्षा, 2021

समय : 3¼ घण्टे

पूर्णांक : 80

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश :

GENERAL INSTRUCTIONS TO THE EXAMINEES :

(1) परीक्षार्थी सर्वप्रथम अपने प्रश्न-पत्र पर नामांक अनिवार्यतः लिखें ।

Candidate must write first his / her Roll No. on the question paper compulsorily.

(2) सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं ।

All the questions are compulsory.

(3) प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें ।

Write the answer to each question in the given answer-book only.

(4) जिन प्रश्नों में आन्तरिक खण्ड हैं, उन सभी के उत्तर एक साथ ही लिखें ।

For questions having more than one part, the answers to those parts are to be written together in continuity.

(5) प्रश्न-पत्र के हिन्दी व अंग्रेजी रूपांतरण में किसी प्रकार की त्रुटि/अंतर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही मानें ।

If there is any error / difference / contradiction in Hindi & English version of the question paper, the question of Hindi version should be treated valid.

(6) प्रश्न का उत्तर लिखने से पूर्व प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें ।

Write down the serial number of the question before attempting it.

(7) प्रश्नों का अंक भार निम्नानुसार है :

Weightage of marks for the question is as follows :

खण्ड	प्रश्नों की संख्या	कुल अंक भार	अंक प्रत्येक प्रश्न
खण्ड-अ (A)	1 (i to x), 2 to 11 = 20	20	1
खण्ड-ब (B)	12 to 19 = 8	16	2
खण्ड-स (C)	20 to 23 = 4	16	4
खण्ड-द (D)	24 to 25 = 2	10	5
खण्ड-य (E)	26 to 28 = 3	18	6

(8) प्रश्न संख्या **20** से **28** में आन्तरिक विकल्प दिये गए हैं ।

Q. Nos. **20** to **28** having internal choices.

खण्ड – अ

SECTION – A

1. (i) $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ का मान है

(अ) $\frac{\pi}{6}$ (ब) $\frac{\pi}{3}$

(स) $\frac{\pi}{4}$ (द) $\frac{\pi}{2}$

The value of $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ is 1

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

(ii) यदि $\begin{bmatrix} K+4 & -1 \\ 3 & K-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$, तो a का मान है

(अ) 3 (ब) 6

(स) 2 (द) 4

If matrix $\begin{bmatrix} K+4 & -1 \\ 3 & K-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$, then value of a is 1

(A) 3 (B) 6

(C) 2 (D) 4

(iii) सारणिक $\begin{vmatrix} 3 & -11 & 1 \\ 5 & 0 & 0 \\ -10 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ का मान है

(अ) 14 (ब) 11

(स) 18 (द) 15

The value of determinant $\begin{vmatrix} 3 & -11 & 1 \\ 5 & 0 & 0 \\ -10 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ is 1

(A) 14 (B) 11

(C) 18 (D) 15

(iv) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ हो, तो A^{-1} का मान है

(अ) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (ब) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

(स) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ (द) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$, then value of A^{-1} is 1

(A) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ (B) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

(C) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ (D) $\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

(v) फलन $f(x) = \begin{cases} x\tan^{-1}x & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ का $x =\ 0$ पर बायाँ अवकलज है

(अ) 0 (ब) ∞

(स) 1 (द) -1

Left hand derivative of the function $f(x) = \begin{cases} x\tan^{-1}x & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$ at $x =\ 0$, is **1**

(A) 0 (B) ∞

(C) 1 (D) -1

(vi) फलन $3y = \sin x - 2x$ का x के सापेक्ष अवकलन है

(अ) $\frac{\cos x + 2}{3}$ (ब) $\frac{2 - \cos x}{3}$

(स) $\frac{\cos x - 2}{3}$ (द) $\frac{\cos x - 2}{-3}$

The differentiation of function $3y = \sin x - 2x$ w.r. to x is **1**

(A) $\frac{\cos x + 2}{3}$ (B) $\frac{2 - \cos x}{3}$

(C) $\frac{\cos x - 2}{3}$ (D) $\frac{\cos x - 2}{-3}$

(vii) वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$ के बिन्दु (1, 1) पर स्पर्श-रेखा की प्रवणता है

(अ) $+1$ (ब) -1

(स) $\frac{1}{2}$ (द) $-\frac{1}{2}$

The slope of the tangent to the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = 2$ at the point (1, 1) is **1**

(A) $+1$ (B) -1

(C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$

(viii) $\int e^{2\log x}\,dx$ का मान है

(अ) $\frac{1}{3}x^{-3}+c$ (ब) $-\frac{1}{3}x^{3}+c$

(स) $\frac{1}{3}x^{2}+c$ (द) $\frac{1}{3}x^{3}+c$

The value of $\int e^{2\log x}\,dx$ is 1

(A) $\frac{1}{3}x^{-3}+c$ (B) $-\frac{1}{3}x^{3}+c$

(C) $\frac{1}{3}x^{2}+c$ (D) $\frac{1}{3}x^{3}+c$

(ix) दो सदिशों के परिमाण 4 और 5 इकाई है । यदि उनके मध्य कोण 60° है, तो उनका अदिश गुणनफल होगा

(अ) 0 (ब) 10

(स) 20 (द) 15

The magnitude of two vectors are 4 and 5. If the angle between the two vectors is 60°, then their scalar product will be 1

(A) 0 (B) 10

(C) 20 (D) 15

(x) A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं, यदि $P(A)=\frac{7}{13}$, $P(B)=\frac{5}{13}$ और $P(A\cap B)=\frac{3}{13}$, तो $P\left(\frac{A}{B}\right)$ का मान होगा

(अ) $\frac{4}{9}$ (ब) $\frac{2}{5}$

(स) $\frac{3}{5}$ (द) $\frac{4}{5}$

A and B are independent events, if $P(A)=\frac{7}{13}$, $P(B)=\frac{5}{13}$ and $P(A\cap B)=\frac{3}{13}$, then the value of $P\left(\frac{A}{B}\right)$ will be 1

(A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{2}{5}$

(C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

2. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, तो A^2 का मान ज्ञात कीजिए ।

If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$, then find the value of A^2. 1

3. यदि सारणिक $\begin{vmatrix} K & 5 \\ -1 & K \end{vmatrix} = 30$, तो K का मान ज्ञात कीजिए ।

If determinant $\begin{vmatrix} K & 5 \\ -1 & K \end{vmatrix} = 30$, then find the value of K. 1

4. यदि बिन्दु (3, –2), (5, 2) तथा (8, x) संरेख हैं, तो x का मान ज्ञात कीजिए ।

If the points (3, –2), (5, 2) and (8, x) are collinear, then find the value of x. 1

5. यदि $y = x^3 + \tan x$, तो $\frac{d^2y}{dx^2}$ का मान ज्ञात कीजिए ।

If $y = x^3 + \tan x$, then find the value of $\frac{d^2y}{dx^2}$. 1

6. $\int \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of $\int \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} dx$. 1

7. $\int_0^{\pi/2} \cos x \, dx$ को ज्ञात कीजिए ।

Evaluate $\int_0^{\pi/2} \cos x \, dx$. 1

8. सिद्ध कीजिए कि सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ परस्पर लम्बवत हैं ।

Prove that the vectors $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$ are perpendicular to each other. 1

9. एक रेखा के दिक्–कोसाईन ज्ञात कीजिए जो निर्देशाक्षों के साथ समान कोण बनाती है ।

Find the direction cosines of a line which makes equal angles with the coordinate axes. 1

10. उन सरल रेखाओं के अवकलन समीकरण ज्ञात कीजिए जो मूल बिन्दु से गुजरती हैं ।

Find the differential equation of those straight lines which passes through origin. 1

11. ताश के 52 पत्तों की एक भली–भाँति फेंटी गई गड्डी में से एक पत्ता निकाला गया । इसके इक्का नहीं होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए ।

A card is drawn from a well-shuffled deck of 52 cards. Find the probability that it not be ace. 1

खण्ड – ब

SECTION – B

12. $\cos^{-1} x$ का मुख्यमान तथा प्रान्त को लिखिये ।

Write the principal value and domain of $\cos^{-1} x$. **2**

13. यदि $A + B = \begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ तथा $A - B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, तो आव्यूह A ज्ञात कीजिए ।

If $A + B = \begin{bmatrix} -7 & 0 \\ 2 & -5 \end{bmatrix}$ and $A - B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, then find the matrix A. **2**

14. यदि सारणिक $\begin{vmatrix} x-1 & x-2 \\ x & x-3 \end{vmatrix}$ का मान शून्य हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए ।

If value of determinant $\begin{vmatrix} x-1 & x-2 \\ x & x-3 \end{vmatrix}$ is zero, then evaluate x. **2**

15. फलन $f(x) = (1 - 2x)$ का $x = 0$ पर सांतत्य परीक्षण कीजिए ।

Examine the continuity of function $f(x) = (1 - 2x)$ at $x = 0$. **2**

16. $\int \frac{x^2}{x+1}\, dx$ ज्ञात कीजिए ।

Evaluate $\int \frac{x^2}{x+1}\, dx$. **2**

17. अवकल समीकरण $dy = e^{x+y}\,dx$ को हल कीजिए।

Solve the differential equation $dy = e^{x+y}\,dx$. **2**

18. बिन्दु $(2, -1, 1)$ से गुजरने वाली तथा सदिश $2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ के समान्तर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find equation of the line passes through the point $(2, -1, 1)$ and parallel to the vector $2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$. **2**

19. यदि $P(A) = 0.4$, $P(B) = q$ तथा $P(A \cup B) = 0.6$, जहाँ A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो q का मान ज्ञात कीजिए।

If $P(A) = 0.4$, $P(B) = q$ and $P(A \cup B) = 0.6$, where A and B are independent events, then find the value of q. **2**

खण्ड – स

SECTION – C

20. सिद्ध कीजिए कि $2\sin^{-1} x = \sin^{-1}\left\{2x\sqrt{1-x^2}\right\}$

Prove that $2\sin^{-1} x = \sin^{-1}\left\{2x\sqrt{1-x^2}\right\}$ **4**

अथवा/OR

सिद्ध कीजिए कि $3\tan^{-1} x = \tan^{-1}\left(\dfrac{3x - x^3}{1 - 3x^2}\right)$

Prove that $3\tan^{-1} x = \tan^{-1}\left(\dfrac{3x - x^3}{1 - 3x^2}\right)$

21. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिनमें फलन $x^2 + 2x + 5$ वर्धमान तथा ह्रासमान है ।

Find the intervals in which the function $x^2 + 2x + 5$ is increasing and decreasing. **4**

अथवा/OR

वक्र $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ पर उन बिन्दुओं को ज्ञात कीजिए जहाँ स्पर्श-रेखा x-अक्ष के समान्तर हो ।

Find points on the curve $x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ at which the tangents are parallel to x-axis.

22. यदि $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ तथा $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ तो $\vec{a}$ एवं $\vec{b}$ दोनों के लम्बवत इकाई सदिश $\hat{n}$ ज्ञात कीजिए ।

If $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ then find the unit vector $\hat{n}$ perpendicular to vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$. **4**

अथवा/OR

दिखाइए कि रेखाएँ $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ और $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{2} = z$ परस्पर प्रतिच्छेदी हैं ।

Show that lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ and $\frac{x-4}{5} = \frac{y-1}{2} = z$ are intersecting to each other.

23. रेखाओं $x + 2y = 8, x = 2, x = 4$ तथा x-अक्ष से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।

Find the area bounded by lines $x + 2y = 8, x = 2, x = 4$ and x-axis. **4**

अथवा/OR

$x^a . y^b = (x + y)^{a+b}$ का $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

Find $\frac{dy}{dx}$ of $x^a . y^b = (x + y)^{a+b}$

खण्ड – द

SECTION – D

24. आव्यूह सिद्धान्त का प्रयोग कर निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल कीजिए :

$5x + 7y + 2 = 0$

$4x + 6y + 3 = 0$

Solve the following system of equations using the matrix method : 5

$5x + 7y + 2 = 0$

$4x + 6y + 3 = 0$

अथवा/OR

यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $A^2 - 4A - 5I = 0$

If matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, then prove that $A^2 - 4A - 5I = 0$

25. एक कलश में 4 सफेद और 6 लाल गेंदें हैं । यदि इस कलश में से चार गेंदें यादृच्छया बिना प्रतिस्थापन निकाली जाती हैं तो सफेद गेंदों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए ।

An urn contains 4 white and 6 red balls. If four balls are drawn at random without replacement then find the probability distribution of number of white balls. 5

अथवा/OR

एक ताश के 52 पत्तों की अच्छी प्रकार से फेंटी गड्डी में से दो पत्ते उत्तरोत्तर प्रतिस्थापन के साथ निकाले जाते हैं । इक्कों की संख्या का प्रायिकता बंटन ज्ञात कीजिए ।

Two cards drawn with successively replacement from a well shuffled pack of 52 cards. Find the probability distribution of the number of aces.

खण्ड – य

SECTION – E

26. सिद्ध कीजिए $\int_0^{\pi} \frac{x}{1 + \sin x}\, dx = \pi$

Prove that $\int_0^{\pi} \frac{x}{1 + \sin x}\, dx = \pi$ 6

अथवा/OR

फलन $\frac{1}{x^3 - x^2 - x + 1}$ को x के सापेक्ष समाकलन कीजिए ।

Integrate the function $\frac{1}{x^3 - x^2 - x + 1}$ with respect to x.

अथवा/OR

सिद्ध कीजिए कि फलन $\sin^2 x\,(1 + \cos x)$ का मान $\cos x = \frac{1}{3}$ पर उच्चिष्ठ है ।

Prove that function $\sin^2 x\,(1 + \cos x)$ has maximum value at $\cos x = \frac{1}{3}$.

27. अवकल समीकरण $(1 + \cos x)\, dy = (1 - \cos x)\, dx$ को हल कीजिए ।

Solve the differential equation $(1 + \cos x)\, dy = (1 - \cos x)\, dx$. 6

अथवा/OR

$\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{x+y}$ को हल कीजिए।

Solve, $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{x+y}$

अथवा/OR

$\frac{dy}{dx} = \frac{(x-y)+3}{2(x-y)+5}$ को हल कीजिए।

Solve, $\frac{dy}{dx} = \frac{(x-y)+3}{2(x-y)+5}$

28. रेखाओं $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ और $\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$ के मध्य न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए।

Find the shortest distance between the lines whose vector equations are $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k})$ and $\vec{r} = (4\hat{i} + 5\hat{j} + 6\hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k})$. **6**

अथवा/OR

सिद्ध कीजिए कि बिन्दु (2,3,4) से रेखा $\frac{4-x}{2} = \frac{y}{6} = \frac{1-z}{3}$ पर डाले गए लम्ब की लम्बाई $\frac{3\sqrt{101}}{7}$ इकाई है।

Prove that length of perpendicular from the point (2,3,4) to the line $\frac{4-x}{2} = \frac{y}{6} = \frac{1-z}{3}$ is $\frac{3\sqrt{101}}{7}$ units.

अथवा/OR

बिन्दु (1, 2, –4) से जाने वाली और दोनों रेखाओं $\frac{x-8}{3} = \frac{y+19}{-16} = \frac{z-10}{7}$ और $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$ पर लम्ब रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात कीजिए ।

Find the vector equation of the line passing through the point (1, 2, –4) and perpendicular to the lines $\frac{x-8}{3} = \frac{y+19}{-16} = \frac{z-10}{7}$ and $\frac{x-15}{3} = \frac{y-29}{8} = \frac{z-5}{-5}$.