बहुविकल्पी प्रश्न

1. 15° के कोण पर प्रक्षेपित किसी प्रक्षेप्य का क्षैतिज परास 50 m है। यदि इसे 45° के कोण पर प्रक्षेपित किया जाए तो इसका परास होगा-

(अ) 71 m (ब) 141 m

(स) 60 m (द) 100 m

2. यह पाया गया है कि $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A}|$ तब इससे अनिवार्यतः यह सत्य होता है कि–

(अ) $\vec{A}, \vec{B}$ लंबवत् है। (ब) $\vec{A}, \vec{B}$ प्रति समांतर है।

(स) $\vec{B} = 0$ (द) $\vec{A} . \vec{B} \leq 0$

3. किसी सदिश $\vec{r}$ के X-अक्ष के अनुदिश घटक का मान अधिकतम होगा यदि

(अ) $\vec{r}$ धनात्मक Y-अक्ष के अनुदिश है। (ब) $\vec{r}$ X-अक्ष से 45° का कोण बनाता है।

(स) $\vec{r}$ ऋणात्मक Y-अक्ष के अनुदिश है। (द) $\vec{r}$ धनात्मक X-अक्ष के अनुदिश है।

4. दो सदिशों A एवं B के लिए $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A} - \vec{B}|$ तभी सदैव सत्य होगा, जब-

i. $|\vec{A}| = |\vec{B}| \neq 0$

ii. $\vec{A} \perp \vec{B}$

iii. $|\vec{A}| = |\vec{B}| \neq 0$ **तथा $\vec{A}$ एवं $\vec{B}$ या तो समांतर या प्रति समांतर**

iv. या तो $|\vec{A}|$ अथवा $|\vec{B}|$ शून्य है।

(अ) विकल्प (i) और (ii) (ब) विकल्प (i) और (iii)

(स) विकल्प (i) और (iv) (द) विकल्प (ii) और (iv)

5. यदि प्रक्षेपक की गति में हवा के प्रतिरोध को सम्मिलित कर लिया जाए तो निम्नलिखित में से किसमें वृद्धि हो जायेगी?

(अ) उड्डयन काल (ब) क्षैतिज परास

(स) महत्तम ऊँचाई (द) वेग जिससे यह पृथ्वी से टकराता है

6. एक प्रक्षेप्य की महत्तम ऊँचाई उसके परास के तुल्य है तब प्रक्षेपण कोण के $\tan\theta$ का मान होगा-

(अ) 1 (ब) 2

(स) 3 (द) 4

7. क्षैतिजतः कुछ ऊँचाई पर जाते हुए एक बमवर्षक को पृथ्वी पर किसी लक्ष्य पर बम मारने के लिए उसे बम तब गिरा चाहिए जब वह-

(अ) लक्ष्य के ठीक ऊपर है (ब) लक्ष्य से आगे निकल जाता है

(स) जब लक्ष्य के पीछे है (द) इनमें से कोई नहीं

8. किसी पिंड पर समरूप बल लगाने पर स्थिर रहने वाली राशि है-

(अ) गतिज ऊर्जा (ब) संवेग
(स) वेग (द) त्वरण

9. बल और समय, जब तक कि बल कार्य करता है, का गुणनफल कहलाता है-

(अ) जड़त्व (ब) आवेग
(स) त्वरण (द) संवेग

10. रॉकेट नोदन की कार्यविधि आधारित है-

(अ) न्यूटन के प्रथम नियम पर (ब) संवेग-संरक्षण के नियम पर
(स) द्रव्यमान-संरक्षण के नियम पर (द) न्यूटन के द्वितीय नियम पर

रिक्त स्थान

11. कोणीय प्रक्षेप्य गति में महत्तम ऊँचाई पर ऊर्ध्वाधर वेग का मान ____________ होता है।

12. वृत्तीय गति के लिए आवश्यक बल _________ है।

सत्य/असत्य

13. दो सदिशों के अदिश गुणनफल से प्राप्त परिणाम सदिश राशि है, जिसकी दिशा तल के लम्बवत् होती है।

14. वृत्तीय गति में एक चक्र पूरा करने में लगा समय आवृत्ति काल कहलाता है।

अति लघूत्तरात्मक प्रश्न

15. 80 cm लंबे धागे के एक सिरे पर एक पत्थर बाँधा गया है और इसे किसी एकसमान चाल के साथ किसी क्षैतिज वृत्त में घुमाया जाता है। यदि पत्थर 25 s में 14 चक्कर लगाता है तो पत्थर के त्वरण का परिमाण और उसकी दिशा क्या होगी?

16. कोई वायुयान पृथ्वी से 3400 m की ऊँचाई पर उड़ रहा है। यदि पृथ्वी पर किसी अवलोकन बिंदु पर वायुयान की 10.0s की दूरी की स्थितियाँ 30° का कोण बनाती हैं तो वायुमान की चाल क्या होगी?

लघूत्तरात्मक प्रश्न

17. t = 0 क्षण पर कोई कण मूल बिंदु से $5.0\hat{i}$ m/s के वेग से चलना शुरू करता है। x - y समतल में उस पर एक ऐसा बल लगता है जो उसमें एकसमान त्वरण $(3.0\hat{i}+2.0\hat{i})$ m/s² उत्पन्न करता है।

i. जिस क्षण पर कण का x निर्देशांक 84 m हो उस क्षण उसका y निर्देशांक कितना होगा?

ii. इस क्षण कण की चाल क्या होगी?

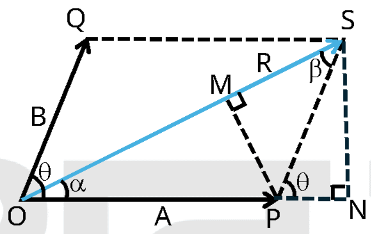
18. i. सिद्ध कीजिए कि किसी प्रक्षेप्य के X-अक्ष तथा उसके वेग के बीच के कोण को समय के फलन के रूप में निम्न प्रकार से व्यक्त कर सकते हैं: $\theta = \tan^{-1}\dfrac{(u_{oy} - gt)}{u_{ox}}$

ii. सिद्ध कीजिए कि मूल बिन्दु से फेंके गये प्रक्षेप्य कोण का मान $\theta_0 = \tan^{-1}\left(\dfrac{4h_m}{R}\right)$ होगा। यहाँ प्रयुक्त प्रतीकों के अर्थ सामान्य हैं।

निबंधात्मक प्रश्न

19. कोई लड़ाकू जहाज 1.5 km की ऊँचाई पर 720 km/h की चाल से क्षैतिज दिशा में उड़ रहा है और किसी वायुयान भेदी तोप के ठीक ऊपर से गुजरता है। ऊर्ध्वाधर से तोप की नाल का क्या कोण हो जिससे 600 m s^{-1} की चाल से दागा गया गोला वायुमान पर वार कर सके। वायुयान के चालक को किस न्यूनतम ऊंचाई पर जहाज को उड़ाना चाहिए जिससे गोला लगने से बच सके

20 चित्र में दिखाए गए दो सदिशों A तथा B के बीच का कोण है। इनके परिणामी सदिश का परिमाण तथा दिशा उनके परिमाणों तथा के पद में निकालिए।



HOTS

21. कोई पहाड़ी 500 m ऊँची है। किसी तोप द्वारा, जो पैकटों को 125 m/s की चाल से प्रक्षेपित कर सकती है। इस पहाड़ी के पार कोई आपूर्ति की जानी है। तोप पहाड़ी के आधार से 800 m की दूरी पर स्थित है और पहाड़ी से इसकी दूरी समायोजित करने के लिए इसे पृथ्वी पर 2 m/s चाल से चलाया जा सकता है। वह अल्पतम समय परिकलित कीजिए जिसमें कोई पैकेट पहाड़ी के पार भूतल तक पहुँच सकता है। ($g = 10\ m/s^2$ लीजिए)

1. **(द)**

$$R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}; R \propto \sin 2\theta$$

$$\therefore \frac{R_1}{R_2} = \frac{\sin 2 \times 15^\circ}{\sin 2 \times 45^\circ} = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{2}$$

$R_2 = 2R_1 = 2 \times 50$ m = 100 m

2. **(स)** $\vec{B} = 0$

3. **(द)**

यदि X-अक्ष के अनुदिश कोण θ पर है तो घटक r के X-अक्ष के अनुदिश = r cos θ। यह अधिकतम होगा यदि cos θ = अधिकतम = 1 या θ = 0° अर्थात्, $\vec{r}$ धनात्मक X-अक्ष के अनुदिश है।

4. **(द)** विकल्प (ii) और (iv)

5. **(अ)** उड्डन काल

6. **(द)** 4

7. **(स)** जब लक्ष्य के पीछे है

8. **(द)** त्वरण

9. **(ब)** आवेग

10. **(ब)** संवेग संरक्षण के नियम पर

11. शून्य

12. अभिकेन्द्रीय बल

13. असत्य

14. सत्य

15. वृत्ताकार मार्ग की त्रिज्या R = 80 सेमी = 0.80 मीटर

प्रतिसैकण्ड चक्करों की संख्या $n = \frac{14}{25}$ चक्कर/सैकण्ड

कोणीय आवृत्ति (या कोणीय वेग) $\omega = 2\pi n = 2\pi \times \frac{14}{25}$

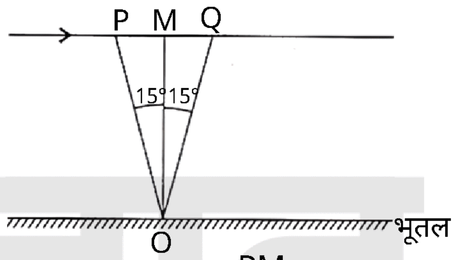
अभिकेन्द्र त्वरण $\alpha = \omega^2 R$

$$4\pi^2 \times \frac{14}{25} \times \frac{14}{25} \times 0.80 = 9.8 \text{ m/s}^2$$

16. वायु की भूतल से ऊँचाई OM = 3400 m

वायुयान 10 सैकण्ड में बिन्दु P से Q पर पहुँच जाता है।

अत: $\angle POQ = 30°$ तथा $\angle POM = 15°$



अब ΔOPM में, $\tan 15^\circ = \frac{PM}{OM}$

PM = OM tan 15°

PQ = 2PM = 2OM tan 15°

$$\text{वायुयान की चाल} = \frac{PQ}{10} = \frac{2OM \tan 45^\circ}{10}$$

$$= \frac{2 \times 3400 \times 0.26795}{10} \text{ ms}^{-1}$$

= 182.20 ms–1

अत: वायुयान की चाल v = 182.20 ms^{-1}

17. समीकरण ($V_{AB} = V_A - V_B$) से $r_0 = 0$ पर प्रश्नानुसार कण की स्थिति निम्नांकित समीकरण से व्यक्त होगी,

$$r(t) = v_0 t + \tfrac{1}{2}at^2$$

$$= 5.0\hat{i}t + \frac{1}{2}(3.0\hat{i} + 2.0\hat{j})t^2$$

$$= (5.0t + 1.5t^2)\hat{i} + 1.0t^2\hat{j}$$

अतएव, $x(t) = 5t + 1.5t^2$

$y(t) = 1.0t^2$

जब x(t) = 84m तब t = ?

$84 = 5t + 1.5t^2$

हल करने पर

t = 6 s पर $y = 1.0 (6)^2 = 36$m

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (5.0 + 3.0t)\hat{i} + 2.0t\hat{j}$$

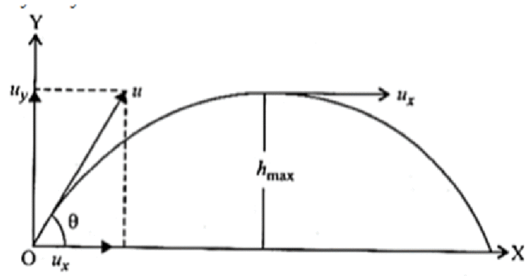
t = 6 s के लिए, $\vec{v} = 23.0\hat{i} + 12.0\hat{j}$

अत: कण की चाल, $|\vec{v}| = \sqrt{23^2 + 12^2} \simeq 26 \text{ m s}^{-1}$

18.

i. माना कोई प्रक्षेप्य बिन्दु O से X-अक्ष के साथ कोण बनाता हुआ प्रक्षेपित किया गया है। समय पर प्रक्षेप्य के क्षैतिज घटक ux = u cos 0 में कोई परिवर्तन नहीं होगा। परन्तु इसके ऊर्ध्वाधर घटक का मान घटता जायेगा। अतः समय पर ऊर्ध्वाधर वेग v का मान

v = u - gt से, Vy = Uy - gt



अतः $\tan\theta(t) = \frac{u_y}{u_x}$

$$\tan\theta(t) = \left(\frac{u_y - gt}{u_x}\right)$$

अतः $\tan\theta(t) = \tan^{-1}\left(\frac{u_y - gt}{u_x}\right)$

ii. मूल बिन्दु से प्रक्षेपित होने पर,

प्रक्षेप्य का क्षैतिज परास $R = \frac{u^2 \sin 2\theta_0}{g}$

अथवा $R = \frac{u^2 \times 2\sin\theta_0 \cos\theta_0}{g}$

अथवा $R = \frac{2.u \sin\theta_0 .u\cos\theta_0}{g}$ .....(i)

प्रक्षेप्य की महत्तम ऊँचाई $h_{max} = \frac{u^2 \sin^2\theta_0}{g}$ .....(ii)

समीकरण (ii) को समीकरण (i) से विभाजित करने पर

$$\frac{h_{max}}{R} = \frac{u^2 \sin^2\theta_0}{2g} \times \frac{g}{2u^2 \sin\theta_0 \cos\theta_0}$$

अथवा $\frac{h_{max}}{R} = \frac{\tan\theta_0}{4}$

अथवा $\tan\theta_0 \frac{4h_{max}}{R}$

$$\therefore \theta_0 = \tan^{-1}\left(\frac{4h_{max}}{R}\right)$$

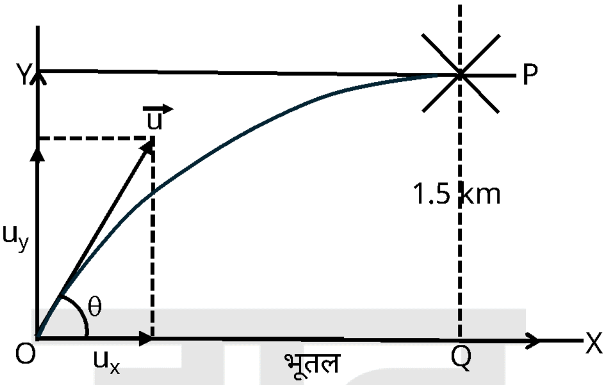
19. दिया है: विमान भूतल से 1.500 किमी ऊँचाई OY = PQ पर 720 km $h^{-1} = \frac{720 \times 5}{18} = 200$ ms^{-1} के वेग से गति कर रहा है।

तोप की नाल से निकले गोले का वेग u = 600 m^{-1}

जिसके वेग का क्षैतिज घटक $u_x = u\cos\theta = 600\cos\theta$

तथा ऊर्ध्वाधर घटक $u_y = u\sin\theta = 600\sin\theta$

जब लड़ाकू विमान भूतल पर स्थित तोप O के ऊपर है तभी तोप से कोण पर गोला दागा जाता है।



गोले की महत्तम ऊँचाई = 1.5km = 1500m

अर्थात् $1500 = 600 \sin\theta\, t = \frac{1}{2} \times 10\, t^2$ .....(i)

पुनः क्षैतिज cos θ × t .... (ii)

विमान द्वारा चली = 200t ....(iii)

अंतः u cos θt = 200t

अथवा 600 cos θ = 200

अथवा $\cos\theta = \frac{200}{600} = \frac{1}{3} = 0.333$

अतः θ = 78 deg 5′

ऊधर्वाधर से गोले का कोण = 90° – 70° 5' = 19°5′

अतः $\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta}$

$$= \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ या } = \sqrt{\frac{8}{9}}$$

तथा $u\sin\theta = 600 \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = 400\sqrt{2}\, m/s$

महत्तम ऊँचाई $H = \frac{u^2 \sin^2\theta}{2g}$

$$= \frac{\left(400\sqrt{2}\right)^2}{2 \times 10}$$

$$= \frac{320000}{20} = 16000m = 16km$$

अतः चालक को 16 किमी. से अधिक ऊँचाई पर विमान को उड़ाना चाहिए।

20. चित्र के अनुसार मान लीजिए कि OP तथा OQ दो सदिशों A तथा B को व्यक्त करते हैं, जिनके बीच का कोण है। तब सदिश योग के समान्तर चर्तुभुज नियम द्वारा हमें परिणामी सदिश R प्राप्त होगा जिसे चित्र में OS द्वारा दिखाया गया है। इस प्रकार R = A + B चित्र में SN, OP के लंबवत् है तथा PM, OS के लंबवत् है।

$\therefore OS^2 = ON^2 + SN^2$

किन्तु $ON = OP + PN = A + B\cos\theta$

$SN = B\sin\theta$

$OS^2 = (A + B\cos\theta)^2 + (B\sin\theta)^2$

अथवा $R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$

$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$ ....(i)

त्रिभुज OSN में, $SN = OS\sin\alpha = R\sin\alpha$

एवं त्रिभुज PSN में, $SN = PS\sin\theta = B\sin\theta$

अतएव $R\sin\alpha = B\sin\theta$

अथवा $\frac{R}{\sin\theta} = \frac{B}{\sin\alpha}$ ....(ii)

इसी प्रकार, $PM = A\sin\alpha = B\sin\beta$

अथवा $\frac{A}{\sin\beta} = \frac{B}{\sin\alpha}$ ....(iii)

समीकरणों (ii) तथा (iii) से हमें प्राप्त होता है-

$\frac{R}{\sin\theta} = \frac{A}{\sin\beta} = \frac{B}{\sin\alpha}$....(iv)

समीकरण (iv) के द्वारा हम निम्नांकित सूत्र प्राप्त करते हैं –

$\sin\alpha = \frac{B}{R}\sin\theta$ .....(v)

यहाँ R का मान समीकरण (i) में दिया गया है।

या $\tan\alpha = \frac{SN}{OP + PN} = \frac{B\sin\theta}{A + B\cos\theta}$.....(vi)

समीकरण (i) से परिणामी R का परिमाण तथा समीकरण (v) से इसकी दिशा मालूम की जा सकती है। समीकरण (i) को कोज्या-नियम तथा समीकरण (iv) को ज्या-नियम कहते हैं।

21. पैकेट की चाल = 125 m/s

पहाड़ी की ऊँचाई = 500 मीटर

d = 800 मीटर

कम से कम समय में पहाड़ी को पार करने के लिए ऊर्ध्वाधर वेग ऐसा होना चाहिए कि यह सिर्फ पहाड़ी की ऊंचाई को पार करे। पहाड़ी को पार करने के लिए आवश्यक न्यूनतम ऊध्वाधर वेग दिया गया है।

$v^1{}_2 > 2gh = 10000$

$v_1 > 100$ m/s

तोप पैकेटों को 125 मीटर/सेकण्ड की चाल से प्रक्षेपित कर सकती है।

इसलिए क्षैतिज वेग थे। का अधिकतम मान होगा

$v_{||} = \sqrt{125^2 - 100^2} = 75\ m/s$

v_1 वेग द्वारा पहाड़ी की चोटी तक पहुंचने में लगने वाला समय T_1

$\frac{1}{2}gT^2 = h$

मान रखने पर सेकण्ड T = 10 सैकण्ड

10 से. में क्षैतिज दूरी को कवर किया गया

10 × 75 = 750 मीटर

इसलिए तोप को जमीन पर 50 मी की दूरी पर है। इसलिए पैकेट द्वारा पहाड़ी के पार जमीन तक पहुँचने में कुल समय

$= \frac{50}{2}s + 10s + 10s = 45s$