बहुविकल्पी प्रश्न

1. एकविमीय गति में, तात्क्षणिक चाल के लिए शर्त $0 \leq v < v_0$ पूरी होती है तो –

(अ) गति की दिशा में कभी परिवर्तन नहीं होता
(ब) त्वरण कभी ऋणात्मक नहीं होता
(स) T समय में विस्थापन x के लिए $-v_0T < x < v_0T$ होता
(द) T समय में विस्थापन का मान कभी ऋणात्मक नहीं होता

2. एक स्प्रिंग को जिसका एक सिरा एक द्रव्यमान से और दूसरा एक दृढ़ आधार से जुड़ा है, खींचकर छोड़ दिया जाता है-

i. त्वरण का परिणाम अधिकतम तब होता है जब स्प्रिंग को छोड़ा जाता है।

ii. त्वरण का परिणाम साम्यावस्था में अधिकतम होता है।

iii. चाल अधिकतम तब होती है जब द्रव्यमान साम्यावस्था में होता है।

iv. विस्थापन का परिणाम अधिकतम केवल तभी होता है जब चाल न्यूनतम होती है।

(अ) विकल्प (ii) और (iii)
(ब) विकल्प (i) और (iii)
(स) विकल्प (i)
(द) विकल्प (i) और (iv)

3. एक गेंद 10 m लंबे एक रेल के डब्बे की विपरीत दीवारों के बीच गति कर रही है। उन दीवारों पर यह 1 ms^{-1} की चाल से उनके लंबवत् प्रत्यास्थ संघट्ट करती है। रेल गेंद की गति की दिशा के समांतर 10 m/s^{-1} के नियत वेग से गतिमान है। भू-पृष्ठ से देखने पर-

i. गेंद की गति की दिशा प्रत्येक 10 सेकंड में बदल जाती है।

ii. प्रत्येक 10 सेकंड में गेंद की चाल बदल जाती है।

iii. 20 सेकंड के किसी भी समय अंतराल में गेंद की औसत चाल अचर रहती है।

iv. गेंद का त्वरण भू-पृष्ठ से देखने पर भी वही होगा जो रेल से देखने पर।

(अ) विकल्प (ii), (iii) और (iv)
(ब) विकल्प (i), (ii) और (iv)
(स) विकल्प (ii) और (iii)
(द) विकल्प (i) और (iv)

4. x और t के बीच एक ग्राफ चित्र में दर्शाया गया है। नीचे दिए गए कथनों में से सही विकल्प चुनिए-

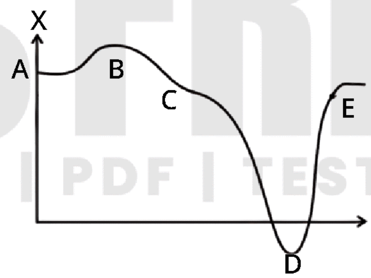
i. t = 0 पर कण विरामावस्था से छोड़ा गया था

ii. B पर त्वरण a > 0

iii. C पर वेग एवं त्वरण शून्य होते हैं

iv. A एवं D के बीच गति का औसत वेग धनात्मक है

v. D पर चाल E से अधिक है



(अ) विकल्प (i), (iii) और (v)
(ब) विकल्प (i), (ii) और (iii)
(स) विकल्प (i), (iii) और (iv)
(द) विकल्प (ii), (iii) और (iv)

5. यदि S = दूरी, t = समय, a = त्वरण तो a = ________

(अ) $\frac{ds}{dt}$

(ब) $\frac{d^2s}{dt^2}$

(स) $\frac{d^3s}{dt^3}$

(द) कोई नहीं

6. गुरुत्व के अधीन मुक्त रूप से गिरती हुई वस्तु का ________ एकसमान होता है।

(अ) वेग

(ब) संवेग

(स) चाल

(द) त्वरण

7. एक पिण्ड का विस्थापन समय के घन के अनुक्रमानुपाती है। पिंड के त्वरण का परिमाण–

(अ) समय के साथ बढ़ रहा है

(ब) समय के साथ घट रहा है

(स) शून्य

(द) इनमें से कोई नहीं

8. यदि किसी पिंड द्वारा चली गयी दूरी $s = at + bt^2$ द्वारा दी जाती है, तो उसका त्वरण होगा–

(अ) a/b

(ब) 2b

(स) a + b

(द) 3a

9. एक पिण्ड का सरल रेखा में विस्थापन समय के वर्ग के अनुक्रमानुपाती है। पिंड का त्वरण–

(अ) बढ़ रहा है

(ब) घट रहा है

(स) शून्य है

(द) नियत है

10. महत्तम ऊँचाई पर वेग का मान होता है–

(अ) अधिकतम

(ब) न्यूनतम

(स) शून्य

(द) उपरोक्त में से कोई नहीं

रिक्त स्थान

11. वेग – समय ग्राफ का क्षेत्रफल __________ को प्रदर्शित करता है।

12. ऋणात्मक त्वरण को _________ कहा जाता है।

सत्य/असत्य

13. मुक्त रूप से नीचे की ओर आती हुई वस्तु का गुरूत्वीय त्वरण ऋणात्मक होता है।

14. किसी वस्तु के स्थिति परिवर्तन में दो बिन्दुओं के मध्य न्यूनतम लंबाई विस्थापन कहलाती है।

अति लघूत्तरात्मक प्रश्न

15. एकविमीय गति के ऐसे उदाहरण बताइए जहाँ,

i. धनात्मक x–दिशा में चलता हुआ कण आवर्ती रूप से विराम में आता है और फिर आगे बढ़ जाता है।

ii. धनात्मक x–दिशा में चलता हुआ कण आवर्ती रूप से विराम में आता है और फिर पीछे लौट जाता है।

16. कोई जेट वायुयान 500 km/h की चाल से चल रहा है और यह जेट यान के सापेक्ष 1500 km/h की चाल से अपने दहन उत्पादों को बाहर निकालता है। जमीन पर खड़े किसी प्रेक्षक के सापेक्ष इन दहन उत्पादों की चाल क्या होगी?

लघूत्तरात्मक प्रश्न

17. कोई शराबी किसी तंग गली में 5 कदम आगे बढ़ता है और 3 कदम पीछे आता है, उसके बाद फिर 5 कदम आगे बढ़ता है और 3 कदम पीछे आता है, और इसी तरह वह चलता रहता है। उसका हर कदम 1m लंबा है और 15 समय लगता है। उसकी गति का x–t ग्राफ खींचिए। ग्राफ से तथा किसी अन्य विधि से यह ज्ञात कीजिए कि वह जहां से चलना प्रारंभ करता है वहाँ से 13m दूर किसी गड्ढे में कितने समय पश्चात गिरता है।

18. सीधे राजमार्ग पर कोई कार 126 km/h की चाल से चल रही है। इसे 200 m की दूरी पर रोक दिया जाता है। कार के मंदन को एकसमान मानिए और इसका मान निकालिए। कार को रुकने में कितना समय लगा?

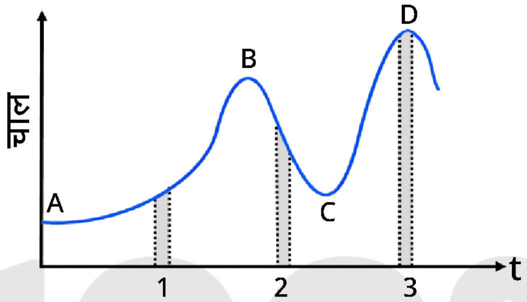
निबंधात्मक प्रश्न

19. एक कण की गति को $x(t) = x_0(1-e^{\gamma t})$; $t \geq 0$, $x > 0$ द्वारा निरुपित किया जा सकता है। इसमें

i. कण कहाँ से और कितने वेग से गति प्रारंभ करता है?

ii. x(t), v(t), a(t) के अधिकतम एवं न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए। दर्शाइए कि x(t) एवं a(t) के मान समय के साथ बढ़ते हैं तथा v(t) का मान समय के साथ कम होता है।

20. चित्र में किसी नियत (स्थिर) दिशा के अनुदिश चल रहे कण का चाल-समय ग्राफ दिखाया गया है। इसमें तीन समान समय अंतराल दिखाए गए हैं। किस अंतराल में औसत त्वरण का परिमाण अधिकतम होगा? किस अंतराल में औसत चाल अधिकतम होगी? धनात्मक दिशा को गति की स्थिर दिशा चुनते हुए तीनों अंतरालों में v तथा a के चित्र बताइए। A, B, C, व D बिंदुओं पर त्वरण क्या होंगे?



HOTS

21. 25 एक बंदर एक चिकने स्तंभ पर 35 तक ऊपर चढ़ता है और फिर 3s तक नीचे फिसल जाता है। किसी क्षण t पर ms^{-1} में इसका वेग $\alpha t < 3s$ के लिए $v(t) = 2t\,(3 - t)$ से तथा $3 < t < 6s$ के लिए $v(t) = -(t-3)(6-t)$ से निरुपित किया जाता है। बंदर की गति का यह क्रम तब तक चलता है जब तक कि यह 20 m ऊँचाई पर नहीं पहुँच जाता

i. किस क्षण पर इसका वेग अधिकतम होगा?

ii. किस क्षण पर इसका औसत वेग अधिकतम होगा?

iii. किस क्षण पर इसके त्वरण का परिणाम अधिकतम होगा?

iv. बंदर को शीर्ष तक पहुँचने में कितने क्रम नीचे की गति के होंगे (भिन्नात्मक अंशों की गणना भी करें)

1. **(स)**

T समय में अधिकतम दूरी तय करता है = v_0T

इसलिए एक विमीय गति वाली वस्तु के लिए T समय में x विस्थापन $-v_0T < x < v_0T$ को संतुष्ट करता है।

2. **(ब)**

यह एक सरल हार्मोनिक गति है। सरल हार्मोनिक गति में त्वरण का अधिकतम मान चरम अवस्था में है और वेग का अधिकतम मान द्रव्यमान के साम्यअवस्था में है।

3. **(अ)** विकल्प (ii), (iii) और (iv)

4. **(अ)**

(i) A पर, t = 0

(iii) C पर स्थिति स्थिर होती है v = a = 0

(v) D पर ग्राफ का ढलान E से अधिक है। इसलिए D की गति E से अधिक है।

5. **(ब)** $\frac{d^2s}{dt^2}$

6. **(द)** त्वरण

7. **(अ)** समय के साथ बढ़ रहा है

8. **(ब)** b

9. **(द)** नियत है

10. **(स)** शून्य

11. विस्थापन

12. मंदन

13. असत्य

14. सत्य

15. i. उदाहरण – x(t) = t – sin t

ii. उदाहरण – x(t) = sin t

16. 1000 km/hr

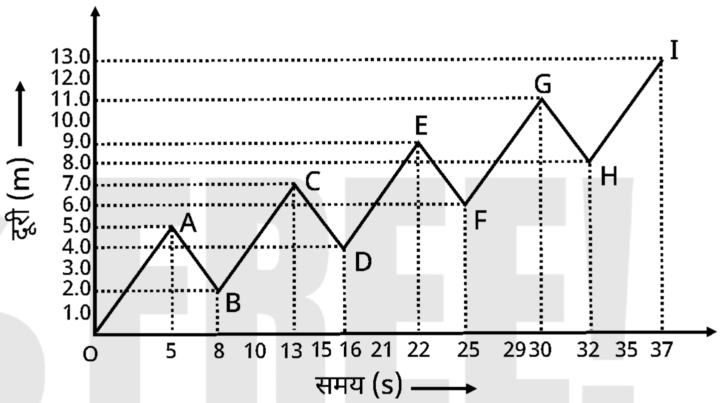
17. शराबी 5 कदम आगे चलने में 5m आगे जाता है और इसमें 5 सेकण्ड का समय लगता है। इसके बाद वह 3 कदम में 3m पीछे हटता है और इसमें 3 सेकण्ड लगते हैं।

इस प्रकार शराबी 8 s में 2 m की दूरी तय करता है।

इस प्रकार शराबी की समय-विस्थापन सारणी निम्न प्रकार तैयार करते हैं:

समय (से.)	विस्थापन x(t)
0.0	0.0
5	5
8	2
13	7
16	4
21	9
24	6
29	11
32	8
37	13

चूँकि 37 वें सेकण्ड में शराबी मूल बिन्दु से 13 m दूर स्थित गड्ढे में गिर जाता है। अतः ग्राफ रेखा भी रुक जाती है।



समय-दूरी ग्राफ उपर्युक्त चित्र में प्रदर्शित है। अतः शराबी 37 s में गिर जायेगा।

वैकल्पिक विधि: अन्तिम 5s में 5 m चलने पर वह 13 m दूर गड्ढे में गिर जायेगा अर्थात् कदम वापस नहीं होंगे। आगे तथा लौटकर चलने की t = 13 – 5 = 8

चूँकि शराबी 2 m चलने में 8s लगाता है।

अतः 8 m चलने में लगा = $\frac{8 \times 8}{2} = 32s$

समय इसके बाद 5 कदम अर्थात्

5 m चलने में कुल चली = 8 + 5 = 13s

तथा कुल समय = 32 + 5 = 37s

18. u = 126 km/h

$$= \frac{126 \times 5}{18} m/s = 35\ m/s$$

s = 200 m

तथा आन्तम वग v = 0

अतः $v^2 = u^2 + 2as$ से,

या $0 = (35)^2 - 2a \times 200$

400a = 1225

कार का मंदन $a = \frac{1225}{400} = 3.06\ m/s^2$

पुनः v = u + at से,

$$0 = 35 - \frac{1225}{400}t$$

$$\Rightarrow \frac{1225}{400}t = 35$$

$$\Rightarrow t = \frac{35 \times 400}{1225} = \frac{80}{7} s$$

लगा समय t = 11.43 s

19. जैसे $x(t) = x_0(1 - e^{-\gamma t})$

वेग के लिए

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = +x_0 \gamma e^{-\gamma t}$$

त्वरण के लिए

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = -x_0 \gamma^2 e^{-\gamma t}$$

i. जब t = 0; $x(t) = x_0(1 - e^{-0}) = x_0(1-1) = 0$

$v(t) = x_0\gamma e^{-0} = x_0\gamma(1) = x_0\gamma$

ii. I. x(t) अधिकतम है जब

$t = \infty$; $x(\infty) = X_0$

x(t) न्यूनतम है जब t = 0; x(t) = 0

II. v(t) अधिकतम है जब t = 0; $v(0) = x_0\gamma$

v(t) न्यूनतम होगा $t = \infty$, $v(\infty) = 0$

III. a(t) अधिकतम होगा जब $t = \infty$, $a(\infty) = 0$

a(t) न्यूनतम होगा जब t = 0; $a(0) = -x_0\gamma$

20. i. समय-चाल ग्राफ में औसत त्वरण ग्राफ का ढाल ग्राफ का ढाल समय-अन्तराल ? में सबसे अधिक है परन्त ऋणात्मक है। अतः समय-अन्तराल ? में त्वरण सबसे अधिक है

ii. औसत चाल = $\frac{\text{प्रारंभिक वेग + अंतिम वेग}}{2} = \frac{v_1 + v_2}{2}$

ग्राफ के भाग 3 में v_1 तथा v_2 के मान सबसे अधिक हैं। अतः भाग 3 की औसत चाल सबसे अधिक है।

iii. भाग 1, 2 तथा 3 में चाल का मान धनात्मक है, क्योंकि चाल सदैव धनात्मक होती है। भाग 1 तथा 3 में ग्राफ का ढाल धनात्मक है अतः त्वरण a धनात्मक है तथा भाग 2 में ग्राफ का ढाल ऋणात्मक है, अतः त्वरण a ऋणात्मक है।

iv. किसी बिन्दु पर त्वरण का अर्थ है उसका तात्क्षणिक त्वरण। अतः बिन्दुओं A, B, C तथा D पर यदि स्पर्श रेखा खींचें तो वह प्रत्येक बिन्दु पर समय-अक्ष के समान्तर होगी। अतः बिन्दुओं A, B, C तथा D पर ग्राफ का ढाल शून्य है, परिणामतः बिन्दुओं A, B, C तथा D पर त्वरण a के मान शून्य हैं।

21. दिया गया है $v(t) = 2t(3 - t) = 6t - 2t^2$

i. अधिकतम वेग के लिए

$$\frac{dv(t)}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}(6t - 2t^2) = 0$$

$$\Rightarrow 6 - 4t = 0 \Rightarrow t = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} s = 1.5s$$

ii. $\frac{ds}{dt} = 6t - 2t^2$ (s = विस्थापन)

$ds = (6t - 2t^2)\,dt$

0 से 35 समय अंतराल के बीच तय की गई दूरी

$$s = \int_0^3 (6t - 2t^2)\,dt$$

$$= \left[\frac{6t^2}{2} - \frac{2t^3}{3}\right]_0^3 = \left[3t^2 - \frac{2}{3}t^3\right]_0^3$$

$$= 3 \times 9 - \frac{2}{3} \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= 27 - 18 = 9m$$

जैसे

$$v_{avg} = 6t - 2t^2$$

$$\Rightarrow 3 = 6t - 2t^2 \Rightarrow 2t^2 - 6t + 3 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 2 \times 3}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{36 - 24}}{4} = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$$

धनात्मक चिह्न लेने पर

$$t_1 = \frac{3 + \sqrt{3}}{2} = 2.36\ s$$

ऋणात्मक चिह्न लेने पर

$$t_1 = \frac{3 - \sqrt{3}}{2} = 0.633\ s$$

जो घड़ी के बहुत कम है इसलिए इसे मापा नहीं जा सकता, t_2 को अस्वीकार करने पर औसत वेग अधिकतम होने के लिए लगा समय 2.36 सेकंड है।

iii. वेग शून्य होने पर त्वरण अधिकतम होगा

$$\therefore (6t - 2t^2) = 0$$

$$t(6 - 2t) = 0$$

$$t = 0\ ,\ 3\ sec$$

iv. $s_1 = \int_0^3 (6t - 2t^2)dt$

$$= \left[\frac{6t^2}{2} - \frac{2t^3}{3}\right]_0^3$$

$$= 9\ m$$

$$s_2 = \int_3^6 (t^2 - 9t + 18)dt$$

$$= \left[\frac{t^3}{3} - \frac{9t^2}{2} + 18t\right]_3^6$$

$$= \left[72 - \frac{9}{2} \times 36 + 18 \times 6 - 9 + \frac{9}{2} \times 9 - 54\right]$$

$$= \left[72 - 162 + 108 - 9 + \frac{81}{2} - 54\right]$$

$$= [220.5 - 225] = -4.5\ m$$

$\therefore$ बंदर द्वारा एक क्रम पूरा करने में तय दूरी

$$= s_1 - s_2 = 9 - 4.5 = 4.5m$$

$\therefore$ बंदर के ऊपर तक पहुँचन में क्रम की संख्या

$$= \frac{20}{4.5} \approx 4.44 \approx 5$$