अध्याय -1 | वैद्युत आवेश तथा क्षेत्र

Worksheet-1

Under CSR Support by Ipca Foundation
missiongyan

बहुविकल्पी प्रश्न

1. वायु में रखे दो धनावेशों के मध्य परावैद्युत पदार्थ रख देने पर इनके बीच प्रतिकर्षण बल का मान-

(अ) शून्य हो जाएगा
(ब) घट जाएगा
(स) वही रहेगा
(द) बढ़ जाएगा

2. यदि किसी पृष्ठ पर है, $\oint_s$

i. उस पृष्ठ पर तथा उसके भीतर विद्युत क्षेत्र शून्य है।

ii. उस पृष्ठ के भीतर आवश्यक रूप से विद्युत क्षेत्र एकसमान है।

iii. उस पृष्ठ में प्रवेश करने वाली फ्लक्स रेखाओं की संख्या उससे निकलने वाली फ्लक्स रेखाओं की संख्या के बराबर होनी चाहिए।

iv. सारा आवेश आवश्यक रूप से उस पृष्ठ के बाहर होना चाहिए।

(अ) (iii) तथा (iv)
(ब) (ii) तथा (iii)
(स) (i) तथा (ii)
(द) (iv) तथा (i)

3. किसी भौतिक राशि के मात्रक वोल्ट/मीटर तथा न्यूटन कूलॉम दोनों ही है। भौतिक राशि है-

(अ) वैद्युत् फ्लक्स
(ब) वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता
(स) इनमें से कोई नहीं
(द) विभवान्तर

4. ℓ भुजा के वर्ग ABCD के प्रत्येक कोनों A व C पर आवेश q_1 तथा प्रत्येक कोनों B व D पर आवेश $-q_2$ स्थित है। A पर स्थित आवेश साम्यावस्था में है तब अनुपात $\frac{q_1}{q_2}$ होगा-

(अ) $2\sqrt{2}$
(ब) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
(स) 1
(द) $\sqrt{2}$

5. वैद्युत द्विध्रुव के कारण, केन्द्र से r दूरी पर अक्ष में स्थित बिन्दु पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता एवं विभव क्रमशः E तथा V हैं। E तथा V में सम्बन्ध होगा-

(अ) $E = \frac{2V}{r}$
(ब) $E = \frac{V}{2r}$
(स) $E = 2rV$
(द) $E = \frac{V}{r}$

6. निर्वात की वैद्युतशीलता का मात्रक है-

(अ) न्यूटन मीटर^2 / कूलॉम^2
(ब) कूलॉम^2 /न्यूटन मीटर^2
(स) न्यूटन/कूलॉम
(द) न्यूटन-वोल्ट/मीटर^2

मिशन ज्ञान
पढ़ें: जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!
100% FREE!
VIDEO COURSES | QUIZ | PDF | TEST SERIES

7. **r मीटर त्रिज्या वाले खोखले गोले के केन्द्र पर q कूलॉम का आवेश रखा है। यदि गोले की त्रिज्या दोगुनी कर दी जाए तथा आवेश आधा कर दिया जाए तो गोले के पृष्ठ पर कुल वैद्युत फ्लक्स होगा-**

(अ) $2q/\varepsilon_0$ (ब) $q/2\varepsilon_0$

(स) q/ε_0 (द) $4q/\varepsilon_0$

8. **वैद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ में $\vec{p}$ आघूर्ण वाले द्विध्रुव पर लगने वाला बल आघूर्ण है-**

(अ) $\vec{\quad}$ $\vec{\quad}$ (ब) शून्य

(स) $\vec{\quad}$ $\vec{\quad}$ (द) $\vec{\quad}$ $\vec{\quad}$

9. **वैद्युत फ्लक्स का मात्रक है-**

(अ) न्यूटन/कूलॉम (ब) वोल्ट-मीटर

(स) वोल्ट/मीटर (द) $\frac{\text{न्यूटन–मीटर}}{\text{कूलॉम}}$

10. **एकांक धनावेश वैद्युत क्षेत्र के प्रत्येक बिन्दु पर समान बल का अनुभव करता है। वैद्युत क्षेत्र होगा-**

(अ) एकसमान (ब) परिवर्ती

(स) कुछ कह नहीं सकते (द) एकसमान नहीं

रिक्त स्थान

11. एक इलेक्ट्रॉन पर द्रव्यमान का मान _____होता है।

12. धनात्मक आवेश से विद्युत बल रेखाएँ _____ जाती हैं।

सत्य/असत्य

13. आवेश क्वांटीकृत राशि है।

14. ऋणात्मक आवेशित वस्तु का द्रव्यमान घटता है।

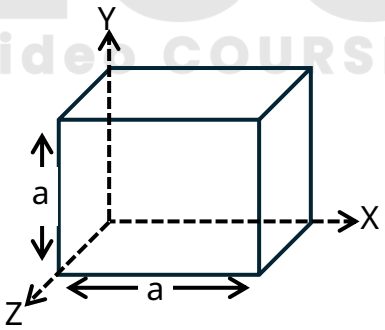
अति लघूत्तरात्मक प्रश्न

15. आवेशों के मध्य लगने वाले वैद्युत बल की सहायता से वैद्युतशीलता (ε_0) का विमीय समीकरण निकालिए।

16. एक α-कण 15×10^4 न्यूटन कूलॉम के वैद्युत क्षेत्र में स्थित है। उस पर लगने वाले बल की गणना कीजिए।

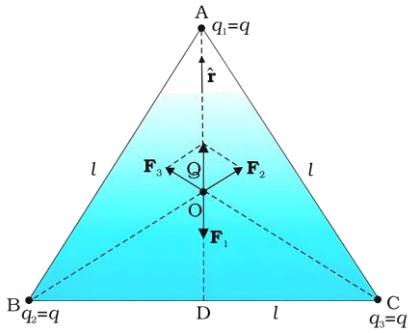
लघूत्तरात्मक प्रश्न

17. संलग्न चित्र में वैद्युत क्षेत्र $\vec{E} = 2x\,\hat{i}$ से प्रदर्शित है। घन से बद्ध वैद्युत फ्लक्स तथा उसके भीतर आवेश का मान ज्ञात कीजिए।



मिशन ज्ञान
पढ़ें : जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!
100% FREE!
Video COURSES | QUIZ | PDF | TEST SERIES

18. तीन आवेशों q_1, q_2, q_3 पर विचार कीजिए जिनमें प्रत्येक q के बराबर है तथा । भुजा वाले समबाहु त्रिभुज के शीर्षों पर स्थित है। त्रिभुज के के केंद्रक पर चित्र में दर्शाए अनुसार स्थित आवेश Q (जो q का सजातीय) पर कितना परिणामी बल लग रहा है?



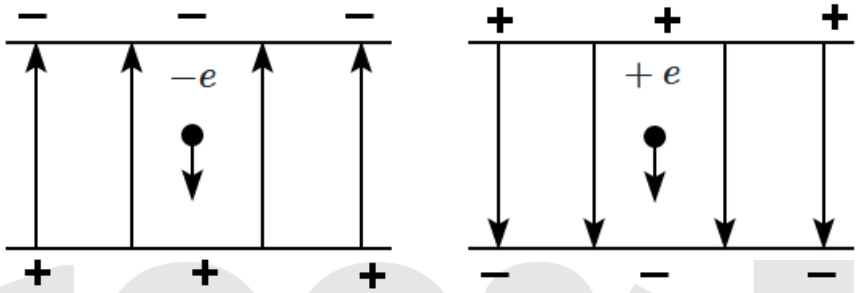
निबंधात्मक प्रश्न

19. स्थैतिक वैद्युत में गॉस के नियम का उल्लेख कीजिए तथा इसकी सहायता से कूलॉम के नियम का निगमन कीजिए।

20. वैद्युत फ्लक्स को परिभाषित कीजिए। सिद्ध कीजिए किसी बन्द पृष्ठ से निर्गत सम्पूर्ण वैद्युत फ्लकस (ϕ) सतह द्वारा आबद्ध सम्पूर्ण (q) का $\frac{1}{\varepsilon_0}$ गुणा होता है।
वैद्युत क्षेत्र $\vec{E} = 14\,\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$ वोल्ट/मीटर में स्थित क्षेत्रफल $\vec{A} = 4\hat{j}$ मीटर 2 से गुजरने वाले सम्पूर्ण वैद्युत फ्लक्स का मान ज्ञात कीजिए।

HOTS

21. कोई इलेक्ट्रॉन $2.0 \times 10^4\ NC^{-1}$ परिमाण के एकसमान विद्युत क्षेत्र में 1.5 cm दूरी तक गिरता है। क्षेत्र का परिमाण समान रखते हुए इसकी दिशा उत्क्रमित कर दी जाती है तथा अब कोई प्रोटॉन इस क्षेत्र में उतनी ही दूरी तक गिरता है [चित्र (b)]। दोनों प्रकरणों में गिरने में लगे समय की गणना कीजिए। इस परिस्थिति की 'गुरुत्व के अधीन मुक्त पतन' से तुलना कीजिए।



मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!
100% FREE!
Video COURSES | QUIZ | PDF | TEST SERIES

Under CSR Support by ipca | Foundation
missiongyan

1. **(ब)** घट जाएगा

2. **(अ)**

गाउसीयन पृष्ठ में फ्लक्स शून्य है इसलिए या तो बन्द पृष्ठ के भीतर आवेश शून्य है या आवेश बाहर है यदि आवेश बाहर होगा तो पृष्ठ में प्रवेश करने वाली फ्लक्स रेखाओं की संख्या उससे निकलने वाली रेखाओं के बराबर होगी। अतः नेट फ्लक्स (वैद्युत क्षेत्र रेखाएं) शून्य है विकल्प (iii) व (iv) के सत्य होने को सिद्ध करते हैं।

3. **(ब)** वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

4. **(अ)** $2\sqrt{2}$

5. **(अ)** $E = \frac{2V}{r}$

6. **(ब)** कूलॉम^2 /न्यूटन मीटर^2

7. **(ब)** $q/2\varepsilon_0$

8. **(अ)** $\vec{} \quad \vec{}$

9. **(ब)** वोल्ट-मीटर

10. **(अ)** एकसमान

11. 9.1×10^{-31} kg

12. बाहर की ओर

13. सत्य

14. असत्य

15. आवेशों के मध्य वैद्युत बल

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi F}\frac{q_1q_2}{r^2}$$

$$[\varepsilon_0] = \frac{[AT]^2}{[MLT^{-2}] \times [L^2]}$$

16. दिया है,

α-कण पर आवेश $q_0 = 2e = 2 \times 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम

वैद्युत क्षेत्र $E = 1.5 \times 10^4$ न्यूटन/कूलॉम

वैद्युत बल F = ?

सूत्र से, $E = \frac{F}{q_0}$

या $F = q_0E = 2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.5 \times 10^4$

$= 4.8 \times 10^{-15}$ न्यूटन

17. वैद्युत फ्लक्स केवल X-अक्ष के लम्बवत् तथा दाएँ पृष्ठ से परिबद्ध होगा।

$\phi_{left} = EA\cos180° = 2x \cdot a^2 (-1) = 2 \times 0 \times a^2(-1) = 0$ ($\because$ x = 0)

$\phi_{right} = EA\cos0° = 2x \cdot a^2 (1) = 2 \times a \times a^2 = 2a^3$ ($\because$ x = a)

कुल फ्लक्स $\phi_{total} = 0 + 2a^3 = 2a^3$ वोल्ट मीटर।

सूत्र $\phi = \frac{q}{\varepsilon_0}$ से, आवेश $q = \phi\varepsilon_0 = 2a^3\varepsilon_0$ कूलॉम

18. भुजा के समबाहु त्रिभुज ABC में यदि हम भुजा BC पर AD लंब खींचें तो $AD = AC\cos30° = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\ell$ तथा A से केन्द्रक की दूरी $AD = \left(\frac{2}{3}\right)AD = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\ell$

सममिति से AO = BO = CO

इस प्रकार

A पर स्थित आवेश q के कारण Q पर बल, $F_1 = \frac{3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{l^2}$

AO के अनुदिश

B पर स्थित q आवेश के कारण Q पर बल, $F_2 = \frac{3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{l^2}$

BO के अनुदिश

मिशन ज्ञान
पढ़ें : जब चाहें, जहां चाहें, जैसे चाहें!
100% FREE!
Video COURSES | QUIZ | PDF | TEST SERIES

C पर स्थित आवेश q के कारण Q पर बल, $F_3 = \frac{3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{l^2}$

CO के अनुदिश

बलों F_2 तथा F_3 का परिणामी समांतर चतुर्भुज नियम द्वारा $\frac{3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{gq}{l^2}$ OA के अनुदिश है।

इसीलिए, Q पर कुल बल $= \frac{3}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{l^2}(\hat{r} - \hat{r}) = 0$

यहाँ ^, OA के अनुदिश एकांक सदिश है।

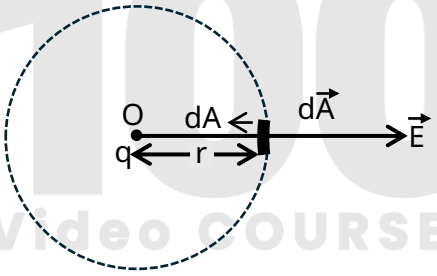
सममिति द्वारा भी यह स्पष्ट है कि उन तीनों बलों का योग शून्य होगा।

मान लीजिए परिणामी बल शून्येतर था परंतु किसी दिशा में था। विचार कीजिए कि क्या हुआ होता यदि इस निकाय को O के गिर्द (परित:) 60° पर घूर्णन कराया जाता।

19. गॉस का नियम – इस नियम के अनुसार किसी बन्द पृष्ठ A से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स ϕ_E, उस पृष्ठ द्वारा परिबद्ध (घिरे हुए) कुल आवेश q का $1/\varepsilon_0$ गुना होता है। $\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$

वैद्युत फ्लक्स

गॉस के नियम से कूलॉम के नियम की प्राप्ति- एक बिन्दु आवेश q को केन्द्र मानकर उसके चारों ओर r त्रिज्या का गोलीय गॉसीय पृष्ठ लेते हैं। गॉसीय पृष्ठ पर एक सूक्ष्म क्षेत्रफल अवयव $\vec{dA}$ लेते हैं, जिस पर वैद्युत क्षेत्र व क्षेत्रफल सदिश दोनों की दिशा समान, त्रिज्यत: बाहर की ओर है।



$$\phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

$$\phi_E = \int_A \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

अत: क्षेत्रफल अवयव से होकर गुजरने वाले वैद्युत फ्लक्स

$d\phi_E = \vec{E}.d\vec{A} = EdA\cos° = EdA$

∴ सम्पूर्ण गॉसीय पृष्ठ से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स

$\phi_E = \phi_S\vec{E}.d\vec{A} = \phi_S EdA = E\phi_S dA$

$= E \cdot 4\pi r^2$ .....(1)

परन्तु गॉस के नियम से,

$\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$

समीकरण (1) व (2) से,

$E.4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$

या $E = \frac{1}{4\pi r^2} = \frac{q}{r^2}$

यह बिन्दु आवेश q से r दूरी पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता के लिए सूत्र है। यदि q आवेश से r दूरी पर परीक्षण आवेश q_0 स्थित हो तब उस पर कार्यरत बल,

$F = q_0 E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{qq_0}{r^2}$

या $F \propto \frac{qq_0}{r^2}$

यही कूलॉम का नियम है।

20. वैद्युत फ्लक्स - किसी वैद्युत क्षेत्र में स्थित किसी काल्पनिक गुण्ठ से पुष्ठ के अभिलम्बवत् होकर गुजरने वाली कुल वैद्युत बल-रेखाओं की संख्या को ही वैद्युत फ्लक्स कहते हैं। इसे ϕ_E से प्रदर्शित करते हैं।

$$\phi_E = \vec{E}\cdot\vec{A}$$

गॉस की प्रमेय– इस प्रमेय के अनुसार, "किसी बन्द पृष्ठ A से गुजरने वाला वैद्युत फ्लक्स ϕ_E , उस पृष्ठ द्वारा परिबद्ध (घिरे हुए) कुल आवेश q का $\frac{1}{\varepsilon_0}$ गुना होता है।"

अत: वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = q\cdot\left(\frac{1}{\varepsilon_0}\right) = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

परन्तु बन्द पृष्ठ A से बद्ध कुल वैद्युत फ्लक्स

$$\phi_E = \oint \vec{E}\cdot d\vec{A}$$

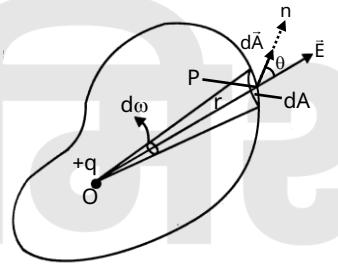
मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!
100% FREE!
Video COURSES | QUIZ | PDF | TEST SERIES

अत:

$$\phi_E = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

जहाँ ε_0 निर्वात् अथवा वायु की वैद्युतशीलता है।

उपपत्ति- माना कोई बिन्दु आवेश +q, किसी बन्द पृष्ठ A के भीतर किसी बिन्दु पर स्थित है। माना पृष्ठ A पर कोई बिन्दु P है जिसकी बिन्दु O मे दूरी r है। माना पृष्ठ A पर बिन्दु P के चारों और एक अल्पांश क्षेत्रफल dA है जिसके संगत क्षेत्रफल वेक्टर $d\vec{A}$ है जिसकी दिशा बिन्दु P पर अल्पांश क्षेत्रफल dA के बाहर की ओर खींचे गए अभिलम्ब के अनुदिश है (चित्र)।



माना बिन्दु O पर रखे बिन्दु आवेश +q के कारण बिन्दु P पर वैद्युत क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} \; (O \to F) \; ....(1)$$

यदि वैद्युत वेक्टर में तथा क्षेत्रफल वेक्टर $d\vec{A}$ के बीच कोण है तो अल्पांश क्षेत्रफल dA से गुजरने वाला बाहर की ओर दिष्ट वैद्युत फ्लक्स

$$d\phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{A} = EdA\cos\theta$$

समीकरण (1) से E का मान रखने पर,

$$d\phi_E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dA\cos\theta$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dA\cos\theta}{r^2} \; ...(2)$$

परंतु

$$\frac{dA\cos\theta}{r^2} = d\omega$$

जहाँ dw अल्पांश क्षेत्रफल dA द्वारा बिन्दु O पर अन्तरित घन कोण है। तब समीकरण (2) से,

$$d\phi_E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} d\omega$$

अत: बिन्दु आवेश q के कारण सम्पूर्ण पृष्ठ A से बाहर की ओर निकलने वाला वैद्युत फुक्स

$$\phi_E = \oint d\phi_E = \oint \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} d\omega = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \oint d\omega$$

परन्तु $\oint d\omega$, सम्पूर्ण बन्द पृष्ठ क्षेत्रफल A द्वारा बिन्दु O पर अन्तरित कुल घन कोण है, अर्थात् $\oint d\omega = 4\pi$

यही कूलॉम का नियम है।

अत: $\phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}$ यही गॉस की प्रमेय है।

प्रश्नानुसार-

दिया है,

$\vec{E} = 14\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$

$\vec{A} = 4\hat{j} = 0\hat{i} + 4\hat{j} + 0\hat{k}$

$\therefore \phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A}$

$= (14\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}) \cdot (0\hat{i} + 4\hat{j} + 0\hat{k})$

$= 0 + 12 + 0 = 12$ न्यूटन मीटर^2 / कूलॉम^2।

21. चित्र में क्षेत्र उपरिमुखी है, अत: ऋणावेशित इलेक्ट्रॉन eE परिमाण का अधोमुखी बल अनुभव करता है, यहाँ E विद्युत क्षेत्र का परिमाण है।

अत: इलेक्ट्रॉन का त्वरण $a_e = eE/m_e$

यहाँ m_e इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान है।

विरामावस्था से आरंभ करके, इलेक्ट्रॉन के मुक्त रूप से h दूरी तक गिरने में लगा समय

$$t_e = \sqrt{\frac{2h}{a_e}} = \sqrt{\frac{2hm_e}{eE}}$$

$e = 1.6 \times 10^{-19}$ C; $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg,

$E = 2.0 \times 10^4$ NC^{-1}; $h = 1.5 \times 10^{-2}$ m,

$t_e = 2.9 \times 10^0$ s

चित्र में क्षेत्र अधोमुखी है, अत: धनावेशित प्रोटॉन eE परिमाण का अधोमुखी बल अनुभव करता है। अत: प्रोटॉन का त्वरण $a_p = eE/m_p$

यहाँ m_p प्रोटॉन का द्रव्यमान है; $m_p = 1.67 \times 10^{-27}$kg

अंत: प्रोटॉन द्वारा गिरने में लिया गया समय

$$t_p = \sqrt{\frac{2h}{a_p}} = \sqrt{\frac{2hm_p}{eE}} = 1.3 \times 10^{-7} \text{ s}$$

इस प्रकार, समान दूरी गिरने में भारी कण (प्रोटॉन) अधिक समय लेता है। 'गुरुत्व के अधीन मुक्त पतन' और इस पतन में यही मूल विषमता है क्योंकि गुरुत्व के अधीन पतन में समय वस्तु के द्रव्यमान पर निर्भर नहीं करता।

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, नेट नहीं चाहिए!
100% FREE!
Video COURSES | QUIZ | PDF | TEST SERIES

ध्यान दीजिए यहाँ हमने पतन का समय परिकलित करते समय गुरुत्वीय त्वरण की उपेक्षा की है। यह देखने के लिए कि क्या यह न्यायसंगत है, आइए दिए गए विद्युत क्षेत्र में प्रोटॉन का त्वरण परिकलित करते हैं:

$$a_p = \frac{eE}{m_p}$$

$$= \frac{(1.6 \times 10^{-19}\ C) \times (2.0 \times 10^{4}\ NC^{-1})}{1.67 \times 10^{-27}\ kg}$$

$$= 1.9 \times 10^{12}\ m\,s^{-2}$$

यह गुरुत्वीय त्वरण ($9.8\ ms^{-2}$) की तुलना में अत्यंत विशाल है। इलेक्ट्रॉन का त्वरण तो इस त्वरण से भी अधिक है। है। इस प्रकार, इस उदाहरण में यह त्वरण गुरुत्वीय त्वरण की गुरुत्वीय त्वरण के प्रभाव की उपेक्षा की जा सकती है।

मिशन ज्ञान
पढ़ें: जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!
100% FREE!
Video COURSES | QUIZ | PDF | TEST SERIES