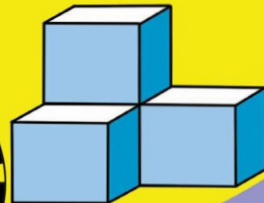
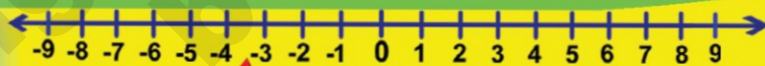


গণিত



সপ্তম শ্ৰেণীৰ গণিতৰ পাঠ্যপুথি



প্ৰাথমিক শিক্ষা বিভাগ
অসম চৰকাৰ

বানপানীৰ বাবে প্ৰস্তুতি



বানপানী



বানপানী হোৱাৰ আগত

তলত উল্লেখ কৰা বস্তুসমূহৰ সৈতে তোমালোকৰ জৰুৰী কালীন (Emergency Kit) মোনাখন প্ৰস্তুত ৰাখা

- সৰ্পদংশন আৰু পেটচলা (ডায়েৰীয়া)ৰ বাবে অতিৰিক্ত ঔষধসহ প্ৰাথমিক চিকিৎসা বাকচ
- বস্তু বন্ধাৰ বাবে টান বহী
- বিশুদ্ধ খোৱা পানী, শুকান খাদ্য সামগ্ৰী, নিমখ আৰু চেনি
- এটা ৰেডিঅ', টৰ্চলাইট আৰু ওপৰৰিঙ বেটাৰী
- কাপোৰ-কানি আৰু মূল্যবান সামগ্ৰী ৰাখিবলৈ জল-ৰোধী মোনা, ছাতি আৰু বাঁহৰ লাঠী।

বানপানী হোৱাৰ সময়ত

- জৰুৰীকালীন বেগসহ নিৰাপদ আশ্ৰয় স্থানলৈ যোৱা।
- বিছনা বা মেজৰ ওপৰত ঘৰুৱা সামগ্ৰীবোৰ উঠাই থোৱা।
- উতলোৱা পানী খাবা।
- বানপানীৰ মাজলৈ নাযাবা।

বানপানী হোৱাৰ পাছত

- চৌপাশৰ বীজাণু নাশ কৰিবলৈ ব্লিছিং পাউদাৰ আৰু চুণ ব্যৱহাৰ কৰা।
- খোৱা খাদ্য ঢাকি ৰাখিবা।
- কীট-পতংগৰ দংশনৰ পৰা সাৱধানে থাকিবা।
- চৰকাৰীভাৱে যেতিয়ালৈকে নিৰাপদ বুলি ঘোষণা কৰা নহয়, তেতিয়ালৈকে বাহিৰলৈ নোলাবা।
- ব্যৱহাৰ কৰাৰ আগতে বৈদ্যুতিক সামগ্ৰীবোৰ ভালদৰে শুকুৱাই লোৱা।



জনস্বার্থ আৰু নিৰাপত্তাৰ হিতাৰ্থে প্ৰকাশিত : অসম ৰাজ্যিক দুৰ্যোগ ব্যৱস্থাপনা প্ৰাধিকাৰী (এ এচ্ ডি এম্ এ)

বিশেষভাৱে সক্ষম ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ অন্তৰ্ভুক্তিৰ বাবে

- বিশেষভাৱে সক্ষম ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাবে শিক্ষক-শিক্ষয়িত্ৰীয়ে প্ৰয়োজন অনুসৰি শিক্ষণ-শিকন প্ৰক্ৰিয়াত বিশেষভাৱে ব্যৱস্থা গ্ৰহণ কৰিব।



‘তুমি যেতিয়াই নিজকে অসহায় বুলি ভাবা অথবা তোমাৰ ওচৰে পাজৰে থকা কোনো শিশুক (০-১৮ বছৰ বয়সলৈ) অসহায় বা বিপদগ্ৰস্ত অৱস্থাত দেখা, তেতিয়াই চাইল্ডলাইনৰ বিনামূলীয়া ‘১০৯৮’ নম্বৰলৈ সহায়ৰ বাবে ফোন কৰিবা।’



গণিত

সপ্তম শ্ৰেণীৰ বাবে



প্ৰস্তুতকৰণ

ৰাজ্যিক শিক্ষা-গৱেষণা আৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ, অসম
কাহিলিপাৰা, গুৱাহাটী-১৯



নাম :

বিদ্যালয়ৰ নাম :

শ্ৰেণী : ৰোল নং :



অসম ৰাজ্যিক পাঠ্যপুথি প্ৰণয়ন আৰু প্ৰকাশন নিগম লিমিটেড, গুৱাহাটী

GANIT : Saptam srenir babe : A textbook in Mathematics for class-VII in Assamese medium developed by SCERT, Assam and approved by the Government of Assam vide letter No. dated Dispur the and Published by the Assam State Textbook Production and Publication Corporation Limited, Guwahati.

FREE TEXTBOOK

All rights reserved : No reproduction in any form of this book, in whole or in part (except for brief quotation in critical articles or reviews) may be made without written authorization from the copyright authorities.

© : State Council of Educational Research and Training, Assam

প্রথম প্রকাশ : ২০২০

: অসম চৰকাৰৰ অৰ্থ সাহায্যত বিনামূলীয়াকৈ বিতৰণৰ বাবে প্রকাশিত পাঠ্যপুথি।

প্রকাশক : অসম ৰাজ্যিক পাঠ্যপুথি প্ৰণয়ন আৰু প্ৰকাশন নিগম লিমিটেড, গুৱাহাটী

মুদ্ৰক :



শুভেচ্ছাবাণী...

বিদ্যায়তনিক শিক্ষাৰ প্ৰধান আহিলা হৈছে পাঠ্যপুথি। পাঠ্যপুথিৰ মাজেৰেই ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে জ্ঞানৰ অন্বেষণ কৰে। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলেই আমাৰ ৰাজ্যৰ তথা আমাৰ দেশৰ ভৱিষ্যতৰ মূল সম্বল। মানৱ সভ্যতাৰ ধাৰা শিক্ষাৰ দ্বাৰাই প্ৰভাৱান্বিত হয়। এই উপলক্ষিৰেই বৰ্তমান চৰকাৰে শিক্ষা ক্ষেত্ৰত সৰ্বাধিক গুৰুত্ব আৰোপ কৰিছে।

বৰ্তমানৰ ৰাজ্য চৰকাৰে শিক্ষা গ্ৰহণৰ ক্ষেত্ৰত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে সফলতা অৰ্জন আৰু জীৱনৰ লক্ষ্য পূৰণ তথা ৰাজ্যৰ কল্যাণৰ হেতুকে আগুৱাই যোৱাৰ বাবে বিভিন্ন অভিলাষী আঁচনি ৰূপায়ণ কৰি আছে। ‘প্ৰজ্ঞান ভাৰতী’ৰ অধীনস্থ বিনামূলীয়া পাঠ্যপুথিৰ অধীনত ‘ক’ শ্ৰেণীৰ পৰা দ্বাদশ শ্ৰেণীলৈ বিনামূলীয়া পাঠ্যপুথিৰ অবিৰত যোগান ধৰি আহিছে। ২০২০ চনৰ পৰা আমাৰ চৰকাৰে এই আঁচনি স্নাতক শ্ৰেণী পৰ্য্যন্ত সম্প্ৰসাৰিত কৰি আহিছে। সমগ্ৰ ৰাজ্যত উচ্চতৰ মাধ্যমিক আৰু স্নাতক শ্ৰেণীত নামভৰ্তিকৰণৰ মাচুল ৰেহাইৰ ঘোষণাৰে এক যোগাত্মক পদক্ষেপ লৈ থকা হৈছে। সমাজৰ আৰ্থিকভাৱে পিছপৰা পৰিয়ালৰ শিক্ষাৰ্থীলৈ হাইস্কুল শিক্ষান্ত আৰু উচ্চতৰ মাধ্যমিক পৰীক্ষাৰ মাচুল ৰেহাই দিয়াৰ ব্যৱস্থা কৰি থকা হৈছে। লগতে মাধ্যমিক স্তৰতো ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক সমবেশ (ইউনিফৰ্ম) যোগান ধৰাৰ বাবে চৰকাৰে ব্যৱস্থা লৈছে। ‘আনন্দৰাম বৰুৱা আঁচনি’ৰ জৰিয়তে হাইস্কুল শিক্ষান্ত পৰীক্ষাত উত্তীৰ্ণ হোৱা মেধাৱী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক ‘লেপ্টপ’ বা তাৰ বিনিময়ত আৰ্থিক অনুদান আগবঢ়োৱা হৈছে।

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ শিক্ষা গ্ৰহণৰ বাট সেমুৱীয়া কৰি তোলাৰ মহান উদ্দেশ্য সাৰোগত কৰি ৰূপায়ণ কৰি অহা ‘প্ৰজ্ঞান ভাৰতী’ আঁচনিৰ অন্তৰ্ভুক্ত বিনামূলীয়া পাঠ্যপুথি যোগানৰ দৰে পৱিত্ৰ কৰ্মযজ্ঞ সম্পাদন কৰাৰ ক্ষেত্ৰত অবিহণা যোগোৱা ৰাজ্যিক শিক্ষা-গৱেষণা আৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ, অসম মাধ্যমিক শিক্ষা পৰিষদ, অসম উচ্চতৰ মাধ্যমিক শিক্ষা সংসদ তথা অসম ৰাজ্যিক পাঠ্যপুথি প্ৰণয়ন আৰু প্ৰকাশন নিগমৰ কৰ্মতৎপৰতাক মই শলাগ লৈছো। শিক্ষাৰ্থীসকলে নিৰলস জ্ঞান আহৰণৰ যজ্ঞত আত্মনিয়োগ কৰি ৰাষ্ট্ৰৰ সম্পদৰূপে নিজকে গঢ়ি তুলিব বুলি মই আশা ৰাখি আন্তৰিকতাৰে শুভেচ্ছা জ্ঞাপন কৰিলো।

(ডাঃ বনোজ পেণ্ডু)

শিক্ষামন্ত্রী, অসম

পাঠ প্ৰস্তুতকৰণত

ড° ৰাম চন্দ্ৰ ডেকা, অৱসৰপ্ৰাপ্ত মুৰব্বী অধ্যাপক, গণিত বিভাগ, প্ৰাগজ্যোতিষ কলেজ
ড° প্ৰবীণ দাস, অৱসৰপ্ৰাপ্ত সহযোগী অধ্যাপক, গণিত বিভাগ, আৰ্য বিদ্যাপীঠ কলেজ
শ্ৰীযুত প্ৰবীণ চন্দ্ৰ বৰ্মন, অৱসৰপ্ৰাপ্ত শিক্ষক, ৰিফাইনেৰী হাইস্কুল, নুনমাটি, গুৱাহাটী
শ্ৰীঘনশ্যাম মেধি, অধ্যক্ষ, অসম জাতীয় বিদ্যালয়
ড° মুনীন্দ্ৰ কুমাৰ মজুমদাৰ, মাৰিয়া পাব্লিক স্কুল
শ্ৰীৰবীন্দ্ৰ বৰ্মন, উপাধ্যক্ষ, অসম জাতীয় বিদ্যালয়, নুনমাটি
শ্ৰীবিপুল খাউণ্ড, অৱসৰপ্ৰাপ্ত প্ৰবক্তা, জিলা শিক্ষা আৰু প্ৰশিক্ষণ প্ৰতিষ্ঠান, শোণিতপুৰ
ড° দিব্যজ্যোতি মহন্ত, ডীন অধ্যয়ন কেন্দ্ৰ, কৃষ্ণকান্ত সন্দিকৈ ৰাজ্যিক মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়
ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মা, সহকাৰী অধ্যাপক, গণিত বিভাগ, আৰ জি বৰুৱা কলেজ
শ্ৰীবীৰেন ভট্টাচাৰ্য্য, জ্যেষ্ঠ প্ৰবক্তা জিলা শিক্ষা আৰু প্ৰশিক্ষণ প্ৰতিষ্ঠান, কামৰূপ
শ্ৰীবীৰব্ৰত দাস চৌধুৰী, প্ৰবক্তা, গণিত বিভাগ, বঙাইগাঁও আভিযান্ত্ৰিক প্ৰতিষ্ঠান
শ্ৰীমনোজ কুমাৰ শৰ্মা, সহকাৰী অধ্যাপক, গণিত বিভাগ, গুৱাহাটী কলেজ
শ্ৰীৰাণু বৰগোঁহাই, অৱসৰপ্ৰাপ্ত, সহকাৰী শিক্ষয়িত্ৰী, তাৰিণীচৰণ চৰকাৰী ছোৱালী উচ্চতৰ আৰু বহুমুখী মাধ্যমিক বিদ্যালয়
শ্ৰীপ্ৰতুল শৰ্মা, প্ৰধান শিক্ষক, লালসিং অকাডেমি, গুৱাহাটী
শ্ৰীখনীন্দ্ৰ বৰ্মন, শিক্ষক, বেতকুছি হাইস্কুল, গুৱাহাটী
শ্ৰীকাকলি বৰঠাকুৰ, সহকাৰী শিক্ষয়িত্ৰী, তৰাজান উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, যোৰহাট
শ্ৰীকাকলি পেণ্ড, প্ৰবক্তা, জিলা শিক্ষা আৰু প্ৰশিক্ষণ প্ৰতিষ্ঠান, ধেমাজি
শ্ৰীমুকেশ শৰ্মা, উপ সঞ্চালক, এছ. চি. ই. আৰ. টি, অসম

পুনৰীক্ষক

ড° তাৰকেশ্বৰ চৌধুৰী, অৱসৰপ্ৰাপ্ত মুৰব্বী অধ্যাপক, গণিত বিভাগ, কটন কলেজ

সংকলন

শ্ৰীলক্ষ্মী কান্ত দাস, উপ সঞ্চালক, এছ. চি. ই. আৰ. টি, অসম
ড° ৰীতা দেৱী গোস্বামী, জ্যেষ্ঠ প্ৰবক্তা জিলা শিক্ষা আৰু প্ৰশিক্ষণ প্ৰতিষ্ঠান, কামৰূপ
শ্ৰীবীৰেন ভট্টাচাৰ্য্য, জ্যেষ্ঠ প্ৰবক্তা জিলা শিক্ষা আৰু প্ৰশিক্ষণ প্ৰতিষ্ঠান, কামৰূপ
শ্ৰীতিলক কুমাৰ মহন্ত, সহঃ শিক্ষক, নাৰায়ণপুৰ বালিকা মজলীয়া বিদ্যালয়, লক্ষীমপুৰ

বিষয় বিশেষজ্ঞ

ড° ৰাম চন্দ্ৰ ডেকা, অৱসৰপ্ৰাপ্ত মুৰব্বী অধ্যাপক, গণিত বিভাগ, প্ৰাগজ্যোতিষ কলেজ
ড° প্ৰবীণ দাস, অৱসৰপ্ৰাপ্ত সহযোগী অধ্যাপক, আৰ্য বিদ্যাপীঠ কলেজ
শ্ৰীআৰতী ভট্টাচাৰ্য্য, অৱসৰপ্ৰাপ্ত শৈক্ষিক বিষয়া, অসম মাধ্যমিক শিক্ষা পৰিষদ, অসম
শ্ৰীবিপুল খাউণ্ড, অৱসৰপ্ৰাপ্ত প্ৰবক্তা, জিলা শিক্ষা আৰু প্ৰশিক্ষণ প্ৰতিষ্ঠান, শোণিতপুৰ
ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মা, সহকাৰী অধ্যাপক, আৰ জি বৰুৱা কলেজ

ইংৰাজী মূলশব্দৰ অন্তৰ্ভুক্তকৰণ :

মৃদুল দাস, প্ৰবক্তা, ডায়েট বঙাইগাঁও, প্ৰাঞ্জল চেতিয়া, প্ৰবক্তা, ডায়েট শোণিতপুৰ
নাৰায়ণ চন্দ্ৰ শৰ্মা, অৱসৰপ্ৰাপ্ত প্ৰধান শিক্ষক, নাৰেংগী হাইস্কুল, গুৱাহাটী
মুকুল গোস্বামী, সহকাৰী শিক্ষক, চন্দ্ৰপুৰ হাইস্কুল, গুৱাহাটী

অলংকৰণ : শংকৰ কলিতা, এছ. চি. ই. আৰ. টি, অসম

ডিটিপি : অম্বিকা দত্ত, উৎসৱ তালুকদাৰ, হৃদিকেশ দাস, বুদ্ধজ্যোতি বৰুৱা, প্ৰাঞ্জল তালুকদাৰ

কিউ.আৰ.কোড সংযোজক : মৃদুল শৰ্মা, প্ৰাঞ্জল তালুকদাৰ

সমন্বয়ক

শ্ৰীলক্ষ্মী কান্ত দাস, উপ-সঞ্চালক, এছ.চি.ই.আৰ.টি, অসম

পাতনি

১৯৮৬ চনৰ ৰাষ্ট্ৰীয় শিক্ষানীতিত উল্লেখ কৰা শিশুকেন্দ্ৰিক শিক্ষা পদ্ধতিৰ সফল ৰূপায়ণৰ লগতে প্ৰাথমিক শিক্ষাক সাৰ্বজনীন কৰাৰ ক্ষেত্ৰত বিদ্যালয়সমূহত পাঠ্যপুথিৰ এক গুৰুত্বপূৰ্ণ ভূমিকা আছে। এই কথাকে সাৰোগত কৰি ৰাজ্যিক শিক্ষা-গৱেষণা আৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ অসমে, অসম চৰকাৰৰ নিৰ্দেশ সাপেক্ষে সময়ে সময়ে প্ৰাথমিক স্তৰৰ পাঠ্যপুথিসমূহ প্ৰস্তুত আৰু পুনৰীক্ষণ কৰি আহিছে। অসম চৰকাৰৰ নিৰ্দেশ অনুযায়ী ২০২০ চনৰ শৈক্ষিক বৰ্ষৰ পৰা প্ৰচলন হ'ব পৰাকৈ প্ৰাথমিক বিদ্যালয়ৰ সপ্তম শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাবে 'গণিত' পাঠ্যপুথিখন প্ৰস্তুত কৰি উলিয়াইছে। এই পুথিখন 'ৰাষ্ট্ৰীয় কেৰিকুলাম ৰূপৰেখা, ২০০৫'ৰ আধাৰত প্ৰাথমিক পৰ্যায়ৰ বাবে প্ৰস্তুত কৰা ৰাজ্যিক পাঠ্যক্ৰম আৰু শেহতীয়াকৈ ৰাষ্ট্ৰীয় শৈক্ষিক অনুসন্ধান আৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ, নতুন দিল্লীৰ দ্বাৰা প্ৰস্তুত কৰা 'শিকনৰ ফলাফল' (Learning Outcome)ৰ ভিত্তিত কৰি প্ৰস্তুত কৰা হৈছে।

গণিতৰ প্ৰাথমিক ধাৰণাবোৰ আয়ত্ত কৰাওঁতে শিশুসকলে যাতে সক্ৰিয়ভাৱে অংশগ্ৰহণ কৰিব পাৰে তাৰ প্ৰতি লক্ষ্য ৰাখি এই পাঠ্যপুথিখনত পৰিৱেশ ভিত্তিক ক্ৰিয়া-কলাপ সন্নিৱিষ্ট কৰা হৈছে। পাঠ্যপুথিৰ পাঠসমূহৰ আদান-প্ৰদানৰ ক্ষেত্ৰত শিক্ষকসকলে পাৰ্য্যমানে বাস্তৱ বস্তুৰ সহায় লৈ শিকন প্ৰক্ৰিয়া আনন্দদায়ক কৰিব বুলি আশা কৰা হ'ল।

পাঠভিত্তিক অধিক জ্ঞান আহৰণৰ বাবে এই কিতাপখনৰ পাঠসমূহত Q.R. ক'ড (Quick Response Code) সন্নিৱিষ্ট কৰা হৈছে। Q.R. ক'ড ব্যৱহাৰৰ ক্ষেত্ৰত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক শিক্ষক আৰু অভিভাৱকে সহায় কৰিব।

পাঠ্যপুথিখনৰ প্ৰস্তুতিৰ বিভিন্ন ক্ষেত্ৰত আৰু পুনৰীক্ষণত বিশ্ববিদ্যালয় আৰু মহাবিদ্যালয়ৰ অৱসৰপ্ৰাপ্ত আৰু কৰ্মৰত কেবাগৰাকী অধ্যাপক, অসম মাধ্যমিক শিক্ষা পৰিষদৰ অৱসৰপ্ৰাপ্ত শৈক্ষিক বিষয়া, শিক্ষক-প্ৰশিক্ষক, শিক্ষক-শিক্ষয়িত্ৰী আৰু বিষয়া-কৰ্মচাৰী জড়িত হৈ আছে। এই সকলোৰে প্ৰতি কৃতজ্ঞতা জ্ঞাপন কৰিলোঁ।

সদাশয় শিক্ষাপ্ৰেমী ৰাইজৰ গঠনমূলক দিহা-পৰামৰ্শই ভৱিষ্যতে পুথিখনৰ সংশোধনত বৰঙণি যোগাব বুলি আশা কৰিলোঁ।

নিৰ্দ্ধাৰক

(ড° নিৰ্দ্ধা দেৱী)

সঞ্চালক

ৰাজ্যিক শিক্ষা-গৱেষণা আৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ, অসম

কাহিলিপাৰা, গুৱাহাটী-৭৮১০১৯

পাঠ্যপুথিত সন্নিবিষ্ট QR ক'ডৰ ব্যৱহাৰৰ নিৰ্দেশনাৱলীঃ
মোবাইলত QR ক'ড ব্যৱহাৰ কৰি ডিজিটেল বিষয়বস্তু কিদৰে পাব পাৰিব :



পাঠ্যপুথিত থকা
QR ক'ড **scan**
কৰিবলৈ QR ক'ডৰ
আইকনটোত টিপক।



QR ক'ডত কেন্দ্ৰ
কৰি মোবাইলটো
স্থিৰ কৰি ৰাখক।



সফলভাৱে **scan** কৰিলে
QR ক'ডত সম্পৰ্কিত হৈ থকা
বিষয়বস্তুৰ তালিকাখন পাব।

ডেঅটপত ডায়েল (DIAL) ক'ড ব্যৱহাৰ কৰি ডিজিটেল বিষয়বস্তু কিদৰে পাব পাৰিব :



QR ক'ডৰ তলত থকা 6 টা
অংকবিশিষ্ট সংখ্যাটোক ডায়েল
(DIAL) ক'ড বুলি কোৱা হয়।



আপোনাৰ ব্ৰাউজাৰত
diksha.gov.in/AS/get টাইপ
কৰক।



ডায়েল ক'ডটো চাৰ্ছ
বাৰডালত টাইপ কৰক।



উপলব্ধ বিষয়বস্তুৰ তালিকাখন চাওক
আৰু যিকোনো নতুন বিষয়বস্তুত ক্লিক
কৰক।

VALUE ADDED BENEFITS OF USING DIGITAL CONTENT



Energized textbooks provide easy access to a wide range of educational material to create an engaging learning experience. Each chapter in the textbook has QR codes which when scanned with the DIKSHA app, displays state curated content for that particular chapter.

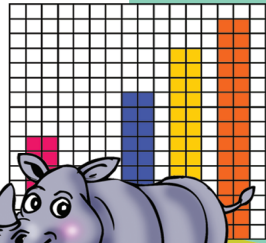
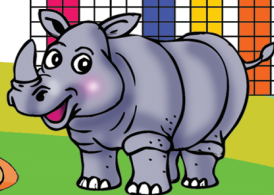
LESSON PLAN Lesson plan is a structured outline of a given topic/chapter to be taught in any given day. Lesson plan aims to streamline teaching and create an engaging learning experience.	IMAGES Pictures, drawings or photographs to explain concepts and non-local contexts.
ACTIVITIES Engaging games or exercises to test and increase cognition.	VIDEO & AUDIO CLIPS To help explain difficult concepts creatively and innovatively.
ASSESSMENT An evaluation to gauge the level of understanding of any given topic/chapter/unit. Assessments help teachers improve the overall learning experience.	INTERACTIVE GAMES Engaging games or exercises to test and increase cognition.
WORKSHEETS A set of questions or tasks put together to assess the understanding of any particular topic/unit/chapter.	



অধ্যায় (Chapter)

পৃষ্ঠা নং

অধ্যায় - 1	সংখ্যাৰ পৰিচয় : অখণ্ড সংখ্যা (Integers)	1-18
অধ্যায় - 2	ভগ্নাংশ আৰু দশমিক (Fractions and Decimals)	19-42
অধ্যায় - 3	তথ্যৰ ব্যৱহাৰ (Data Handling)	43-60
অধ্যায় - 4	সৰল সমীকৰণ (Simple Equations)	61-76
অধ্যায় - 5	ৰেখা আৰু কোণ (Lines and Angles)	77-94
অধ্যায় - 6	ত্ৰিভুজ আৰু ইয়াৰ ধৰ্ম (The Triangle and its Properties)	95-116
অধ্যায় - 7	ত্ৰিভুজৰ সৰ্বাংগসমতা (Congruence of Triangle)	117-126
অধ্যায় - 8	পৰিমাণৰ তুলনা (Comparing Quantities)	127-146
অধ্যায় - 9	পৰিমেয় সংখ্যা (Rational Numbers)	147-164
অধ্যায় - 10	ব্যৱহাৰিক জ্যামিতি (Practical Geometry)	165-172
অধ্যায় - 11	পৰিসীমা আৰু কালি (Perimeter and Areas)	173-194
অধ্যায় - 12	বীজগণিতীয় ৰাশি (Algebraic Expression)	195-214
অধ্যায় - 13	সূচক আৰু ঘাত (Exponent and Power)	215-236
অধ্যায় - 14	সমমিতি (Symmetry)	237-254
অধ্যায় - 15	গোটা আকৃতিক দৃশ্যায়ন (Visualising Solid Shapes)	255-262
	উত্তৰমালা (Answers)	263-281
	সংখ্যাৰ সৈতে খেলা (Playing with Numbers)	282-287
	শিকন ফলাফল (Learning Outcomes)	288





অধ্যায়-1

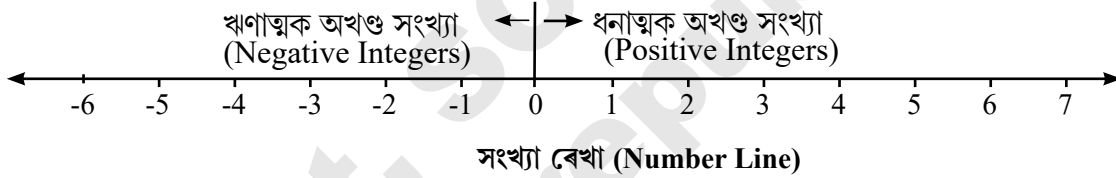
সংখ্যাৰ পৰিচয় : অখণ্ড সংখ্যা

(Introduction to Numbers: Integers)

1.1 তোমালোকে ষষ্ঠ শ্ৰেণীত অখণ্ড সংখ্যাৰ কিছু প্ৰাথমিক ধাৰণাৰ লগতে সংখ্যাৰেখাৰ বিষয়েও শিকিছা আৰু সংখ্যাৰেখাত অখণ্ড সংখ্যাবোৰ কি দৰে উপস্থাপন কৰা হয় তাকো পাইছা। আমি জানো যে অখণ্ড সংখ্যাবোৰ সংখ্যাৰ এক বৃহৎ থুপ য'ত ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা (Positive Integers) আৰু ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা (Negative Integers) বোৰ নিৰ্দিষ্ট ক্ৰমত থাকে। এই অধ্যায়ত আমি অখণ্ড সংখ্যাৰ বিভিন্ন ধৰ্ম আৰু প্ৰক্ৰিয়াসমূহৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম।

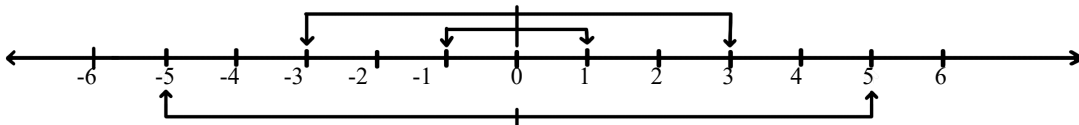
1.1.1 মনত পেলাওঁ আহা (Let us Recall) :

আমি ধনাত্মক আৰু ঋণাত্মক সংখ্যাবোৰক সংখ্যাৰেখাৰ জৰিয়তে প্ৰকাশ কৰোঁ। এডাল অসীম সৰল ৰেখাৰ মাজৰ এটা বিন্দুক 0 (শূন্য) ৰে চিহ্নিত কৰি ইয়াৰ দুয়োফালে ৰেখাডালত একক দূৰত্বত সংখ্যাসমূহ লিখি সোঁফালৰ সংখ্যাবোৰক ধনাত্মক আৰু বাঁওফালৰ সংখ্যাবোৰক ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হিচাপে চিহ্নিত কৰোঁ। তলৰ সংখ্যাৰেখাডাল চোৱা আৰু কথাখিনি অনুধাৱন কৰা—



- (i) '0' (শূন্য) টো ধনাত্মকো নহয় ঋণাত্মকো নহয়।
- (ii) '0' (শূন্য) ৰ সোঁফালে ধনাত্মক সংখ্যা আৰু বাঁওফালে ঋণাত্মক সংখ্যাবোৰ থাকে।
- (iii) স্বাভাৱিক সংখ্যাবোৰ (Natural Numbers) পূৰ্ণসংখ্যাৰ (Whole Numbers) অন্তৰ্গত আৰু পূৰ্ণসংখ্যাবোৰ অখণ্ড সংখ্যাৰ অন্তৰ্গত।
- (iv) সংখ্যাৰেখাৰ বাঁওফালৰ সংখ্যাতকৈ সোঁফালৰ সংখ্যাবোৰ ডাঙৰ।
- (v) যদি a, b দুটা অখণ্ড সংখ্যা আৰু $a > b$, তেন্তে $-a < -b$ হয়।

প্ৰতিটো ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ বাবে একোটাকৈ অনুৰূপ ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা থাকে। যেনে : 1, 2, 3, 5 ৰ অনুৰূপ ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাবোৰ ক্ৰমে -1, -2, -3 আৰু -5। ইয়াৰ 1 সংখ্যাটো 0 ৰ সোঁফালে যিমান দূৰত আছে -1 সংখ্যাটো 0 ৰ বাঁওফালে সিমান দূৰত থাকিব। সেইদৰে 2 সংখ্যাটো 0 ৰ সোঁফালে যিমান দূৰত আছে, -2 সংখ্যাটো 0 ৰ বাঁওফালে সিমান দূৰত আছে। সেইদৰে 3 আৰু -3 বা 5 আৰু -5... আদিৰ ক্ষেত্ৰতো একেই ব্যাখ্যা হ'ব।



সংখ্যাবেখাত অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগ আৰু বিয়োগৰ ক্ষেত্ৰত আমি তলত দিয়া ধৰণেৰে আগবাঢ়োঁ—

প্ৰথম সংখ্যা	দ্বিতীয় সংখ্যা	প্ৰক্ৰিয়া	
(i) ধনাত্মক	ধনাত্মক	+	প্ৰথম বাশিৰ পৰা 0 ৰ সোঁফালৰ দিশত যাওঁ
(ii) ধনাত্মক	ধনাত্মক	—	প্ৰথম বাশিৰ পৰা 0 ৰ বাওঁফালৰ দিশত যাওঁ
(iii) ধনাত্মক	ঋণাত্মক	+	প্ৰথম বাশিৰ পৰা 0 ৰ বাওঁফালৰ দিশত যাওঁ
(iv) ঋণাত্মক	ঋণাত্মক	—	প্ৰথম বাশিৰ পৰা 0 ৰ সোঁফালৰ দিশত যাওঁ

টোকা : $-(-5)$ মানে $0 - (-5)$ বুজিম, তেতিয়া (iv) ৰ মতে $-(-5) = 5$ হ'ব।

কৰি চাওঁ আহা (Let us do) :

বাকচত $>$, $=$, $<$ চিন ব্যৱহাৰ কৰি পূৰ কৰা —

- | | | |
|-----------------------|-------------------------------|--|
| (i) $2 \square 5$ | (vi) $(-4) \square 7$ | (xi) $(-7) + (-5) \square (-12)$ |
| (ii) $4 \square 7$ | (vii) $(-4) \square (-7)$ | (xii) $(-6) + 5 \square 11$ |
| (iii) $0 \square 7$ | (viii) $(-5) \square (-13)$ | (xiii) $21 + 3 \square (-25) + 27$ |
| (iv) $0 \square (-7)$ | (ix) $(-5) \square (-2 - 3)$ | (xiv) $(-3 - 18) \square (-25 + 7)$ |
| (v) $4 \square (-7)$ | (x) $(0 - 5) \square (5 - 0)$ | (xv) $(-1 + 4) + (-17 + 25) \square (-20)$ |

মনত ৰাখিবা (Remember):

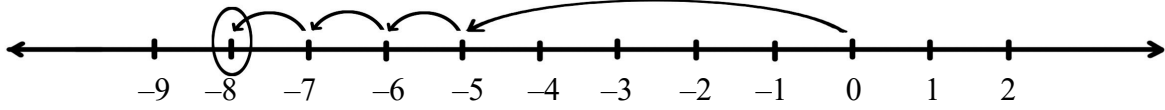
- (i) দুটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা যোগ কৰিলে আমি এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা পাবোঁ।
- (ii) দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা যোগ কৰিলে আমি এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা পাবোঁ।
- (iii) এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা যোগ কৰিলে যোগফল কেতিয়াবা ধনাত্মক আৰু কেতিয়াবা ঋণাত্মক হ'ব। এইক্ষেত্ৰত ধনাত্মক সংখ্যাটো ডাঙৰ হ'লে যোগফলটো ধনাত্মক আৰু ঋণাত্মক সংখ্যাটো ডাঙৰ হ'লে যোগফলটো ঋণাত্মক হ'ব।
- (iv) এটা অখণ্ড সংখ্যাৰ পৰা আন এটা অখণ্ড সংখ্যা বিয়োগ কৰিব লাগিলে আমি প্ৰথমটোৰ সংখ্যাৰ লগত দ্বিতীয় সংখ্যাটোৰ যোগাত্মক বিপৰীত সংখ্যাটো যোগ কৰোঁ।

উদাহৰণ 1 : সংখ্যাবেখাত -5 আৰু -3 ৰ যোগফল নিৰ্ণয় কৰি দেখুওৱা।

সমাধান : উক্তিতোৰ গাণিতিক সমাধান হ'ব $= (-5) + (-3) = -5 - 3 = -(5 + 3) = -8$

আমি জানো যে, সংখ্যাৰ আৰম্ভণি সদায় 0 (শূন্য)ৰ পৰা হয়।

এতিয়া প্ৰশ্নৰ উক্তি -5 আৰু -3 ৰ যোগফল উলিয়াবলৈ সংখ্যাবেখাৰ 0 বিন্দুৰ পৰা বাওঁফালে প্ৰথমতে -5 লৈ যাব লাগিব আৰু তাৰপিছত 3 ঘৰ $(-6, -7, -8)$ পুনৰ বাওঁফালে গৈ (-8) পোৱা যাব। সিপিঠিৰ চিত্ৰলৈ মন কৰা—



$$(-5) + (-3) = -5-3 = -(5+3) = -8$$

1.2 অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগ আৰু বিয়োগৰ বিধি(Properties of Addition and Subtraction of Integers):

1.2.1 যোগ সাপেক্ষে আৱদ্ধ বিধি (Closure Property under Addition):

আমি পাই আহিছোঁ যে পূৰ্ণসংখ্যাৰ যোগফল আন এটা পূৰ্ণসংখ্যা। অৰ্থাৎ পূৰ্ণসংখ্যাই যোগ সাপেক্ষে আৱদ্ধ বিধি মানি চলে। কাষৰ তালিকাখনলৈ মন কৰা —

চাৰিওটা সমস্যাৰ ক্ষেত্ৰতে দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগফল আন এটা অখণ্ড সংখ্যা পোৱা গৈছে। এই তথ্যটো সকলো অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগৰ ক্ষেত্ৰতে প্ৰযোজ্য হয়। কথাষাৰ প্ৰতিপন্ন কৰিবৰ বাবে তোমালোকে আন কেইটামান উদাহৰণ লৈ যোগ কৰি চাব পাৰা।

যদি a আৰু b দুটা অখণ্ড সংখ্যা হয় তেন্তে $a + b$ সদায় এটা অখণ্ড সংখ্যা হ'ব।

ইয়াকে যোগ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাৰ আৱদ্ধ বিধি বোলে।

a	b	$a + b$
2	3	$2 + 3 = 5$
5	-8	$5 + (-8) = -3$
-4	7	$(-4) + 7 = 3$
-9	-11	$(-9) + (-11) = -20$

1.2.2 বিয়োগ সাপেক্ষে আৱদ্ধ বিধি (Closure Property under Subtraction):

যিকোনো দুটা পূৰ্ণসংখ্যাৰ বিয়োগফল সদায় এটা পূৰ্ণসংখ্যা হ'ব পাৰেনে? তলৰ উদাহৰণলৈ লক্ষ্য কৰা —

$16 - 12 = 4$, এটা পূৰ্ণ সংখ্যা, কিন্তু $10 - 12 = -2$, ই পূৰ্ণ সংখ্যা নহয়। অৰ্থাৎ পূৰ্ণ সংখ্যা বিয়োগ সাপেক্ষে আৱদ্ধ নহয়। এইবাৰ কাষৰ তালিকাখনলৈ মন কৰা —
তিনিওটা উদাহৰণতে দেখা পাইছোঁ যে, দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ বিয়োগফল অন্য এটা অখণ্ড সংখ্যা হয়।

যদি a আৰু b দুটা অখণ্ড সংখ্যা হয়, তেন্তে $a - b$ সদায় এটা অখণ্ড সংখ্যা হ'ব।

ইয়াকে বিয়োগ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাৰ আৱদ্ধ বিধি বোলে।

a	b	$a - b$
-4	1	$(-4) - 1 = -5$
5	-7	$5 - (-7) = 12$
-18	-13	$(-18) - (-13) = -5$

1.3 অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ৰম বিনিময় বিধি (Commutative Property of Integers):

1.3.1 যোগ সাপেক্ষে ক্ৰম বিনিময় বিধি (Commutative Property Under Addition):

পূৰ্ণসংখ্যাই যোগ সাপেক্ষে ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি চলে। অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত কি হয় চাওঁ আহা —

তলৰ তালিকাখনৰ পৰা দেখা গ'ল যে, দুটা অখণ্ড সংখ্যা যিকোনো ক্ৰমত (স্থান সলনি কৰিলেও) যোগ কৰিলে মানৰ কোনো পৰিৱৰ্তন নহয় আৰু যোগফলটো আন এটা অখণ্ড সংখ্যা হয়।

$a + b$	যোগফল	$b + a$	যোগফল
$25 + (-12)$	13	$(-12) + 25$	13
$(-25) + 12$	-13	$12 + (-25)$	-13
$(-12) + (-25)$	-37	$(-25) + (-12)$	-37

যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যা a আৰু b ৰ বাবে $a + b = b + a$ ।

ইয়াকে যোগ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ৰম বিনিময় বিধি বোলে।

1.3.2 বিয়োগ সাপেক্ষে ক্ৰম বিনিময় বিধি (Commutative Property Under Subtraction):

এতিয়া তলৰ তালিকাখন মন কৰা —

$a - b$	বিয়োগফল	$b - a$	বিয়োগফল
$(-64) - 24$	-88	$24 - (-64)$	88
$64 - (-24)$	88	$(-24) - 64$	-88
$(-64) - (-24)$	-40	$(-24) - (-64)$	40

ওপৰৰ তালিকাখনৰ পৰা দেখা গ'ল যে বিয়োগ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাই ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি নচলে।
যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যা a আৰু b ৰ বাবে $a - b \neq b - a$

1.4 অখণ্ড সংখ্যাৰ সহযোগ বিধি (Associative Property of Integers) :

1.4.1 যোগ সাপেক্ষে সহযোগ বিধি (Associative Property under Addition) :

আমি জানো যে, পূৰ্ণ সংখ্যাই সহযোগ বিধি মানি চলে। এতিয়া তলৰ উদাহৰণকেইটালৈ মন কৰা—
যিকোনো তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা ক্ৰমে 5, -2, -6 লোৱা হ'ল। এই সংখ্যা তিনিটাক তলত দিয়া ধৰণেৰে যোগ কৰি পাওঁ —

$$5 + \{(-2) + (-6)\} = 5 + (-2-6) = 5 + (-8) = 5 - 8 = -3$$

$$\text{আকৌ } \{5 + (-2)\} + (-6) = (5-2) - 6 = 3 - 6 = -3$$

দেখা গ'ল যে, সংখ্যা তিনিটাক বেলেগ বেলেগ গোট কৰি যোগ কৰোঁতেও যোগফল একে পোৱা গৈছে।

সিদ্ধান্তঃ a, b, c তিনিটা অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত $a + (b + c) = (a + b) + c$

তোমালোকে a, b, c ৰ স্থানত যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা বহুৱাই উক্ত বিধিৰ সত্যতা নিৰূপণ কৰি চাব পাৰিবা।

1.4.2 বিয়োগ সাপেক্ষে সহযোগ বিধি (Associative Property under Subtraction):

তলৰ বিয়োগফলকেইটালৈ মন কৰা—

ধৰাহ'ল, -5, 6, 7 ৰ বিয়োগফল নিৰ্ণয় কৰিব লাগে।

$$\text{এতিয়া, } (-5) - 6 - 7 = \{(-5) - 6\} - 7 = (-11) - 7 = (-18)$$

$$\text{আকৌ } (-5) - (6 - 7) = (-5) - (-1) = (-5) + 1 = (-4)$$

অৰ্থাৎ $\{(-5) - 6\} - 7 \neq (-5) - (6 - 7)\}$

দেখা গ'ল যে, তিনিটা অখণ্ড সংখ্যাক বেলেগ বেলেগ গোট কৰি বিয়োগ কৰিলে বিয়োগফল একে পোৱা নাযায়।
বিয়োগ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাত সহযোগ বিধি প্ৰযোজ্য নহয়।

সিদ্ধান্তঃ a, b, c যিকোনো তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে, $a - (b - c) \neq (a - b) - c$

অৰ্থাৎ অখণ্ড সংখ্যাসমূহে বিয়োগ সাপেক্ষে সহযোগ বিধি মানি নচলে।

1.4.3 যোগাত্মক অভেদ (Additive Identity) :

আমি জানো যে, কোনো পূৰ্ণ সংখ্যাৰ লগত শূন্য যোগ কৰিলে সেই পূৰ্ণ সংখ্যাটোৱেই পোৱা যায়। উদাহৰণস্বৰূপে $25 + 0 = 25$ বা $0 + 25 = 25$ । অৰ্থাৎ 0 টো পূৰ্ণ সংখ্যাৰ যোগাত্মক অভেদ। তলৰ উদাহৰণকেইটা মন কৰা—

$$(-25) + 0 = -25 \quad \text{বা} \quad (-23) + 0 = (-23) \quad \text{বা} \quad 0 + (-23) = (-23)$$

দেখা গ'ল কোনো অখণ্ড সংখ্যাৰ লগত 0 (শূন্য) যোগ কৰিলে বা 0 (শূন্য)ৰ লগত যি কোনো অখণ্ড সংখ্যা যোগ কৰিলে যোগফল সেই সংখ্যাটোৱেই হয়।

a যি কোনো এটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে, $a + 0 = a = 0 + a$

সেয়েহে অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত 0 (শূন্য) ক যোগাত্মক অভেদ বুলি কোৱা হয়।

উদাহৰণ 2 : চাৰিযোৰ অখণ্ড সংখ্যা লিখা যাৰ (i) যোগফল -7 (ii) বিয়োগফল 4

সমাধান :

$$\begin{array}{llll} \text{(i)} & (-3) + (-4), & (-10) + 3, & (-5) + (-2), & (-22) + 15 \text{ ইত্যাদি} \\ \text{(ii)} & (-2) - (-6), & (-12) - (-16), & (-1) - (-5), & (-5) - (-9) \text{ ইত্যাদি} \end{array}$$

অনুশীলনী- 1.1

- 5 আৰু (-13) ৰ মাজত কিমানটা অখণ্ড সংখ্যা আছে?
- 13 আৰু (-13) ৰ মাজৰ আটাইতকৈ ডাঙৰ আৰু আটাইতকৈ সৰু অখণ্ড সংখ্যা দুটা লিখা।
- তলত দিয়া অখণ্ড সংখ্যাবোৰ সংখ্যাৰেখাত বহুওৱা—
 $-6, 4, -10, 5, -1$
- -15 তকৈ ডাঙৰ 5 টা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা লিখা।
- সত্য নে অসত্য কোৱা
(i) ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাবোৰক স্বাভাৱিক সংখ্যা বুলি কোৱা হয়।
(ii) আটাইবোৰ অখণ্ড সংখ্যাই পূৰ্ণ সংখ্যা।
(iii) সংখ্যাৰেখাডাল '0' (শূন্য) ৰ দুয়োফালে অসীমলৈ বিস্তাৰিত।
(iv) '0' আৰু ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাবোৰেৰে পূৰ্ণ সংখ্যাৰ থুপটো গঠিত।
(v) যদি $a + b = 0$, তেন্তে ইহঁতৰ এটা আনটোৰ যোগাত্মক বিপৰীত।

6. এযোৰ অখণ্ড সংখ্যা লিখা যাৰ—

(i) যোগফল -3

(ii) বিয়োগফল -5

(iii) যোগফল 0

(iv) বিয়োগফল 2

7. এযোৰ ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা লিখা যাৰ বিয়োগফল 6 ।

8. অখণ্ড সংখ্যা a আৰু b নিৰ্ণয় কৰা যাতে — (i) $a + b$ ধনাত্মক (ii) $a \neq b$ (iii) $a - b = 0$

9. বাকচৰ ভিতৰৰ খালী ঠাই পূৰ কৰা —

(i) $(-15) + (-4) = (-4) + \square$

(ii) $\square + \{(-7) + 8\} = \{5 + (-7)\} + 8$

(iii) $(-23) + \square = -23 = (-23) + \square$

(iv) $(-19) + \square = (-27)$

(v) $x + 12 = 0$ হ'লে $x = \square$

10. এজন মানুহে A স্থানৰ পৰা 14 কিলোমিটাৰ পূবে গ'ল। কিন্তু আন এজন মানুহে A স্থানৰ পৰা 6 কিলোমিটাৰ পশ্চিমে গ'ল। তেতিয়া তেওঁলোকৰ দূৰত্বৰ অন্তৰ কি হ'ব?

11. এজন মানুহৰ হাতত 35 টকা জমা আছে কিন্তু আন এজনৰ 40 টকা ধাৰ আছে। প্ৰথমজন মানুহ দ্বিতীয়জন মানুহতকৈ কিমান চহকী?

12. কোনো এটা মণ্ডলবাৰে পুৱা 5 বজাত গুৱাহাটীত তাপমাত্ৰা আছিল 25°C । কিন্তু বিয়লি 2 বজাত তাপমাত্ৰা 8°C বাঢ়িল আৰু ৰাতি 10 বজাত 3°C কমি তাপমাত্ৰা কমিল। বুধবাৰে দুপৰীয়া 12 বজাৰ পিছত তাপমাত্ৰা পুনৰ 5°C বাঢ়িলে। এই সময়ত তাপমাত্ৰা কিমান হ'ল?

13. অনুৰাধাই বেংকত 3,200 টকা জমা থলে আৰু পিছদিনা তাৰে 2,540 টকা উলিয়াই আনিলে। টকাখিনি উলিয়াই অনাৰ পিছত বেংকত অনুৰাধাৰ কিমান টকা জমা থাকিব?

14. দুটা সংখ্যাৰ যোগফল -5 । যদি এটা সংখ্যা 18 হয় আনটো সংখ্যা কিমান হ'ব?

15. -23 ৰ লগত কি যোগ কৰিলে যোগফল 0 হ'ব?

16. দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগফল -48 তাৰে এটা -20 হ'লে আনটো কিমান হ'ব?

17. সংখ্যাৰেখা ব্যৱহাৰ কৰি মান নিৰ্ণয় কৰা :

(i) $(+5) - (+3)$

(iii) $(-6) - (+5)$

(ii) $(+6) + (-5)$

(iv) $(-8) + (-3)$

18. তলৰ উক্তিসমূহৰ শুদ্ধ অশুদ্ধ বিচাৰ কৰা :

(i) $(-6) + 23 + (-2) = (-2) + (-6) + 23$

(ii) $(16-15) + (-7) = 16 - \{15 + (-7)\}$

- (iii) স্বাভাৱিক সংখ্যা সমূহ বিয়োগত আৱদ্ধ।
- (iv) 0 আৰু -670 ৰ ভিতৰত -670 সংখ্যাটো ডাঙৰ।
- (v) বিয়োগত ক্ৰম বিনিময় আৰু সহযোগ ধৰ্ম প্ৰযোজ্য নহয়।

1.5 অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণ (Multiplication of Integers):

অখণ্ড সংখ্যাৰ যোগ আৰু বিয়োগৰ বিষয়ে আমি আলোচনা কৰিলোঁ। এতিয়া আমি অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণ কেনেকৈ কৰে চাওঁ আহা—

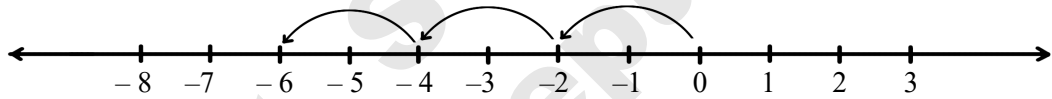
1.5.1 এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰে পূৰণ

(Multiplication of a Positive Integer by a Negative Integer):

আমি ইতিমধ্যে পূৰ্ণসংখ্যাৰ পূৰণৰ সকলো দিশ আয়ত্ত্ব কৰিছোঁ। পূৰ্ণসংখ্যাৰ পূৰণ হৈছে সংখ্যাটোক বাৰে বাৰে কৰা যোগ। উদাহৰণস্বৰূপে, $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3 = 12$ । এটা ধনাত্মক সংখ্যাক আন এটা ধনাত্মক সংখ্যাৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল সদায় এটা ধনাত্মক সংখ্যা হয়।

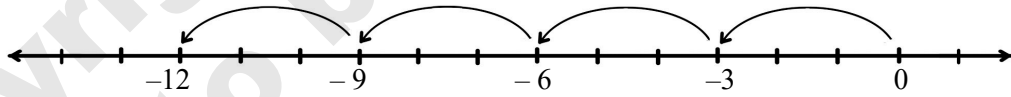
অৰ্থাৎ, $\text{ধনাত্মক সংখ্যা} \times \text{ধনাত্মক সংখ্যা} = \text{ধনাত্মক সংখ্যা}$ । এতিয়া অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত কি হয় চাওঁ আহা—

ধৰাহ'ল $3 \times (-2)$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰিব লাগে। $3 \times (-2)$ ৰ অৰ্থ হৈছে (-2) ক তিনিবাৰ যোগ কৰা। তলৰ সংখ্যাৰেখাৰ পৰা পাওঁ, $3 \times (-2) = (-2) + (-2) + (-2) = -6$ ।



ওপৰৰ সংখ্যাৰেখাত $3 \times (-2)$ ৰ উপস্থাপনৰ বাবে 0 ৰ বাওঁফালে দুটা বিন্দুৰ অন্তৰে অন্তৰে (-2) তিনিবাৰ গৈ (-6) পোৱা হৈছে।

সেইদৰে $(-3) + (-3) + (-3) + (-3) = 4 \times (-3) = -12$ ।



এতিয়া আমি সংখ্যাৰেখা ব্যৱহাৰ নকৰাকৈ কেনেদৰে ধনাত্মক আৰু ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা পূৰণ কৰে চাওঁ আহা—

ওপৰৰ $4 \times (-3)$ উদাহৰণটোকে লোৱা। প্ৰথমতে $(-)$ টো নাই বুলি 3×4 ৰ মান উলিওৱা। 12 পাবা। এতিয়া এই 12 ৰ আগত $(-)$ দিলে নিৰ্ণয় পূৰণফল (-12) হ'ব।

অৰ্থাৎ $4 \times (-3) = -12$ । ইয়াক আমি এনেদৰেও লিখিব পাৰোঁ $(-4) \times 3 = -12$

গতিকে, $4 \times (-3) = (-4) \times 3 = -12 = -(4 \times 3)$

যদি a এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা আৰু b এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হয়, তেন্তে —

$$a \times (-b) = (-a) \times b = -(a \times b)$$

অৰ্থাৎ, এটা ধনাত্মক আৰু এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল সদায় এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হয়।

1.5.2 দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণ (Product of two Negative Integers) :

ধৰাহ'ল, দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা ক্ৰমে (-4) আৰু (-3) ৰ পূৰণফল উলিয়াব লাগে।

আমি জানো যে,

$$(-4) \times 2 = (-8)$$

$$(-4) \times 1 = (-4)$$

$$(-4) \times 0 = 0$$

$$(-4) \times (-1) = 4$$

$$(-4) \times (-2) = 8$$

$$(-4) \times (-3) = 12$$

ওপৰৰ চানেকিটোত (-4) ৰ লগত পূৰণ কৰা সংখ্যাবোৰ ক্ৰমে এক এককৈ কমি আহিছে $(2, 1, 0, -1, -2)$ আৰু পূৰণফলবোৰ চাৰি চাৰিকৈ বাঢ়ি $(-8, -4, 0, 4, 8)$ ক্ৰমে ঋণাত্মকৰ পৰা ধনাত্মক হৈছে। পূৰণফল ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা পোৱা সংখ্যাবোৰত দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণ হৈছে।

ওপৰৰ উদাহৰণৰ পৰা আমি পাওঁ দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হয়।

যিকোনো দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা $(-a)$ আৰু $(-b)$ ৰ ক্ষেত্ৰত $(-a) \times (-b) = a \times b$ ।

মনত ৰাখিবা (Remember) :

- (a) একে চিনযুক্ত (ধনাত্মক আৰু ধনাত্মক বা ঋণাত্মক আৰু ঋণাত্মক) অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল সদায় ধনাত্মক $[(+)\times(+)=(+)$ আৰু $(-)\times(-)=(+)$]
- (b) দুটা বিপৰীত চিনযুক্ত (ধনাত্মক আৰু ঋণাত্মক বা ঋণাত্মক আৰু ধনাত্মক) অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল সদায় ঋণাত্মক $[(+)\times(-)=(-)$ আৰু $(-)\times(+)=(-)$]

শ্ৰেণী কাৰ্য্য(Class work): তলৰ তালিকাখন সম্পূৰ্ণ কৰা—

$\times$	+2	-28	-54	13	0	-1	11
-9							
-12							
30							
-25							
50							
-40							
-115							

1.6 অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণৰ ধৰ্ম (Properties of Multiplication of Integers) :

1.6.1 পূৰণ সাপেক্ষে আৱদ্ধ বিধি (Closure Property under Multiplication):

তলৰ পূৰণবোৰ মন কৰা —

$$25 \times 25 = 625 \text{ (পূৰণফল এটা অখণ্ড সংখ্যা)}$$

$$(-25) \times 25 = -625 \text{ (পূৰণফল এটা অখণ্ড সংখ্যা)}$$

$$25 \times (-25) = -625 \text{ (পূৰণফল এটা অখণ্ড সংখ্যা)}$$

$$(-25) \times (-25) = 625 \text{ (পূৰণফল এটা অখণ্ড সংখ্যা)}$$

দেখা গ'ল, দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল এটা অখণ্ড সংখ্যা।

সিদ্ধান্ত (Conclusion): a আৰু b যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে $(a \times b)$ ও এটা অখণ্ড সংখ্যা।

অৰ্থাৎ অখণ্ড সংখ্যাসমূহ পূৰণ সাপেক্ষে আৱদ্ধ।

1.6.2 পূৰণ সাপেক্ষে ক্ৰম বিনিময় বিধি (Commutative Property under Multiplication):

তলৰ পূৰণফলবোৰ লক্ষ্য কৰা—

$$4 \times 16 = 64 = 16 \times 4$$

$$(-4) \times 16 = -64 = 16 \times (-4)$$

$$(-4) \times (-16) = 64 = (-16) \times (-4)$$

$$4 \times (-16) = -64 = (-16) \times 4$$

দেখা গ'ল, দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত সংখ্যা দুটাৰ ক্ৰম পৰিৱৰ্তন কৰিলেও মানৰ পৰিৱৰ্তন নহয়।

a আৰু b যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে, $a \times b = b \times a$

অৰ্থাৎ, অখণ্ড সংখ্যাই পূৰণ সাপেক্ষে ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি চলে।

টোকা : শিক্ষক-শিক্ষয়িত্ৰীয়ে তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা লৈ পূৰণৰ ক্ৰম বিনিময় বিধি প্ৰমাণ কৰি দেখুওৱাব।

1.6.3 অখণ্ড সংখ্যাক শূন্যৰে পূৰণৰ ধৰ্ম (Property of Multiplication of Integer by Zero):

পূৰ্ণ সংখ্যাৰ নিচিনাকৈ কোনো অখণ্ড সংখ্যাক 0 (শূন্য)ৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল 0 হয়।

তলৰ পূৰণবোৰ চোৱা—

$$2 \times 0 = 0 \quad -4 \times 0 = 0 \quad -26 \times 0 = 0 \quad \text{বা} \quad 0 \times (-26) = 0$$

যিকোনো অখণ্ড সংখ্যাক 0 (শূন্য)ৰে পূৰণ কৰিলে বা 0 (শূন্য)ক যিকোনো অখণ্ড সংখ্যাৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল 0 (শূন্য) হ'ব।

a যি কোনো অখণ্ড সংখ্যা হ'লে, $a \times 0 = 0 = 0 \times a$

আনহাতেদি a আৰু b যদি দুটা যি কোনো অখণ্ড সংখ্যা হয় আৰু $a \times b = 0$ হয় তেন্তে a আৰু b ৰ ভিতৰত অন্ততঃ এটা সংখ্যা 0 (শূন্য) হ'ব।

1.6.4 অখণ্ড সংখ্যাৰ গুণাত্মক অভেদ (Multiplicative Identity of Integers) :

সকলো পূৰ্ণ সংখ্যা (ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা)ৰ ক্ষেত্ৰত 1 ক গুণাত্মক একক (Multiplicative Identity) বুলি কোৱা হয়। কাৰণ কোনো সংখ্যাক 1 ৰে পূৰণ বা 1 ক কোনো এটা পূৰ্ণ সংখ্যাৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল সেই সংখ্যাটোৱেই হয়।

তলৰ পূৰণফলবোৰ লক্ষ্য কৰা—

$$\begin{aligned}(-7) \times 1 &= -7 = 1 \times (-7) \\ (-15) \times 1 &= -15 = 1 \times (-15) \\ (-101) \times 1 &= -101 = 1 \times (-101)\end{aligned}$$

দেখা গ'ল যি কোনো অখণ্ড সংখ্যাক 1 ৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল সেই সংখ্যাটোৱেই হয়।

অৰ্থাৎ, 1 অখণ্ড সংখ্যাৰ গুণাত্মক একক (বা অভেদ)।

$$a \text{ যি কোনো এটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে, } a \times 1 = a = 1 \times a$$

জানি থোৱা : অখণ্ড সংখ্যাৰ 0 হৈছে যোগাত্মক একক আৰু 1 হৈছে গুণাত্মক একক। যেতিয়া কোনো অখণ্ড সংখ্যাক -1 ৰে পূৰণ কৰা হয়, তেতিয়া অখণ্ড সংখ্যাটোৰ যোগাত্মক বিপৰীত সংখ্যাটো পোৱা যায়।

$$\text{অৰ্থাৎ, } a \times (-1) = (-1) \times a = -a$$

1.6.5 পূৰণ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাৰ সহযোগ বিধি (Associative Property of Integers under Multiplication):

পূৰ্ণ সংখ্যাৰ দৰেই আমি অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰতো পূৰণ সাপেক্ষে সহযোগ বিধি প্ৰয়োগ কৰি চাব পাৰোঁ। যিকোনো তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা $-3, 2, -5$ লোৱা হ'ল। এতিয়া বন্ধনীৰ সহায়ত এই সংখ্যা তিনিটাক কেনেকৈ পূৰণ কৰিম চাওঁ আহাঁ—

$$\begin{aligned}(-3) \times \{2 \times (-5)\} &= (-3) \times (-10) = 30 \\ \text{আকৌ, } \{(-3) \times 2\} \times (-5) &= (-6) \times (-5) = 30\end{aligned}$$

প্ৰথমে $2 \times (-5)$ পূৰণ কৰা হ'ল
ঠিক তেনেকৈ $(-3) \times 2$ পূৰণ কৰা হ'ল

দেখা গ'ল যে, তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা বন্ধনীৰে বেলেগ বেলেগভাৱে সংযোগ কৰি পূৰণ কৰিলেও পূৰণফল একেই পোৱা যায়।

সিদ্ধান্ত: a, b, c যিকোনো তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে,

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c) = (a \times c) \times b = a \times (c \times b)$$

অৰ্থাৎ, অখণ্ড সংখ্যাসমূহে পূৰণত সহযোগ বিধি মানি চলে।

কাৰ্য : চাৰিটা অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত এই বিধিটো কেনেদৰে প্ৰয়োগ কৰিবো চোৱা।

1.6.6 অখণ্ড সংখ্যাৰ বিতৰণ বিধি (Distributive Property of Integers) :

পূৰ্ণ সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত আমি পাই আহিছোঁ যে, $6 \times (8+5) = 6 \times 8 + 6 \times 5$

অৰ্থাৎ পূৰ্ণসংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

এতিয়া অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত এই ধৰ্ম প্ৰযোজ্য হয়নে চাওঁ আহাঁ।

ধৰা হওঁক $a = -2, b = -3, c = -6$ তেন্তে —

$$a \times (b + c) = (-2) \times \{-3 + (-6)\}$$

$$= (-2) \times (-9) = 18$$

$$\begin{aligned} \text{আকৌ, } a \times b + a \times c &= (-2) \times (-3) + (-2) \times (-6) \\ &= 6 + 12 = 18 \end{aligned}$$

$$\text{গতিকে, } (-2) \times \{(-3) + (-6)\} = \{(-2) \times (-3)\} + \{(-2) \times (-6)\}$$

$$\text{অর্থাৎ, } a, b, c \text{ যিকোনো তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে } a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$$

যোগ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাই পূৰণৰ বিতৰণ বিধি মানি চলে।

$$\text{সেইদৰে, } a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$$

অর্থাৎ, বিয়োগ সাপেক্ষেও অখণ্ড সংখ্যাই পূৰণৰ বিতৰণ বিধি মানি চলে।

1.6.7 সহজে পূৰণফল নিৰ্ণয়ৰ কৌশল (Easy technique of finding product):

তোমালোকে ইতিমধ্যেই পূৰণ সাপেক্ষে বিভিন্ন বিধিসমূহ আয়ত্ত কৰিলা। এতিয়া এই বিধিসমূহ ব্যৱহাৰ কৰি দৈনন্দিন জীৱনত ডাঙৰ ডাঙৰ পূৰণৰ সমস্যা কেনেকৈ সহজতে (পাৰ্যমানে মুখে মুখে) সমাধান কৰিব পৰা যায়, সেই বিষয়ে কেইটামান কৌশল আলোচনা কৰো আহা—

$$\text{উদাহৰণ 3 : } (-25) \times 29 \times (-4) = \text{কিমান?}$$

$$\text{সমাধান : } \{(-25) \times 29\} \times (-4) = (-725) \times (-4) = 2900$$

$$\begin{aligned} \text{সহজ কৌশল : } (-25) \times 29 \times (-4) &= \{(-25) \times (-4)\} \times 29 \text{ (ক্ৰম বিনিময় বিধি)} \\ &= 100 \times 29 = 2900 \end{aligned}$$

$$\text{উদাহৰণ 4 : } 75 \times (-6) + (-75) \times 4$$

$$\begin{aligned} \text{সহজ কৌশল : } 75 \times (-6) + (-75) \times 4 \\ &= 75 \times (-6) + 75 \times (-4) \\ &= 75 \times \{(-6) + (-4)\} \text{ (বিতৰণ বিধি)} \\ &= 75 \times (-10) = -750 \end{aligned}$$

$$\text{উদাহৰণ 5 : } -32 \times 53$$

$$\begin{aligned} \text{সহজ কৌশল : } (-32) \times (50+3) &= \{(-32) \times 50\} + \{(-32) \times 3\} \text{ (বিতৰণ বিধি)} \\ &= -1600 - 96 = -1696 \end{aligned}$$

$$\text{উদাহৰণ 6 : } 16 \times (-18)$$

$$\begin{aligned} &= 16 \times \{-(20-2)\} \\ &= 16 \times (-20+2) \\ &= 16 \times (-20) + 16 \times 2 \text{ (বিতৰণ বিধি)} \\ &= -320 + 32 = -288 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{উদাহৰণ 7 : } & (-95) \times (-98) \\
 &= -95 \times (-100 + 2) \\
 &= -95 \times (-100) + (-95) \times 2 \\
 &= 9500 - 190 = 9310
 \end{aligned}$$

অনুশীলনী : 1.2

1. পূৰণফল নিৰ্ণয় কৰা —

- | | | |
|------------------------------------|---|--|
| (i) $5 \times (-2)$ | (ii) $(-3) \times 7$ | (iii) $(-4) \times (-3)$ |
| (iv) $(-129) \times (-1)$ | (v) $(-12) \times 0 \times (-17)$ | (vi) $(-22) \times (-11) \times 10$ |
| (vii) $13 \times (-5) \times (-3)$ | (viii) $(-27) \times (-31) \times (-2)$ | (ix) $(-3) \times (-1) \times (-2) \times 5$ |

2. সত্যাসত্য বিচাৰ কৰা —

- (i) $27 \times \{(-5) + 10\} = 27 \times (-5) + 27 \times 10$
 (ii) $(-25) \times \{(-16) + (-24)\} = (-25) \times (-16) \times (-24)$
 (iii) $a - (-b) = a + b$, য'ত $a = (-75)$, $b = (-20)$

3. (i) যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল -33 । তাৰে এটা 11 হ'লে আনটো কিমান?
 (ii) যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল 51 । তাৰে এটা -1 হ'লে আনটো কিমান?
 (iii) যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা a ৰ বাবে $(-1 \times a)$ ৰ মান কিমান হ'ব?

4. উপযুক্ত বিধি প্ৰয়োগ কৰি পূৰণফল নিৰ্ণয় কৰা —

- | | |
|--|---|
| (i) $125 \times (-54) \times 8$ | (ii) $(-25) \times (-97) \times 4$ |
| (iii) $(-27) \times (-33)$ | (iv) $25 \times (-58) + (-58) \times (-35)$ |
| (v) $15 \times (-25) \times (-4) \times (-10)$ | (vi) $(-57) \times (-19) \times 57$ |

5. বিনিময় আৰু সহযোগ বিধিৰ সহায়ত মান নিৰ্ণয় কৰা :

- | | |
|--------------------------------|---|
| (i) $125 \times (54) \times 8$ | (ii) $(-25) \times 75 \times 8 \times (-4)$ |
| (iii) $225 \times 67 \times 3$ | |

6. বিতৰণ বিধিৰ সহায়ত মান নিৰ্ণয় কৰা :

- | | |
|--|---|
| (i) $172 \times 25 + 172 \times 35$ | (ii) $159 \times 82 + 159 \times 16 + 159 \times 2$ |
| (iii) $67 \times 78 + 67 \times (-43) + 67 \times (-25)$ | (iv) $999 \times 99 + 99$ |
| (v) $58 \times 47 + 94$ | |

7. শুদ্ধ অশুদ্ধ বিচার কৰা :

(i) $(-7) \times 15 \times (-4) = (-7) \times 15 + (-7) \times (-4)$

(ii) $(-6) \times 23 \times (-2) = (-2) \times (-6) \times 23$

(iii) $(-5) \times \{(-3) \times 2\} = \{(-5) \times (-3)\} \times 2$

(iv) $(-175) \times (-1) = -175$

(v) $(-25) \times (-4) \times 0 = 1000$

1.7 অখণ্ড সংখ্যাৰ হৰণ (Division of Integers) :

হৰণ হৈছে পূৰণৰ বিপৰীত প্ৰক্ৰিয়া। তোমালোকে পূৰ্ণ সংখ্যাৰ পূৰণ আৰু হৰণ প্ৰক্ৰিয়া শিকি আহিছা।
তলৰ উদাহৰণটোলৈ মন কৰা : $3 \times 4 = 12$

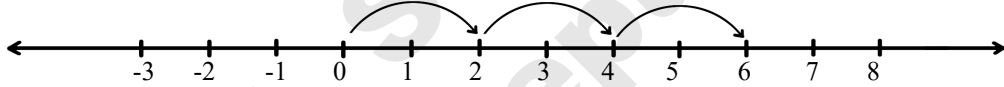
সেয়ে, $12 \div 3 = 4$ আৰু $12 \div 4 = 3$

সেইদৰে, $3 \times 5 = 15$ ৰ পৰা আমি $15 \div 3 = 5$ আৰু $15 \div 5 = 3$ উক্তি দুটা পাওঁ।

অৰ্থাৎ আমি ক'ব পাৰোঁ যে, পূৰ্ণসংখ্যাৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰতিটো উক্তিৰ বাবে হৰণৰ দুটাকৈ উক্তি পোৱা যায়। এতিয়া আমি অখণ্ড সংখ্যাৰ হৰণ প্ৰক্ৰিয়াৰ বিষয়ে আলোচনা কৰোঁ আহা—

1.7.1 ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাবে হৰণ (Division of a Positive Integer by a Positive Integer) :

আমি জানো যে, $6 \div 2 = 3$ । ইয়াৰ অৰ্থ হৈছে 6 ক 2 ৰে ভাগ কৰিলে 3 পোৱা যায়। এই উক্তিতোক সংখ্যাবেখাত কৰি চাওঁ আহা—



অৰ্থাৎ 6 পাবলৈ 2 একক ধৰি 0 ৰ পৰা ধনাত্মক দিশত তিনিবাৰ যাব লাগিব। যাৰ গাণিতিক ৰূপ হৈছে $6 \div 2 = 3$ । সেইদৰে $64 \div 16 = 4$, $500 \div 25 = 20$ ইত্যাদি।

অৰ্থাৎ, দুটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ হৰণফল সদায় ধনাত্মক।

1.7.2 এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাবে হৰণ আৰু ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাবে হৰণ (Division of a Positive Integer by a Negative Integer and that of a Negative Integer by a Positive Integer) :

তলৰ তালিকাখন মন কৰা আৰু খালী ঠাইবোৰ পূৰ কৰা :

পূৰণৰ উক্তি	হৰণৰ অনুৰূপ দুটাকৈ উক্তি	
$2 \times (-5) = -10$	$(-10) \div 2 = -5$	$(-10) \div (-5) = 2$
$(-3) \times 4 = -12$	$(-12) \div (-3) = 4$	$(-12) \div 4 = \underline{\hspace{2cm}}$
$(-6) \times (-7) = 42$	$42 \div \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$	$42 \div \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$
$4 \times (-8) = \underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{2cm}}$
$(-11) \times (-15) = \underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{2cm}}$	$\underline{\hspace{2cm}}$

উদাহৰণবোৰৰ পৰা দেখা গ'ল যে—

$$\begin{aligned} 42 \div (-6) &= (-7) & (-10) \div 2 &= (-5) \\ 42 \div (-7) &= (-6) & (-12) \div 4 &= (-3) \\ 165 \div (-11) &= (-15) & (-32) \div 4 &= (-8) \\ 165 \div (-15) &= (-11) & (-54) \div 6 &= (-9) \end{aligned}$$

অৰ্থাৎ আমি ক'ব পাৰোঁ যে, এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰে নাইবা এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰে হৰণৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰথমতে পূৰ্ণসংখ্যাৰ হৰণৰ নিচিনাকৈ হৰণ কৰি ভাগফলৰ আগত ‘-’ চিন দিব লাগে। এনে ক্ষেত্ৰত আমি হৰণফলটো এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা পাওঁ।

সিদ্ধান্ত : দুটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা a আৰু b ৰ বাবে $a \div (-b) = (-a) \div b$, য'ত $b \neq 0$ ।

1.7.3 ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰে হৰণ (Division of a Negative Integer by a Negative Integer) :

ওপৰৰ উদাহৰণৰ পৰা আমি অন্য কিছুমান উক্তি পাওঁ —

$$(-10) \div (-5) = 2 \quad (-12) \div (-3) = 4 \quad \text{সেইদৰে, } (-32) \div (-8) = 4$$

সেয়ে আমি ক'ব পাৰোঁ যে, এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক অন্য এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰে হৰণ কৰিলে হৰণফলটো সদায় ধনাত্মক হয়।

যিকোনো দুটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা a আৰু b ৰ বাবে $(-a) \div (-b) = a \div b$, য'ত $b \neq 0$ ।

1.8 অখণ্ড সংখ্যাৰ হৰণৰ বিধিসমূহ (Properties of Division of Integers) :

1.8.1 হৰণ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাৰ আৱদ্ধ বিধি (Closure Property of Integers Under Division) :

আমি ইতিমধ্যেই পাই আহিছোঁ যে, পূৰ্ণসংখ্যাসমূহ হৰণ সাপেক্ষে আৱদ্ধ নহয়। এইবাৰ আমি অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত কেইটামান উদাহৰণ চাওঁ আহা—

$$(-49) \div 7 = -7 \text{ (অখণ্ড সংখ্যা) }, \text{ আনহাতে } 7 \div (-14) = \frac{1}{2} \text{ (অখণ্ড সংখ্যা নহয়)}$$

$$\text{সেইদৰে, } (-16) \div (-2) = 8 \text{ (অখণ্ড সংখ্যা) }, \text{ আনহাতে } (-16) \div (-64) = \frac{1}{4} \text{ (অখণ্ড সংখ্যা নহয়)}$$

দেখা গ'ল যে, এটা অখণ্ড সংখ্যাক অন্য এটা অখণ্ড সংখ্যাৰে হৰণ কৰিলে হৰণফল (ভাগফল) সদায় এটা অখণ্ড সংখ্যা নহ'বও পাৰে। অৰ্থাৎ অখণ্ড সংখ্যাসমূহ হৰণ সাপেক্ষে আৱদ্ধ নহয়।

a আৰু b যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে $a \div b$ (য'ত $b \neq 0$) ৰ মান অখণ্ড সংখ্যা নহ'বও পাৰে।

1.8.2 হৰণ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ৰম বিনিময় বিধি (Commutative Property of Integers Under Division) :

আমি ইতিমধ্যেই পাই আহিছোঁ যে, পূৰ্ণসংখ্যাসমূহে হৰণ সাপেক্ষে ক্ৰমবিনিময় বিধি মানি নচলে। অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰমাণ কৰি চাওঁ আহা—

তলৰ উক্তিৰোৰলৈ মন কৰা —

$$(-64) \div 16 = -4 \text{ (অখণ্ড সংখ্যা)}, \text{ আনহাতে } 16 \div (-64) = -\frac{1}{4} \text{ (অখণ্ড সংখ্যা নহয়)}$$

$$\text{সেইদৰে, } (-25) \div 5 = -5 \text{ (অখণ্ড সংখ্যা)}, \text{ আনহাতে } 5 \div (-25) = -\frac{1}{5} \text{ (অখণ্ড সংখ্যা নহয়)}$$

দেখা গ'ল যে, এটা অখণ্ড সংখ্যাক অন্য এটা অখণ্ড সংখ্যাৰে হৰণ কৰিলে হৰণফল সদায় এটা অখণ্ড সংখ্যা নহ'বও পাৰে আৰু সিহঁতৰ স্থান সলনি কৰিলে মানৰো সলনি হয়।

অৰ্থাৎ অখণ্ড সংখ্যাসমূহে হৰণ সাপেক্ষে ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি নচলে।

$$a \text{ আৰু } b \text{ যিকোনো দুটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে } a \div b \neq b \div a।$$

1.8.3 হৰণ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাৰ সহযোগ বিধি (Associative Property of Integers Under Division) :

আমি জানো যে, পূৰ্ণ সংখ্যাসমূহে হৰণ সাপেক্ষে সহযোগ বিধি মানি নচলে। এতিয়া অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত চাওঁ আহা —

তলৰ উক্তিৰোৰলৈ মন কৰা —

$$(18 \div 6) \div 3 = 3 \div 3 = 1, \text{ আনহাতে, } 18 \div (6 \div 3) = 18 \div 2 = 9$$

$$\text{অৰ্থাৎ, } (18 \div 6) \div 3 \neq 18 \div (6 \div 3)$$

$$\text{সেইদৰে, } \{(-72) \div 6\} \div 2 = -12 \div 2 = -6, \text{ আনহাতে, } (-72) \div (6 \div 2) = (-72) \div 3 = -24$$

$$\text{অৰ্থাৎ, } \{(-72) \div 6\} \div 2 \neq (-72) \div 6 \div 2$$

ওপৰৰ দুয়োটা উদাহৰণতে দেখা গ'ল যে, সংখ্যাবোৰৰ সহযোগিতা সলনি কৰাত মানৰো সলনি হৈছে।
অৰ্থাৎ অখণ্ড সংখ্যাসমূহে হৰণ সাপেক্ষে সহযোগ বিধি মানি নচলে।

$$\text{সিদ্ধান্তঃ } a, b, c \text{ যিকোনো তিনিটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে } (a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)।$$

1.8.4 শূন্যৰে হৰণ (Division by Zero) :

হৰণৰ বিধিমতে $2 \div 0$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা বুলিলে আমি এনে এটা সংখ্যা উলিয়াব লাগিব, যাক 0 ৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল 2 হ'ব। কিন্তু আমি জানো যে, কোনো সংখ্যাক 0 ৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল সদায় 0 হয়। এনে কোনো সংখ্যা নাই যাক 0 ৰে পূৰণ কৰিলে 2 হয়। গতিকে, $2 \div 0$ ৰ কোনো অর্থ নাই।

0 (শূন্য) হ'ল এটা অখণ্ড সংখ্যা। পূৰ্ণ সংখ্যাৰ দৰে কোনো অখণ্ড সংখ্যাক 0 ৰে হৰণ কৰাটো অর্থহীন আৰু 0 ক 0 ৰ বাহিৰে আন এটা অখণ্ড সংখ্যাৰে হৰণ কৰিলে 0 পোৱা যায়। তেনেক্ষেত্ৰত $0 \div 0$ ও অর্থহীন।

যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা a ৰ বাবে $a \div 0$ অনিৰ্ণেয়। কিন্তু $0 \div a = 0$, য'ত $a \neq 0$ ।

1.8.5 অখণ্ড সংখ্যাক 1 আৰু -1 ৰে হৰণ (Division of Integers by 1 and -1) :

আমি জানো যে, সকলো ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা (পূৰ্ণ সংখ্যা) কে 1 ৰে হৰণ কৰিলে সংখ্যাটোৰ মানৰ কোনো পৰিৱৰ্তন নহয়। কিন্তু ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত কি হয় চাওঁ আহা—

$$(-11) \div 1 = (-11), \quad (-23) \div 1 = (-23), \quad (-6) \div 1 = (-6)$$

আমি দেখা পালো যে, যিকোনো ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক 1 ৰে হৰণ কৰিলে হৰণফল সেই ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাটোকে পোৱা যায়।

যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা a ৰ বাবে $a \div 1 = a$ হয়।

এইবাৰ কোনো অখণ্ড সংখ্যাক -1 ৰে হৰণ কৰিলে কি হয় চাওঁ আহা—

$$(-6) \div (-1) = 6, \quad (-11) \div (-1) = 11, \quad (-23) \div (-1) = 23$$

ওপৰৰ উদাহৰণকেইটাত দেখা পালোঁ যে, কোনো অখণ্ড সংখ্যাক (-1) ৰে হৰণ কৰিলে হৰণফলটোত একেটা অখণ্ড সংখ্যাকে পোৱা নাযায়।

উদাহৰণ ৪ : বিদ্যালয়ৰ কোনো এটা কুইজ প্ৰতিযোগিতাত প্ৰতিটো শুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে 10 নম্বৰ আৰু ভুল উত্তৰৰ বাবে -5 নম্বৰ দিয়া হৈছিল। দুজন প্ৰতিযোগীৰ তথ্য এনেধৰণৰ —

(i) প্ৰথমজনে সকলো প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিছিল যদিও 9 টাহে উত্তৰ শুদ্ধ হৈছিল আৰু 35 নম্বৰ লাভ কৰিলে।

(ii) দ্বিতীয়জনে সকলো প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিছিল যদিও 6 টাহে উত্তৰ শুদ্ধ কৰিব পাৰিলে আৰু -10 নম্বৰ লাভ কৰিলে। কোনে কেইটা উত্তৰ ভুল কৰিছিল নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান :

(i) এটা শুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে নম্বৰ পায় = 10

তেতিয়া প্ৰথমজনৰ 9 টা শুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে নম্বৰ পাব = $9 \times 10 = 90$

কিন্তু তেওঁৰ মুঠ প্ৰাপ্ত নম্বৰ = 35

$\therefore$ তেওঁ ভুল উত্তৰৰ বাবে পোৱা নম্বৰ = $35 - 90 = -55$

আকৌ প্ৰতিটো ভুল উত্তৰৰ বাবে পোৱা নম্বৰ = -5

$\therefore$ প্ৰথমজনৰ ভুল উত্তৰৰ সংখ্যা = $(-55) \div (-5) = 11$ টা

(ii) এটা শুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে নম্বৰ পায় = 10

তেতিয়া দ্বিতীয়জনৰ 6 টা শুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে নম্বৰ পাব = $6 \times 10 = 60$

কিন্তু তেওঁৰ মুঠ প্ৰাপ্ত নম্বৰ = -10

$\therefore$ দ্বিতীয়জনে ভুল উত্তৰৰ বাবে পোৱা মুঠ নম্বৰ = $(-10) - 60 = -70$

আকৌ প্ৰতিটো ভুল উত্তৰৰ বাবে পোৱা নম্বৰ = -5

$\therefore$ তেওঁৰ ভুল উত্তৰৰ সংখ্যা = $(-70) \div (-5) = 14$ টা

উত্তৰ : প্ৰথমজনৰ ভুল উত্তৰ 11 টা আৰু দ্বিতীয়জনৰ ভুল উত্তৰ 14 টা

অনুশীলনী : 1.3

1. হৰণফল নিৰ্ণয় কৰা —

(i) $14 \div (-5)$

(ii) $(-60) \div 10$

(iii) $(-54) \div (-6)$

(iv) $0 \div (-15)$

(v) $(-61) \div \{(-60)+(-1)\}$

(vi) $\{(-72) \div (-6)\} \div (-3)$

2. খালী ঠাই পূৰ কৰা —

(i) $(-600) \div 25 = \text{—}$ (ii) $\{(-4) \times 18\} \div \text{—} = 12$

(iii) $\text{—} \div (5 - 6) = -20$ (iv) $(-123) \div (-1) = \text{—}$

3. (i) যদি $a \div (-7) = 8$, তেন্তে অখণ্ড সংখ্যা a ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) যদি $125 \div b = -5$, তেন্তে অখণ্ড সংখ্যা b ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

4. $a \div b = -5$ হোৱাকৈ তিনিযোৰ অখণ্ড সংখ্যা লিখা।

5. শ্ৰেণী পৰীক্ষা এটাত 20 টা প্ৰশ্ন দিয়া হৈছে। প্ৰতিটো শুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে 5 নম্বৰ আৰু প্ৰতিটো ভুল উত্তৰৰ বাবে (-2) নম্বৰ দিয়া হৈছে।

(i) এজনে সকলো প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰিলে। কিন্তু তাইৰ 10 টাহে শুদ্ধ হৈছিল। তেওঁৰ পোৰা মুঠ নম্বৰ কিমান?

(ii) অন্য এজনে 5 টা শুদ্ধ কৰিলে। তেওঁৰ নম্বৰ কিমান হ'ব?

6. এটা পৰীক্ষাত প্ৰতিটো শুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে 5 নম্বৰ আৰু প্ৰতিটো অশুদ্ধ উত্তৰৰ বাবে (-2) নম্বৰ দিয়া হৈছিল।

(i) সূমনে প্ৰতিটো প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰিছিল। তাৰে তেওঁৰ 16 টা শুদ্ধ হ'ল আৰু 64 নম্বৰ পালে।

(ii) জয়াই আটাইকেইটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰিছিল। তেওঁ 6 টা শুদ্ধ কৰিছিল আৰু (-6) নম্বৰ পালে।

দুয়ো কেইটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ ভুল কৰিছিল?

7. কোনো এটা বৰৰ কোম্পানীয়ে বিক্ৰী কৰা প্ৰতিবেগ বৰৰত 15 টকাকৈ লাভ কৰে। প্ৰতিবেগ বেয়া হৈ যোৱা বৰৰত 8 টকাকৈ লোকচান কৰে।

(i) কোম্পানীটোৱে এমাহত 1500 বেগ ভাল বৰৰ আৰু 500 বেগ বেয়া বৰৰ বিক্ৰী কৰিলে। ইয়াত লাভ বা লোকচান কিমান হ'ব?

(ii) যদি 750 বেগ বেয়া বৰৰ বিক্ৰী কৰা হয় তেন্তে কোনো লাভ বা লোকচান নহ'বলৈ মুঠ কিমান বেগ ভাল বৰৰ বিক্ৰী কৰিব লাগিব?

আমি কি শিকিলোঁ

1. পূৰ্ণ সংখ্যা আৰু সিহঁতৰ ঋণাত্মক সংখ্যাবিলাক মিলি অখণ্ড সংখ্যাবোৰেই হৈছে অখণ্ড সংখ্যা।
2. সংখ্যাৰেখাত 0 (শূন্য) ৰ সোঁফালে ধনাত্মক সংখ্যা আৰু বাওঁফালে ঋণাত্মক সংখ্যাবোৰ থাকে।
3. অখণ্ড সংখ্যাবোৰ যোগ বিয়োগ আৰু পূৰণ সাপেক্ষে আৱদ্ধ। কিন্তু হৰণ সাপেক্ষে আৱদ্ধ নহয়।
4. অখণ্ড সংখ্যাবোৰ যোগ আৰু পূৰণ সাপেক্ষে ক্ৰমবিনিময় বিধি আৰু সহযোগ বিধি মানি চলে, কিন্তু বিয়োগ আৰু হৰণ এই দুয়োটা বিধি মানি নচলে।
5. অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত 0 (শূন্য) ক যোগাত্মক একক বোলে।
6. অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত একে চিনযুক্ত অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল সদায় ধনাত্মক আৰু বিপৰীত চিনযুক্ত অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণফল সদায় ঋণাত্মক হয়।
7. যোগ আৰু বিয়োগ সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাই পূৰণৰ বিতৰণ বিধি মানি চলে।
8. যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা a ৰ বাবে $a \div 0$ অনিৰ্ণেয়। কিন্তু $0 \div a = 0$ য'ত $a \neq 0$ ।
9. যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা a ৰ বাবে $a \div 1 = a$ আৰু $a \div (-1) = -a$ য'ত $a \neq 0$ ।



অধ্যায় - 2

ভগ্নাংশ আৰু দশমিক

(Fraction and Decimal)



2.1 তোমালোকে যষ্ঠ শ্ৰেণীত সাধাৰণ ভগ্নাংশ আৰু দশমিক ভগ্নাংশৰ বিষয়ে কিছু কথা শিকি আহিছা। এইবিলাকৰ প্ৰাথমিক কথাখিনিৰ উপৰি ভগ্নাংশৰ যোগ আৰু বিয়োগ কেনেকৈ কৰিব লাগে সেইবিষয়েও তোমালোকে শিকিছা। ইয়াত আমি ভগ্নাংশৰ পূৰণ আৰু হৰণৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম।

ভগ্নাংশৰ পুনৰালোচনা (Recapitulation of Fraction):

তলৰ ভগ্নাংশবোৰ চোৱা আৰু তালিকাখনত ভাগ অনুসৰি সজোৱা —

$$\frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{7}{4}, \frac{1}{10}, 1\frac{1}{2}, 6\frac{4}{5},$$

$$\frac{13}{20}, \frac{23}{18}, 13\frac{3}{4}, \frac{5}{9}, \frac{29}{17}$$

প্ৰকৃত(Proper)	অপ্ৰকৃত (Improper)	মিশ্ৰ (Mixed)

মনত পেলোৱা (Recall):

হৰ (Denominator) লব (Numerator) তকৈ ডাঙৰ হ'লে প্ৰকৃত ভগ্নাংশ (Proper fraction), লব হৰতকৈ ডাঙৰ হ'লে অপ্ৰকৃত ভগ্নাংশ(Improper fraction), এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা আৰু এটা প্ৰকৃত ভগ্নাংশ লগ (যোগ) হৈ থাকিলে মিশ্ৰ ভগ্নাংশ (Mixed fraction) হয়।

সেইদৰে কোনো এটা ভগ্নাংশৰ হৰ আৰু লবক একে অশূন্য সংখ্যাৰে উভয়কে পূৰণ বা হৰণ কৰি পোৱা নতুন ভগ্নাংশবোৰক মূল ভগ্নাংশটোৰ সমমান বা সমতুল্য ভগ্নাংশ (Equivalent fraction) বোলে।

যেনে: $\frac{2}{3} \left(= \frac{2 \times 2}{3 \times 2} \right) = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{14}{21}$ সেইদৰে $\frac{4}{7} \left(= \frac{4 \times 3}{7 \times 3} \right) = \frac{12}{21} = \frac{20}{35} = \frac{24}{42} = \frac{40}{70}$ ইত্যাদি

সমমান ভগ্নাংশৰ ধাৰণাটো আমি বিভিন্ন অসদৃশ ভগ্নাংশৰ (Unlike fraction) মাজত তুলনা কৰাৰ ক্ষেত্ৰত ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰোঁ।

উদাহৰণ 1: $\frac{1}{3}$ আৰু $\frac{2}{5}$ ৰ ভিতৰত কোনটো ডাঙৰ?

এই ভগ্নাংশ দুটাৰ ভিতৰত কোনটো ডাঙৰ উলিয়াবৰ বাবে আমি প্ৰথমতে দুয়োটা ভগ্নাংশৰ হৰ দুটা ক্ৰমে 3 আৰু 5 ৰ ল সা গু (LCM) উলিয়াব লাগিব। যিহেতু 3 আৰু 5 দুয়োটাই মৌলিক সংখ্যা (Prime number), গতিকে সিহঁতৰ পূৰণফলেই হ'ব নিৰ্ণেয় ল সা গু হ'ব। অৰ্থাৎ 3 আৰু 5 ৰ ল সা গু হ'ব $= 3 \times 5 = 15$ ।

এইবাৰ প্ৰতিটো ভগ্নাংশৰ হৰবোৰ এই ল সা গু টোৰ সমান হোৱাকৈ সমমান ভগ্নাংশ নিৰ্ণয় কৰিব লাগিব। শেষত হৰবোৰ সমান হ'লে ওপৰৰ লবৰ ডাঙৰ-সৰুৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰি গোটেই ভগ্নাংশটোৰ ডাঙৰ বা সৰু নিৰ্ণয় কৰিব পৰা হয়।

অৰ্থাৎ, $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 5}{3 \times 5} = \frac{5}{15}$

আৰু $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} = \frac{6}{15}$

$\therefore \frac{6}{15} > \frac{5}{15}$

বা, $\frac{2}{5} > \frac{1}{3}$

উদাহৰণ 2 : পিংকুৰে এদিন ঘৰৰ পৰা স্কুললৈ মুঠ দূৰত্বৰ $\frac{3}{5}$ অংশ খোজকাটি আৰু বাকী অংশ হৰেণৰ লগত চাইকেলেৰে গৈছিল। তেওঁ চাইকেলেৰে কিমান অংশ বাট গৈছিল? তেওঁ খোজকাটি বেছিকৈ গৈছিল নে চাইকেলেৰে বেছিকৈ গৈছিল উলিওৱা।

সমাধান :

ধৰাহ'ল, পিংকুৰ ঘৰৰ পৰা বিদ্যালয়ৰ দূৰত্ব = 1

খোজকাটি গ'ল = $\frac{3}{5}$ অংশ

$\therefore$ চাইকেলেৰে গৈছিল = $\left(1 - \frac{3}{5}\right)$ অংশ = $\left(\frac{5-3}{5}\right)$ অংশ = $\left(\frac{5-3}{5}\right)$ অংশ = $\frac{2}{5}$ অংশ

ইয়াত $\frac{3}{5}$ আৰু $\frac{2}{5}$ দুয়োটাৰে হৰ দুটা একে। গতিকে লব দুটাৰ ওপৰত ডাঙৰ-সৰু নিৰ্ভৰ কৰিব।

যিহেতু, $3 > 2$, গতিকে $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$ ।

অৰ্থাৎ পিংকুৰে স্কুললৈ খোজকাটি বেছি দূৰত্ব গৈছিল।

2.2 ভগ্নাংশৰ পূৰণ (Multiplication of Fractions) :

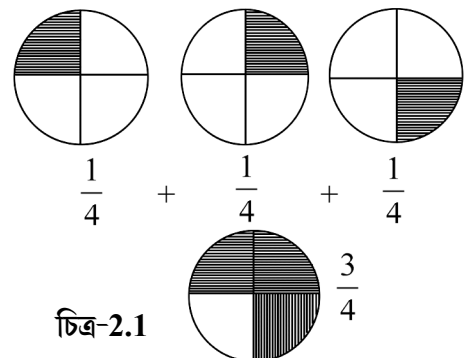
তোমালোকে পূৰ্ণ সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত পাই আহিছা যে বাৰে বাৰে কৰা যোগ কাৰ্যক পূৰণৰ দ্বাৰা বুজোৱা হয়। যেনে : $7+7+7$ আৰু 3×7 একে। এতিয়া আমি ভগ্নাংশৰ ক্ষেত্ৰত কি হয় চাওঁ আহা। তোমালোকে ভগ্নাংশৰ যোগৰ ক্ষেত্ৰত পাইছা যে $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ ৰ পৰা $\frac{3}{4}$ পোৱা যায়। তলৰ চিত্ৰটো মন কৰিলে বুজি পাবা যে কোনো এটা বস্তু সমানে চাৰিভাগ কৰি তিনিবাৰ বেলেগে বেলেগে একোটাকৈ ভাগ ল'লে যি তিনিটা অংশ হ'ব সেইখিনি একেলগ কৰিলে (বা যোগ কৰিলে) বস্তুটোৰ চাৰিভাগৰ পৰা তিনিটা ভাগ লোৱাৰ সমান হ'ব।

এতিয়া $3 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

$= \frac{1+1+1}{4}$ (ভগ্নাংশৰ যোগ)

$= \frac{3 \times 1}{4}$ (তিনিবাৰ 1 যোগ কৰা মানে 3×1 ৰ সমান)

সেয়ে, $3 \times \frac{1}{4} = \frac{3 \times 1}{4}$



$$\text{একেদৰে, } 5 \times \frac{1}{3} = \frac{5 \times 1}{3}$$

$$8 \times \frac{3}{5} = \frac{8 \times 3}{5} \text{ ইত্যাদি}$$

গতিকে এটা পূৰ্ণ সংখ্যাৰে এটা ভগ্নাংশক পূৰণ কৰোঁতে সেই পূৰ্ণ সংখ্যাটোৰে ভগ্নাংশটোৰ লবক পূৰণ কৰিব লাগে। তাৰপিছত প্ৰয়োজন সাপেক্ষে ভগ্নাংশটো লঘিষ্ঠ আকাৰলৈ (lowest form) নিব পাৰি নেকি চাব লাগে। সেয়ে নহ'লে মিশ্ৰ ভগ্নাংশত প্ৰকাশ কৰিব লাগে।

উদাহৰণ 3 : তলত কেইটামান উদাহৰণ দিয়া হ'ল —

$$(i) \quad 10 \times \frac{3}{4} = \frac{10 \times 3}{4} = \frac{30}{4} = \frac{15}{2} = 7 \frac{1}{2}$$

$$(ii) \quad 6 \times \frac{7}{9} = \frac{6 \times 7}{9} = \frac{14}{3} = 4 \frac{2}{3}$$

$$(iii) \quad \frac{2}{5} \times 7 = \frac{2 \times 7}{5} = \frac{14}{5} = 2 \frac{4}{5}$$

$$(iv) \quad 4 \times 5 \frac{1}{6} = 4 \times \frac{31}{6} = \frac{4 \times 31}{6} = \frac{62}{3} = 20 \frac{2}{3}$$

উদাহৰণ (iv) বিকল্প পদ্ধতি:

$$4 \times 5 \frac{1}{6} = 4 \times \left(5 + \frac{1}{6} \right) = (4 \times 5) + \left(4 \times \frac{1}{6} \right) \text{ (বিতৰণ বিধি)} = 20 + \frac{4 \times 1}{6} = 20 + \frac{2}{3} = 20 \frac{2}{3}$$

টোকা :

(a) ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে মন কৰিবা যে $3 \times \frac{5}{6}$ আৰু $3 \frac{5}{6}$ একে নহয়।

কাৰণ $3 \times \frac{5}{6}$ ৰ অৰ্থ হ'ল, $\frac{5}{6} + \frac{5}{6} + \frac{5}{6} = \frac{5+5+5}{6} = \frac{3 \times 5}{6} = \frac{3 \times 5}{3 \times 2} = \frac{5}{2}$ (সমমান ভগ্নাংশ) (Equivalent Fraction)

কিন্তু $3 \frac{5}{6} = 3 + \frac{5}{6} = \frac{18}{6} + \frac{5}{6} = \frac{18+5}{6} = \frac{23}{6}$

চেষ্টা কৰি চোৱা (Try yourself):

1. নিৰ্ণয় কৰা :

$$(a) \quad 3 \times 5 \frac{4}{9}$$

$$(b) \quad 9 \times \frac{15}{4}$$

$$(c) \quad \frac{5}{9} \times 12$$

$$(d) \quad 3 \times 5 \frac{4}{9}$$

$$(e) \quad 9 \frac{2}{5} \times 2$$

2. চিত্ৰৰ সহায়ত $2 \times \frac{3}{7} = \frac{6}{7}$ বুলি দেখুৱাব পাৰিবানে?

2.3 ভগ্নাংশৰ প্ৰক্ৰিয়া (Operations on Fraction) :

আমি কেতিয়াবা ব্যৱহাৰ কৰা দুটা বাক্যৰ নমুনা তলত দিয়া হৈছে —

(i) মাকে পুতেকক কৈছে —

‘বাবলু তোমাৰ চকলেটটোৰ আধা ভণ্টিকো দিবা দেই’

(ii) শিক্ষকে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক সুধিছে —

‘এটা বস্তুৰ চাৰিভাগৰ এক অংশ কিমান হ’ব?’ এনেধৰণৰ বাক্য কিছুমান তোমালোকে নিজেও গঠন কৰিব পাৰিব। আমি ইয়াত কোনটো দিশত গুৰুত্ব দিবলৈ বিচাৰিছো সেইটো প্ৰথমে মন কৰা —

প্ৰথম বাক্যত — ‘এটা চক্লেটৰ আধা’।

দ্বিতীয় বাক্যত — ‘এটা বস্তুৰ চাৰিভাগৰ এক’।

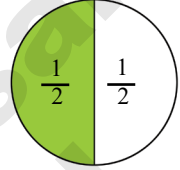
এই দুয়োটা বাক্যত ‘ৰ’ (of) বুলি কওঁতে আমি কি বুজিছোঁ, তাক তলত আলোচনা কৰোঁ আহাঁ—

এটা বস্তুৰ আধা, এটা চক্লেটৰ আধা আদি কথাবিলাকৰ পৰা আমি

যি বুজিছো তাকে কাষৰ চিত্ৰত ‘ছায়াবৃত’ কৰি দেখুওৱা হৈছে।

এই ধৰণৰ কথাবিলাক আমি তলত দিয়া ধৰণেৰেও প্ৰকাশ কৰিব পাৰোঁ—

চিত্ৰ-2.2



(ক) একৰ আধা = 1 ৰ $\frac{1}{2} = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ বা $\frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$

গতিকে, $\frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2} = 1 \times \frac{1}{2}$

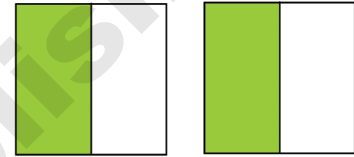
ইয়াত ‘ৰ’ টো পূৰণ হৈছে।

(খ) দুইৰ আধা

$= 2 \times \frac{1}{2} = \frac{2 \times 1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

বা $\frac{1}{2} \times 2 = \frac{1 \times 2}{2} = \frac{2}{2} = 1$

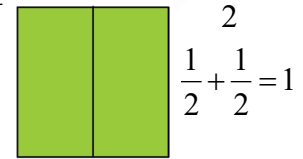
গতিকে $\frac{1}{2} \times 2 = 1 = 2 \times \frac{1}{2}$



$\frac{1}{2}$

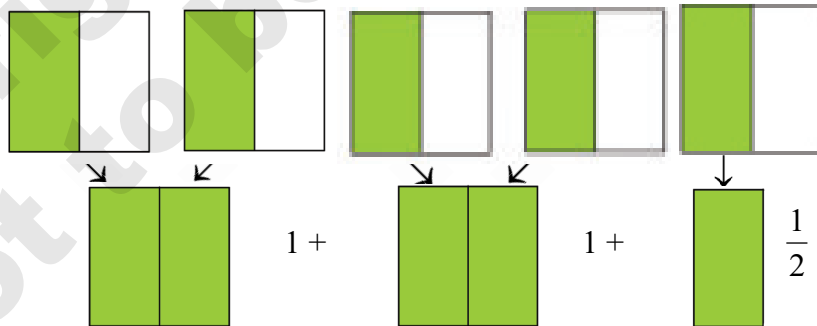
$\frac{1}{2}$

চিত্ৰ-2.3



এতিয়া তোমালোকে আন এটা উদাহৰণ লোৱা—

5 টা বস্তুৰ প্ৰতিটোৰ পৰা $\frac{1}{2}$ কৈ লৈ ছায়াবৃত অংশ তলৰ চিত্ৰত দেখুওৱা হৈছে—



চিত্ৰ-2.4

5 টা বস্তুৰ পৰা লোৱা $\frac{1}{2}$ ৰ অৰ্থ হ’ল = 5 টা বস্তুৰ প্ৰতিটোৰ পৰা $\frac{1}{2}$ অংশ

= 5 ৰ $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + 1 + \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

আকৌ আমি জানো যে, $5 \times \frac{1}{2} = \frac{5 \times 1}{2} = \frac{5}{2}$

গতিকে ইয়াৰ পৰা ক'ব পাৰি যে 5 ৰ $\frac{1}{2} = 5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ সেয়ে আমি এতিয়া ক'ব পাৰিম যে 'ৰ' (of) বুলি ক'লে পূৰণ বুজিব লাগে।

উদাহৰণ 3 : 25 ৰ $\frac{1}{5} = 25 \times \frac{1}{5} = \frac{25 \times 1}{5} = \frac{25}{5} = 5$

চেষ্টা কৰি চোৱা : 1) চিত্ৰৰ সহায়ত 5 ৰ $\frac{2}{5}$ কি হ'ব দেখুওৱা।

2) মান উলিওৱা : (i) 18 ৰ $\frac{1}{3}$ (ii) 18 ৰ $\frac{2}{3}$ (iii) 30 ৰ $\frac{5}{6}$

উদাহৰণ 4 : এখন গাঁৱৰ মুঠ জনসংখ্যা 200। ইয়াৰে $\frac{2}{5}$ অংশ মহিলা। তেন্তে মহিলাৰ সংখ্যা কিমান?

সমাধান :

মুঠ জনসংখ্যা = 200

মহিলাৰ সংখ্যা = $\frac{2}{5}$ অংশ

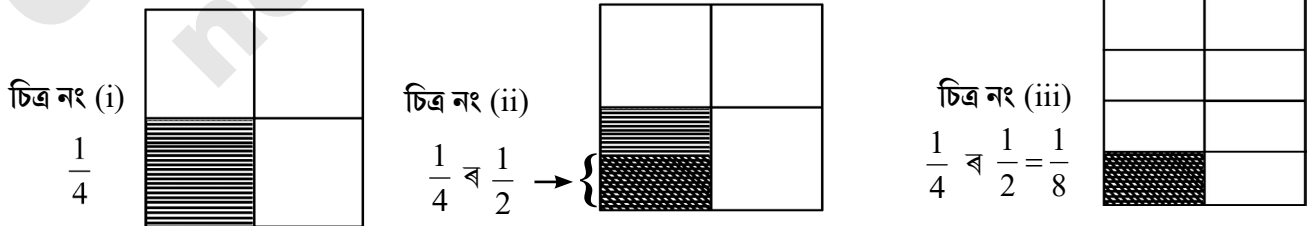
$\therefore$ মহিলাৰ সংখ্যা = 200 ৰ $\frac{2}{5} = 200 \times \frac{2}{5} = \frac{200 \times 2}{5} = 40 \times 2 = 80$

$\therefore$ গাঁওখনত মহিলাৰ সংখ্যা = 80 গৰাকী

2.3.1 ভগ্নাংশক ভগ্নাংশৰে পূৰণ (Multiplication of a fraction by a fraction) :

ধৰাহ'ল আমি $\frac{1}{4}$ ক $\frac{1}{2}$ ৰে পূৰণ কৰিব লাগে।

এতিয়া আমি ইয়াৰ সমাধানৰ বাবে এটা উদাহৰণ লওঁ। তলৰ চিত্ৰত দেখিছা যে বৰ্গটো সমানে চাৰিভাগ কৰি এভাগ লোৱা হৈছে আৰু এই এক চতুৰ্থাংশ ভাগটো ছাঁয়াবৃত কৰি দেখুওৱা হৈছে। এতিয়া যদি এই ছাঁয়াবৃত অংশটো সমানে দুভাগ কৰিব লাগে তেন্তে কি কৰিম? এতিয়া পুনৰ তলত দিয়া চিত্ৰ দুটালৈ মন কৰা (চিত্ৰ নং- ii আৰু iii) এটাত $\frac{1}{4}$ ৰ $\frac{1}{2}$ আৰু আনটোত $\frac{1}{8}$ দেখুওৱা হৈছে।



চিত্ৰ-2.5

তোমালোকে বাৰু কোৱাচোন, এই ছাঁয়াবৃত অংশ দুটা সমান হ'বনে? তোমালোকে ভালদৰে জুখি সমান আকাৰৰ বৰ্গাকৃতিৰ কাগজ এখন লৈ এই পৰীক্ষাটো কৰি চাব পাৰা।

প্ৰথমতে কাগজখন সমানে চাৰিভাগ কৰি এভাগ লোৱা আৰু এই ভাগটো পুনৰ সমানে দুভাগ কৰিলে $\frac{1}{4}$ ৰ $\frac{1}{2}$ অংশটো পাবা। দ্বিতীয়তে কাগজখন সমানে আঠভাগ কৰি এভাগ লোৱা। এইটো $\frac{1}{8}$ [চিত্ৰ নং (iii)] হ'ব। এতিয়া $\frac{1}{4}$ ৰ $\frac{1}{2}$ [চিত্ৰ নং (ii)] বুলি পোৱা ভাগটো $\frac{1}{8}$ ৰ লগত মিলাই চোৱা। মিলি যোৱা নাই নে?

গতিকে আমি দেখিলো যে $\frac{1}{4}$ ৰ $\frac{1}{2}$ অৰ্থাৎ $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}$ আৰু $\frac{1}{8}$ সমান। অৰ্থাৎ $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

গতিকে দেখা গ'ল যে $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{4 \times 2}$

এতিয়া আমি $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ কি হয় চাম, অৰ্থাৎ $\frac{1}{2}$ ৰ $\frac{1}{4}$ কিমান হ'ব তাকে উলিয়াও।

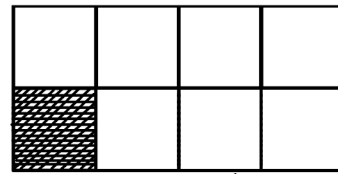
আগৰ নিচিনাকৈ দুখন সমান কাগজলৈ তাৰে এখন সমানে দুভাগ কৰা। এতিয়া আমি $\frac{1}{2}$ পালো (চিত্ৰ নং-i)। এই ভাগটো পুনৰ সমানে চাৰি ভাগ কৰি যদি এভাগ লোৱা হয় তেন্তে ই হ'ব $\frac{1}{2}$ ৰ এক চতুৰ্থাংশ, অৰ্থাৎ $\frac{1}{2}$ ৰ $\frac{1}{4}$ (চিত্ৰ নং-ii)। আকৌ আনখন কাগজ সমানে আঠভাগ কৰি এভাগ ল'লে ই হ'ব $\frac{1}{8}$ (চিত্ৰ নং-iii)। যদি এই টুকুৰা দুটা জুখি চোৱা দেখা পাবা যে ইহঁত সমান।



চিত্ৰ নং (i) $\frac{1}{2}$



চিত্ৰ নং (ii) $\frac{1}{2}$ ৰ $\frac{1}{4}$



চিত্ৰ নং (iii) $\frac{1}{8}$

চিত্ৰ-2.6

গতিকে $\frac{1}{2}$ ৰ $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

আকৌ $\frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{2 \times 4}$

সেয়ে $\frac{1}{2}$ ৰ $\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{2 \times 4}$

এতিয়া আমি, ওপৰত সম্পাদন কৰা কাৰ্যৰ ভিত্তিত ক'ব পাৰো যে,

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1 \times 1}{4 \times 2} = \frac{1}{8} = \frac{1 \times 1}{2 \times 4} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$$

গতিকে মনত ৰাখিবা যে, $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

ভগ্নাংশ আৰু দশমিক

চেষ্টা কৰি চোৱা (Try yourself):

চিত্ৰ - 2.6 ত দেখুওৱা ধৰণেৰে চিত্ৰ আঁকি (বা কাগজ কাটি) দুটা ভগ্নাংশৰ (যাৰ লব 1) পূৰণ দেখুওৱা হৈছে, ঠিক তেনেদৰে তোমোলোকে তলত দিয়া পূৰণ কেইটা কৰি চোৱা—

$$(a) \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

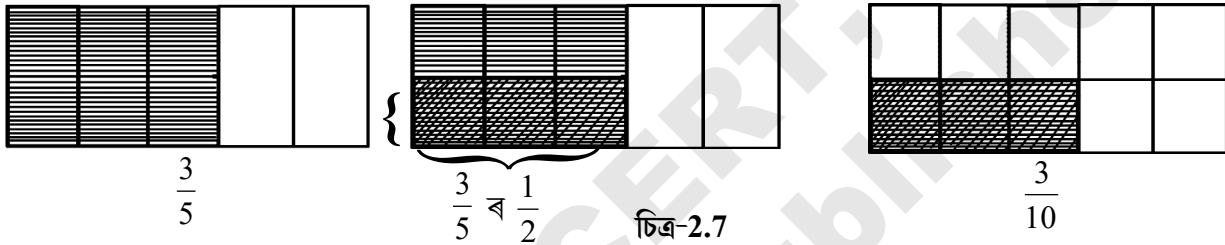
$$(b) \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

বিশেষভাৱে মন কৰা (Pay special attention) :

(a) এইবাৰ আমি দুটা এনে ভগ্নাংশ ল'ম য'ত এটা ভগ্নাংশৰ লবটোত 1 ৰ পৰিৱৰ্তে অন্য সংখ্যা থাকে।

ধৰা, $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2}$ ৰ মান উলিয়াব লাগে। এই পূৰণটোৰ বাবে বিশদ ব্যাখ্যা নকৰি কেৱল চিত্ৰৰ সহায় লোৱা হ'ল।

তোমোলোকে চিত্ৰ চাই নিজে বুজিবলৈ চেষ্টা কৰিবা।



তোমোলোকে $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5}$ ৰ বাবে চিত্ৰ আঁকি দেখুৱাবলৈ যত্ন কৰা যে $\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{1 \times 3}{2 \times 5} = \frac{3}{10}$

গতিকে আমি পালো যে $\frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$

(b) এইবাৰ আমি এনে দুটা ভগ্নাংশ ল'ম যি দুটাৰ লব 1 নহয়। ধৰা $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ নিৰ্ণয় কৰিব লাগে। কাষৰ চিত্ৰ চাই

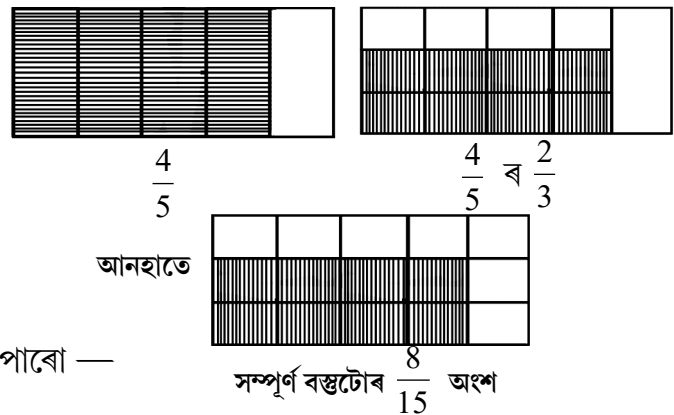
বুজিব পাৰিবা যে $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$

তোমোলোকে নিজে চিত্ৰ আঁকি দেখুওৱা যে

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$$

গতিকে আমি পালো যে $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$

ইয়াকে আমি তলত দিয়াৰ দৰেও প্ৰকাশ কৰিব পাৰো —



চিত্ৰ-2.8

সিদ্ধান্ত : যদি $\frac{a}{b}$ আৰু $\frac{c}{d}$ দুটা ভগ্নাংশ তেন্তে $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ লগতে মন কৰিবা যে $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times \frac{a}{b}$

$$\text{অৰ্থাৎ, দুটা ভগ্নাংশৰ পূৰণফল} = \frac{\text{ভগ্নাংশ দুটাৰ লবৰ পূৰণফল}}{\text{ভগ্নাংশ দুটাৰ হৰৰ পূৰণফল}} \quad \left| = \frac{\text{লব} \times \text{লব}}{\text{হৰ} \times \text{হৰ}} \right.$$

$$\text{i.e Product of two fractions} = \frac{\text{Product of the two Numerators}}{\text{Product of the two Denominators}} \quad \left| = \frac{\text{Numerator} \times \text{Numerator}}{\text{Denominator} \times \text{Denominator}} \right.$$

উদাহৰণ 6 : পূৰণফল নিৰ্ণয় কৰা (Find the Products) :

$$(i) \quad \frac{6}{7} \times \frac{2}{5} = \frac{6 \times 2}{7 \times 5} = \frac{12}{35} \quad (ii) \quad \frac{3}{11} \times \frac{5}{4} = \frac{3 \times 5}{11 \times 4} = \frac{15}{44}$$

$$(iii) \quad \frac{8}{21} \times \frac{9}{10} = \frac{8 \times 9}{21 \times 10} = \frac{4 \times 3}{7 \times 5} = \frac{12}{35}$$

$$(iv) \quad 4\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{22}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{22 \times 3}{5 \times 4} = \frac{11 \times 3}{5 \times 2} = \frac{33}{10} = 3\frac{3}{10}$$

$$(v) \quad 2\frac{4}{7} \times 2\frac{5}{8} = \frac{18}{7} \times \frac{21}{8} = \frac{18 \times 21}{7 \times 8} = \frac{9 \times 3}{4} = \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$$

চেষ্টা কৰি চোৱা : পূৰণ ফল নিৰ্ণয় কৰা :

$$(i) \quad \frac{11}{14} \times \frac{7}{22} \quad (ii) \quad \frac{9}{16} \times \frac{2}{3} \quad (iii) \quad 6\frac{3}{7} \times 4\frac{2}{5}$$

2.3.2 দুটা ভগ্নাংশৰ পূৰণফল পৰ্যবেক্ষণ কৰি কি ক'ব পাৰিবা চোৱা (Observe the multiplication of two fractions and mention what you understand) :

প্ৰথমে দুটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা লোৱা। ধৰা, 5 আৰু 8। এতিয়া $5 \times 8 = 40$ আৰু $40 > 5$, $40 > 8$;

অৰ্থাৎ এইক্ষেত্ৰত পূৰণফলটো প্ৰতিটো সংখ্যাতকৈ ডাঙৰ। এতিয়া তলৰ উদাহৰণকেইটালৈ মন কৰা —

(i) দুটা ভগ্নাংশ $\frac{1}{3}$ আৰু $\frac{1}{4}$ আৰু $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ ইয়াত $\frac{1}{12} < \frac{1}{3}$ আৰু $\frac{1}{12} < \frac{1}{4}$ তোমালোকে নিজে আন দুটা ভগ্নাংশ লোৱা (প্ৰতিটোৰে লব 1) আৰু ইহঁতৰ পূৰণফল সংখ্যা দুটাতকৈ সৰু হয়নে পৰীক্ষা কৰা।

(ii) এইবাৰ আন দুটা ভগ্নাংশ লোৱা, $\frac{2}{5}$ আৰু $\frac{3}{7}$ । এতিয়া $\frac{2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{6}{35}$ ইয়াতো $\frac{6}{35} < \frac{2}{5}$ আৰু $\frac{6}{35} < \frac{3}{7}$ (হয়নে নহয় নিজে কৰি চোৱা)

শ্ৰেণীকাৰ্য : তোমালোকে আন দুটা প্ৰকৃত ভগ্নাংশ লৈ এনে ফলাফল পোৱানে পৰীক্ষা কৰা।

এতিয়া উদাহৰণ দুটাৰ পৰা ক'ব পাৰি যে দুটা প্ৰকৃত ভগ্নাংশৰ পূৰণফল প্ৰতিটো ভগ্নাংশতকৈ সৰু হয়।

(iii) এইবাৰ আমি দুটা অপ্ৰকৃত ভগ্নাংশ লওঁ। ধৰা, $\frac{7}{5}$ আৰু $\frac{4}{3}$ ।

এতিয়া $\frac{7}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{28}{15}$ । তোমালোকে তুলনা কৰি চালে পাবা যে, $\frac{28}{15} > \frac{7}{5}$ আৰু $\frac{28}{15} > \frac{4}{3}$ ।

অৰ্থাৎ আমি পালো যে, দুটা অপ্ৰকৃত ভগ্নাংশৰ পূৰণফল প্ৰতিটো অপ্ৰকৃত ভগ্নাংশতকৈ ডাঙৰ হয়। কথাষাৰৰ সত্যতাৰ বাবে তোমালোকে নিজে দুটা বেলেগ ভগ্নাংশ লৈ পৰীক্ষা কৰি চোৱা।

(iv) আহা, এইবাৰ এটা প্ৰকৃত আৰু এটা অপ্ৰকৃত ভগ্নাংশ লৈ পূৰণ কৰিলে কি হয় চাওঁ।

ধৰা, ভগ্নাংশ দুটা $\frac{3}{4}$ আৰু $\frac{7}{5}$ (ভালকৈ মন কৰা)।

এতিয়া $\frac{3}{4} \times \frac{7}{5} = \frac{21}{20}$ ক তুলনা কৰিলে পাবা যে, $\frac{3}{4} < \frac{21}{20}$, কিন্তু $\frac{7}{5} > \frac{21}{20}$ ।

অৰ্থাৎ এটা প্ৰকৃত আৰু এটা অপ্ৰকৃত ভগ্নাংশৰ পূৰণফলটো প্ৰকৃত ভগ্নাংশটোতকৈ ডাঙৰ, কিন্তু অপ্ৰকৃত ভগ্নাংশটোতকৈ সৰু হয়।

অনুশীলনী- 2.1

1. পূৰণফল উলিওৱা —

A. (i) $6 \times \frac{2}{3}$ (ii) $7 \times \frac{1}{5}$ (iii) $5 \times 2\frac{3}{4}$ (iv) $3\frac{5}{7} \times 28$ (v) $2\frac{3}{4} \times 5$

B. (i) $\frac{1}{7} \times \frac{1}{9}$ (ii) $\frac{1}{45} \times \frac{9}{39}$ (iii) $\frac{4}{15} \times \frac{9}{10}$ (iv) $\frac{51}{40} \times \frac{64}{34}$ (v) $\frac{4}{5} \times \frac{12}{7}$

C. (i) $4\frac{2}{7} \times 11\frac{2}{3}$ (ii) $9\frac{2}{3} \times 4\frac{4}{5}$ (iii) $5\frac{5}{6} \times 6\frac{3}{7}$ (iv) $4\frac{1}{8} \times 2\frac{10}{11}$ (v) $2\frac{2}{17} \times 7\frac{2}{9} \times 1\frac{33}{52}$

2. মান নিৰ্ণয় কৰা —

(i) $\frac{1}{7}$ ৰ $\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{2}{3}$ ৰ $\frac{4}{5}$ (iii) $\frac{7}{5}$ ৰ $\frac{15}{14}$ (iv) $2\frac{3}{4}$ ৰ $\frac{3}{22}$ (v) 15 ৰ $\frac{7}{30}$

3. $\frac{5}{6} \times \frac{4}{5}$ ৰ $\frac{3}{5}$ অংশটো কি হ'ব?

4. (i) $\frac{4}{5}$ ৰ $\frac{3}{8}$ আৰু (ii) $\frac{5}{9}$ ৰ $\frac{3}{10}$ নিৰ্ণয় কৰি কোনটো সৰু উলিওৱা।

5. মাকে হাত খৰচৰ বাবে দিয়া টকাৰে বিজিতে $\frac{3}{5}$ অংশ বহী আৰু কলম কিনাত, $\frac{2}{7}$ অংশ জ্যামিতি বাকচ কিনাত আৰু বাকী অংশ জমা ৰাখিলে। বিজিতৰ হাতত কিমান অংশ টকা জমা থাকিল উলিয়াই তিনিওটা অংশ অধঃক্ৰমত সজোৱা।

6. শ্যামলীয়ে ঘৰত প্ৰতিদিনে $5\frac{3}{4}$ ঘণ্টাকৈ পঢ়ে। এইখিনি সময়ৰ $\frac{2}{5}$ অংশ গণিত আৰু ইংৰাজীত, $\frac{1}{6}$ অংশ বিজ্ঞানত আৰু বাকীখিনি সময় অন্যান্য বিষয়ত খৰচ কৰে। তিনিওটা অংশ নিৰ্ণয় কৰি উৰ্ধক্ৰমত সজোৱা।

7. বিদ্যালয়ৰ 'আদৰ্শ পঠন' প্ৰতিযোগিতাত 3 মিনিটত উৎপলে নিৰ্দিষ্ট পৃষ্ঠাৰ $\frac{5}{6}$ অংশ আৰু ৰণজুনে সেই একেটা পৃষ্ঠাৰে একে সময়ত $\frac{10}{11}$ অংশ পঢ়িবলৈ সক্ষম হৈছিল। কোনে বেছি পঢ়িছিল?
8. ৰীতাই এখন চুটি গল্পৰ কিতাপত থকা মুঠ 75 পৃষ্ঠাৰ $\frac{3}{5}$ অংশ পঢ়িলে। কিতাপখনৰ কিমান পৃষ্ঠা পঢ়িবলৈ বাকী থাকিল?
9. এজন মানুহৰ হাতত 200 টকা আছিল। তাৰে এক পঞ্চমাংশ তেওঁ বাছৰ ভাড়া হিচাপে দিলে। মানুহজনৰ হাতত এতিয়া কিমান টকা থাকিল?
10. ৰঞ্জুহঁতৰ ঘৰত থকা দুটা পানীৰ টেংকীত পুৱাৰ ভাগত প্ৰতিটোতে 500 লিটাৰকৈ পানী আছিল। এটা টেংকীৰ $\frac{3}{5}$ অংশ পানী গা-ধোৱা আৰু কাপোৰ ধোৱা কামত খৰচ হ'ল আৰু আনটো টেংকীৰ $\frac{1}{4}$ অংশ পানী ৰন্ধা-বঢ়া কামত খৰচ হ'ল। এতিয়া দুয়োটা টেংকীত মুঠতে কিমান পানী জমা থাকিল?
11. এটা কেকৰ $\frac{1}{4}$ অংশ ববিতাই খাবলৈ ল'লে। তেনেতে ককায়েক আহি তাইৰ ভাগৰ পৰা $\frac{2}{5}$ অংশ থপিয়াই নিলে। ববিতাই কেকটোৰ কিমান অংশ খাবলৈ পালে?
12. কাপোৰৰ দোকান এখনত মুঠতে যিমানটা চিলাই থোৱা চোলা (readymade shirt) আছে তাৰে $\frac{1}{9}$ অংশ বগা, $\frac{5}{9}$ অংশ নীলা আৰু বাকী অংশখিনি হালধীয়া ৰঙৰ। যদি হালধীয়া ৰঙৰ চোলা 72 টা আছে, তেন্তে প্ৰতিবিধ চোলাৰ সংখ্যা কিমান? দোকানখনত মুঠতে কিমান চোলা আছে?
13. খালী ঠাই পূৰ কৰা —

$$(i) \frac{3}{4} \times \frac{\square}{\square} = \frac{9}{20} \quad (ii) \frac{6}{\square} \times \frac{\square}{5} = \frac{12}{35} \quad (iii) \frac{2}{3} \times \frac{\square}{\square} = 1 \quad (iv) \frac{5}{\square} \times \frac{7}{\square} = 1$$

2.4 ভগ্নাংশৰ প্ৰতিক্ৰম (Reciprocal of Fractions) :

তোমালোকে পূৰ্ণ সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত পাই আহিছা যে, $9 \div 9 = 1$, বা $5 \div 5 = 1$ । কাৰণ 9 টা বস্তু 9 জনৰ মাজত সমান ভাগলৈ 1 টাকৈ ভাগত পৰে। একেদৰে 5 টা বস্তু 5 জনৰ মাজত সমানে ভাগলৈ 1 টাকৈ ভাগত পৰে। কিন্তু সাৱধানে লক্ষ্য কৰিবা যে $0 \div 0$ কিন্তু 1 নহয়, কাৰণ শূন্যটা বস্তু (অৰ্থাৎ একো নাই) শূন্য জন মানুহৰ (অৰ্থাৎ কোনো নাই) মাজত ভগাবলগীয়াটো অৰ্থহীন, সেয়ে ইয়াক নিৰ্ণয় কৰিব নোৱাৰি। এই বিষয়ে ওপৰৰ শ্ৰেণীত আৰু ভালকৈ বুজিব পাৰিবা।

গতিকে মনত ৰাখিবা যে, যদি 'a' এটা অশূন্য সংখ্যা তেন্তে $a \div a = 1$ হ'ব।

এতিয়া মন কৰা যে, $9 \div 9 = \frac{9}{9} = \frac{9 \times 1}{9} = 9 \times \frac{1}{9}$ (তোমালোকে ইতিমধ্যে পাই আহিছা)

আকৌ $9 \times \frac{1}{9} = \frac{9 \times 1}{9} = \frac{9}{9} = 1$ সেইদৰে $5 \times \frac{1}{5} = 1$, $7 \times \frac{1}{7} = 1$ ইত্যাদি

অন্যহাতেদি $\frac{1}{9} \times 9 = \frac{1 \times 9}{9} = \frac{9}{9} = 1$ । একেদৰে $\frac{1}{5} \times 5 = 1$ ইত্যাদি। গতিকে 9 আৰু $\frac{1}{9}$ ৰ পূৰণফল 1।

গণিতৰ ভাষাত 9 আৰু $\frac{1}{9}$ এটা আনটোৰ প্ৰতিক্ৰম (Reciprocal) বা গুণাত্মক বিপৰীত (multiplicative inverse)।

অৰ্থাৎ 'দুটা সংখ্যাৰ পূৰণফল 1 হ'লে, এটাক আনটোৰ প্ৰতিক্ৰম বোলে।

এতিয়া আমি দুটা ভগ্নাংশ লৈ, সিহঁতৰ পূৰণফল 1 কিদৰে হয় চাম —

ধৰাহ'ল, $\frac{2}{3}$ এটা ভগ্নাংশ। যদি তোমালোকক কোৱা হয় খালী ঠাই পূৰ কৰা $\frac{2}{3} \times \frac{\square}{\square} = 1$

তোমালোকে কৰি আহিছা যে, $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} \left(= \frac{6}{6} \right) = 1$ অথবা $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2 \times 3}{3 \times 2} = \frac{1}{1} = 1$

তেন্তে ওপৰৰ খালী বাকচ দুটাত কি কি পাতিবা? নিশ্চয় $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$ একেদৰে $\frac{9}{17} \times \frac{17}{9} = 1$ ইত্যাদি।

এইক্ষেত্ৰতো, $\frac{2}{3}$ আৰু $\frac{3}{2}$ এটা আনটোৰ প্ৰতিক্ৰম। সেইদৰে $\frac{9}{17}$ আৰু $\frac{17}{9}$ ৰো এটা আনটোৰ প্ৰতিক্ৰম।

মনত ৰাখিবা যে —

(i) যদি $a \times b = b \times a = 1$, তেন্তে a আৰু b এটা আনটোৰ প্ৰতিক্ৰম।

(ii) যদি $\frac{c}{d}$ এটা ভগ্নাংশ, তেন্তে $\frac{c}{d}$ ৰ প্ৰতিক্ৰম হ'ব $\frac{d}{c}$ ।

সেইদৰে $\frac{d}{c}$ ৰ প্ৰতিক্ৰম হ'ব $\frac{c}{d}$ । কাৰণ $\frac{c}{d} \times \frac{d}{c} = \frac{d}{c} \times \frac{c}{d} = 1$

(iii) '0' (শূন্য)ৰ প্ৰতিক্ৰম নাথাকে।

কৰি চাওঁ আহা : তলৰ প্ৰতিটোৰে প্ৰতিক্ৰম নিৰ্ণয় কৰা—

(i) $\frac{1}{6}$

(ii) 8

(iii) $\frac{3}{7}$

(iv) $\frac{31}{5}$

2.5 ভগ্নাংশৰ হৰণ (Division of Fractions) :

2.5.1 এটা পূৰ্ণ সংখ্যাক এটা ভগ্নাংশৰে হৰণ (Division of a whole number by a fraction) :

$10 \div 2 = 5$ বুলিলে তোমালোকে বুজি পোৱা যে, 10 টা বস্তু সমানে দুজনৰ মাজত ভগালে প্ৰতিজনে 5 টাকৈ বস্তু পাব। এই কথাটোকে অন্য ধৰণেৰে কেনেকৈ ক'ব পাৰি চোৱা। 10 টা বস্তু 5 টাকৈ ভগালে কেইজনে পাব? তেতিয়া উত্তৰটো হ'ব 2 জনে পাব। ইয়াকো আমি $10 \div 5 = 2$ বুলি লিখোঁ।

এতিয়া আন এটা উদাহৰণলৈ চোৱা। ধৰা, 10 টা আপেল 4 জনৰ মাজত সমানে ভগাব লাগে। তেতিয়া

$$\text{আমি পাওঁ, } 10 \div 4 = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

অৰ্থাৎ গাইপতি $2\frac{1}{2}$ টা আপেল (2 টা গোটা আৰু এটাৰ আধা) ভাগত পৰিল। এতিয়া এই কথাটো আমি অন্য ধৰণেৰে ক'ব পাৰোঁ। 10 টা আপেল যদি $\frac{5}{2}$ কৈ ভগোৱা হয় তেন্তে কেইজনে পাব কোৱা। তোমালোকে উত্তৰটো 4 জন বুলি নিশ্চয় বুজিছা। এতিয়া দেখিলা যে, $10 \div \frac{5}{2} = 4$ পালোঁ। এই ক্ষেত্ৰত দেখিলা যে, এটা সংখ্যক (ইয়াত 10) এটা ভগ্নাংশৰে (ইয়াত $\frac{5}{2}$) হৰণ কৰিবলগীয়া হয়।

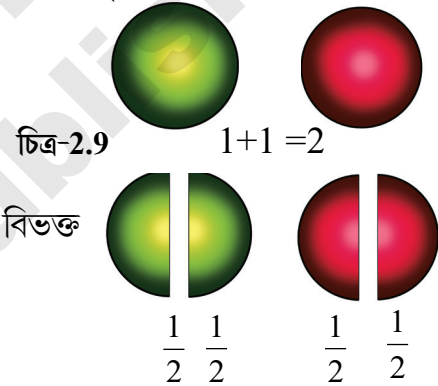
সিদ্ধান্ত (Conclusion) : $a \div b = a \times (b \text{ ৰ প্ৰতিক্ৰম}) = a \times \frac{1}{b}$ (ইয়াত $b \neq 0$)।

অৰ্থাৎ, এটা পূৰ্ণ সংখ্যক আন এটা পূৰ্ণ সংখ্যাৰে হৰণ কৰিলে যি মান পোৱা যাব সেই একে মানেই পোৱা যাব যদিহে প্ৰথম পূৰ্ণ সংখ্যাটোক পিচৰ পূৰ্ণ সংখ্যাটোৰ প্ৰতিক্ৰমেৰে পূৰণ কৰা হয়।

কাৰ্য : 2 ত কিমানটা $\frac{1}{2}$ আছে চিত্ৰ আঁকি চাওঁ আহাঁ—

2 ত কিমানটা $\frac{1}{2}$ আছে? ইয়াৰ অৰ্থ হৈছে $2 \div \frac{1}{2}$ ।

কাৰ্যৰ চিত্ৰত দুটা বস্তু লোৱা হৈছে আৰু প্ৰতিটোকে সমানে দুভাগত বিভক্ত কৰাত এতিয়া দুয়োটা বস্তুত $\frac{1}{2}$ ৰ মুঠতে 4 ভাগ পোৱা গ'ল।



অৰ্থাৎ $2 \div \frac{1}{2} = 4$ । মন কৰিবা যে, এই 4 টোৱে $\frac{1}{2}$ ৰ 4 টা ভাগহে বুজাইছে, 4 টা সম্পূৰ্ণ বস্তু বুজোৱা নাই।

এতিয়া $8 \div \frac{4}{3}$ এই হৰণটো কৰি চাওঁ আহাঁ—

$$8 \div \frac{4}{3} = 8 \times \frac{3}{4} = \frac{8 \times 3}{4} = \frac{2 \times 3}{1} = 6 \text{ আৰু ই ওপৰৰ বিশ্লেষণ মতে সত্য।}$$

গতিকে আমি ক'ব পাৰিম যে এটা পূৰ্ণ সংখ্যক যিকোনো ভগ্নাংশৰে হৰণ কৰিবলৈ হ'লে, সেই পূৰ্ণ সংখ্যাটোক ভগ্নাংশটোৰ প্ৰতিক্ৰমেৰে পূৰণ কৰিব লাগে।

উদাহৰণ 7 : (a) $5 \div \frac{3}{4} = 5 \times \frac{4}{3} = \frac{5 \times 4}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$

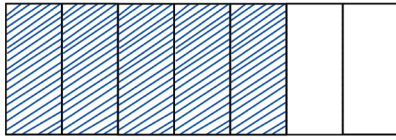
(b) $7 \div 3\frac{2}{5} = 7 \div \frac{17}{5} = 7 \times \frac{5}{17} = \frac{35}{17} = 2\frac{1}{17}$

2.5.2 এটা ভগ্নাংশক এটা পূৰ্ণ সংখ্যাৰে হৰণ (Dividing a fraction by a whole number) :

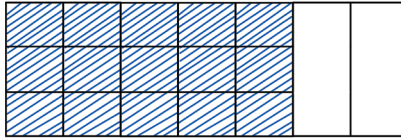
ধৰাহ'ল, $\frac{5}{7}$ ক 3 ৰে হৰণ কৰিব লাগে।

এতিয়া $\frac{5}{7} \div 3 = \frac{5}{7} \div \frac{3}{1} = \frac{5}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{5 \times 1}{7 \times 3} = \frac{5}{21}$ (তৃতীয় স্তৰত প্ৰতিক্ৰমৰ সহায় লোৱা হৈছে।)

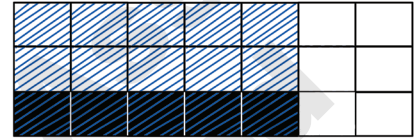
অন্যহাতেদি $\frac{5}{7} \div 3$ ৰ অৰ্থ হৈছে কোনো এটা গোটা বস্ত্ৰৰ 7 টা সমান ভাগৰ পৰা 5 টা ভাগ লৈ পুনৰ 3 ৰে ভাগ কৰিলে প্ৰতিটো ভাগত কিমান অংশকৈ থাকিব? তলৰ চিত্ৰকেইটালৈ মন কৰা—



$$\frac{5}{7}$$



$$\frac{5}{7} \div 3$$



$$\frac{5}{7} \div 3 = \frac{5}{21}$$

চিত্ৰ-2.10

চিত্ৰৰ ব্যাখ্যা : প্ৰথম চিত্ৰত এটা গোটা বস্ত্ৰৰ 7 টা সমান ভাগৰ পৰা 5 টা ভাগ লোৱা হৈছে। দ্বিতীয় চিত্ৰত বস্ত্ৰটোৰ পৰা

লোৱা $\frac{5}{7}$ অংশক 3 টা সমান ভাগত ভাগোৱা হৈছে। তৃতীয় চিত্ৰত $\frac{5}{7}$ অংশক 3 ভাগ কৰি 1 ভাগত পোৱা

অংশখিনিক সম্পূৰ্ণ বস্ত্ৰটোৰ সমান অংশৰ লগত তুলনা কৰি $\frac{5}{21}$ অংশ পোৱা দেখুওৱা হৈছে।

উদাহৰণ 8 : মান উলিওৱা —

(a) $\frac{9}{10} \div 6$ (b) $4\frac{2}{5} \div 11$

সমাধান : (a) $\frac{9}{10} \div 6 = \frac{9}{10} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{10 \times 2} = \frac{3}{20}$ (b) $4\frac{2}{5} \div 11 = \frac{22}{5} \div 11 = \frac{22}{5} \times \frac{1}{11} = \frac{2}{5}$

2.5.3 এটা ভগ্নাংশক আন এটা ভগ্নাংশৰে হৰণ (Dividing a fraction by another fraction) :

ধৰা, $\frac{14}{15}$ ক $\frac{7}{10}$ ৰে হৰণ কৰিব লাগে। এই ক্ষেত্ৰত আমি কি কৰিছো চোৱা —

$$\frac{14}{15} \div \frac{7}{10} = \frac{14}{15} \times \frac{10}{7} = \frac{2 \times 2}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$
 (দ্বিতীয় স্তৰত প্ৰতিক্ৰমৰ সহায় লোৱা হৈছে)

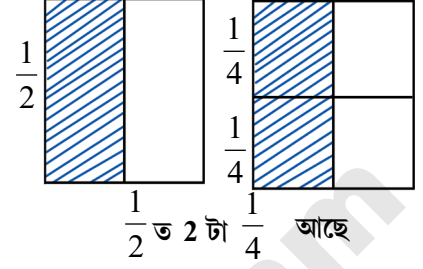
গতিকে $\frac{14}{15}$ ক $\frac{7}{10}$ ৰে হৰণ কৰিব লাগিলে $\frac{14}{15}$ ক $\frac{7}{10}$ ৰ প্ৰতিক্ৰমটোৰে পূৰণ কৰিলেই হয়।

উদাহৰণ 9 : $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = 2$

অন্যহাতেদি $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ ৰ অৰ্থ হৈছে —

কোনো এটা গোটা বস্তুৰ $\frac{1}{2}$ অংশত $\frac{1}{4}$ কেইটা আছে?

কাষৰ চিত্ৰ দুটালৈ মন কৰা —



চিত্ৰ-2.11

প্ৰথমটো চিত্ৰত এটা সম্পূৰ্ণ বস্তুক সমানে দুভাগ কৰি এভাগ অৰ্থাৎ $\frac{1}{2}$ অংশ লোৱা হৈছে। দ্বিতীয়টো চিত্ৰত সেই একেটা বস্তুকে সমানে 4 ভাগ কৰাত আগৰ ছায়াবৃত $\frac{1}{2}$ অংশত $\frac{1}{4}$ অংশ 2 টা পোৱা গ'ল।

অনুশীলনী - 2.2

1. প্ৰতিক্ৰম নিৰ্ণয় কৰা—

- (a) 6 (b) $\frac{1}{2}$ (c) $\frac{8}{17}$ (d) 1 (e) $2\frac{3}{5}$

2. মান নিৰ্ণয় কৰা —

A. (i) $6 \div \frac{3}{8}$ (ii) $31 \div \frac{2}{3}$ (iii) $51 \div \frac{17}{3}$ (iv) $4 \div \frac{3}{4}$ (v) $3 \div 2\frac{1}{4}$

B. (i) $2\frac{1}{4} \div 3$ (ii) $\frac{60}{7} \div 15$ (iii) $5\frac{1}{3} \div 4$ (iv) $4\frac{1}{3} \div 3$ (v) $4\frac{3}{7} \div 7$

C. (i) $3\frac{1}{6} \div 2\frac{1}{3}$ (ii) $5\frac{2}{3} \div 4\frac{1}{4}$ (iii) $11\frac{7}{13} \div 4\frac{2}{13}$ (iv) $3\frac{5}{6} \div 2\frac{4}{5}$

3. (i) $(\frac{3}{4} \text{ ৰ } \frac{8}{15})$ ক $2\frac{3}{4}$ ৰে হৰণ কৰা—

(ii) $\frac{6}{11}$ ৰ প্ৰতিক্ৰমেৰে $1\frac{13}{22}$ ক হৰণ কৰা।

(iii) $\frac{1}{3}$ আৰু $\frac{2}{5}$ ৰ পূৰণফলক $\frac{3}{7}$ আৰু $\frac{2}{5}$ ৰ পূৰণফলেৰে হৰণ কৰা।

(iv) দুটা সংখ্যাৰ পূৰণফল $1\frac{1}{2}$ । যদি এটা সংখ্যা $\frac{9}{14}$ হয় তেন্তে অন্য সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰা।

- (v) এখন গাড়ীয়ে $3\frac{1}{3}$ ঘণ্টাত 240 কি মি বাট অতিক্রম কৰিলে এঘণ্টাত গাড়ীখনে কিমান কি মি দূৰত্ব অতিক্রম কৰিব?
4. এটা আয়তৰ কালি 24 বৰ্গ চে মি। যদি আয়তটোৰ দৈৰ্ঘ্য $6\frac{2}{3}$ চে মি তেনেহ'লে আয়তটোৰ প্রস্থ কিমান?
5. এডাল $12\frac{1}{2}$ মিটাৰ দীঘল ৰঙীণ ফিটা 10 টা সমান অংশত টুকুৰা কৰা হ'ল। প্ৰতিটো টুকুৰাৰ দৈৰ্ঘ্য কিমান?
6. এটা বাচনৰ $\frac{3}{4}$ অংশত পানী আছিল। সেই পানীখিনিৰ $\frac{1}{8}$ অংশকৈ সমানে ভগাই কেইটামান বাচনত থবলৈ হ'লে কেইটা বাচন লাগিব?
7. $\frac{6}{4}$ অত $\frac{1}{2}$ কেইটা আছে? চিত্ৰৰ সহায়ত ব্যাখ্যা কৰা।
8. এখন উৰাজাহাজে $\frac{1}{5}$ ঘণ্টাত 200 কি মি দূৰত্ব গ'লে, 5 ঘণ্টাত উৰাজাহাজখনে কিমান দূৰত্ব যাব?
9. এজন ল'ৰাই $1\frac{1}{4}$ ঘণ্টাত $5\frac{1}{8}$ কি মি পথ চাইকেল চলাই অতিক্রম কৰিব পাৰে। যদি ল'ৰাজনে একে গতিত চাইকেলখন চলাই যায় তেনেহ'লে 1 ঘণ্টাত তেওঁ কিমান দূৰ অতিক্রম কৰিব?
10. প্ৰশ্নটোৰ চাৰিটাকৈ উত্তৰ দিয়া আছে। শুদ্ধ উত্তৰটো বাছনি কৰা—
যদি $A + B = 1$ আৰু $A - B = \frac{2}{3}$ হয়, তেন্তে A আৰু B ভগ্নাংশ দুটা হ'ব—
(i) $A = \frac{5}{6}, B = \frac{3}{6}$ (ii) $A = \frac{2}{3}, B = \frac{1}{3}$ (iii) $A = \frac{5}{6}, B = \frac{1}{6}$ (iv) $A = \frac{3}{5}, B = \frac{1}{5}$

2.6 দশমিক সংখ্যাৰ ধাৰণা (Concept of decimal number) :

তোমালোকে আগৰ শ্ৰেণীত দশমিক সংখ্যাৰ বিষয়ে পাই আহিছা। সেই ধাৰণাৰে তলৰ তালিকাখন পূৰ কৰোঁ আহা—

হাজাৰ (Thousand) (1000)	শতক (Hundreds) (100)	দহক (Tens) (10)	একক (Ones) (1)	দশমিক (Decimal)	দশমাংশ (Tenth) $\frac{1}{10}$	শতাংশ (Hundredth) $\frac{1}{100}$	সহস্ৰাংশ (Thousandth) $\frac{1}{1000}$	সংখ্যা (Numbers)
			3	.	7	5		3.750
2	5	8	0	.	2	4	6	
	7	4	2	.	0			
				.	0	5	0	

তালিকাখনত তোমালোকে স্থানীয় মানৰ আধাৰত বিস্তৃত আকাৰত থকা সংখ্যাবোৰ সাধাৰণ ৰূপত লিখিছিল। ইয়াক আমি ওলোটাকৈও লিখিব পাৰো। অৰ্থাৎ সাধাৰণ ৰূপত থকা সংখ্যা এটা বিস্তৃত আকাৰত লিখিব পৰা যায় এনেদৰে $5342.25 = 5 \times 1000 + 3 \times 100 + 4 \times 10 + 2 \times 1 + 2 \times \frac{1}{10} + 5 \times \frac{1}{100}$

মনত ৰাখিবা—

দশমিক বিন্দু সদায় একক আৰু দশমাংশ ঘৰৰ মাজত থাকে। আচলতে দশমিক বিন্দুটো হৈছে পূৰ্ণ সংখ্যা আৰু ভগ্নাংশৰ পৃথককাৰী। ইয়াৰ বাওঁফালে পূৰ্ণসংখ্যা আৰু সোঁফালে ভগ্নাংশৰ স্থান।

এতিয়া অন্য এটা কথা লৈ মন কৰা। দৈনন্দিন জীৱনত সাধাৰণ ভগ্নাংশৰ দৰেই দশমিক সংখ্যাবোৰ তুলনা কৰিবলগীয়া হয়। এটা উদাহৰণ লোৱা ৰহিমৰ বেগটোৰ ওজন 5.5 কি গ্ৰা আৰু জনৰ বেগটোৰ ওজন 5.05 কি গ্ৰা। কাৰ বেগৰ ওজন বেছি? ৰহিম আৰু জনৰ বেগ দুটাৰ ওজনৰ একক স্থানৰ অংক কেইটা (5) একে যদিও জনৰ বেগৰ ওজনটোৰ দশমাংশ ঘৰত এটা শূন্য আছে। অন্যহাতেদি ৰহিমৰ বেগৰ ওজনৰ দশমাংশ ঘৰত 5 হৈ আছে। আমি জানো যে $5 > 0$, গতিকে নিশ্চিতভাৱে $5.5 > 5.05$ । অৰ্থাৎ ৰহিমৰ বেগটোৰ ওজন জনৰ বেগৰ ওজনতকৈ বেছি।

এনেদৰে দশমিক সংখ্যাৰ তুলনা কৰোঁতে সদায় বাওঁফালৰ অংকৰ পৰা আৰম্ভ কৰিব লাগে। কিয়নো দশমিকৰ বাওঁফালৰ অংকবোৰ দশমিকৰ সোঁফালৰ অংকতকৈ সদায় ডাঙৰ।

সেইদৰেই দৈনন্দিন জীৱনত আমি বিভিন্ন সময়ত বিভিন্ন এককবোৰ পৰিৱৰ্তন কৰিবলগীয়া হয়। এই বিষয়ে তলৰ শ্ৰেণীসমূহত বিস্তৃতভাৱে আলোচনা কৰি অহা হৈছে। যেতিয়া দৈৰ্ঘ্য, ওজন তথা টকাক সৰু এককৰ পৰা ডাঙৰ এককলৈ পৰিৱৰ্তন কৰা হয়, তেতিয়া আমি দশমিকৰ সহায় লওঁ।

মনত পেলোৱা : (ক) দৈৰ্ঘ্যৰ ক্ষেত্ৰত (In case of Length) :

1000 মিমি = 1 মিটাৰ,	গতিকে	1 মি মি = $\frac{1}{1000}$ মি = 0.001মি
100 চেমি = 1 মিটাৰ,	গতিকে	1 চে মি = $\frac{1}{100}$ মি = 0.01মি
1000 মিটাৰ = 1 কি মি,	গতিকে	1 মি = $\frac{1}{1000}$ কি মি = 0.001কি মি

(খ) ভৰৰ ক্ষেত্ৰত (In case of Mass) :

100 মি গ্ৰা = 1 গ্ৰাম,	গতিকে	1 মি গ্ৰা = $\frac{1}{1000}$ গ্ৰাম = 0.001গ্ৰাম
100 চেগ্ৰা = 1 গ্ৰাম,	গতিকে	1 চে গ্ৰা = $\frac{1}{100}$ গ্ৰাম = 0.01গ্ৰাম
1000 গ্ৰাম = 1 কি গ্ৰা,	গতিকে	1 গ্ৰাম = $\frac{1}{1000}$ কি গ্ৰা = 0.001কি গ্ৰা
100 কিলোগ্ৰাম = 1 কুইণ্টল,	গতিকে	1 কিলোগ্ৰাম = $\frac{1}{100}$ কুইণ্টল = 0.01কুইণ্টল
10 কুইণ্টল = 1 মেট্ৰিকটন,	গতিকে	1 কুইণ্টল = $\frac{1}{10}$ মেট্ৰিকটন = 0.1মেট্ৰিকটন

(মেট্ৰিকটনক কেতিয়াবা চমুকৈ টন বুলিও কোৱা হয়)

(গ) ক্ষেত্ৰফল বা কালিৰ ক্ষেত্ৰত (In case of Area) :

1 বৰ্গমিটাৰ = 1 চেণ্টিআৰ (centiare)

100 বৰ্গমিটাৰ = 100 চেণ্টিআৰ = 1 আৰ (are)

100 আৰ = 1 হেক্টৰ (hectore)

(ঘ) মাটিকালিৰ ক্ষেত্ৰত (In case of Area of land) :

1 লোচা = 144 বৰ্গফুট

20 লোচা = 1 কঠা = 2880 বৰ্গফুট

5 কঠা = 1 বিঘা = 14400 বৰ্গফুট

4 বিঘা = 1 পূৰা

1 একৰ = 3.025 বিঘা

1 হেক্টৰ = 2.471 একৰ = 7.47 বিঘা (প্ৰায়)

অনুশীলনী-2.3

1. তলৰ দশমিকৰ সংখ্যাবোৰক বিস্তৃত ৰূপত লিখা :

(i) 3.05 (ii) 30.5 (iii) 235.005 (iv) 23005.005

2. দশমিক ব্যৱহাৰ কৰি মিটাৰ আৰু কি মিত প্ৰকাশ কৰা :

(i) 20 চে মি (ii) 267 চে মি (iii) 25732 মি মি (iv) 3540 চে মি

3. দশমিক ব্যৱহাৰ কৰি কিলোগ্ৰামত প্ৰকাশ কৰা :

(i) 520 গ্ৰাম (ii) 4273 গ্ৰাম (iii) 692050 চে গ্ৰা (iv) 2 কি গ্ৰা 5 গ্ৰাম

4. টকাত প্ৰকাশ কৰা :

(i) 5 পইচা (ii) 5 টকা 5 পইচা (iii) 55 টকা 55 পইচা (iv) 50 টকা 50 পইচা

5. কোনটো ডাঙৰ? মুখে মুখে উত্তৰ দিয়া :

(i) 0.2 আৰু 0.02 (ii) 3.03 আৰু 3.30

(iii) 5 আৰু 0.5 (iv) 0.4 আৰু 0.44

6. বাৰ্ষিক খেল-ধেমালিৰ ল'ৰাৰ দীঘল জাপ (Long Jump) প্ৰতিযোগিতাত ৰক্তিমৈ 3.3 মিটাৰ আৰু প্ৰাঞ্জলে 333 চে মি দূৰত্ব জপিয়ালে। কোনে বেছি জপিয়ালে আৰু কিমান বেছি জপিয়ালে?

2.6.1 দশমিক সংখ্যাৰ পূৰণ (Multiplication of decimal numbers) :

স্নেহাৰ দেউতাকে স্কুললৈ যাওঁতে মটৰ চাইকেলখনত 72.59 টকা হাৰত 2.5 লিটাৰ পেট্ৰ'ল ভৰালে। স্নেহাই মনে মনে ভাবিলে, দেউতাকে বাৰু কিমান টকা দিব লাগিব? হিচাপটো নিশ্চিতভাৱে (72.59×2.5) টকা হ'ব। এনে পূৰণ কৰিবলৈ স্নেহাই অসুবিধা পাইছে, কাৰণ পূৰণ কৰিবলগীয়া দুয়োটা সংখ্যাতে দশমিক আছে। অৰ্থাৎ, দৈনন্দিন জীৱনত আমি দশমিক সংখ্যাৰো পূৰণ কেনেকৈ কৰিব লাগে সেয়া জনাৰ প্ৰয়োজন হয়।

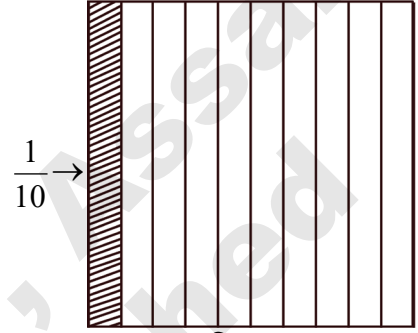
এতিয়া আমি দশমিক সংখ্যাৰ পূৰণৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম।

উদাহৰণ 10 : 0.1 আৰু 0.2 ৰ পূৰণফল কেনেকৈ উলিয়াবা?

অৰ্থাৎ, $0.1 \times 0.2 =$ কিমান?

আমি জানো যে, $0.1 = \frac{1}{10}$ আৰু $0.2 = \frac{2}{10}$

গতিকে, $0.1 \times 0.2 = \frac{1}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{1 \times 2}{10 \times 10} = \frac{2}{100} = 0.02$

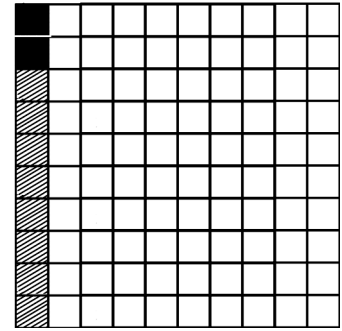


চিত্ৰ-2.12(i)

এই সমাধানটো আমি চিত্ৰৰ সহায়ত ব্যাখ্যা কৰি চাওঁ আহা— $\frac{1}{10}$ ভগ্নাংশটোৱে কোনো এটা বস্তৰ 10 টা সমান অংশৰ 1 টা অংশ বুজায়। চিত্ৰ 2.12(i) ত ছায়াবৃত $\frac{1}{10}$ অংশই প্ৰকাশ কৰিছে।

আমি জানো যে, $\frac{1}{10} \times \frac{2}{10}$ ৰ অৰ্থ $\frac{1}{10}$ ৰ $\frac{2}{10}$

অৰ্থাৎ চিত্ৰৰ ছায়াবৃত $\frac{1}{10}$ অংশটো পুনৰ 10 টা সমান অংশত ভাগ কৰি তাৰ 2 টা অংশ ল'ব লাগে। এই অংশটো এইবাৰ নিশ্চিতভাৱে $\frac{2}{100}$ অংশ হ'ব। চিত্ৰ 2.12 (ii) ই কথাখিনি প্ৰকাশ কৰিছে। চিত্ৰৰ ডাঠ বঙৰ অংশই হৈছে $\frac{2}{100}$ অংশ।



$$\frac{1}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{2}{100}$$

চিত্ৰ-2.12 (ii)

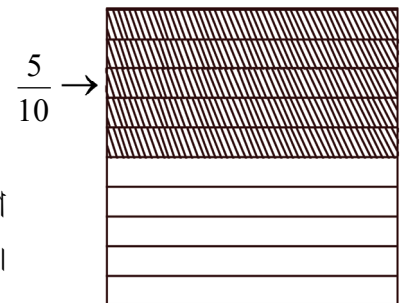
অৰ্থাৎ, $0.1 \times 0.2 = \frac{2}{100} = 0.02$ । মন কৰিবলগীয়া কথাটো হ'ল যে, পূৰণ কৰা দুয়োটা সংখ্যাৰ এটাকৈ অংকৰ আগত দশমিক বিন্দু আছে। সেয়েহে পূৰণফলত মুঠ 2 টা অংকৰ আগত দশমিক বিন্দু থাকিব।

উদাহৰণ 11 : 0.5 আৰু 0.3 ৰ মান উলিওৱা।

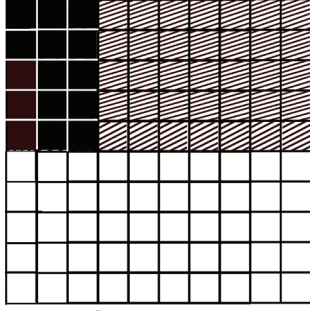
অৰ্থাৎ, $0.5 \times 0.3 =$ কিমান?

আমি জানো যে, $0.5 \times 0.3 = \frac{5}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{15}{100} = 0.15$

এতিয়া উদাহৰণ 1 ৰ নিচিনাকৈ চিত্ৰৰ সহায়ত বুজাবলৈ বৰ্গ এটাক 10 টা সমান ভাগত ভাগ কৰি $\frac{5}{10}$ পাবলৈ 5 টা সমান ভাগৰ ছায়াবৃত কৰি লোৱা হ'ল।



চিত্ৰ-2.13(i)



চিত্ৰ-2.13(ii)

এইবাৰ এই ছায়াবৃত 5 টা সমান অংশৰ লগতে গোটেই বৰ্গটোক অন্য 10 টা ভাগত ভগাই লোৱা হ'ল আৰু ছায়াবৃত হৈ থকা 5 টা ভাগৰ প্ৰতিটোৰ পৰা 3 টাকৈ ঘৰত ডাঠ ৰং কৰি মুঠতে 15 টা সৰু বৰ্গ পোৱা হ'ল। দেখা গ'ল যে এই 15 টা সৰু বৰ্গ ডাঙৰ বৰ্গটোৰ মুঠ 100 টা সৰু বৰ্গৰ 15 টা ভাগ।

যিহেতু চিত্ৰটোৰ 100 টা সৰু বৰ্গৰ ভিতৰত 15 টা ডাঠ ৰং কৰা বৰ্গ আছে, গতিকে সিহঁতেও 0.15 প্ৰকাশ কৰিব।

এই ক্ষেত্ৰতো 0.5 আৰু 0.3 দুয়োটা সংখ্যাৰে মুঠ $1+1=2$ টা অংকৰ আগত দশমিক বিন্দু আছে আৰু পূৰণফল 0.15 টো দুটা অংকৰ আগত দশমিক বিন্দু আছে।

উদাহৰণ 12 : (i) $0.2 \times 0.3 = \frac{2}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{6}{100} = 0.06$ (ii) $0.4 \times 0.8 = \frac{4}{10} \times \frac{8}{10} = \frac{32}{100} = 0.32$

ওপৰৰ উদাহৰণকেইটাত দেখা পোৱা গৈছে যে পূৰণ কৰা সংখ্যাকেইটাৰ মুঠ যিমানটা অংকৰ আগত দশমিক বিন্দু থাকে, পূৰণফলটোতো সিমানটা অংকৰ আগত দশমিক বিন্দু হয়।

সিদ্ধান্ত : দশমিক সংখ্যাৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰথমতে দশমিক বিন্দু নাই বুলি ধৰি লৈ সাধাৰণ পূৰ্ণ সংখ্যাৰ পূৰণৰ দৰেই পূৰণ কৰি ল'ব লাগে আৰু পাছত পূৰণ কৰা সংখ্যা দুটাৰ যিমানটা অংকৰ আগত দশমিক বিন্দু থাকে, পূৰণফলটোত সিমানটা অংকৰ আগত দশমিক বিন্দুটো বহুৱাই দিলেই পূৰণ কৰা হৈ যায়।

উদাহৰণ 13 : ৰাজুহঁতৰ বিদ্যালয়ৰ ফুলনি বাগিছাখনৰ দৈৰ্ঘ্য 8.25 মিটাৰ আৰু প্ৰস্থ 6.65 মিটাৰ। বাগিছাখনৰ কালি উলিওৱা।

সমাধান : বাগিছাখনৰ দৈৰ্ঘ্য = 8.25 মি
 প্ৰস্থ = 6.65 মি
 $\therefore$ কালি হ'ব = (8.25×6.65) বৰ্গ মি
 = 54.86 বৰ্গ মি (প্ৰায়)

$$\begin{array}{r} 8.25 \\ \times 6.65 \\ \hline 4125 \\ 4950 \\ 4950 \\ \hline 54.8625 \end{array}$$

এই ক্ষেত্ৰত পূৰণ কৰা সংখ্যা দুটাৰ মুঠতে 4 টা অংকৰ আগত দশমিক বিন্দু থকাৰ বাবে পূৰণফলটোৰো 4 টা অংকৰ আগত দশমিক বিন্দু দি আসন্ন মান লোৱা হৈছে।

2.6.2 দশমিক সংখ্যাক 10, 100 আৰু 1000 ৰে পূৰণ (Multiplying decimal numbers by 10, 100 and 1000) :

যিহেতু, $0.2 = \frac{2}{10}$, $1.1 = \frac{11}{10}$ বা $3.25 = \frac{325}{100}$

ওপৰৰ সংখ্যাবোৰ লক্ষ্য কৰি স্নেহাই দেখা পালে যে, কোনো দশমিক সংখ্যাৰ দশমিক বিন্দুটোৰ স্থানৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰি (কিমানটা অংকৰ আগত দশমিক বিন্দু আছে) সংখ্যাটোৰ হৰত 10 বা 100 দি এটা দশমিকবিহীন সাধাৰণ ভগ্নাংশলৈ ৰূপান্তৰ কৰিব পাৰি। এইবাৰ তাই এই কথাটোকে ওলোটাকৈ দশমিক সংখ্যা এটাত 10 বা 100 বা 1000 ৰে পূৰণ কৰিলে কি হয়, তাক চাব বিচাৰিলে।

তলৰ তালিকাখন চোৱা আৰু খালী ঠাইবোৰ পূৰ কৰা—

$3.825 \times 10 = \frac{3825}{1000} \times 10 = 38.25$	$5.83 \times 10 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
$3.825 \times 100 = \frac{3825}{1000} \times 100 = 382.5$	$5.83 \times 100 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$
$3.825 \times 1000 = \frac{3825}{1000} \times 1000 = 3825$	$5.83 \times 1000 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

তালিকাখনৰ পূৰণফলবোৰ দেখি স্নেহাই আমোদ পালে। তাই দেখিলে যে একেটা দশমিক সংখ্যাকে 10, 100 আৰু 1000 ৰে পূৰণ কৰোঁতে প্ৰতিবাৰতে ফলাফলটোৰ অংককেইটা একেই আছে, কেৱল দশমিক বিন্দুটোৰ স্থানহে সলনি হৈছে। এইবাৰ তাই অন্য এটা উদাহৰণ নিজে কৰি চাব বিচাৰিলে।

উদাহৰণ 14 : 4.721 ক 10, 100 আৰু 1000 ৰে পূৰণ কৰোঁ আহা—

$$4.721 \times 10 = \frac{4 \times 721}{100} \times 10 = 47.21 \quad 4.721 \times 100 = \frac{4 \times 721}{100} = 472.1$$

$$\text{আৰু } 4.721 \times 1000 = \frac{4721}{100} \times 1000 = 4721 \text{ বা } 4721.0$$

এইক্ষেত্ৰত প্ৰতিবাৰতে দশমিক বিন্দুটো সোঁফাললৈ গৈ আছে আৰু শেষত 1000 ৰে পূৰণ কৰোঁতে সংখ্যাটোৰ একেবাৰে শেষতহে দশমিক বিন্দুটো বহুৱাব পৰা হ'ল। এইবাৰ স্নেহাৰ ধাৰণা স্পষ্ট হ'ল আৰু দেউতাকৰ সহায়ত তলৰ সিদ্ধান্তত উপনীত হ'ল।

সিদ্ধান্ত : কোনো এটা দশমিক সংখ্যাক 10, 100, 1000 (10 বা 10 ৰ ঘাতেৰে) আদিৰে পূৰণ কৰিলে, পূৰণফলটোত সংখ্যাটোত থকা অংককেইটাৰ সলনি নহয়। কেৱল 1 ৰ সোঁফালে থকা শূন্যৰ সংখ্যাৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি দশমিক বিন্দুটো সোঁফালে আগুৱাই যায়।

অনুশীলনী- 2.4

1. পূৰণফল নিৰ্ণয় কৰা :

(i) 0.01×5 (ii) 6×2.7 (iii) 3.89×4 (iv) 7.21×9 (v) 8×11.7

2. মান নিৰ্ণয় কৰা :

(i) 0.6×10 (ii) 2.8×10 (iii) 5.7×100 (iv) 3.79×100 (v) 4.286×100
 (vi) 12.54×100 (vii) 2.234×1000 (viii) 3.9524×1000
 (ix) 0.08×10 (x) 1.05×10

3. পূৰণফল নিৰ্ণয় কৰা :

(i) 0.51×0.5 (ii) 0.25×0.25 (iii) 1.57×3.55 (iv) 5.7×3.25
 (v) 100.03×2.2 (vi) 101.01×1.01 (vii) 0.5×0.05 (viii) 1.51×5.15

- বুলবুলিৰ দেউতাকে চহৰত 18'25 মিটাৰ $\times$ 15'75 মিটাৰ জোখৰ এটুকুৰা মাটি কিনিলে। মাটি টুকুৰাৰ চাৰিওফালে বেৰ দিবৰ বাবে কিমান দৈৰ্ঘ্যৰ বেৰৰ প্ৰয়োজন হ'ব?
- 2'4 চেমি দৈৰ্ঘ্যৰ বাহ্যুজ্ঞ বৰ্গ এটাৰ কালি কিমান হ'ব?
- এখন চাৰিচকীয়া বাহনে প্ৰতি লিটাৰ পেট্ৰ'লেৰে 15'5 কিমি দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিলে, 100 লিটাৰ পেট্ৰ'লেৰে কিমান দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিব?

2.7 দশমিক সংখ্যাৰ হৰণ (Division of Decimal Numbers) :

কাইলৈ শিক্ষক দিৱস। অংকিতাহঁতে নিজৰ শ্ৰেণীকোঠাটো সজাবলৈ ঠিৰাং কৰিলে। পৰিকল্পনা অনুসৰি তাইক 0'25 মিটাৰ দৈৰ্ঘ্যৰ কেইটুকুৰামান ৰঙীণ ফিটাৰ প্ৰয়োজন হ'ল। এতিয়া তাইৰ হাতত থকা 12'75 মিটাৰ ফিটাৰ পৰা তাইৰ প্ৰয়োজনীয় কেইটা টুকুৰা পাব? অংকিতাই মনতে জুকিয়াই চালে — পৰিমাণটো নিশ্চয় $12'75 \div 0'25$ হ'ব। এতিয়া তাই এই মানটো কেনেকৈ উলিয়াব?

2.7.1 দশমিক সংখ্যক পূৰ্ণ সংখ্যাৰে হৰণ (Dividing Decimal Numbers by Whole Number) :

তলৰ উদাহৰণটো চাওঁ আহা—

$8'4 \div 2$ ৰ মান কেনেকৈ উলিয়াবা?

$$8'4 \div 2 = \frac{84}{10} \div 2 = \frac{84}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{42}{10} = 4'2$$

$$\begin{array}{r} 4'2 \\ 2 \overline{) 8'4} \\ \underline{8'4} \\ 0 \end{array}$$

এইক্ষেত্ৰত আমি প্ৰথমতে দশমিক বিন্দু নাই বুলি ভাবি সাধাৰণ নিয়মেৰে হৰণ কৰিব লাগে আৰু যেতিয়াই ভাজ্যৰ দশমিক বিন্দুৰ পাছৰ অংকৰ ব্যৱহাৰ হ'ব তেতিয়াই ভাগফলত দশমিক বিন্দু দি লৈ বাকী থকা অংশৰ হৰণ কাৰ্য সম্পূৰ্ণ কৰিব লাগে।

অৰ্থাৎ, $8'4 \div 2 = 4'2$

উদাহৰণ 15 : $12'25 \div 5$ ৰ মান উলিওৱা —

$$12'25 \div 5 = \frac{1225}{100} \div 5 = \frac{1225}{100} \times \frac{1}{5} = \frac{245}{100} = 2'45$$

$$\begin{array}{r} 2'45 \\ 5 \overline{) 12'25} \\ \underline{10} \\ 22 \\ \underline{20} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

বিকল্পভাৱে দশমিক বিন্দু নাই বুলি ধৰি লৈ 1225 ক 5 ৰে হৰণ কৰিলে আমি 245 পাম। এতিয়া যিহেতু 12 ক 5 ৰে হৰণ কৰি ভাগফল 2 পোৱাৰ পাছত দশমিকৰ পাছৰ অংকৰ ব্যৱহাৰ কৰিবলগীয়া হ'ল, গতিকে ভাগফলটোত দশমিক বিন্দু দি লৈ বাকী থকা অংশৰ হৰণ সম্পূৰ্ণ কৰি 2'45 পোৱা গ'ল।

অৰ্থাৎ, $12'25 \div 5 = 2'45$

$$\text{সেইদৰে, } 345'96 \div 4 = \frac{34596}{100} \div 4 = \frac{34596}{100} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{100} \times \frac{34596}{4} = 86'49$$

লক্ষ্য কৰিবলগীয়া কথাটো হ'ল যে, ওপৰৰ তিনিওটা উদাহৰণতে আমি কেৱল বিভাজ্য হোৱা সংখ্যাহে লৈছোঁ।

ইয়াৰ পাছৰ শ্ৰেণীসমূহত বিভাজ্য নোহোৱা দশমিক সংখ্যাৰ হৰণৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা হ'ব।

2.7.2 দশমিক সংখ্যাক 10, 100, 1000 ৰে হৰণ

(Dividing Decimal Numbers by 10, 100 and 1000) :

23.5 ক 10, 100 আৰু 1000 ৰে হৰণ কৰি চাওঁ আহা—

$$23.5 \div 10 = \frac{235}{10} \div 10 = \frac{235}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{235}{100} = 2.35$$

$$23.5 \div 100 = \frac{235}{10} \div 100 = \frac{235}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{235}{1000} = 0.235$$

$$23.5 \div 1000 = \frac{235}{10} \div 1000 = \frac{235}{10} \times \frac{1}{1000} = \frac{235}{10000} = 0.0235$$

ওপৰৰ তিনিওটা পূৰণৰ ক্ষেত্ৰতে দেখা পোৱা গ'ল যে, প্ৰতিটোৰে ভাগফলত একেইটা অংকই আছে। কেৱল ভাজকৰ 1ৰ সোঁফালৰ শূন্যৰ সংখ্যাৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি ভাগফলত দশমিক বিন্দুটো বাওঁফালে স্থানান্তৰিত হৈছে।

সিদ্ধান্ত : 10, 100, 1000 আদিৰে দশমিক সংখ্যাৰ হৰণৰ ক্ষেত্ৰত 1 ৰ সোঁফালে থকা শূন্যৰ সংখ্যাৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি ভাগফলত দশমিক বিন্দুটো বাওঁফাললৈ স্থানান্তৰিত হয়।

2.7.3 এটা দশমিক সংখ্যাক অন্য এটা দশমিক সংখ্যাৰে হৰণ

(Dividing a Decimal Number by another Decimal Number) :

ওপৰৰ অংকিতাৰ সমস্যাটোৰ সমাধান কৰোঁ আহা। তাইৰ হাতত থকা 12.75 মিটাৰৰ ৰঙীণ ফিটাৰ পৰা 0.25 মিটাৰৰ কেইটা টুকুৰা পাব? অৰ্থাৎ $12.75 \div 0.25 =$ কিমান?

$$12.75 \div 0.25 = \frac{1275}{100} \div \frac{25}{100} = \frac{1275}{100} \times \frac{100}{25} = \frac{1275}{25} = 51$$

এইক্ষেত্ৰত ভাজ্য (Dividend) আৰু ভাজকৰ (Divisor) সমান সংখ্যা অংকৰ আগত (2টা) দশমিক বিন্দু থকাৰ বাবে শেষত দুয়োটাৰে দশমিক বিন্দু নোহোৱা হ'ল আৰু সাধাৰণভাৱেই হৰণ কৰি ভাগফল (Quotient) 51 পোৱা গ'ল।

অৰ্থাৎ, 12.75 মিটাৰ ৰঙীণ ফিটাৰ পৰা 0.25 মিটাৰৰ 51 টা টুকুৰা অংকিতাই পালে।

এইবাৰ অন্য এটা উদাহৰণ $246.15 \div 1.5$ লওঁ আহা—

যিহেতু,

$$246.15 \div 1.5 = \frac{24615}{100} \div \frac{15}{10} = \frac{24615}{100} \times \frac{10}{15} = \frac{1}{15} \times \frac{24615}{15} = \frac{1641}{10} = 164.1$$

এই সমস্যাটো হৰণ প্ৰক্ৰিয়াৰে সমাধানৰ ক্ষেত্ৰত আমি প্ৰথমতে ভাজকৰ দশমিক বিন্দুটো নোহোৱা কৰি ল'ব লাগিব। ইয়াত ভাজকৰ এটা অংকৰ আগত দশমিক বিন্দু আছে, গতিকে ভাজ্য আৰু ভাজক উভয়কে 10 ৰে পূৰণ কৰিলে ভাজকৰ দশমিক বিন্দু নোহোৱা হ'ব আৰু ভাজ্যত এটা অংকৰ আগত দশমিক বিন্দু থাকিব। এতিয়া সাধাৰণ হৰণৰ প্ৰক্ৰিয়াৰে ভাগফল (Quotient) নিৰ্ণয় কৰিব পৰা যাব। অৰ্থাৎ, $\frac{246.15}{1.5} = \frac{246.15 \times 10}{1.5 \times 10} = \frac{2461.5}{15} = \frac{24615}{15} = 164.1$

$$\begin{array}{r} 15 \overline{) 2461.5} \\ \underline{15} \\ 96 \\ \underline{90} \\ 61 \\ \underline{60} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$$

উদাহৰণ 16 : আয়তাকৃতিৰ খেল পথাৰ এখনৰ দৈৰ্ঘ্য 25.75 মিটাৰ আৰু কালি 527.88 বৰ্গ মি হ'লে খেলপথাৰখনৰ প্রস্থ কিমান হ'ব?

সমাধান : যিহেতু, আয়তৰ কালি = (দীঘ × প্রস্থ)

$$\text{Area of a Rectangle} = (\text{Length} \times \text{Breadth})$$

$$\therefore \text{প্রস্থ} = \frac{\text{আয়তৰ কালি}}{\text{দীঘ}}$$

দিয়া আছে, খেলপথাৰখনৰ কালি = 527.88 বৰ্গ মিটাৰ

দীঘ = 25.75 মিটাৰ

$$\therefore \text{প্রস্থ হ'ব} = \frac{527.88}{25.75} \text{ মিটাৰ}$$

$$\begin{array}{r} 20.50 \\ 2575 \overline{) 52788} \\ \underline{5150} \\ 12880 \\ \underline{12875} \\ 5 \end{array}$$

ইয়াত ভাজ্য আৰু ভাজক উভয়তে সমান অংকৰ আগত দশমিক বিন্দু আছে। গতিকে উভয়তে দশমিক বিন্দু নাই বুলি ধৰি লৈ বা উভয়কে 100 ৰে পূৰণ কৰি লৈ সাধাৰণ প্ৰক্ৰিয়াৰে হৰণ কৰিলেই প্রস্থৰ মান পোৱা যাব।

$$\therefore \text{প্রস্থ হ'ব} = 20.5 \text{ মি (প্ৰায়)}$$

অনুশীলনী-2.5

1. হৰণফল নিৰ্ণয় কৰা (Find the Quotient) :

- (i) $0.6 \div 2$ (ii) $0.24 \div 3$ (iii) $2.75 \div 5$ (iv) $107.52 \div 7$
(v) $66.33 \div 11$ (vi) $3.96 \div 4$ (vii) $14.49 \div 7$ (viii) $86.1 \div 3$

2. মান নিৰ্ণয় কৰা (Evaluate) :

- (i) $0.9 \div 10$ (ii) $21.4 \div 10$ (iii) $0.52 \div 10$ (iv) $521.1 \div 10$
(v) $236.75 \div 10$ (vi) $527.33 \div 100$ (vii) $123.7 \div 100$ (viii) $0.01 \div 100$
(ix) $1.482 \div 100$ (x) $0.7 \div 1000$ (xi) $2.1 \div 1000$ (xii) $224.21 \div 1000$
(xiii) $0.06 \div 1000$ (xiv) $1113.05 \div 1000$ (xv) $8411.27 \div 1000$ (xvi) $84.50 \div 1000$

3. হৰণফল নিৰ্ণয় কৰা (Find the Quotient) :

- (i) $0.5 \div 0.25$ (ii) $8.64 \div 0.2$ (iii) $32.94 \div 0.4$ (iv) $329.4 \div 0.04$
(v) $76.5 \div 0.15$ (vi) $48.56 \div 3.2$ (vii) $841.26 \div 0.3$ (viii) $0.25 \div 0.5$

4. 5.5 মিটাৰ কাপোৰৰ দাম 547.25 টকা হ'লে, 1 মিটাৰ কাপোৰৰ দাম কিমান হ'ব?
5. এখন গাড়ীয়ে 3.5 ঘণ্টাত 150.5 কি মি দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিলে 1 ঘণ্টাত অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।
6. পাইকাৰী দৰত 10 কি গ্ৰা আলুৰ মূল্য 186.50 টকা হ'লে, প্ৰতি কি গ্ৰা আলুৰ মূল্য কিমান হ'ব?
7. এখন বৰ্গাকৃতিৰ পাচলিবাৰীৰ পৰিসীমা 76.8 মিটাৰ। পাচলি বাৰীখনৰ এটা কাষৰ দৈৰ্ঘ্য কিমান?
8. এটা আলোচনা কক্ষৰ প্রস্থ 5.5 মিটাৰ আৰু কালি 74.25 বৰ্গ মিটাৰ। কক্ষটোৰ দীঘ কিমান?

আমি কি শিকিলোঁ

1. সমমান ভগ্নাংশৰ ধাৰণা ব্যৱহাৰ কৰি অসদৃশ ভগ্নাংশৰ মাজত তুলনা কৰা হয়।
2. ভগ্নাংশৰ মান সদায় সমান অংশৰ লগতহে বিবেচনা কৰা হয়।
3. কোনো ভগ্নাংশৰ সৈতে পূৰ্ণসংখ্যাৰ পূৰণ কৰিবলগীয়া হ'লে, পূৰ্ণ সংখ্যাটো ভগ্নাংশটোৰ লবৰ সৈতে পূৰণ কৰিব লাগে।
4. ব (of) এ পূৰণ বুজায়।
5. দুটা ভগ্নাংশৰ পূৰণফল $= \frac{\text{ভগ্নাংশ দুটাৰ লবৰ পূৰণফল}}{\text{ভগ্নাংশ দুটাৰ হৰৰ পূৰণফল}}$ বা $\frac{\text{লব} \times \text{লব}}{\text{হৰ} \times \text{হৰ}}$
6. দুটা প্ৰকৃত ভগ্নাংশৰ পূৰণফল প্ৰতিটো ভগ্নাংশতকৈ সৰু হয়।
7. দুটা অপ্ৰকৃত ভগ্নাংশৰ পূৰণফল প্ৰতিটো অপ্ৰকৃত ভগ্নাংশতকৈ ডাঙৰ হয়।
8. এটা প্ৰকৃত আৰু এটা অপ্ৰকৃত ভগ্নাংশৰ পূৰণফলটো প্ৰকৃত ভগ্নাংশটোতকৈ ডাঙৰ, কিন্তু অপ্ৰকৃত ভগ্নাংশটোতকৈ সৰু হয়।
9. দুটা সংখ্যাৰ পূৰণফল 1 হ'লে, এটাক আনটোৰ প্ৰতিক্ৰম বোলে।
10. কোনো এটা সংখ্যাক যিকোনো ভগ্নাংশৰে হৰণ কৰিবলৈ হ'লে, সেই সংখ্যাটোক ভগ্নাংশটোৰ প্ৰতিক্ৰমেৰে পূৰণ কৰিব লাগে।
11. দশমিক বিন্দু সদায় একক আৰু দশমাংশ ঘৰৰ মাজত থাকে।
12. দশমিক সংখ্যাৰ পূৰণ কাৰ্য পূৰ্ণসংখ্যাৰ পূৰণৰ সৈতে একেই। মাত্ৰ দশমিক বিন্দুৰ স্থানৰ, সংখ্যাকেইটা হিচাপ কৰি বহুৱাব লাগে। পূৰণ কৰা সংখ্যাকেইটাৰ মুঠ যিমানটা অংকৰ আগত দশমিক বিন্দু থাকে, পূৰণফলটোতো সিমানটা অংকৰ আগত দশমিক বিন্দু হয়।
13. কোনো দশমিক সংখ্যাক 10, 100, 1000 ৰে পূৰণ কৰিলে, 1 ৰ সোঁফালে থকা শূন্যৰ সংখ্যাৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি দশমিক বিন্দুটোৰ সোঁফালে আগুৱাই যায়।
14. কোনো দশমিক সংখ্যাক 10, 100, 1000 ৰে হৰণ কৰিলে, 10 ৰ সোঁফালে থকা শূন্যৰ সংখ্যাৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি দশমিক বিন্দুটো বাওঁফালে আগুৱাই যায়।
15. দশমিক সংখ্যাক দশমিক সংখ্যাৰে হৰণ কৰিলে ভাজকৰ দশমিক বিন্দু নোহোৱা কৰি ল'ব লাগে। হৰণ কৰোঁতে যেতিয়াই ভাজ্যৰ দশমিক বিন্দুৰ পাছৰ অংকৰ ব্যৱহাৰ হয় তেতিয়াই ভাগফলত দশমিক বিন্দু দিলে বাকী থকা অংশৰ হৰণ কাৰ্য সম্পূৰ্ণ কৰিব লাগে।

অধ্যায়- 3

তথ্যৰ ব্যৱহাৰ

(Data Handling)



3.1 আগৰ শ্ৰেণীবিলাকত তোমালোকে বিভিন্ন ধৰণৰ তথ্যৰ ব্যৱহাৰ কৰি আহিছা। তাৰ লগতে তোমালোকে তথ্য সংগ্ৰহ, তালিকাভুক্তি আৰু এইবোৰক দণ্ডলেখৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰিবলৈ শিকিছা।

তথ্য সংগ্ৰহ, তথ্য সংৰক্ষণ আৰু তথ্য উপস্থাপনে আমাৰ অভিজ্ঞতা সংগঠিত কৰি সিদ্ধান্ত গ্ৰহণ কৰাত সহায় কৰে। এই অধ্যায়ত আমি এই বিষয়ে আৰু কিছু বহলাই আলোচনা কৰিম।

3.2 তথ্য সংগ্ৰহ (Data Collection) :

তথ্য সংগ্ৰহ কৰাৰ আগতেই আমি ইয়াক কি কি কামত ব্যৱহাৰ কৰিম তাক জনাটো নিতান্তই প্ৰয়োজন।

এটা উদাহৰণৰ সহায়েৰে তথ্য সংগ্ৰহ কৰোঁ আহা :

ধৰা, তোমাৰ গাঁওখনৰ বিষয়ে জানিব লাগে। এই বিষয়ে জানিবলৈ কি কি তথ্য সংগ্ৰহ কৰিম। যেনে,

- তোমাৰ গাঁওখনত কিমান মানুহ আছে?
- পুৰুষৰ সংখ্যা আৰু মহিলাৰ সংখ্যা কিমান কিমান?
- 5 বছৰৰ তলৰ শিশু কিমান?
- 18 বছৰৰ পৰা 60 বছৰৰ ভিতৰত কিমান মানুহ আছে?
- 60 বছৰ বয়সৰ ওপৰৰ মানুহ কিমান আছে?
- গাঁওখনত কিমানজন নিৰক্ষৰ মানুহ আছে?
- গাঁওখনত দশম শ্ৰেণী উত্তীৰ্ণ মানুহৰ সংখ্যা কিমান?

ওপৰৰ তথ্যবোৰ লাভ কৰিবৰ বাবে তলৰ তালিকাত উল্লেখিত তথ্যবোৰ প্ৰতিঘৰ মানুহৰ পৰা সংগ্ৰহ কৰিব লাগিব। উদাহৰণ হিচাপে এখন ঘৰৰ তথ্য সংগ্ৰহ কৰি তলত দেখুওৱা হৈছে।

(ঘৰ নং-1)

ক্ৰ.নং	সদস্য/সদস্যৰ নাম	বয়স	লিংগ	শিক্ষাগত অৰ্হতা
1.	ধৰ্মেশ্বৰী বৰুৱা	63 বছৰ	মহিলা	নিৰক্ষৰ
2.	গোপাল বৰুৱা	42 বছৰ	পুৰুষ	দশম শ্ৰেণী উত্তীৰ্ণ
3.	মুকুল বৰুৱা	40 বছৰ	পুৰুষ	স্নাতক
4.	ৰণু বৰুৱা	35 বছৰ	মহিলা	দ্বাদশ শ্ৰেণী উত্তীৰ্ণ
5.	সংগীতা বৰুৱা	31 বছৰ	মহিলা	দ্বাদশ শ্ৰেণী উত্তীৰ্ণ
6.	গৌতম বৰুৱা	15 বছৰ	পুৰুষ	বৰ্তমান দশম শ্ৰেণী
7.	প্ৰাঞ্জল বৰুৱা	12 বছৰ	পুৰুষ	বৰ্তমান সপ্তম শ্ৰেণী
8.	মন্দাকিনী বৰুৱা	4 বছৰ	মহিলা	প্ৰাক্ প্ৰাথমিক

(তালিকা নং - 1)

এনেদৰে প্ৰতি ঘৰ মানুহৰ ঘৰৰ পৰা পোৱা তথ্যৰ ভিত্তিত তলত দিয়া তথ্যসমূহ পোৱা গ'ল :

- ♦ গাঁওখনৰ মুঠ জনসংখ্যা 1680 গৰাকী।
- ♦ পুৰুষৰ সংখ্যা 950 গৰাকী আৰু মহিলাৰ সংখ্যা 730 গৰাকী।
- ♦ গাঁওখনত 5 বছৰৰ তলৰ শিশুৰ সংখ্যা 75 জন।
- ♦ গাঁওখনত 18 ৰ পৰা 60 বছৰৰ ভিতৰৰ মানুহৰ সংখ্যা 775 জন।
- ♦ 60 বছৰ বয়সৰ ওপৰৰ মানুহৰ সংখ্যা 350 গৰাকী।
- ♦ গাঁওখনৰ নিৰক্ষৰ মানুহৰ সংখ্যা 50 গৰাকী।
- ♦ গাঁওখনত দশম শ্ৰেণী উত্তীৰ্ণ মানুহৰ সংখ্যা 1130 গৰাকী।

কাৰ্য : ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে চাৰিজনীয়া দল গঠন কৰি নিজৰ চুবুৰী বা অঞ্চলৰ যিকোনো 20 ঘৰ মানুহৰ ঘৰলৈ গৈ ওপৰৰ তালিকাৰ তথ্যসমূহ সংগ্ৰহ কৰিব।

3.3 তথ্য সংগঠিতকৰণ (Organisation or Tabulation of Data) :

সংগ্ৰহ কৰা তথ্য সংৰক্ষণ আৰু সংগঠিত কৰাৰ প্ৰয়োজন হয়। তলত দিয়া উদাহৰণটোৰ পৰা আমি এই কথা বুজিব পাৰিম।

উদাহৰণ 1 : সংগীতা বাইদেউৱে সপ্তম শ্ৰেণীৰ প্ৰথম সাময়িকী মূল্যায়নত গণিত বিষয়ত কোনে কিমান নম্বৰ পালে, সেই তথ্য ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ পৰা শ্ৰেণীতে সংগ্ৰহ কৰিলে।

তথ্য অনুসৰি 18 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ প্ৰাপ্ত নম্বৰবোৰ তলত দিয়া ধৰণৰ (50 নম্বৰৰ ভিতৰত)

13, 22, 42, 26, 40, 26, 32, 19, 29,
32, 36, 31, 37, 31, 28, 35, 18, 28

তথ্য এনেধৰণে লিখিলে বুজিবলৈ অসুবিধা হয়। অৰ্থাৎ কোনজন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ কৃতকাৰ্যতা কেনেধৰণৰ সেই বিষয়ে জানিবলৈ হ'লে ওপৰৰ তথ্যখিনি ফলপ্ৰসূ নহ'ব। সেয়েহে শিক্ষয়িত্ৰী গৰাকীয়ে তথ্যসমূহ সংগঠিত কৰাৰ বাবে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ লগত আলোচনামৰ্মে তেওঁলোকে তথ্যৰ দুখন তালিকা প্ৰস্তুত কৰিলে—

ৰোল নং	নাম	প্ৰাপ্ত নম্বৰ	ৰোল নং	নাম	প্ৰাপ্ত নম্বৰ
1.	পাপৰি	40	10.	সেউজী	26
2.	গণেশ	36	11.	পাৰ্থ	35
3.	শ্যামলী	42	12.	মানস	28
4.	জ'ন	26	13.	ডেনী	32
5.	নিহাৰিকা	31	14.	মিতালী	19
6.	প্ৰকাশ	37	15.	কাৰেৰী	13
7.	বিতুল	31	16.	কিশোৰ	22
8.	জিতু	28	17.	বিবেক	32
9.	গৰিমা	29	18.	পূজা	18

(তালিকা নং - 2)

২ নং তালিকাখনৰ পৰা আমি অতি সহজতে কোনজন ছাত্ৰ বা ছাত্ৰীয়ে কিমান নম্বৰ পাইছিল তাক জানিবলৈ সক্ষম হ'ম। কিন্তু কোনে আটাইতকৈ বেছি আৰু কোনে আটাইতকৈ কম নম্বৰ পালে বুলি প্ৰশ্ন কৰিলে ওপৰৰ তালিকাৰ পৰা ক'বলৈ অলপ অসুবিধা হ'ব।

এইবাৰ আমি দ্বিতীয় তালিকাখন চাওঁ আহা :

ৰোল নং	নাম	প্ৰাপ্ত নম্বৰ	ৰোল নং	নাম	প্ৰাপ্ত নম্বৰ
3.	শ্যামলী	42	9.	গৰিমা	29
1.	পাপৰি	40	8.	জিতু	28
6.	প্ৰকাশ	37	15.	মানস	28
2.	গণেশ	36	4.	জ'ন	26
14.	পাৰ্থ	35	13.	সেউজী	26
20.	বিবেক	32	19.	কিশোৰ	22
16.	ডেনী	32	17.	মিতালী	19
5.	নিহাৰীকা	31	21.	পূজা	18
7.	বিতুল	31	18.	কাৰেৰী	13

(তালিকা নং-৩)

৩ নং তালিকাখন চাই পৰীক্ষাটোত কোনে ভাল কৰিছে আৰু কোনজন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক সহায়ৰ প্ৰয়োজন আছে সেই বিষয়ে অতি সহজতে জানিব পাৰিম।

কৰি চাওঁ আহা (Let us do):

শিক্ষকে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক শ্ৰেণীৰ প্ৰত্যেকৰে উচ্চতাৰ জোখ (চে মি) ল'বলৈ দিব। তথ্যখিনি সু-সংগঠিত কৰি তলৰ প্ৰশ্নবোৰ সুধিব।

- কোনজন আটাইতকৈ বেছি ওখ?
- সমান উচ্চতাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰী শ্ৰেণীটোত আছেনে?
- আটাইতকৈ ওখ আৰু আটাইতকৈ চাপৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ মাজৰ উচ্চতাৰ পাৰ্থক্য কিমান?
- শ্ৰেণীটোত কিমান উচ্চতাৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰী আটাইতকৈ বেছি আছে?

3.4 প্ৰসাৰ (Range) :

প্ৰসাৰৰ ধাৰণাটো আমি এটা উদাহৰণৰ সহায়ত বুজিবলৈ চেষ্টা কৰোঁ আহা :

উদাহৰণ ২ : সপ্তম শ্ৰেণীৰ শ্ৰেণী পৰীক্ষাত 15 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ গণিতৰ পৰীক্ষাত প্ৰাপ্ত নম্বৰ (20 নম্বৰৰ ভিতৰত) তলত দিয়া ধৰণৰ —

17, 8, 7, 9, 11, 14, 16, 18, 20, 6, 12, 10, 13, 15, 19

- ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে লাভ কৰা আটাইতকৈ বেছি আৰু আটাইতকৈ কম নম্বৰ দুটা কি কি?
- ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ নম্বৰৰ প্ৰসাৰ কি?

সমাধান :

(i) নম্বৰসমূহ উৰ্দ্ধক্ৰমত (Ascending Order) সজাই আমি পাম—

6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20

(নম্বৰসমূহ আমি অধঃক্ৰমতো সজাব পাৰোঁ)

এনেদৰে উৰ্দ্ধক্ৰম বা অধঃক্ৰমত (Descending Order) সজোৱাৰ পিছত আমি দেখিম যে, ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ প্ৰাপ্ত নম্বৰৰ ভিতৰত 20 আটাইতকৈ বেছি আৰু 6 আটাইতকৈ কম প্ৰাপ্ত নম্বৰ।

(ii) উৰ্দ্ধক্ৰম বা অধঃক্ৰমত সজোৱা নম্বৰসমূহৰ পৰা আটাইতকৈ ডাঙৰ মানটোৰ পৰা আটাইতকৈ সৰু মানটোৰ পাৰ্থক্যই হ'ব নম্বৰসমূহৰ প্ৰসাৰ।

অৰ্থাৎ, এইক্ষেত্ৰত নিৰ্ণেয় প্ৰসাৰ = $20 - 6 = 14$

জানো আহাঁ : পৰ্যবেক্ষণৰ পৰা পোৱা আটাইতকৈ ডাঙৰ আৰু আটাইতকৈ সৰু মানটোৰ পাৰ্থক্যৰ পৰা প্ৰসাৰৰ ধাৰণা আমি লাভ কৰোঁ। পৰ্যবেক্ষণ কৰি ডাঙৰ মানটোৰ পৰা সৰু মানটো বিয়োগ কৰি আমি প্ৰসাৰ উলিয়াব পাৰোঁ।

কৰি চোৱা :

শিক্ষকে প্ৰতিজন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীকে নিজৰ নিজৰ পৰিয়ালৰ সদস্যৰ বয়সৰ প্ৰসাৰ উলিয়াবলৈ দিব।

3.5 গড় (Arithmetic Mean) :

তোমালোকে তলৰ বাক্যবোৰ দৈনন্দিন জীৱনত শুনিছানে?

- ফুটবল খেলৰ এটা দলৰ খেলুৱৈসকলৰ গড় বয়স কিমান?
- মানুহজনৰ গড় আয় কিমান?
- মনালিচাই গড়ে দৈনিক 3 ঘণ্টাকৈ পঢ়ে।

এনেধৰণৰ বহুতো উদাহৰণ আছে য'ত আমি গড় শব্দটো ব্যৱহাৰ কৰোঁ।

উদাহৰণ 3 : প্ৰাঞ্জলে এটা সপ্তাহত ঘৰত পঢ়াৰ সময় (ঘণ্টা হিচাপত) তলত দিয়া ধৰণৰ :

বাৰ	পঢ়াৰ সময়
সোমবাৰ	3 ঘণ্টা
মঙ্গলবাৰ	4 ঘণ্টা
বুধবাৰ	4 ঘণ্টা
বৃহস্পতিবাৰ	3 ঘণ্টা
শুক্ৰবাৰ	5 ঘণ্টা
শনিবাৰ	4 ঘণ্টা
দেওবাৰ	5 ঘণ্টা

(তালিকা নং-4)

তালিকাৰ পৰা প্ৰাঞ্জলে সপ্তাহটোত গড়ে কিমান ঘণ্টাকৈ পঢ়িলে চাও আহা :

$$\text{সপ্তাহটোত প্ৰাঞ্জলে পঢ়াৰ গড় সময়} = \frac{\text{মুঠ পঢ়াৰ সময়ৰ পৰিমাণ}}{\text{মুঠ দিনৰ সংখ্যা}} = \frac{3+4+4+3+5+4+5}{7} = \frac{28}{7} = 4 \text{ ঘণ্টা}$$

গতিকৈ প্ৰাঞ্জলৈ সপ্তাহটোত গড়ে 4 ঘণ্টাকৈ পঢ়িলে। অৰ্থাৎ কোনোবাদিনা তেওঁ হয়তো 4 ঘণ্টাতকৈ কম পঢ়িব আৰু অন্য দিনত 4 ঘণ্টাতকৈ বেছি পঢ়িব পাৰে। গতিকে গড়, প্ৰদত্ত তথ্যৰ আটাইতকৈ বেচি আৰু আটাইতকৈ কম মানৰ ভিতৰত অৱস্থান কৰে। গাণিতিক ভাষাত ইয়াক ‘গড়’ (Arithmetic Mean) হিচাপে জনা যায়।

উদাহৰণ 4 : সপ্তম শ্ৰেণীৰ পাঁচজন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বয়স ক্ৰমে 11, 12, 12, 12 আৰু 13 বছৰ। তেওঁলোকৰ গড় বয়স কিমান হ’ব।

সমাধান :

$$\text{শ্ৰেণীটোৰ পাঁচজন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ গড় বয়স হ'ব} = \frac{60}{5} = 12$$

গতিকৈ, তেওঁলোকৰ গড় বয়স হ’ব 12 বছৰ।

$$\text{অৰ্থাৎ, গাণিতিক গড় বা মধ্যমান} = \frac{\text{মুঠ বাৰিৰ সমষ্টি (Sum of the Values of all observations)}}{\text{মুঠ বাৰিৰ সংখ্যা (Total number of observations)}}$$

অনুশীলনী-3.1

1. প্ৰথম 10 টা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ গড় আৰু প্ৰসাৰ নিৰ্ণয় কৰা।
2. জিলাভিত্তিক খেল প্ৰতিযোগিতাত 12 খন বিদ্যালয়ে অংশ গ্ৰহণ কৰিছিল। প্ৰতিখন বিদ্যালয়ে লাভ কৰা পদকৰ তালিকা এনে ধৰণৰ : 11, 8, 13, 6, 10, 15, 18, 9, 10, 9, 11, 12
 - (i) লাভ কৰা আটাইতকৈ বেছি সংখ্যক পদকৰ সংখ্যা কিমান?
 - (ii) লাভ কৰা আটাইতকৈ কম সংখ্যক পদকৰ সংখ্যা কিমান?
 - (iii) তথ্যখিনিৰ প্ৰসাৰ কিমান?
 - (iv) তথ্যখিনিৰ পৰা গড় নিৰ্ণয় কৰা
3. এজন ছাত্ৰই যোৱা মূল্যায়নত লাভ কৰা নম্বৰৰ তালিকা তলত দিয়া ধৰণৰ (100 নম্বৰৰ ভিতৰত)

গণিত - 75	সমাজ বিজ্ঞান- 69
অসমীয়া - 73	ইংৰাজী - 67
বিজ্ঞান - 82	হিন্দী - 78

নম্বৰসমূহৰ গড় নিৰ্ণয় কৰা।
4. এখন বিদ্যালয়ৰ যোৱা পাঁচটা বছৰৰ হাইস্কুল শিক্ষান্ত পৰীক্ষাত উত্তীৰ্ণ হোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা ক্ৰমে 40, 62, 68, 48, 52 গৰাকী। বিদ্যালয়খনত উত্তীৰ্ণ হোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ গড় নিৰ্ণয় কৰা।
5. এজন ক্ৰিকেট খেলুৱৈয়ে আঠটা ইনিংছত তলত দিয়া ধৰণে স্ক’ৰ কৰে :
77, 41, 101, 46, 59, 1, 36, 47 খেলুৱৈজনৰ গড় স্ক’ৰ উলিওৱা।

6. 7 জন ল'ৰাৰ ওজন ক্ৰমে 36, 32, 30, 28, 32, 33, 26 কি গ্ৰা।

(i) ল'ৰা কেইজনৰ ওজনৰ গড় নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) 30 কি গ্ৰাতকৈ বেছি ওজনৰ কিমানজন ল'ৰা আছে?

(iii) 25 কি গ্ৰাতকৈ কম ওজনৰ ল'ৰা ওপৰৰ তালিকাত আছেনে? যদি আছে কিমানজন আছে?

7. মীৰাই তেওঁলোকৰ আত্মসহায়ক গোটত যোৱা পাঁচটা মাহত 500 টকা, 600 টকা, 600 টকা, 700 টকা, আৰু 500 টকাকৈ সঞ্চয় কৰিলে। তেওঁৰ প্ৰতিমাহত গড় সঞ্চয় কিমান?

8. প্ৰাথমিক বিদ্যালয় এখনৰ শ্ৰেণীসমূহৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা তলত দিয়া ধৰণৰ :

প্ৰথম	দ্বিতীয়	তৃতীয়	চতুৰ্থ	পঞ্চম
26	32	34	28	30

(i) বিদ্যালয়খনৰ শ্ৰেণীসমূহত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ গড় সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) প্ৰথম সাময়িকীৰ পিছত দ্বিতীয় আৰু পঞ্চম শ্ৰেণীত ক্ৰমে 3 জন আৰু 2 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে নতুনকৈ নামভৰ্তি কৰিলে। তেতিয়া বিদ্যালয়ৰ শ্ৰেণীসমূহত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যাৰ নতুন গড় নিৰ্ণয় কৰা।

3.6 বহুলক (Mode) :

কোনো তথ্যৰাশিৰ আটাইতকৈ বেছিবাৰ পোৱা ৰাশিটোৱেই হৈছে বহুলক।

উদাহৰণ 5 : 1, 1, 2, 4, 3, 2, 3, 3, 3, 2, 2, 3, 3, 4, 3

এই সংখ্যাবোৰৰ বহুলক কিমান বুলি সুধিলে ইয়াৰ উত্তৰ কি হ'ব ক'ব পাৰিবানে?

সমাধান : এই তথ্যখিনিৰ বহুলক হ'ব 3; কাৰণ আনবোৰ ৰাশিতকৈ ইয়াক বেছিবাৰ পোৱা গৈছে।

3.6.1 বৃহৎ সংখ্যক তথ্যৰ বহুলক (Mode of Large Data) :

30 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ মাজত এটা খেল খেলিবলৈ ল'লে। 1 ৰ পৰা 5 সংখ্যাকেইটা পাঁচটা সমান জোখৰ কাগজৰ টুকুৰাত লিখি এটা বাকচত ভৰোৱা হ'ল। এতিয়া প্ৰতিজনে আহি বাকচৰ পৰা টুকুৰা এটা উলিয়াই কি পালে ক'ব আৰু ব'ৰ্ডত সংখ্যাটো লিখি ৰাখিব —

1, 2, 1, 1, 2, 3, 4, 2, 1, 3, 1, 2, 5, 4, 4, 2, 5, 1, 4, 1, 5, 2, 2, 3, 5, 4, 2, 3, 1, 2

ওপৰৰ তথ্যবোৰৰ বহুলক কিমান বুলি সুধিলে আমি অলপ অসুবিধাৰ সন্মুখীন হ'ম। কাৰণ পৰ্যবেক্ষণৰ তথ্য বৃহৎ পৰিমাণৰ হ'লে একে মানবিশিষ্ট তথ্যবোৰ একেলগ কৰি সেইবোৰক গণনা কৰাটো সহজ নহয়। এনে ক্ষেত্ৰত তথ্যখিনি আমি তালিকাকৰণ কৰিব লাগিব।

সংখ্যা	দাগচিহ্ন	ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা
1	IIII III	8
②	IIII IIII	⑨
3	IIII	4
4	IIII	5
5	IIII	4

মুঠ = 30

(তালিকা নং-5)

এই ক্ষেত্ৰত দাগচিহ্ন (Tally Marks) আৰু বাৰংবাৰতা (Frequency) ব্যৱহাৰ কৰিবলৈ আমি ইতিমধ্যে শিকি আহিছোঁ। এতিয়া ওপৰৰ তথ্যখিনি দাগচিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰি তালিকাত সজাওঁ আহা :

5 নং তালিকাখন চাই আমি 2 সংখ্যাটো বহুলক হ'ব বুলি ক'ব পাৰিম। কাৰণ 2 সংখ্যাটো আটাইতকৈ বেছি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে খেলটোত পাইছে।

উদাহৰণ 6 : সংখ্যাবোৰৰ পৰা বহুলক নিৰ্ণয় কৰা : 2, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 6, 4, 5, 4, 6, 4, 6

সমাধান : ইয়াত 2 আৰু 4 দুয়োটা চাৰিবাৰকৈ পোৱা গৈছে। গতিকে ইয়াত দুয়োটা তথ্যখিনিৰ বহুলক হ'ব।
কৰি চাওঁ আহা :

1. তোমাৰ শ্ৰেণীৰ লগৰীয়াসকলৰ বয়স (বছৰত) সংগ্ৰহ কৰা। তথ্যখিনি তালিকাকৰণ কৰি বহুলক উলিওৱা।

2. দেওবৰীয়া চ'ৰাত পাঁচজনী ছোৱালীয়ে ৰঙা ৰঙৰ, দুজনীয়ে গোলপীয়া, তিনিজনীয়ে হালধীয়া আৰু এজনীয়ে বগা ৰঙৰ ফ্ৰক পিন্ধি আহিলে। তোমালোকে ৰং চাৰিটাৰ ভিতৰত বহুলক ক'ব পাৰিবানে?

উদাহৰণ 7 : 6, 7, 8, 9, 14 – এই সংখ্যাবোৰৰ বহুলক কিমান?

সমাধান : এইক্ষেত্ৰত কোনো এটা সংখ্যাই এবাৰতকৈ বেছি নাই। গতিকে তথ্যখিনিৰ কোনো বহুলক পোৱা নাযাব।

মনত ৰাখিবা (Remember) :

মধ্যমানে আটাইবোৰ ৰাশিৰ গড় মান বুজায় আৰু বহুলকে তথ্যখিনিত আটাইতকৈ বেছিবাৰ পোৱা ৰাশিটোক বুজায়।

3.7 মধ্যমা (Median) :

এটা উদাহৰণ চাওঁ আহা : 23 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বয়স (বছৰৰ হিচাপত) তলত দিয়া হৈছে।

16, 11, 13, 12, 17, 20, 16, 17, 11, 12, 15, 15, 11, 12, 12, 16, 16, 11, 12, 19, 17, 17, 18 খেলৰ শিক্ষয়িত্ৰীগৰাকীয়ে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীবোৰক নিম্ন শাখা আৰু উচ্চ শাখাৰ খেলৰ বাবে সমানে দুটা ভাগত ভগাব খুজিলে।

তেওঁ লোৱা বেলেগ বেলেগ উপায়বোৰ চাওঁ আহা —

(I) তেওঁ মধ্যমান (গাণিতিক গড়) ল'ব পাৰে। মধ্যমান হ'ব

$$= \frac{16+11+13+12+17+20+16+17+11+12+15+11+12+12+16+16+11+12+19+17+17+18}{23}$$

$$= \frac{336}{23} = 14.6$$

গতিকে, শিক্ষয়িত্ৰীগৰাকীয়ে মধ্যমানৰ আধাৰত পোৱা বয়সৰ ভিত্তিত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক দুটা সমান দলত ভাগ কৰিব নোৱাৰে।

(II) তেওঁৰ বাবে দ্বিতীয় উপায়টো হৈছে বহুলক নিৰ্ণয় কৰা। আটাইতকৈ বেছিবাৰ হোৱা ৰাশিটো হৈছে 12 বছৰ, যিটো আমি বহুলক হিচাপে ল'ব পাৰোঁ। গতিকে এইবাৰ বহুলকৰ আধাৰত পোৱা বয়সৰ ভিত্তিত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক দুটা দলত ভাগ কৰিলে, দল দুটাত ক্ৰমে 9 জন আৰু 14 জনকৈ ছাত্ৰ-ছাত্ৰী থাকিব। এনেদৰে দুটা দল গঠন কৰিবলৈ নোৱাৰিম।

গতিকে আমি আন এটা বিকল্প প্ৰতিনিধিত্ব মাপৰ বিষয়ে চিন্তা কৰিব লাগিব। এইটো কৰিবৰ বাবে আমি আকৌ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক প্ৰদত্ত বয়সক উৰ্ধ্বক্ৰম (Ascending order) বা অধঃক্ৰমত (Descending order) সজাই ল'ব লাগিব। ৰাশিবোৰ উৰ্ধ্বক্ৰমত সজালে আমি তলত দিয়া ধৰণে পাওঁ—

11, 11, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 12, 13, (15), 15, 16, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 18, 19, 20

এই তথ্যখিনিৰ মাজৰ মানটো 15 কাৰণ এই মানটোৱে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীখিনিক প্ৰতিটো দলত 11 জনকৈ সমানে দুটা ভাগত ভাগ কৰিছে। এই মানটোকে 'মধ্যমা' বোলে। মধ্যমাই সেইটো মান বুজায়, যিটো তথ্যখিনিৰ মাজত স্থান লয় (যেতিয়া উৰ্ধ্বক্ৰম বা অধঃক্ৰমত সজোৱা হয়)। আধা ৰাশি ইয়াৰ এফালে আৰু আধা ৰাশি ইয়াৰ আনফালে থাকে। খেলৰ শিক্ষয়িত্ৰীগৰাকীয়ে মাজৰ ছাত্ৰজনক খেলখনৰ বেফাৰী হিচাপে ৰাখিলে।

ইয়াত আমি সেইবোৰ ক্ষেত্ৰহে বাছি ল'ম য'ত ৰাশিৰ সংখ্যা অযুগ্ম (Odd)। এনেদৰে প্ৰদত্ত তথ্যক উৰ্ধ্বক্ৰম বা অধঃক্ৰমত সজালে মধ্যমাই আমাক মাজৰ ৰাশিটো দিয়ে।
মন কৰো আহা :

সাধাৰণতে মধ্যমা আৰু বহুলকৰ বাবে একে মান পোৱা নাযায়। মধ্যমান, বহুলক আৰু মধ্যমাই ৰাশিৰ সমষ্টি বা তথ্যৰ প্ৰতিনিধিত্বমূলক মান বুজায়। এইবোৰ তথ্যৰ সৰ্বোচ্চ মান আৰু সৰ্বনিম্ন মানৰ মাজত থাকে।

উদাহৰণ 8 : 35, 32, 35, 42, 34, 32, 38 ৰ মধ্যমা উলিওৱা।

সমাধান : উৰ্ধ্বক্ৰমত তথ্যখিনি সজাই আমি পাওঁ

32, 32, 34, (35), 35, 38, 42

মাজৰ ৰাশিটোৱে হৈছে মধ্যমা।

গতিকে মধ্যমা = 35।

অনুশীলনী- 3.2

1. তলৰ তথ্যখিনিৰ পৰা বহুলক (Mode) নিৰ্ণয় কৰা :

(i) 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 7,

(ii) 41, 43, 41, 46, 47, 48, 41, 49, 49

2. প্ৰাপ্ত নম্বৰৰ বহুলক নিৰ্ণয় কৰা (20 নম্বৰৰ ভিতৰত) :

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা	3	3	4	7	4	2
প্ৰাপ্ত নম্বৰ	10	11	12	13	14	15

3. তলৰ তথ্যখিনিৰ পৰা মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা :
 - (i) 2, 0, 1, 5, 3, 4, 6, 8, 12, 9, 10
 - (ii) 9, 7, 8, 11, 12, 9, 5, 8, 12, 10, 9
4. 17 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে গণিতৰ মূল্যায়ণ (50 নম্বৰ ভিতৰত) পোৱা নম্বৰ তালিকা তলত দিয়া ধৰণৰ :
28, 32, 35, 21, 27, 35, 27, 42, 35, 22, 23, 35, 25, 23, 40, 24, 31
এই তথ্যখিনিৰ পৰা বহুলক আৰু মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা। দুয়োটা মান একেইনে?
5. তলৰ তথ্যসমূহৰ পৰা বহুলক আৰু মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা আৰু দুয়োটা মান একে হয়নে?
13, 16, 12, 14, 19, 12, 14, 13, 14
6. এটা শ্ৰেণীৰ 13 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বয়স (বছৰৰ হিচাপত) তলত দিয়া ধৰণৰ :
14, 14, 15, 14, 14, 14, 15, 14, 14, 15, 15, 14, 14
তথ্যসমূহৰ পৰা মধ্যমান, বহুলক আৰু মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা।
7. তলৰ তালিকাখন পূৰ কৰা :

নম্বৰ	প্ৰসাৰ	মধ্যমান	বহুলক	মধ্যমা
35, 15, 0, 40, 20, 25, 45, 10, 30, 5, 15	?	?	?	?

8. তলৰ উক্তিবোৰ শুদ্ধ নে অশুদ্ধ কোৱা :
 - (i) বহুলক সদায় তথ্যৰ মাজত থকা এটা ৰাশি।
 - (ii) মধ্যমান সদায় তথ্যৰ মাজত থকা এটা ৰাশি।
 - (iii) মধ্যমা সদায় তথ্যৰ মাজত থকা এটা ৰাশি।
9. তলৰ তথ্যসমূহৰ মধ্যমান, বহুলক আৰু মধ্যমা নিৰ্ণয় কৰা :
 - (i) 8, 8, 8, 8, 18, 18, 18, 18, 18
 - (ii) 3, 10, 10, 12, 14, 16, 16, 18, 18, 25, 28
 - (iii) 23, 2, 42, 6, 36, 11, 29, 9, 15

3.8 দণ্ডলেখৰ ব্যৱহাৰ (Use of Bar Graphs) :

সচিত্ৰলেখ (Pictograph) বা দণ্ডলেখ (Bar graph) ৰ সহায়ত সংগৃহীত তথ্যসমূহ দৃশ্যমান কৰা হয়।
ভিন ভিন উদ্দেশ্যেৰে দণ্ডলেখ ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি। যেনে- দণ্ডচিত্ৰবোৰলৈ চাই তথ্য বিষয়ে সিদ্ধান্ত ল'ব পাৰি।
দণ্ডলেখবোৰৰ ভিত্তিত প্ৰয়োজনীয় তথ্য পাব পাৰি। দণ্ডলেখ অংকন কৰিবলৈ স্কেলৰ প্ৰয়োজন হয়।

3.9 স্কেলৰ বাছনি (Selection of 'Scale') :

দণ্ডচিত্ৰসমূহত একে প্ৰস্থৰ দণ্ড অংকন কৰা হয়। দণ্ডৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ভৰ কৰে বাৰংবাৰতা আৰু বাছনি কৰি লোৱা স্কেলৰ ওপৰত। স্কেলৰ বাছনি সন্দৰ্ভত তলৰ উদাহৰণবোৰৰ পৰা ধাৰণা স্পষ্ট হ'ব।

তলৰ উদাহৰণটোলৈ মন দিয়া —

উদাহৰণ 9 : এখন বিদ্যালয়ৰ আম, কল, নাচপতি, কমলা আৰু আনাৰস ফল ভালপোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা তলত দিয়া ধৰণৰ। তথ্যখিনি দণ্ডলেখৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰা।

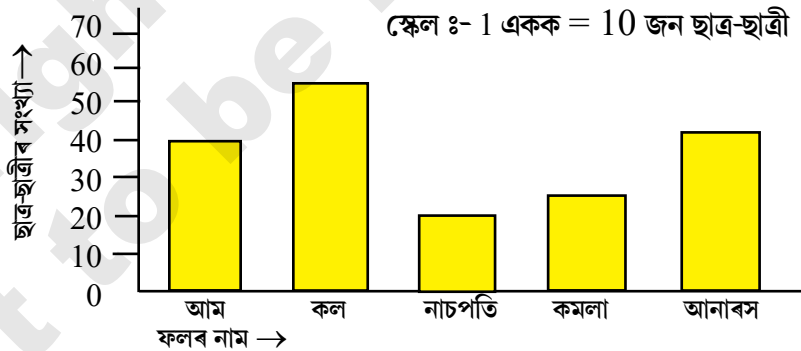
দণ্ডলেখৰ পৰা তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা :

- আটাইতকৈ বেছি আৰু আটাইতকৈ কম সংখ্যক ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে ভালপোৱা ফল দুবিধৰ নাম কি কি?
- 50 বা তাতকৈ বেছি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে খাই ভালপোৱা ফলবিধৰ নাম কি?
- আটাইতকৈ বেছি আৰু আটাইতকৈ কম সংখ্যক ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে খাই ভালপোৱা ফল দুবিধৰ মাজত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যাৰ পাৰ্থক্য কিমান?

ফলৰ নাম	ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা
আম	40 জন
কল	56 জন
নাচপতি	20 জন
কমলা	25 জন
আনাৰস	42 জন

(তালিকা নং-6)

সমাধান :



দণ্ডচিত্ৰটোৰ পৰা আমি দেখা পাইছোঁ যে—

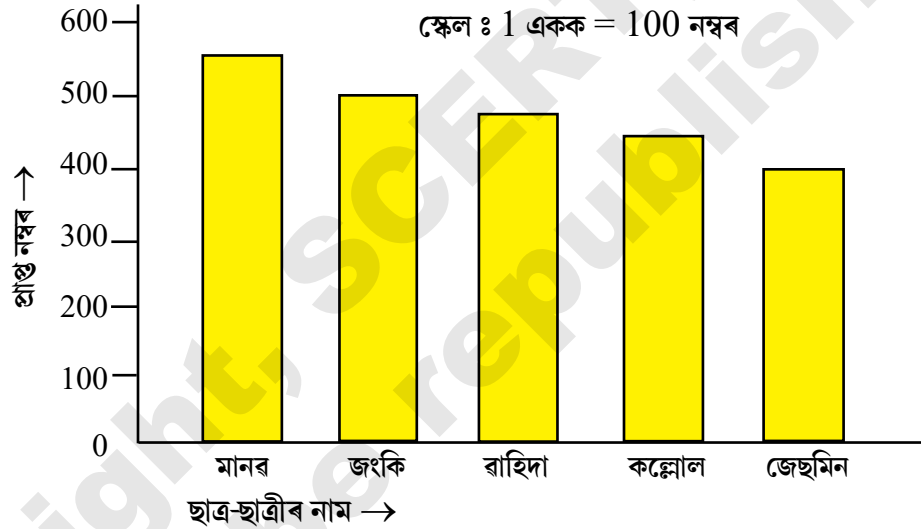
- আটাইতকৈ বেছি ভালপোৱা ফলবিধ হৈছে কল আৰু আটাইতকৈ কম ভালপোৱা ফলবিধ হৈছে নাচপতি।
- 50 বা তাতকৈ বেছি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে খাই ভালপোৱা ফলবিধ হৈছে কল।
- আটাইতকৈ বেছি ভালপোৱা ফলবিধৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা 56 জন আৰু কম ভালপোৱা ফলবিধৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা 20 জন আৰু দুয়োবিধৰ পাৰ্থক্য হ'ব $= (56 - 20) = 36$ জন।

উদাহৰণ 10 : কোনো এটা পৰীক্ষাত মানৱ, জংকি, ৰাহিদা, কল্লোল আৰু জেছমিন প্ৰত্যেকৰে প্ৰাপ্ত নম্বৰ 7 নং তালিকাত দেখুওৱা ধৰণৰ। তথ্যখিনি দণ্ডলেখৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰা—

নাম	প্ৰাপ্ত নম্বৰ (600 ৰ ভিতৰত)
মানৱ	540
জংকি	500
ৰাহিদা	480
কল্লোল	450
জেছমিন	400

(তালিকা নং-7)

সমাধান :



3.10 দ্বৈত দণ্ডলেখ অংকন (Construction of Double Bar Graph) :

উদাহৰণ 11 : দ্বৈত দণ্ডলেখ অংকনৰ বাবে এটা উদাহৰণ চাও আহা :

সপ্তম শ্ৰেণীৰ শ্ৰেণী-পৰীক্ষাত গণিত আৰু অসমীয়া বিষয়ত গণেশ, উৰ্মিলা, পাহাৰী, তনুজ আৰু মধুমিতাই লাভ কৰা নম্বৰৰ তালিকা তলত দিয়া ধৰণৰ (20 নম্বৰৰ ভিতৰত) :

8 নং তালিকাৰ পৰা দণ্ডচিত্ৰ প্ৰস্তুত কৰিব পাৰিবানে ?

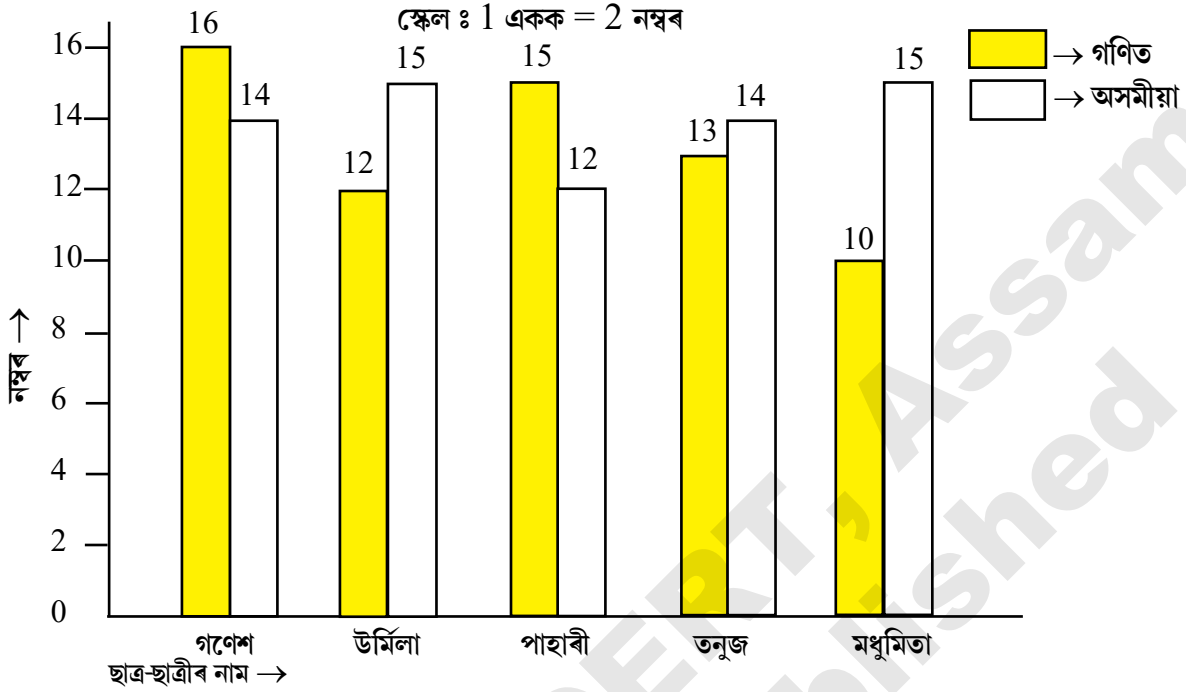
এই তথ্যখিনিৰ পৰা আমি দণ্ডচিত্ৰ প্ৰস্তুত কৰোঁতে প্ৰত্যেকজনৰ বাবে দুডালকৈ দণ্ড পাম। এনেধৰণৰ দণ্ডলেখক “দ্বৈত দণ্ডলেখ” হিচাপে জনা যায়।

নাম	প্ৰাপ্ত নম্বৰ	
	গণিত	অসমীয়া
গণেশ	16	14
উৰ্মিলা	12	15
পাহাৰী	15	12
তনুজ	13	14
মধুমিতা	10	15

(তালিকা নং-8)

তথ্যৰ ব্যৱহাৰ

সমাধান : প্রশ্নৰ তথ্যখিনিৰ সহায়ত তলত দিয়াৰ দৰে দ্বৈত দণ্ডলেখ প্ৰস্তুত কৰা হ'ল।



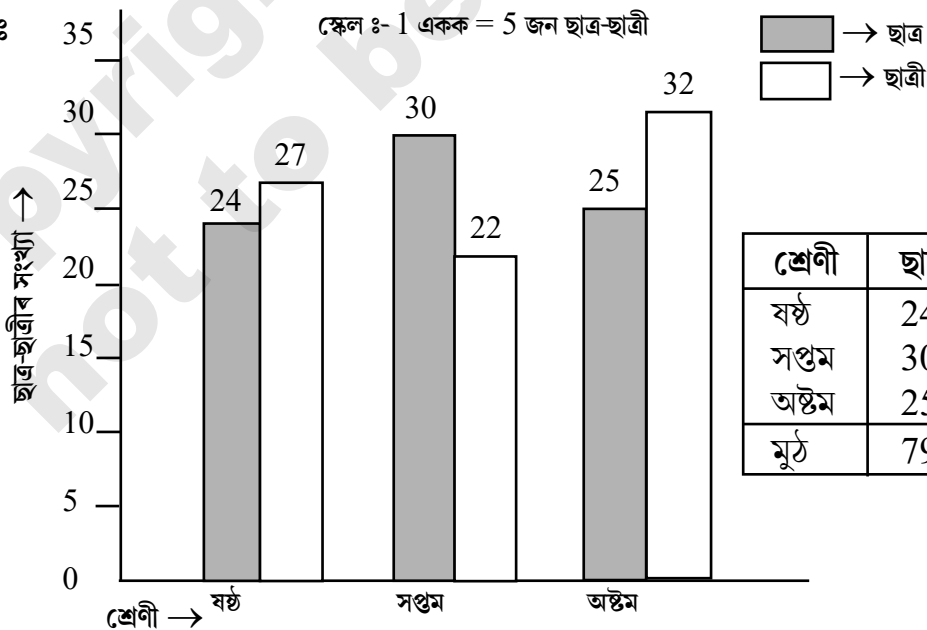
উদাহৰণ 12 : এখন বিদ্যালয়ৰ ষষ্ঠ, সপ্তম আৰু অষ্টম শ্ৰেণীৰ মুঠ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা তলত দিয়া ধৰণৰ :

তালিকাখনৰ পৰা দ্বৈত দণ্ডলেখ প্ৰস্তুত কৰা আৰু উত্তৰ দিয়া

- বিদ্যালয়ৰ মুঠ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা কিমান?
- মুঠ ছাত্ৰীৰ সংখ্যা কিমান?
- আটাইতকৈ বেছি ছাত্ৰ-ছাত্ৰী কোনটো শ্ৰেণীত আছে?
- আটাইতকৈ কম ছাত্ৰ কোনটো শ্ৰেণীত আছে?

শ্ৰেণী	ছাত্ৰৰ সংখ্যা	ছাত্ৰীৰ সংখ্যা
ষষ্ঠ	24	27
সপ্তম	30	22
অষ্টম	25	32

সমাধান :



শ্ৰেণী	ছাত্ৰ	ছাত্ৰী	মুঠ
ষষ্ঠ	24	27	51
সপ্তম	30	22	52
অষ্টম	25	32	57
মুঠ	79	81	160

- বিদ্যালয়ৰ মুঠ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা = 160 গৰাকী
- মুঠ ছাত্ৰীৰ সংখ্যা = 81 গৰাকী
- আটাইতকৈ বেছি ছাত্ৰী অষ্টম শ্ৰেণীত আছে।
- আটাইতকৈ কম ছাত্ৰ ষষ্ঠ শ্ৰেণীত আছে।

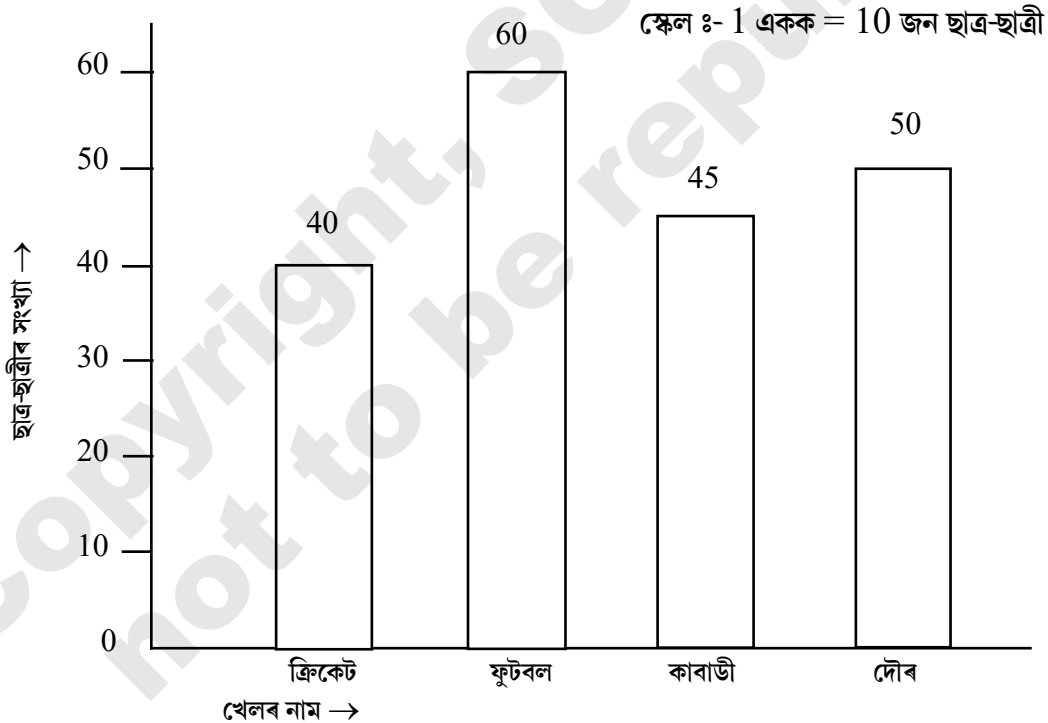
টোকা :

যদি দুই ধৰণৰ তথ্যক একেলগে তুলনা কৰি দণ্ডলেখৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰিবলগীয়া হয়, তেনে ক্ষেত্ৰত 'দ্বৈত দণ্ডলেখ'ৰ সহায় লোৱা হয়। অৰ্থাৎ দ্বৈত দণ্ডলেখ দুটা সংগৃহীত তথ্যক পলকতে তুলনা কৰাত সহায় কৰে।

অনুশীলনী-3.3

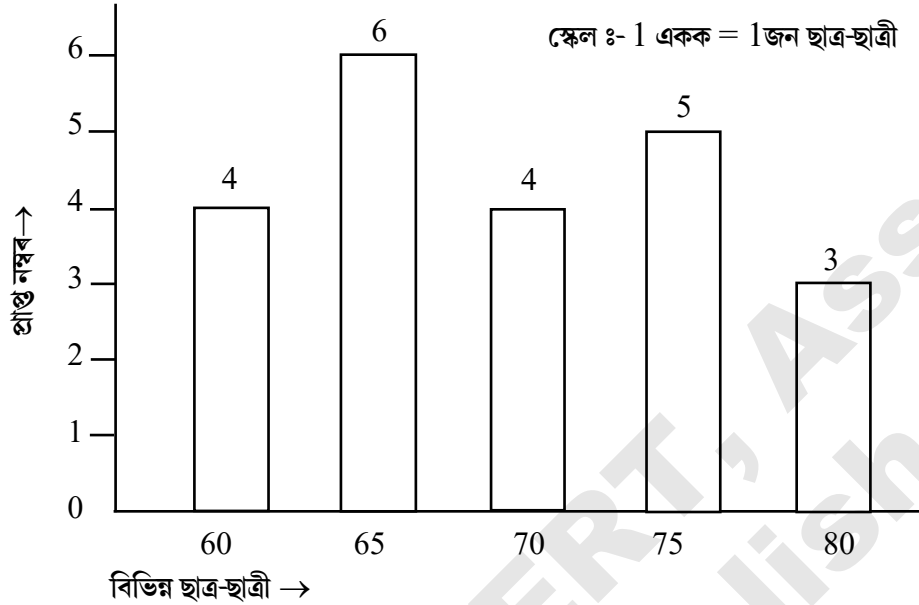
1. দণ্ডচিত্ৰৰ সহায়ত প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা।

(a) এখন বিদ্যালয়ৰ বিভিন্ন খেল ভালপোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা দণ্ডলেখৰ সহায়ত দেখুওৱা হৈছে। লেখটো অধ্যয়ন কৰি তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ উলিওৱা।



- কিমান গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে ফুটবল ভাল পায়?
- চাৰিওবিধ খেল ভালপোৱা মুঠ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা কিমান?
- আটাইতকৈ বেছি আৰু আটাইতকৈ কম ভালপোৱা খেল দুবিধৰ মাজত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ পাৰ্থক্য কিমান?

b) গণিতৰ পৰীক্ষাত 60, 65, 70, 75, 80 (100 নম্বৰৰ ভিতৰত) এই নম্বৰসমূহ লাভ কৰা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা দণ্ডচিত্ৰৰ সহায়ত দেখুওৱা হৈছে।



- কিমানজন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে 70 তকৈ বেছি নম্বৰ লাভ কৰিছে?
- কেইজন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে সমান নম্বৰ লাভ কৰিছে আৰু কিমান?
- 65 আৰু 75 - এই নম্বৰ দুটা লাভ কৰা মুঠ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা কিমান?

2. সাঁতোৰৰ প্ৰশিক্ষণ কেন্দ্ৰ এটাত যোৱা পাঁচটা বছৰত নামভৰ্তি কৰা প্ৰশিক্ষাৰ্থীৰ সংখ্যা তলত দিয়া ধৰণৰ—

বছৰ	2014	2015	2016	2017	2018
প্ৰশিক্ষাৰ্থীৰ সংখ্যা	650	700	450	500	600

উপযুক্ত স্কেল ব্যৱহাৰ কৰি এটা দণ্ডলেখ প্ৰস্তুত কৰা আৰু লগতে তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া—

- আটাইতকৈ বেছি প্ৰশিক্ষাৰ্থী কোনটো বছৰত আছে?
- 2014, 2015 আৰু 2016 এই তিনিওটা বছৰত নামভৰ্তি কৰা মুঠ প্ৰশিক্ষাৰ্থীৰ সংখ্যা কিমান?

3. তলত বিভিন্ন ৰং ভালপোৱা আৰু বেয়া পোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ এখন তালিকা প্ৰস্তুত কৰা হ'ল—

ৰঙৰ নাম	নীলা	সেউজীয়া	ৰঙা	বেঙুনীয়া
ভাল পোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা	14	15	12	14
বেয়া পোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা	7	10	6	5

উপযুক্ত স্কেল ব্যৱহাৰ কৰি উক্ত তথ্যৰ পৰা দ্বৈত দণ্ডলেখ অংকন কৰা।

4. এজন ছাত্ৰই ষষ্ঠ আৰু সপ্তম শ্ৰেণীৰ চাৰিওটা মূল্যায়ণত 200 নম্বৰ ভিতৰত লাভ কৰা নম্বৰসমূহ তলত দিয়া হ'ল। উপযুক্ত স্কেল ব্যৱহাৰ কৰি এটা দ্বৈত দণ্ডলেখ অংকন কৰা আৰু তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া।

শ্ৰেণী	ইংৰাজী	গণিত	বিজ্ঞান	অসমীয়া	সমাজ বিজ্ঞান
ষষ্ঠ	144	164	160	134	170
সপ্তম	130	175	170	165	150

- (i) কোনটো বিষয়ত ছাত্ৰজনে আটাইতকৈ উন্নত ফল দেখুৱাইছে?
(ii) কোনটো বিষয়ৰ কৃতকাৰ্যতাৰ স্তৰ একেবাৰে নিম্ন?
(iii) সৰ্বাধিক নম্বৰ পোৱা বিষয় আৰু শ্ৰেণীটো কি?
5. এখন কিতাপৰ দোকানত চাৰিটা বছৰত বিক্ৰী হোৱা ইংৰাজী আৰু অসমীয়া কিতাপৰ সংখ্যা তলত দিয়া হ'ল। তালিকাখনৰ পৰা উপযুক্ত স্কেল ব্যৱহাৰ কৰি দ্বৈত দণ্ডলেখ অংকন কৰা আৰু প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া।

বছৰ	2014	2015	2016	2017
ইংৰাজী	350	400	300	600
অসমীয়া	500	600	450	650

- (i) আটাইতকৈ বেছি অসমীয়া কিতাপ কোনটো চনত বিক্ৰী হৈছিল?
(ii) 2016 চনত বিক্ৰী হোৱা অসমীয়া আৰু ইংৰাজী কিতাপৰ পাৰ্থক্য কিমান?
(iii) 2015 চনত মুঠ কিমান কিতাপ বিক্ৰী হৈছিল?

3.11 সুযোগ আৰু সম্ভাৱিতা (Chance and Probability):

দৈনন্দিন জীৱনত 'সুযোগ' আৰু 'সম্ভাৱনা' এই শব্দ দুটা আমি প্ৰায়ে ব্যৱহাৰ কৰোঁ। যেনে —

- (i) আজি বৰষুণ হোৱাৰ কোনো সম্ভাৱনা নাই।
(ii) এইবাৰ ভাৰতে বিশ্বকাপ জয়ী হোৱাৰ পূৰ্ণ সম্ভাৱনা আছে।
(iii) চিৰিয়াখানাত মই ডাইন'চৰ দেখা পাম।
(iv) ভাৰতীয় ক্ৰিকেট দলত অসমীয়া ক্ৰিকেটাৰে সুযোগ পাব?

ওপৰৰ উক্তিবোৰ যদি আমি চাওঁ তেন্তে (iii) নং উক্তিটো অসম্ভৱ কিন্তু (i), (ii) আৰু (iv) নং উক্তিবোৰৰ সন্দৰ্ভত আমি সঠিকভাৱে ক'ব নোৱাৰিম। আমি অনুমানহে কৰিব পাৰোঁ।

3.11.1 অনুমান (Estimation) :

ভানুপ্ৰিয়াই এটা মুদ্ৰা 10 বাৰ টছ কৰিলে। তালিকা নং-9 ত ভানুপ্ৰিয়াৰ 10 বাৰ টছৰ ফলাফল দিয়া হ'ল —

টছৰ সংখ্যা	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
অনুমান	H	T	T	H	H	T	H	H	T	H
ফলাফল	H	H	T	T	T	T	H	H	H	T

H = মুণ্ড (Head)

T = পুচ্ছ (Tail)

(তালিকা নং-9)

এইবাৰ তুমি এটা মুদ্ৰা লোৱা আৰু মুদ্ৰাটো 20 বাৰ টছ কৰা। ওপৰৰ তালিকাৰ দৰে প্ৰতিটো টছৰ সংখ্যা, অনুমান আৰু ফলাফল লিখি ৰাখিবা।

এই তথ্যখিনিয়ে তোমাক কি কয়? তুমি মুণ্ড আৰু পুচ্ছক লৈ আগতীয়াকৈ ক'ব পৰা সাজোনৰ ইংগিত দেখা পাইছা নেকি? স্পষ্টভাৱে মুণ্ড বা পুচ্ছ ওলোৱাক লৈ কোনো সাজোনৰ ইংগিত দেখা পোৱা নাযাব। অৰ্থাৎ কোনো এটা মুদ্ৰা টছ কৰিলে প্ৰতিবাৰতে মুণ্ড বা পুচ্ছ দুয়োটাৰে কোনো এটাহে ফল পোৱা যাব। নিৰ্দিষ্ট কোনো এটা টছৰ বাবে কি ফল হ'ব, ই সম্ভাৱনাৰহে কথা।

এইবাৰ আমি লুডুগুটিৰ উদাহৰণ ল'ব পাৰোঁ। গুটিটোৰ ছয়টা পিঠি আছে। লুডুগুটি খেলোতে গুটিটোৰ পৰা আমি কি সংখ্যা পাম অনুমান কৰিব পাৰিনে? আমি যেতিয়া লুডু খেলো তেতিয়া এবাৰত এটা বিশেষ ফলাফল পাবলৈ প্ৰায়েই ইচ্ছা কৰোঁ। কিন্তু ইচ্ছা মতে লুডুগুটিটো সদায় নপৰে। তলত এটা লুডুগুটি 50 বাৰ খেলি পোৱা তালিকাখন দিয়া হৈছে —

লুডুগুটিটোৰ পিঠিত থকা সংখ্যা	দাগ চিহ্ন Tally Marks	সংঘটিত ফলাফল Outcomes
1		10
2		12
3		8
4		6
5		9
6		5
মুঠ		50

(তালিকা নং-10)

10 নং তালিকাখন দণ্ডচিহ্নৰ সহায়ত দেখুৱাব পাৰিবানে?

চেষ্টা কৰা : শিক্ষকে ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক কিছুমান দলত ভাগ কৰিব আৰু তলৰ প্ৰশ্নসমূহ দলত কৰিবলৈ দিব।

- এটা মুদ্ৰা 100 বাৰ টছ কৰা আৰু তথ্যখিনি লিপিবদ্ধ কৰা। মুণ্ড আৰু পুচ্ছ কিমানবাৰ পালা তাৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা।
- এটা লুডুগুটি 100 বাৰ খেলি তথ্যখিনি লিপিবদ্ধ কৰা। 1, 2, 3, 4, 5, 6 সংখ্যা কেইবাৰকৈ পালা নিৰ্ণয় কৰা (দাগচিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰিবা)।

3.11.2 সম্ভাৱিতা (Probability) :

যেতিয়া এটা মুদ্ৰা টছ কৰা হয় তেতিয়া ইয়াৰ দুটা সম্ভাৱ্য ফলাফল থাকে, মুণ্ড বা পুচ্ছ আৰু আমি ক'ব পাৰোঁ যে, মুণ্ড আৰু পুচ্ছ পোৱাৰ সম্ভাৱিতা সমান। অৰ্থাৎ প্ৰতিটোৰে $\frac{1}{2}$ (আধা)।

একেদৰে এটা লুডুগুটিৰ বাবে 6 টা সমানে সম্ভাৱ্য ফলাফল থাকে।

গতিকে, 1, 2, 3, 4, 5, 6 পোৱাৰ সম্ভাৱিতাও সমান। অৰ্থাৎ এটা লুডুগুটিৰ বাবে 6 টা সমানে সম্ভাৱ্য ফলাফল পোৱা যায় আৰু প্ৰতিটোৰ সম্ভাৱিতা এক ষষ্ঠাংশ $\frac{1}{6}$ (ছয় ভাগৰ এক)।

এইটো স্পষ্ট যে সম্ভাৱিতা 0 আৰু 1 ৰ ভিতৰত থাকে। যিবোৰৰ ঘটিবৰ বাবে কোনো সুযোগ নাথাকে ইহঁতৰ সম্ভাৱিতা 0 হয় আৰু যিবোৰৰ ঘটনাটো খাটাং সেইবোৰৰ সম্ভাৱিতা 1 হয়।

অৰ্থাৎ, সম্ভাৱিতা হৈছে ফলাফলৰ সম্ভাৱনাৰ এটা জোখ।

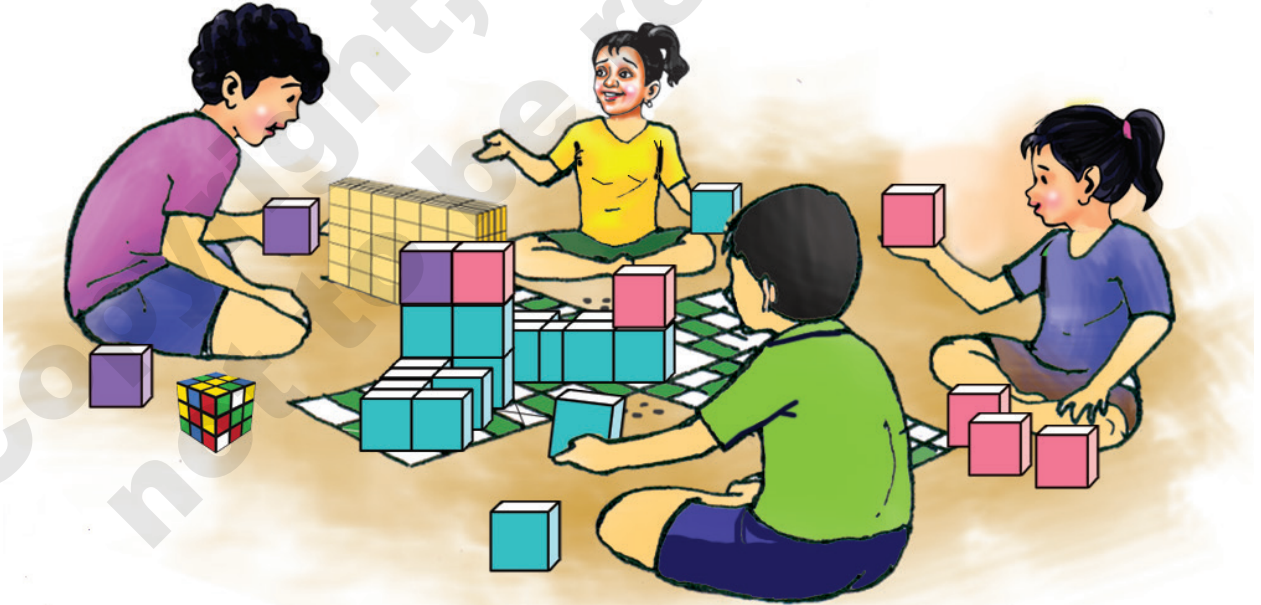
অনুশীলনী- 3.4

- তলত দিয়াবোৰ নিশ্চিতভাৱে ঘটিব, ঘটনাটো অসম্ভৱ, ঘটিব পাৰে কিন্তু নিশ্চিত নহয় কোনটো শুদ্ধ কোৱা?
 - অহা বছৰ স্বাধীনতা দিৱস 15 আগষ্টত উদ্‌যাপন কৰা হ'ব।
 - তুমি ভাল ৰিজাল্ট কৰিলে এটা পুৰস্কাৰ পাবা।
 - অহা সপ্তাহত বুধবাৰৰ পিছৰ দিনটো শুক্ৰবাৰ হ'ব।
 - তোমাক আজি বন্ধুজনে দেখা কৰিব।
 - তুমি চিৰিয়াখানালৈ গ'লে ডাইন'চৰ দেখা পাবা।
- এটা পাত্ৰত চাৰিটা মাৰ্বল আছে। এটা ৰঙা, এটা হালধীয়া, এটা কলা আৰু এটা বগা ৰঙৰ।
 - ৰঙা ৰঙৰ মাৰ্বলটো উলিয়াই অনাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?
 - বগা ৰঙৰ মাৰ্বলটো উলিয়াই অনাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?
- ৰীতা, ববিতা, হেমা, পুষ্পা আৰু মেঘাই নিজৰ নিজৰ নামবোৰ কাগজৰ টুকুৰাত লিখি এটা বাকচত ভৰালে। মেঘাই বাকচৰ পৰা এটা নাম উলিয়ালে। তাই নিজৰ নামটো উলিয়াই অনাৰ সম্ভাৱিতা কিমান হ'ব?
- 'EDUCATION' এই শব্দটোৰ পৰা ইংৰাজী স্বৰবৰ্ণখিনি উলিয়াই অনাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?
- এটা পাচি 4 টা আম, 3 টা নাচপতি আৰু 5 টা কল আছে। পাচিটোৰ পৰা গোটেইখিনি কল উলিয়াই অনাৰ সম্ভাৱিতা কিমান হ'ব?

আমি কি শিকিলোঁ

- তথ্য সংগ্ৰহ, তথ্য সংৰক্ষণ আৰু তথ্য উপস্থাপনে আমাৰ অভিজ্ঞতাসমূহ সংগঠিত কৰি সিদ্ধান্ত গ্ৰহণ কৰাত সহায় কৰে।
- কোনো তথ্য সংগ্ৰহৰ আগতেই সংগৃহীত তথ্যখিনি আমি কি পথত কেনেদৰে ব্যৱহাৰ কৰিম তাৰ স্পষ্ট কৰি ল'ব লাগে।
- সংগ্ৰহ কৰা তথ্যখিনিক বুজিবলৈ, ব্যাখ্যা কৰিবলৈ সহজ হোৱাকৈ উপযুক্ত তালিকাত প্ৰকাশ কৰিব লাগে।
- কোনো তথ্যৰ একেবাৰে ডাঙৰ মান আৰু আটাইতকৈ সৰু মানটোৰ পাৰ্থক্যই হৈছে তথ্যখিনিৰ প্ৰসাৰ।

5. গাণিতিক গড় বা মধ্যমান = $\frac{\text{মুঠ ৰাশিৰ সমষ্টি}}{\text{মুঠ ৰাশিৰ সংখ্যা}}$
6. বাৰে বাৰে কৰা কোনো পৰ্যবেক্ষণত সঘনাই অহা মান বা কোনো তথ্যক প্ৰতিনিধিত্ব কৰা মান বুজাবলৈ 'বহুলক'ৰ ব্যৱহাৰ কৰা হয়।
7. মধ্যমানে আটাইবোৰ ৰাশিৰ গড়মান বুজায় আৰু বহুলকে তথ্যখিনিৰ আটাইতকৈ বেছিবাৰ সংঘটিত পোৱা ৰাশিটোক বুজায়।
8. তথ্যৰ মানসমূহক উৰ্ধ্বক্ৰমত বা অধঃক্ৰমত সজালে একেবাৰে মধ্যত থকা মানটোকে মধ্যমা বোলে।
9. দণ্ডলেখ হৈছে তথ্যৰ সৰল উপস্থাপন য'ত সমান প্ৰস্থৰ দণ্ড ব্যৱহাৰ কৰা হয়।
10. কোনো তথ্যৰ তুলনামূলক অধ্যয়নৰ বাবে দ্বৈত দণ্ডলেখ ব্যৱহাৰ কৰা হয়।
11. তথ্যৰ মানসমূহক উপস্থাপনৰ সুবিধাৰ বাবে প্ৰয়োজনীয় একক ব্যৱহাৰ কৰা হয়।
12. দৈনন্দিন জীৱনত আমি এনে কেতবোৰ পৰিস্থিতিৰ সন্মুখীন হওঁ যে তাৰে কিছুমান নিশ্চিতভাৱে ঘটে, কিছুমান কেতিয়াও নঘটে আৰু কিছুমান ঘটিবও পাৰে, নঘটিবও পাৰে। আমি সদায় সুযোগ আৰু সম্ভাৱনাৰ মাজত থাকোঁ।



অধ্যায়-4 সৰল সমীকৰণ (Simple Equation)



4.1 আমি ষষ্ঠ শ্ৰেণীত অজ্ঞাত ৰাশি আৰু সৰল সমীকৰণ গঠনৰ পাঠটোত কি শিকিছিলোঁ সেই কথাবোৰ এবাৰ জুকিয়াই লওঁ আহা—

- (i) উক্তি : বুবুৰ লগত যিমানটা মাৰ্বল আছে তাৰ সৈতে 5 টা মাৰ্বল যোগ কৰিলে 12 টা মাৰ্বল হ'ল। বুবুৰ হাতত কিমানটা মাৰ্বল আছে?

ইয়াত বুবুৰ লগত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যা অজ্ঞাত। এই অজ্ঞাত সংখ্যাটো x চলকেৰে নিৰ্দেশ কৰিলে বুবুৰ হাতত মুঠ $x + 5$ টা মাৰ্বল হ'ল। $(x + 5)$ এটা বীজগণিতীয় ৰাশি (Algebraic Expression)। গতিকে, উক্তিমতে $x + 5 = 12$, হয় নে? এইটো এটা সৰল সমীকৰণ (Simple Equation)।

- (ii) বিদ্যালয়ৰ এটি অনুষ্ঠানৰ বাবে কেইবাটাও কাৰ্টনত 1 লিটাৰৰ পানীৰ বটল অনা হৈছে, প্ৰতিটো কাৰ্টনত 10 টাকৈ পানীৰ বটল থাকে। অনিমাই মুঠ পানীৰ বটলৰ সংখ্যা হিচাপ কৰি পালে 100 টা। কাৰ্টনৰ সংখ্যা উলিয়াবলৈ অনিমাই কেনেদৰে সমীকৰণ গঠন কৰিলে চোৱা—

ইয়াত মুঠ পানীৰ বটলৰ সংখ্যা = 100 টা

অনিমাই ধৰি ল'লে কাৰ্টনৰ সংখ্যা = x টা

তেন্তে 10 টাকৈ x টা কাৰ্টনত $10x = 100$ টা পানীৰ বটল থাকিব। এইটো এটা সৰল সমীকৰণ, ইয়াত $10x$ টো এটা বীজগণিতীয় ৰাশি।

- (iii) নিৰ্মালীৰ মাকৰ বয়স নিৰ্মালীৰ বয়সৰ তিনিগুণ। নিৰ্মালীৰ দেউতাকৰ বয়স, নিৰ্মালীৰ মাকৰ বয়সতকৈ 5 বছৰ বেছি। নিৰ্মালীৰ দেউতাকৰ বয়স 41 বছৰ হ'লে নিৰ্মালী আৰু নিৰ্মালীৰ মাকৰ বয়স উলিয়াবলৈ নিৰ্মালীয়ে গঠন কৰা সমীকৰণটো কি হয় চাওঁ আহা—

ধৰা হ'ল নিৰ্মালীৰ বয়স = x বছৰ

নিৰ্মালীৰ মাকৰ বয়স নিৰ্মালীৰ তিনিগুণ অৰ্থাৎ ' x ' ৰ তিনিগুণ = $3x$

নিৰ্মালীৰ দেউতাকৰ বয়স নিৰ্মালীৰ মাকৰ বয়স $3x$ তকৈ 5 বছৰ বেছি

দেউতাকৰ বয়স = $3x + 5$

প্ৰশ্নমতে নিৰ্মালীৰ দেউতাকৰ বয়স = 41 বছৰ

সেয়ে নিৰ্মালীয়ে গঠন কৰা সমীকৰণটো হ'ব $3x + 5 = 41$

ওপৰৰ তিনিটা উদাহৰণ পৰ্যবেক্ষণ কৰিলেই তোমালোকে মন কৰিবা যে—

ওপৰৰ উদাহৰণবোৰত অজ্ঞাত সংখ্যাবোৰক ' x ' চলকেৰে নিৰ্দেশ কৰা হৈছে। x আখৰটোৰ সলনি y, z, l, m, p ইত্যাদি ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ যিকোনো আখৰ ল'ব পাৰি।

এতিয়া আমি বুবুৰ হাতত মাৰ্বলৰ সংখ্যা, কাৰ্টনৰ সংখ্যা, আৰু নিৰ্মালীৰ বয়স কিমান আছিল, সেয়া উলিয়াই চাওঁ। তোমালোকে ষষ্ঠ শ্ৰেণীত শিকি অহা মতে,

$$\begin{array}{l|l} x + 5 = 12 & \text{-- (i)} \\ 10x = 100 & \text{-- (ii)} \\ \text{আৰু } 3x + 5 = 41 & \text{-- (iii)} \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} \text{আটাইবোৰেই একো একোটা সমীকৰণ} \end{array} \right.$$

প্ৰতিটো সমীকৰণ ‘ x ’ৰ এটি নিৰ্দিষ্ট মানৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰিব অৰ্থাৎ x ৰ নিৰ্দিষ্ট মানৰ বাবে বাওঁপক্ষ আৰু সোঁপক্ষ সমান হ’ব।

‘=’ সমান চিনটোৱেই বাওঁপক্ষ (বাওঁহাতে থকা ৰাশি) আৰু সোঁপক্ষৰ (সোঁহাতে থকা ৰাশি) ৰাশিবোৰ যে সমান সেইটো বুজায়।

‘ x ’ৰ এই নিৰ্দিষ্ট মান উলিওৱা প্ৰক্ৰিয়াটোকেই আমি সমীকৰণ সমাধানৰ প্ৰক্ৰিয়া বুলি কওঁ আৰু ‘ x ’ৰ নিৰ্দিষ্ট মানটোৱেই হ’ব সমীকৰণটোৰ সমাধান (Solution)।

এতিয়া (i) নং সমীকৰণটোত x ৰ মান 1, 2, 3, 4, 5, 6 ইত্যাদি সংখ্যাকেইটা বহুৱালে বাওঁপক্ষ আৰু সোঁপক্ষ সমান নহয়। (পৰীক্ষা কৰি চাব পাৰা)।

কিন্তু x ৰ মান 7 বহুৱালে ($7 + 5 = 12$) দুয়োফাল সমান হ’ব। অৰ্থাৎ $x = 7$ সংখ্যাটো (i) নং সমীকৰণটো সিদ্ধ হোৱা বুজায়। গতিকে, $x = 7$ সংখ্যাটো ($x + 5 = 12$)ৰ সমাধান।

গতিকে বুবুৰ হাতত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যা 7 টা।

একেদৰে (ii) উদাহৰণটোত $10x = 100$ সমীকৰণটো ‘ x ’ চলকৰ ওপৰত এটা চৰ্ত। এই চৰ্তটো সিদ্ধ হয় যেতিয়া $x = 10$, এইটো $10x = 100$ ৰ সমাধান। [$10 \times 10 = 100$]

অৰ্থাৎ কাৰ্টনৰ সংখ্যা = 10

(iii) নং উদাহৰণ $3x + 5 = 41$, সমীকৰণটোত x ৰ কি মানৰ বাবে সিদ্ধ হয় চাওঁ আহা—

$$x = 1 \text{ বহুৱালে } 3 \times 1 + 5 = 8 \text{ সিদ্ধ নহয়}$$

$$x = 2 \text{ বহুৱালে } 3 \times 2 + 5 = 11 \text{ সিদ্ধ নহয়}$$

$$x = 3 \text{ বহুৱালে } 3 \times 3 + 5 = 14 \text{ সিদ্ধ নহয়}$$

...

...

$$x = 12 \text{ বহুৱালে } 3 \times 12 + 5 = 41 \text{ সিদ্ধ হয়}$$

গতিকে, $x = 12$ ৰ বাবে $3x + 5 = 41$ সমীকৰণটো সিদ্ধ হয়। সেয়ে $x = 12$, সমীকৰণ (iii) নংৰ সমাধান।

অৰ্থাৎ নিৰ্মালীৰ বয়স = 12 বছৰ

আৰু নিৰ্মালীৰ মাকৰ বয়স = $3 \times 12 = 36$ বছৰ।

ওপৰৰ উদাহৰণবোৰত সোঁপক্ষত কেৱল এটা সংখ্যা পাইছোঁ। সকলো সময়তে এনে নহয়। সোঁপক্ষতো এটা চলকযুক্ত ৰাশি থাকিব পাৰে যেনে—

সৰল সমীকৰণ

নিৰ্মালীৰ ভাইটী অনুজৰ বয়স নিৰ্মালীৰ বয়সৰ আধা। নিৰ্মালীৰ মাকৰ বয়স অনুজৰ বয়সৰ 6 গুণ। নিৰ্মালীৰ দেউতাকৰ বয়স নিৰ্মালীতকৈ 29 বছৰ বেছি আৰু নিৰ্মালীৰ মাকৰ বয়সতকৈ 5 বছৰ বেছি।

ধৰা হ'ল নিৰ্মালীৰ বয়স $= x$ বছৰ

অনুজৰ বয়স নিৰ্মালীৰ আধা অৰ্থাৎ $\frac{x}{2}$

অনুজৰ মাকৰ বয়স অনুজৰ বয়সৰ 6 গুণ, অৰ্থাৎ $6 \times \frac{x}{2} = 3x$

অনুজৰ দেউতাকৰ বয়স নিৰ্মালীতকৈ 29 বছৰ বেছি অৰ্থাৎ $x + 29$

আকৌ অনুজৰ দেউতাকৰ বয়স অনুজৰ মাকৰ বয়সতকৈ 5 বছৰ বেছি অৰ্থাৎ $3x + 5$

গতিকে অনুজৰ দেউতাকৰ বয়সক দুই ধৰণে প্ৰকাশ কৰা বীজগণিতীয় বাশি দুটা সমান হ'ব, নহয় জানো?

x চলকৰ নিৰ্দিষ্ট মান (নিৰ্মালীৰ বয়স)ৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰি $x + 29$ আৰু $3x + 5$ বাশি দুটা সমান হ'ব।

চৰ্তমতে $x + 29 = 3x + 5$ – (i)

[ওপৰৰ উদাহৰণটোত অনুজৰ বয়স 'x' বুলি ধৰি লৈয়ো আমি সমীকৰণ গঠন কৰিব পাৰো... নিজে চেষ্টা কৰা]

[$3x + 5 = x + 29$ লিখিলে ভুল হ'ব নেকি? নহয়]

মনত ৰাখিবা :

এটা সমীকৰণৰ বাওঁপক্ষ আৰু সোঁপক্ষ সালসলনি কৰিলেও সমীকৰণ একেই থাকে অৰ্থাৎ $x + 29 = 3x + 5$ সমীকৰণ আৰু $3x + 5 = x + 29$ সমীকৰণ দুটা একেই। সমীকৰণ সমাধানত কেতিয়াবা প্ৰয়োজন সাপেক্ষে এনেকুৱা কৰিবলগীয়া হয়।

উদাহৰণ 1 :

তলৰ উক্তিবোৰ সমীকৰণৰ আকাৰত লিখা

(Write the following statements in the form of equation)

- (i) x ৰ 5 গুণৰ পৰা 7 বিয়োগ কৰিলে বিয়োগফল 8 হয়।
- (ii) এটা সংখ্যাৰ এক পঞ্চমাংশৰ লগত 2 যোগ কৰিলে 3 হয়।
- (iii) এটা সংখ্যাৰ 2 গুণৰ লগত 3 যোগ কৰিলে 11 পোৱা যায়।
- (iv) এটা সংখ্যাৰ 8 গুণ 32ৰ সমান।
- (v) 10 পাবলৈ এটা সংখ্যাৰ 3 গুণৰ লগত 4 যোগ কৰা।

সমাধান :

(i) x ৰ 5 গুণ $= 5x$

' $5x$ ' ৰ পৰা 7 বিয়োগ কৰিলে পোৱা যাব $5x - 7$

কিন্তু ফলাফল (বিয়োগফল) দিয়া আছে 8

এতেকে, সমীকৰণটো হ'ব $5x - 7 = 8$

(ii) ধৰা হ'ল সংখ্যাটো x ; x ৰ এক পঞ্চমাংশ হ'ব $\frac{x}{2}$, $\frac{x}{2}$ ৰ লগত 2 যোগ কৰিলে যোগফল হ'ব $\frac{x}{2} + 2$ কিন্তু যোগফল 3 (উক্তি মতে)

$$\therefore \text{সমীকৰণটো হ'ব } \frac{x}{2} + 2 = 3$$

(iii) ধৰা হ'ল সংখ্যাটো z ; z ৰ 2 গুণ $= 2z$

$2z$ ৰ লগত 3 যোগ কৰিলে $2z + 3$ পোৱা যাব

গতিকে সমীকৰণটো হ'ব $2z + 3 = 11$

(iv) ধৰা হ'ল সংখ্যাটো p ; p ৰ 8 গুণ $= 8p$

$8p$ ৰ মান 32

$$\therefore \text{সমীকৰণটো হ'ব } 8p = 32$$

(v) ধৰা হ'ল সংখ্যাটো l , সংখ্যাটোৰ 3 গুণ অৰ্থাৎ ' $3l$ 'ৰ লগত 4 যোগ কৰিলে $3l + 4$, 10ৰ সমান হ'ব

$$\therefore \text{সমীকৰণটো হ'ব } 3l + 4 = 10$$

মন কৰিবা, ওপৰৰ উদাহৰণকেইটাত অজ্ঞাত সংখ্যা (**Unknown Numbers**) বুজাবৰ বাবে x, y, z, p, l আখৰেৰে চলকৰ (**Variables**) মান নিৰ্দেশ কৰা হৈছে, অৰ্থাৎ সমীকৰণ এটা গঠন কৰাৰ সময়ত চলক ' x ' বুলিয়েই ধৰিব লাগিব, তেনে কোনো ধৰা-বন্ধা কথা নাই।

উদাহৰণ 2 :

তলৰ সমীকৰণবোৰক উক্তিলৈ পৰিৱৰ্তন কৰা

(i) $3x + 7 = 4$

(ii) $\frac{y}{4} + 5 = 6$

(iii) $2z - 5 = 3$

(iv) $6p = 24$

(v) $\frac{q}{3} - 1 = 2$

সমাধান :

(i) কোনো এটা সংখ্যা ' x ' ৰ 3 গুণৰ সৈতে 7 যোগ কৰিলে যোগফল 4 পোৱা যায়।

(ii) কোনো এটা সংখ্যা y ৰ এক চতুৰ্থাংশৰ লগত 5 যোগ কৰিলে 6 পোৱা যাব।

নাইবা

6 পাবলৈ এটা সংখ্যাৰ এক চতুৰ্থাংশৰ লগত 5 যোগ কৰা।

(iii) কোনো এটা সংখ্যাৰ 2 গুণৰ পৰা 5 বিয়োগ কৰিলে ফলাফল 3 হ'ব।

(iv) এটা সংখ্যাৰ 6 গুণ 24 ৰ সমান।

(v) এটা সংখ্যাৰ এক তৃতীয়াংশৰ পৰা 1 বিয়োগ কৰিলে 2 পোৱা যাব।

নাইবা

2 পাবলৈ এটা সংখ্যাৰ এক তৃতীয়াংশৰ পৰা 1 বিয়োগ কৰা

উদাহৰণ 3 : এটা ভগ্নাংশৰ হৰৰ সংখ্যাটো লবতকৈ 4 বেছি। যদি লব আৰু হৰৰ উভয়ৰ সৈতে 1 যোগ কৰা হয় তেন্তে ভগ্নাংশটোৰ মান $\frac{1}{2}$ হয়। ভগ্নাংশটো উলিয়াব পৰা সমীকৰণ গঠন কৰা।

সমাধান : ধৰা হ'ল ভগ্নাংশটোৰ লব x

গতিকে হৰৰ মান $= x + 4$ (কাৰণ হৰ লবতকৈ 4 বেছি)

$$\therefore \text{ভগ্নাংশটো হ'ব} = \frac{x}{x+4}$$

এতিয়া লব আৰু হৰৰ সৈতে 1 যোগ কৰিলে নতুন ভগ্নাংশটো হ'ব

$$\frac{x+1}{x+4+1} = \frac{x+1}{x+5}$$

$$\text{প্ৰশ্নমতে ভগ্নাংশটোৰ মান} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{সমীকৰণটো হ'ব} \frac{x+1}{x+5} = \frac{1}{2}$$

উদাহৰণ 4 : অমল, বমেন আৰু অনুপৰ পকেটত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যা গণনা কৰি দেখা গ'ল মুঠ 50 টা মাৰ্বল আছে। অনুপৰ পকেটত 11 টা মাৰ্বল আছে আৰু বমেনৰ দুয়ো পকেটত মিলি অমলতকৈ দুগুণ মাৰ্বল আছে। অমল আৰু বমেনৰ পকেটত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যা উলিয়াবলৈ সমীকৰণ গঠন কৰা।

সমাধান : ধৰা হ'ল অমলৰ পকেটত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যা x । গতিকে বমেনৰ পকেটত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যা $2x$ । অনুপৰ পকেটত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যা $= 11$

$$\text{মুঠ মাৰ্বলৰ সংখ্যা} = x + 2x + 11$$

$$\text{দিয়া আছে, মুঠ মাৰ্বলৰ সংখ্যা} = 50$$

$$\text{প্ৰশ্নমতে, } x + 2x + 11 = 50$$

$$\therefore \text{নিৰ্ণেয় সমীকৰণ, } 3x + 11 = 50$$

উদাহৰণ 5 : এটা আয়তৰ দৈৰ্ঘ্য, প্ৰস্থতকৈ 5 চে মি বেছি। আয়তটোৰ পৰিসীমা 26 চে মি হ'লে আয়তটোৰ দীঘ আৰু প্ৰস্থ উলিয়াবলৈ সমীকৰণ গঠন কৰা।

সমাধান : ধৰা হ'ল আয়তৰ প্ৰস্থ $= x$ চে মি

প্ৰশ্নমতে, আয়তটোৰ দীঘ $= x + 5$ চে মি (আয়তৰ দীঘ, প্ৰস্থতকৈ 5 চে মি বেছি)

$$\therefore \text{আয়তটোৰ পৰিসীমা} = 2(\text{দীঘ} + \text{প্ৰস্থ})$$

$$= 2[x + (x + 5)]$$

$$= 2(2x + 5)$$

$$= 4x + 10$$

প্ৰশ্নমতে, আয়তটোৰ পৰিসীমা $= 26$ চে মি

$$\therefore \text{সমীকৰণটো হ'ব} 4x + 10 = 26$$

উদাহৰণ 6 : আৰিফুলৰ মাকৰ বয়স, আৰিফুলৰ ভগ্নী বেহনাৰ বয়সৰ 4 গুণ। বেহনা আৰিফুলতকৈ 4 বছৰৰ সৰু। মাকৰ বয়স 32 বছৰ হ'লে আৰিফুল আৰু বেহনাৰ বয়স উলিয়াবলৈ সমীকৰণ গঠন কৰা।

সমাধান : ধৰা হ'ল আৰিফুলৰ বয়স 'x' বছৰ
 ৰেহেনাৰ বয়স আৰিফুলতকৈ 4 বছৰ কম
 অৰ্থাৎ ৰেহেনাৰ বয়স $x - 4$
 চৰ্তমতে, তেওঁলোকৰ মাকৰ বয়স ৰেহেনাৰ বয়সৰ 4 গুণ
 অৰ্থাৎ $(x - 4)$ ৰ 4 গুণ $= 4(x - 4)$
 দিয়া আছে, মাকৰ বয়স $= 32$
 অৰ্থাৎ $4(x - 4) = 32$
 গতিকে সমীকৰণটো হ'ব $4(x - 4) = 32$

উদাহৰণ 7 : (i) $3x + 8 = 11$ সমীকৰণটোৰ $x = 1$ ৰ কাৰণে সমাধান হয় নে পৰীক্ষা কৰোঁ আহা।

সমাধান : $3x + 8 = 11$, সমীকৰণটোত $x = 1$ বহুৱালে
 $3 \times 1 + 8 = 11$ অৰ্থাৎ $x = 1$ ৰ বাবে $3x + 8 = 11$ সমীকৰণটো সিদ্ধ হয়।

(ii) $6y - 7 = 5$ সমীকৰণটোৰ $y = 2$ সমাধান হয় নে নহয় পৰীক্ষা কৰা।

সমাধান : $6y - 7 = 5$, সমীকৰণটোত $y = 2$ বহুৱালে
 $6 \times 2 - 7 = 5$, অৰ্থাৎ $y = 2$ ৰ বাবে $6y - 7 = 5$ সমীকৰণটো সিদ্ধ হয়।

নিজে কৰা :

(i) $\frac{p}{3} + 5 = 12$ সমীকৰণটোৰ $p = 21$ সমাধান হয় নে নহয় পৰীক্ষা কৰা।

উদাহৰণ 8 :

চলকৰ মান পৰিৱৰ্তন কৰি তলৰ সমীকৰণটোৰ সমাধানৰ চেষ্টা কৰা :

(i) $2x + 6 = 10$ (ii) $5x - 2 = 13$

সমাধান :

(i) $2x + 6 = 10$

$x = 1$ মানৰ বাবে

$x = 1$ বহুৱালে $2 \times 1 + 6 = 2 + 6$, সমীকৰণটো সিদ্ধ নহয়

$x = 2$ বহুৱালে $2 \times 2 + 6 = 4 + 6$, সমীকৰণটো সিদ্ধ হয়

গতিকে $x = 2$, সমীকৰণটোৰ সমাধান

(ii) $5x - 2 = 13$

$x = 1$ বহুৱালে, $5x - 2 = 5 \times 1 - 2 = 5 - 2 = 3$ সমীকৰণটো সিদ্ধ নহয়

$x = 2$ বহুৱালে, $5 \times 2 - 2 = 8$ সমীকৰণটো সিদ্ধ নহয়

$x = 3$ বহুৱালে, $5 \times 3 - 2 = 15 - 2 = 13$ সমীকৰণটো সিদ্ধ হয়

গতিকে $x = 3$, $5x - 2 = 13$ সমীকৰণৰ সমাধান

এনেদৰে x ৰ ঠাইত বিভিন্ন মান বহুৱাই সমীকৰণ সমাধানৰ চেষ্টা কৰিব পাৰোঁ।

অনুশীলনী- 4.1

1. তলৰ উক্তিবোৰ সমীকৰণত প্ৰকাশ কৰা :

- (i) এটা সংখ্যাৰ 6 গুণৰ লগত 5 যোগ কৰিলে 35 পোৱা যাব।
- (ii) এটা সংখ্যাৰ এক চতুৰ্থাংশ 9ৰ সমান।
- (iii) এটা সংখ্যাৰ 5 গুণ, 20 তকৈ 5 বেছি।
- (iv) 10 পাবলৈ এটা সংখ্যাৰ 7 গুণৰ লগত 3 যোগ কৰা
- (v) এটা সংখ্যাৰ এক পঞ্চমাংশৰ পৰা 4 বিয়োগ কৰিলে 2 পোৱা যাব।
- (vi) p ৰ 4 গুণ 20ৰ সমান
- (vii) এটা সংখ্যাৰ তিনি গুণৰ পৰা 1 বিয়োগ কৰিলে 2 হয়।
- (viii) 40 পাবলৈ এটা সংখ্যাক 10 ৰে হৰণ কৰি 10 বিয়োগ কৰা।

2. তলৰ সমীকৰণবোৰ উক্তি আকাৰত লিখা :

- (i) $3x - 4 = 5$ (ii) $\frac{m}{3} + 6 = 11$ (iii) $7p = 42$ (iv) $\frac{y}{6} = 2$
- (v) $5x + 7 = 2$ (vi) $\frac{q}{2} - 1 = 4$

3. তলৰ উক্তিবোৰৰ পৰা এটাকৈ সমীকৰণ গঠন কৰা :

- (i) অনুপমা, নিৰুপমা আৰু উপমাৰ বয়সৰ সমষ্টি 22 বছৰ, অনুপমা নিৰুপমাতকৈ 1 বছৰ সৰু, উপমা নিৰুপমাতকৈ 2 বছৰ ডাঙৰ। নিৰুপমাৰ বয়সেৰে সমীকৰণ গঠন কৰা।
- (ii) অঞ্জনৰ ককাকৰ বয়স 72 বছৰ। ককাকৰ বয়স অঞ্জনৰ বয়সৰ 7 গুণতকৈ 2 বছৰ বেছি।
- (iii) এটা বৰ্গৰ পৰিসীমা 32 চে মি।
- (iv) ৰমেনৰ দেউতাকে প্ৰতি কি গ্ৰা 20 টকা দৰত আলু আৰু প্ৰতি কি গ্ৰা 10 টকা দৰত পিয়াঁজ কিনিলে। তেওঁ আলুৰ পৰিমাণ (কি গ্ৰা)তকৈ 1 কি গ্ৰা কম পিয়াঁজ কিনাৰ পিছত বেপাৰীক 50 টকা দিলে।
- (v) ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণৰ মাপ আটাইতকৈ সৰু কোণটোৰ যথাক্ৰমে দুগুণ আৰু তিনিগুণ। ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণৰ মাপৰ সমষ্টি 180° ।

4. বন্ধনীৰ ভিতৰত থকা মানটোত সমীকৰণটো সিদ্ধ হয় নে নহয় কোৱা।

- (i) $x + 5 = 0$, $(x = -5)$ (ii) $2x - 8 = 7$, $(x = 4)$ (iii) $\frac{x}{3} + 6 = 7$, $(x = 3)$
- (iv) $\frac{x}{7} - 2 = 0$, $(x = 7)$ (v) $5x = 35$, $(x = 7)$ (vi) $4x + 8 = 4$, $(x = -1)$
- (vii) $7x + 2 = 9$, $(x = 2)$ (viii) $2x = 16$, $(x = 8)$ (ix) $\frac{x}{5} = 20$, $(x = 100)$
- (x) $\frac{x}{8} + 4 = 9$, $(x = 1)$

5. বন্ধনীৰ ভিতৰত থকা মানটো সমীকৰণটোৰ এটা সমাধান হয় নে নহয় পৰীক্ষা কৰা

- (i) $4x + 3 = 7$, ($x = 1$) (ii) $\frac{2x}{3} + 5 = 7$, ($x = 3$) (iii) $x - 4 = 1$, ($x = 3$)
 (iv) $6x = 18$, ($x = 2$) (v) $5x - 1 = 7$, ($x = 2$) (vi) $x + 9 = 13$, ($x = 4$)
 (vii) $5x - 7 = 8$, ($x = 3$) (viii) $\frac{y}{3} + 5 = 8$, ($y = 9$) (ix) $\frac{p}{5} + 4 = 5$, ($p = 1$)
 (x) $\frac{x}{7} = 6$, ($x = 42$)

6. x ৰ ঠাইত বিভিন্ন মান বহুৱাই সমাধানৰ চেষ্টা কৰা (প্ৰচেষ্টা আৰু ভুল পদ্ধতি) (Trial and Error method)

- (i) $2x + 5 = 11$ (ii) $\frac{x}{5} + 5 = 7$ (iii) $7x - 4 = 24$

4.2 সমতা (Equality) :

$9 - 4 = 3 + 2$, ইয়াত সমান চিনৰ দুয়োপক্ষৰ মান সমান নহয়নে? সমান চিনৰ দুয়োপক্ষৰ মান সমান হোৱা বাবে ইয়াক আমি এটা সমতা বুলি কওঁ। আমি যদি দুয়োপক্ষৰ লগত 5 যোগ কৰোঁ তেন্তে দুয়োপক্ষতে 10 পাম। দুয়োপক্ষত 5 যোগ কৰাৰ পিছতো সমতা বৰ্তি থাকিল।

তোমালোকে সমতাৰ দুয়োপক্ষক এটা অশূন্য সংখ্যাৰে পূৰণ কৰি আৰু সমতাৰ দুয়োপক্ষক এটা অশূন্য সংখ্যাৰে হৰণ কৰি সমতাৰ সাম্যৰস্থা পৰীক্ষা কৰি চাবা। দেখিবা যে বাওঁপক্ষ = সোঁপক্ষ হ'ব, অৰ্থাৎ

- ◆ এটা সমতাৰ দুয়োপক্ষৰ লগত যদি একে সংখ্যা যোগ কৰোঁ তেন্তে সমতাৰ কোনো পৰিৱৰ্তন নহয়, ই একে থাকে। ঠিক তেনেদৰে,
- ◆ এটা সমতাৰ দুয়োপক্ষৰ পৰা একে সংখ্যা বিয়োগ কৰিলে সমতাৰ কোনো পৰিৱৰ্তন নহয়, ই একে থাকে।
- ◆ এটা সমতাৰ দুয়োপক্ষকে এটা অশূন্য সংখ্যাৰে পূৰণ কৰিলে সমতা একেই থাকিব, আকৌ এটা সমতাৰ দুয়োপক্ষকে এটা অশূন্য সংখ্যাৰে হৰণ কৰিলে সমতা একেই থাকিব।

সমতাৰ এই সিদ্ধান্তসমূহক গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়া হিচাপে প্ৰয়োগ কৰি সমীকৰণ সমাধান কৰিব পাৰি। মনত ৰাখিবা এই গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়া সমতাৰ দুয়োপক্ষত নকৰিলে সমতাটো সিদ্ধ নহ'ব অৰ্থাৎ সমতাৰ সমতুল্যতা বজায় নাথাকিব।

- (i) x আৰু y সংখ্যা দুটা সমান হ'লে $x = y \Rightarrow x + 2 = y + 2$ (দুয়োফালে 2 যোগ কৰি)
 (ii) x আৰু y সংখ্যা দুটা সমান হ'লে $x = y \Rightarrow x - 2 = y - 2$ (দুয়োফালে 2 বিয়োগ কৰি)
 (iii) x আৰু y সংখ্যা দুটা সমান হ'লে $x = y \Rightarrow 2x = 2y$ (দুয়োফালে অশূন্য সংখ্যা 2ৰে পূৰণ কৰি)
 (iv) x আৰু y সংখ্যা দুটা সমান হ'লে $x = y \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{2}$ (দুয়োফালে অশূন্য সংখ্যা 2ৰে হৰণ কৰি)

4.3 সমীকৰণ সমাধান (Solving Equation) :

সমতাৰ সিদ্ধান্তসমূহ প্ৰয়োগ কৰি সমীকৰণৰ সমাধান কৰিবলৈ তলৰ উদাহৰণকেইটা চাওঁ আহা—

$$(i) \quad x + 4 = 8$$

$$\Rightarrow x + 4 - 4 = 8 - 4$$

$$\Rightarrow x = 4$$

বাওঁফালে অকল অজ্ঞাত ৰাশি (চলক) ৰাখিবৰ বাবে
সমীকৰণটোৰ উভয় পক্ষৰ পৰা 4 বিয়োগ কৰা হৈছে

এইটোৱে (i নং) সমীকৰণটোৰ সমাধান

সমীকৰণটোৰ সমাধান শুদ্ধ হৈছে নে নাই, নিশ্চিত হ'বলৈ আমি মূল সমীকৰণটোত (i নং)

$x = 4$ বহুৱাই পাম

বাওঁপক্ষ $= 4 + 4 = 8$, যিটো সোঁপক্ষৰ সমান

[$x + 4 = 8$, সমীকৰণটোৰ দুয়োপক্ষৰ পৰা 4 বিয়োগ কৰাটোৱেই সমাধানৰ গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়া]

আন এটা উদাহৰণ লওঁ

$$(ii) \quad x - 5 = 10$$

$$\Rightarrow x - 5 + 5 = 10 + 5$$

$$\Rightarrow x = 15$$

বাওঁফালে অকল অজ্ঞাত ৰাশি (চলক) ৰাখিবৰ বাবে
সমীকৰণটোৰ উভয় পক্ষৰ লগত 5 যোগ কৰা হৈছে

অৰ্থাৎ $x = 15$ (ii) নং সমীকৰণটোৰ সমাধান।

আমি আন এটা সমীকৰণৰ সমাধান প্ৰক্ৰিয়াটো বুজি লওঁ আহা—

$$(iii) \quad 6x = 24$$

সমীকৰণটো সমাধানৰ উদ্দেশ্য হ'ল আমি x ৰ মান উলিওৱা, নহয় জানো? গতিকে বাওঁপক্ষত অকল ' x ' থাকিব লাগিলে আমি বাওঁপক্ষক 6 ৰে হৰণ কৰিব লাগিব আৰু সমতাটোৰ সমতুল্যতা বজাই ৰাখিবৰ বাবে সোঁপক্ষকো 6 ৰে হৰণ কৰিব লাগিব।

$$6x = 24$$

$$\Rightarrow \frac{6x}{6} = \frac{24}{6}$$

$$\therefore x = 4$$

অৰ্থাৎ $x = 4$ (iii নং) সমীকৰণটোৰ সমাধান।

(সমীকৰণটোৰ গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়াটো হ'ল দুয়োপক্ষক 6 ৰে হৰণ কৰা)

আন এটা সমীকৰণ লওঁ—

$$(iv) \quad \frac{x}{5} = 4$$

এই সমীকৰণটোত বাওঁপক্ষত ' x ' থাকিবলৈ আমি 5 ৰে পূৰণ কৰিব লাগিব আৰু সমীকৰণটোৰ সমতুল্যতা বজাই ৰাখিবৰ বাবে সোঁপক্ষকো 5 ৰে পূৰণ কৰিব লাগিব।

$$\therefore \frac{x}{5} \times 5 = 4 \times 5$$

$$\Rightarrow x = 20$$

$\therefore x = 20$ হৈছে (iv নং) সমীকৰণটোৰ সমাধান

(গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়াটো হ'ল দুয়োপক্ষক 5 ৰে পূৰণ কৰা)

(iii) নং আৰু (iv) নং সমীকৰণ দুটাৰ সমাধান শুদ্ধ হৈছে নে নাই নিশ্চিত হ'বৰ বাবে (iii) নং সমীকৰণত $x = 4$ বহুৱাই আৰু (iv) নং সমীকৰণত $x = 20$ বহুৱাই পৰীক্ষা কৰি চাব লাগিব।

ওপৰৰ উদাহৰণবোৰত লক্ষ্য কৰিছা যে সমীকৰণ সমাধান কৰা অৰ্থাৎ চলকৰ মান পৃথকভাৱে উলিয়াই অনাৰ বাবে সমীকৰণৰ সমতুল্যতা বজাই ৰাখিব পৰাকৈ গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়া ব্যৱহাৰ কৰিব লাগিব। ওপৰৰ উদাহৰণবোৰত সমীকৰণবোৰ সমাধান কৰাত আমি এটা গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়া ব্যৱহাৰ কৰিছোঁ, কেতিয়াবা এটাতকৈ বেছি গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়া ব্যৱহাৰ কৰিবলগীয়া হ'ব পাৰে, তলৰ উদাহৰণকেইটা চাই লওঁ আহা।

উদাহৰণ 1:

সমাধান কৰা (a) $3x + 5 = 41$

(b) $5x - 7 = 8$

সমাধান : (a) $3x + 5 = 41$

স্তৰ 1 : বাওঁপক্ষত কেৱল $3x$ ৰাখিবলৈ সমীকৰণটোৰ উভয়পক্ষৰ পৰা 5 বিয়োগ কৰিলে আমি পাম—

$$3x + 5 - 5 = 41 - 5$$

$$\text{বা } 3x = 36$$

স্তৰ 2 : এতিয়া বাঁওপক্ষত অকল 'x' থাকিব লাগিলে বাওঁপক্ষক 3 ৰে হৰণ কৰিব লাগিব, আৰু সমতুল্যতা বজাই ৰাখিবলৈ সোঁপক্ষকো 3 ৰে হৰণ কৰিব লাগিব।

গতিকে, দুয়োপক্ষকে 3 ৰে হৰণ কৰি

$$\frac{3x}{3} = \frac{36}{3}$$

$$\text{বা } x = 12, \text{ ই (a) নং সমীকৰণটোৰ সমাধান}$$

[সমীকৰণটোৰ সমাধান শুদ্ধ হৈছে নাই নিশ্চিত হ'বৰ বাবে $x = 12$ (a) নং সমীকৰণত বহুৱাই চাওঁ,
বাওঁপক্ষ $= 3 \times 12 + 5 = 41$ যিটো সোঁপক্ষৰ সমান। এইদৰে সমীকৰণটোৰ সমাধানৰ শুদ্ধতা পৰীক্ষা কৰা হ'ল]

(b) $5x - 7 = 8$

স্তৰ 1 : বাওঁপক্ষত $5x$ কৰিবৰ বাবে আমি দুয়োপক্ষৰ লগত 7 যোগ কৰিম

$$5x - 7 = 8$$

$$\Rightarrow 5x - 7 + 7 = 8 + 7$$

$$\Rightarrow 5x = 15$$

স্তৰ 2 : এতিয়া দুয়োপক্ষক 5 ৰে হৰণ কৰিম (কাৰণ '5x'ক 5 ৰে হৰণ কৰিলে x পোৱা যাব)

$$\begin{aligned} 5x &= 15 \\ \Rightarrow \frac{5x}{5} &= \frac{15}{5} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = 3 \text{ এইটোৱেই নিৰ্ণেয় সমাধান}$$

[সমাধানটো শুদ্ধ হৈছে নে নাই পৰীক্ষা কৰি চোৱা]

অনুশীলনী - 4.2

1. চলকটো পৃথক কৰোঁতে ব্যৱহাৰ কৰা প্ৰথম স্তৰটো লিখা আৰু সমীকৰণটো সমাধান কৰা।

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad x + 5 &= 12 & \text{(ii)} \quad x - 7 &= 0 & \text{(iii)} \quad y - 3 &= 6 & \text{(iv)} \quad z + 6 &= -5 \\ \text{(v)} \quad 3x &= 42 & \text{(vi)} \quad \frac{x}{5} &= 6 & \text{(vii)} \quad 12x &= -36 & \text{(viii)} \quad \frac{x}{4} &= \frac{3}{5} \\ \text{(ix)} \quad 7x &= 35 & \text{(x)} \quad \frac{p}{4} &= 3 \end{aligned}$$

2. চলকটো পৃথক কৰিবলৈ ব্যৱহাৰ কৰিবলগীয়া স্তৰবোৰ লিখা আৰু সমীকৰণটো সমাধান কৰা।

$$\text{(i)} \quad 4x + 5 = 45 \quad \text{(ii)} \quad 3x - 7 = 11 \quad \text{(iii)} \quad \frac{2x}{3} + 5 = 7 \quad \text{(iv)} \quad \frac{4y}{3} - 7 = 5$$

3. তলৰ সমীকৰণবোৰ সমাধান কৰা।

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad 4x &= 64 & \text{(ii)} \quad 4x + 7 &= 15 & \text{(iii)} \quad \frac{y}{4} &= 6 & \text{(iv)} \quad 3y &= 60 \\ \text{(v)} \quad 6p + 7 &= 37 & \text{(vi)} \quad 7p - 9 &= 5 & \text{(vii)} \quad 5x - 7 &= 8 & \text{(viii)} \quad \frac{x}{5} + 2 &= 3 \\ \text{(ix)} \quad \frac{q}{3} - 1 &= 2 & \text{(x)} \quad 3x + 11 &= 50 & \text{(xi)} \quad 4x + 10 &= 26 & \text{(xii)} \quad \frac{x}{3} + 4 &= 6 \\ \text{(xiii)} \quad \frac{p}{3} + 5 &= 12 & \text{(xiv)} \quad \frac{q}{2} + 4 &= 7 & \text{(xv)} \quad 2(x + 3) &= x + 7 \end{aligned}$$

4.4 পক্ষান্তৰ কৰি সমীকৰণ সমাধান (Solving Equations by Transposing) :

ইতিমধ্যে আগৰ আলোচনাত সমীকৰণ এটা সমাধান কৰোঁতে, সমীকৰণৰ উভয়পক্ষত একে সংখ্যা যোগ বা বিয়োগ কৰা হৈছে। চোৱা $x + 7 = 5$ সমীকৰণটো সমাধান কৰোঁতে আমি দুয়োপক্ষৰ পৰা 7 বিয়োগ কৰোঁ অৰ্থাৎ

$$\begin{aligned} x + 7 &= 5 & \rightarrow \text{(i)} \\ x + 7 - 7 &= 5 - 7 & \text{(দুয়োফালে 7 বিয়োগ কৰি)} \\ \Rightarrow x + 0 &= 5 - 7 \\ \Rightarrow x &= 5 - 7 \\ \Rightarrow x &= -2 \end{aligned}$$

অন্য দুটা উদাহৰণ লওঁ আহা—

উদাহৰণ 1 : (i) $x + 7 = 12$

$$\Rightarrow x + 7 - 7 = 12 - 7$$

$$\Rightarrow x = 5$$

পক্ষান্তৰ কৰি

$$x + 7 = 12$$

$$\Rightarrow x = 12 - 7$$

$$\Rightarrow x = 5$$

(+7 বাওঁপক্ষৰ পৰা সোঁপক্ষলৈ
পক্ষান্তৰ কৰিলে -7 হয়)

(ii) $4p - 11 = 5$

$$\Rightarrow 4p - 11 + 11 = 5 + 11$$

$$\Rightarrow 4p = 16$$

$$\Rightarrow \frac{4p}{4} = \frac{16}{4} \Rightarrow p = 4$$

পক্ষান্তৰ কৰি

$$4p - 11 = 5$$

$$\Rightarrow 4p = 5 + 11$$

$$\Rightarrow 4p = 16$$

$$\Rightarrow \frac{4p}{4} = \frac{16}{4} \Rightarrow p = 4$$

(- 11 ক বাওঁপক্ষৰ পৰা
সোঁপক্ষলৈ পক্ষান্তৰ কৰিলে
+11 হয়)

উদাহৰণ 2 :

সমাধান : (i) $3x + 5 = x + 29$

(ii) $\frac{y}{3} - 2 = 5$

(iii) $4(x - 4) = 32$

(i) $3x + 5 = x + 29$

$$\Rightarrow 3x - x = 29 - 5 \text{ (5 ক সোঁপক্ষলৈ আৰু 'x'ক বাওঁপক্ষ হ'ল পক্ষান্তৰ কৰি)}$$

$$\Rightarrow 2x = 24$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{24}{2} \text{ [দুয়োপক্ষক 2ৰে হৰণ কৰি]}$$

$$\Rightarrow x = 12$$

নিৰ্ণেয় সমাধান $x = 12$

(ii) $\frac{y}{3} - 2 = 5$

$$\Rightarrow \frac{y}{3} = 5 + 2$$

$$\Rightarrow \frac{y}{3} = 7$$

$$\Rightarrow \frac{y}{3} \times 3 = 7 \times 3$$

$$\Rightarrow y = 21$$

নিৰ্ণেয় সমাধান $y = 21$

(iii) $4(x - 4) = 32$

$$\Rightarrow x - 4 = \frac{32}{4} \text{ [দুয়োপক্ষক 4ৰে হৰণ কৰি]}$$

$$\Rightarrow x - 4 = 8$$

$$\Rightarrow x = 8 + 4 = 12$$

নিৰ্ণেয় সমাধান $x = 12$

উদাহৰণ 3 : এটা সংখ্যাৰ একচতুৰ্থাংশ আৰু 5 ৰ সমষ্টি 6। সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : ধৰা হ'ল সংখ্যাটো x

প্ৰশ্নমতে সংখ্যাটোৰ এক চতুৰ্থাংশ $\frac{x}{4}$ আৰু 5 ৰ সমষ্টি 6

$$\therefore \frac{x}{4} + 5 = 6$$

$$\Rightarrow \frac{x}{4} = 6 - 5 \quad [5\text{ক সোঁপক্ষলৈ পক্ষান্তৰ কৰি}]$$

$$\Rightarrow \frac{x}{4} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{4} \times 4 = 1 \times 4 \quad [\text{দুয়োপক্ষক 4 ৰে পূৰণ কৰি}]$$

$$\Rightarrow x = 4$$

নিৰ্ণয়ে সংখ্যাটো হ'ল 4

উদাহৰণ 4 : এটা সংখ্যাৰ 3 গুণৰ লগত 4 যোগ কৰিলে যোগফল 10 হয় সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : ধৰা হ'ল সংখ্যাটো x

গতিকে, সংখ্যাটো x ৰ তিনিগুণ $3x$, $3x$ ৰ লগত 4 যোগ কৰিলে $(3x + 4)$; 10 ৰ সমান হয়।

$$\therefore 3x + 4 = 10$$

$$\Rightarrow 3x = 10 - 4 \quad [4\text{ক সোঁপক্ষলৈ পক্ষান্তৰ কৰি}]$$

$$\Rightarrow 3x = 6$$

$$\Rightarrow x = 2 \quad [\text{দুয়োপক্ষক 3 ৰে হৰণ কৰি}]$$

$\therefore$ নিৰ্ণয়ে সংখ্যাটো 2

উদাহৰণ 5 : বমেনৰ দেউতাকে প্ৰতি কি গ্ৰা আলু 20 টকা দৰত আৰু প্ৰতি কি গ্ৰা পিয়াঁজ 30 টকা দৰত কিনিলে। তেওঁ আলুতকৈ পিয়াঁজ 1 কি গ্ৰা কমকৈ কিনিলে। যদি আলু আৰু পিয়াঁজৰ মুঠ কিনা দাম 70 টকা হয়। তেন্তে বমেনৰ দেউতাকে কিনা আলু আৰু পিয়াঁজৰ পৰিমাণ উলিওৱা?

সমাধান : ধৰা হ'ল বমেনৰ দেউতাকে x কি গ্ৰা আলু কিনিছিল

গতিকে তেওঁ কিনা পিয়াঁজৰ পৰিমাণ $= (x - 1)$ কি গ্ৰা

মুঠ আলুৰ দাম $= 20x$ টকা

পিয়াঁজৰ দাম $= 30(x - 1)$ টকা

মুঠ দাম $= 20x + 30(x - 1)$ টকা

প্ৰশ্নমতে বমেনৰ দেউতাকে 70 টকা বিক্ৰেতাক দিলে

$$\text{সেয়ে } 20x + 30(x - 1) = 70$$

$$\Rightarrow 20x + 30x - 30 = 70$$

$$\Rightarrow 50x = 70 + 30$$

$$\Rightarrow 50x = 100$$

$$\Rightarrow x = \frac{100}{50} = 2$$

$\therefore$ বমেনৰ দেউতাকে কিনা আলুৰ পৰিমাণ 2 কি গ্ৰা আৰু পিয়াঁজৰ পৰিমাণ 1 কি গ্ৰা

উদাহৰণ 6 : ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণৰ মাপ ক্ৰমে তৃতীয় কোণটোৰ দুগুণ আৰু তিনিগুণ। কোণ তিনিটাৰ মাপ নিৰ্ণয় কৰা। (ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণৰ সমষ্টি 180°)

সমাধান : ধৰা হ'ল এটা কোণ $= x$
গতিকে আন দুটা কোণ, $2x$ আৰু $3x$

প্ৰশ্নমতে $x + 2x + 3x = 180^\circ$ (ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণৰ সমষ্টি 180°)

$$\Rightarrow 6x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{180^\circ}{6}$$

$$\Rightarrow x = 30^\circ$$

$\therefore$ প্ৰথম কোণৰ মাপ $= 30^\circ$

দ্বিতীয় কোণৰ মাপ $= 2 \times 30^\circ = 60^\circ$

তৃতীয়টো কোণৰ মাপ $= 3 \times 30^\circ = 90^\circ$

উদাহৰণ 7 : এটা বৰ্গৰ পৰিসীমা 32 চে মি হ'লে, বৰ্গটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : ধৰা হ'ল বৰ্গটোৰ বাহুৰ দীঘ $= a$ চে মি

প্ৰশ্নমতে বৰ্গৰ পৰিসীমা $= 32$

$$\text{বা } 4a = 32$$

$$\text{বা } a = 8 \text{ (দুয়োফাল 4 ৰে হৰণ কৰি)}$$

$\therefore$ বাহুৰ দীঘ $= 8$ চে মি

বৰ্গৰ কালি $= 64$ বৰ্গ চে মি

অনুশীলনী - 4.3

1. তলত দিয়া সংখ্যাবোৰৰ বাবে সমীকৰণ গঠন কৰা আৰু সমীকৰণ সমাধান কৰি সংখ্যাবোৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(i) এটা সংখ্যাৰ 5 গুণৰ পৰা 7 বিয়োগ কৰিলে বিয়োগফল 8 হয়।

(ii) এটা সংখ্যাৰ এক তৃতীয়াংশ 5তকৈ 2 বেছি।

(iii) 10 পাবলৈ এটা সংখ্যাৰ 3 গুণৰ লগত 4 যোগ কৰা।

(iv) জহিৰুলে এটা সংখ্যাৰ লগত 6 যোগ কৰি, যোগফলক 3ৰে হৰণ কৰিলে 4 পায়।

- (v) এটা সংখ্যাৰ দুই-তৃতীয়াংশৰ পৰা 4 বিয়োগ কৰিলে 7 পোৱা যায়।
- (vi) এটা সংখ্যাৰ 6 গুণ 24 ৰ সমান।
- (vii) এটা সংখ্যাৰ এক-চতুৰ্থাংশৰ লগত 5 যোগ কৰিলে 6 পোৱা যায়।
- (viii) এটা সংখ্যাৰ তিনি-চতুৰ্থাংশ 12 ৰ সমান
2. অমল, ৰমেন আৰু অনুপৰ পকেটত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যা এনে ধৰণৰ— ৰমেনৰ দুয়ো পকেটত মিলি থকা মাৰ্বল অমলৰ পকেটত থকা মাৰ্বলৰ দুগুণ। অনুপৰ পকেটত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যা 11। তেওঁলোকৰ তিনিওজনৰ লগত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যা 50 টা হ'লে, ৰমেন আৰু অনুপৰ লগত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যা কিমান?
 3. এটা ভগ্নাংশৰ হৰ লবতকৈ 4 বেছি। যদি ল'ব আৰু হৰৰ সৈতে 1 যোগ কৰা হয় তেন্তে ভগ্নাংশটোৰ মান $\frac{1}{2}$ হয়। ভগ্নাংশটো উলিওৱা।
 4. এটি আয়তৰ দৈৰ্ঘ্য, প্ৰস্থতকৈ 5 চে মি বেছি। আয়তটোৰ পৰিসীমা 26 চে মি হ'লে আয়তটোৰ কালি উলিওৱা।
 5. আৰিফুলৰ মাকৰ বয়স, আৰিফুলৰ ভণ্টী ৰেহানাৰ বয়সৰ 4 গুণ। ৰেহানা আৰিফুলতকৈ 4 বছৰৰ সৰু। ৰেহানাৰ মাকৰ বয়স 32 বছৰ হ'লে আৰিফুল আৰু ৰেহানাৰ বয়স কিমান?
 6. অনুপম, ৰাছল আৰু জাহিৰুলৰ বয়সৰ সমষ্টি 22 বছৰ। অনুপম ৰাছলতকৈ 1 বছৰৰ সৰু। জাহিৰুল ৰাছলতকৈ 2 বছৰৰ ডাঙৰ হ'লে তেওঁলোকৰ বয়স নিৰ্ণয় কৰা।
 7. অঞ্জনৰ ককাকৰ বয়স অঞ্জনৰ বয়সৰ 7 গুণতকৈ 2 বছৰ বেছি। অঞ্জনৰ ককাকৰ বয়স 72 বছৰ হ'লে অঞ্জনৰ বয়স নিৰ্ণয় কৰা।
 8. ৰবীন, নৰেন, শ্ৰেয়া, অনুভৱ, ইৰফান আৰু পাৰুমাই গণিতৰ পৰীক্ষাত পোৱা নম্বৰ এনে ধৰণৰ— শ্ৰেয়াই পোৱা নম্বৰ নৰেনৰ দুগুণ, অনুভৱে শ্ৰেয়াতকৈ 5 নম্বৰ কম পাইছে, ইৰফান আৰু নৰেনৰ নম্বৰৰ যোগফল 105, ৰবীনে পাৰুমাতকৈ 5 নম্বৰ কম পাইছে আৰু পাৰুমাই ইৰফানতকৈ 15 নম্বৰ বেছি পাইছে। তেওঁলোকে পোৱা নম্বৰৰ সমষ্টি 435 হ'লে প্ৰতিজনে পোৱা নম্বৰ নিৰ্ণয় কৰা।
 9. তিনিটা ক্ৰমিক অযুগ্ম সংখ্যাৰ যোগফল 75 হ'লে, সংখ্যা তিনিটা নিৰ্ণয় কৰা।
 10. দুটা ক্ৰমিক যুগ্ম সংখ্যাৰ যোগফল 38 হ'লে সংখ্যা দুটা নিৰ্ণয় কৰা।
 11. দুই অংকীয়া সংখ্যা এটাৰ দহকৰ ঘৰৰ অংকটো এককৰ ঘৰৰ অংকৰ 3 গুণ। সংখ্যাটোৰ অংক দুটাৰ স্থান সালসলনি কৰি পোৱা নতুন সংখ্যা আৰু মূল সংখ্যাটোৰ সমষ্টি 88 হ'লে, মূল সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰা।
 12. তিনিটা ক্ৰমিক সংখ্যাৰ যোগফল 48 হ'লে সংখ্যা তিনিটা নিৰ্ণয় কৰা।
 13. দুটা সংখ্যাৰ যোগফল 40। এটা সংখ্যা আনটোতকৈ 10 বেছি, সংখ্যা দুটা নিৰ্ণয় কৰা।
 14. দুটা সংখ্যাৰ অনুপাত 8 : 3। সংখ্যা দুটাৰ বিয়োগফল 60 হ'লে সংখ্যা দুটা নিৰ্ণয় কৰা।

15. এটা আয়তৰ দীঘ, প্ৰস্থ 2 গুণ। আয়তটোৰ পৰিসীমা 72 হ'লে আয়তটোৰ দীঘ আৰু প্ৰস্থ উলিওৱা।
16. অজয়, বিজয়তকৈ 5 বছৰৰ সৰু। 4 বছৰ পিছত বিজয়ৰ বয়স অজয়ৰ দুগুণ হ'লে, তেওঁলোকৰ বৰ্তমান বয়স কিমান?
17. ৰমেনৰ দেউতাকৰ বয়স, ৰমেনৰ বয়সৰ 4 গুণ। 5 বছৰ পিছত ৰমেনৰ দেউতাকৰ বয়স ৰমেনৰ বয়সৰ 3 গুণ হ'লে তেওঁলোকৰ বৰ্তমান বয়স কিমান?
18. দুখন মেজ আৰু তিনিখন চকীৰ মুঠ দাম 705 টকা, এখন মেজৰ দাম চকীৰ দামতকৈ 40 টকা বেছি হ'লে মেজ আৰু চকীৰ দাম নিৰ্ণয় কৰা।
19. দুটা পূৰক কোণৰ মাপৰ পাৰ্থক্য 12° হ'লে কোণ দুটা নিৰ্ণয় কৰা।

আমি কি শিকিলোঁ

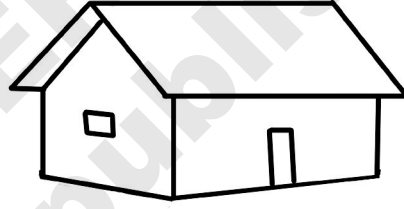
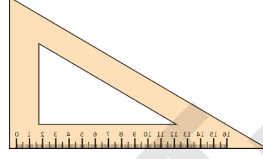
1. সমীকৰণ হ'ল চলকৰ ওপৰত এটা চৰ্ত সাপেক্ষে গঠিত দুটা সমান ৰাশি। সমান ($=$) চিনৰ বাওঁফালে থকা ৰাশিটো বাওঁপক্ষ আৰু সোঁফালে থকা ৰাশিটো সোঁপক্ষ। চলক থকা সমতাকেই আমি সমীকৰণ বুলি ক'ব পাৰোঁ।
2. সমীকৰণটোক সিদ্ধ কৰা চলকৰ মানটোক সমীকৰণৰ সমাধান (Solution of the Equation) বুলি কোৱা হয়।
3. সমীকৰণ সমাধানৰ ক্ষেত্ৰত আমি সম্পন্ন কৰা গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়াবোৰ
 - (i) দুয়োপক্ষৰ লগত একে সংখ্যা যোগ কৰা
 - (ii) দুয়োপক্ষৰ পৰা একে সংখ্যা বিয়োগ কৰা
 - (iii) দুয়োপক্ষক একে অশূন্য সংখ্যাৰে পূৰণ কৰা
 - (iv) দুয়োপক্ষক একে অশূন্য সংখ্যাৰে হৰণ কৰাএনে প্ৰক্ৰিয়াত সমীকৰণৰ সমতুল্যত্বত ব্যাঘাত নহয় অৰ্থাৎ দুয়োপক্ষৰ মান সমান থাকে। এই গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়া এনেদৰে সম্পন্ন কৰা হয় যাতে কোনো এটা পক্ষত মাত্ৰ চলকটো থাকে। শেষৰ স্তৰটোৱেই সমীকৰণৰ সমাধান।
4. পক্ষান্তৰ কৰিও অৰ্থাৎ এটা পক্ষক আন পক্ষলৈ নি আমি সমীকৰণ সমাধান কৰিব পাৰোঁ। সংখ্যা/ চলকৰ পক্ষান্তৰ কৰোঁতো সংখ্যা/ চলকটোৰ 'চিন' সলনি কৰোঁ।
5. বাস্তৱ পৰিস্থিতিৰ বিভিন্ন সমস্যাৰ সমীকৰণ গঠন কৰাৰ লগতে গাণিতিক প্ৰক্ৰিয়াৰে সমীকৰণৰ সমাধান কৰি সমস্যাটোৰ সমাধান পাব পাৰি।

অধ্যায়- 5 ৰেখা আৰু কোণ (Lines and Angles)



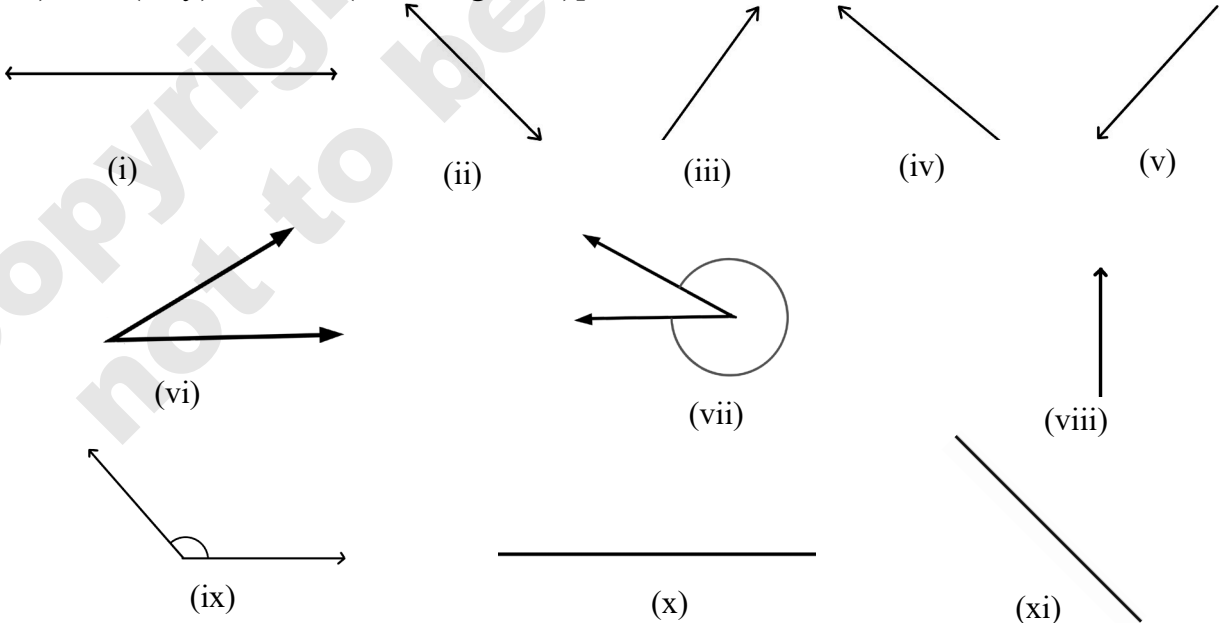
5.1 তোমালোকে ইতিমধ্যে আগৰ শ্ৰেণীত কোণৰ ধাৰণা পাই আহিছা। এতিয়া তলৰ চিত্ৰবোৰ মন কৰা, চিত্ৰবোৰত দেখা কোণবোৰ [সমকোণ (Right Angle), সূক্ষ্মকোণ (Acute Angle), স্থূলকোণ (Obtuse Angle)] চিনাক্ত কৰা।

V W N



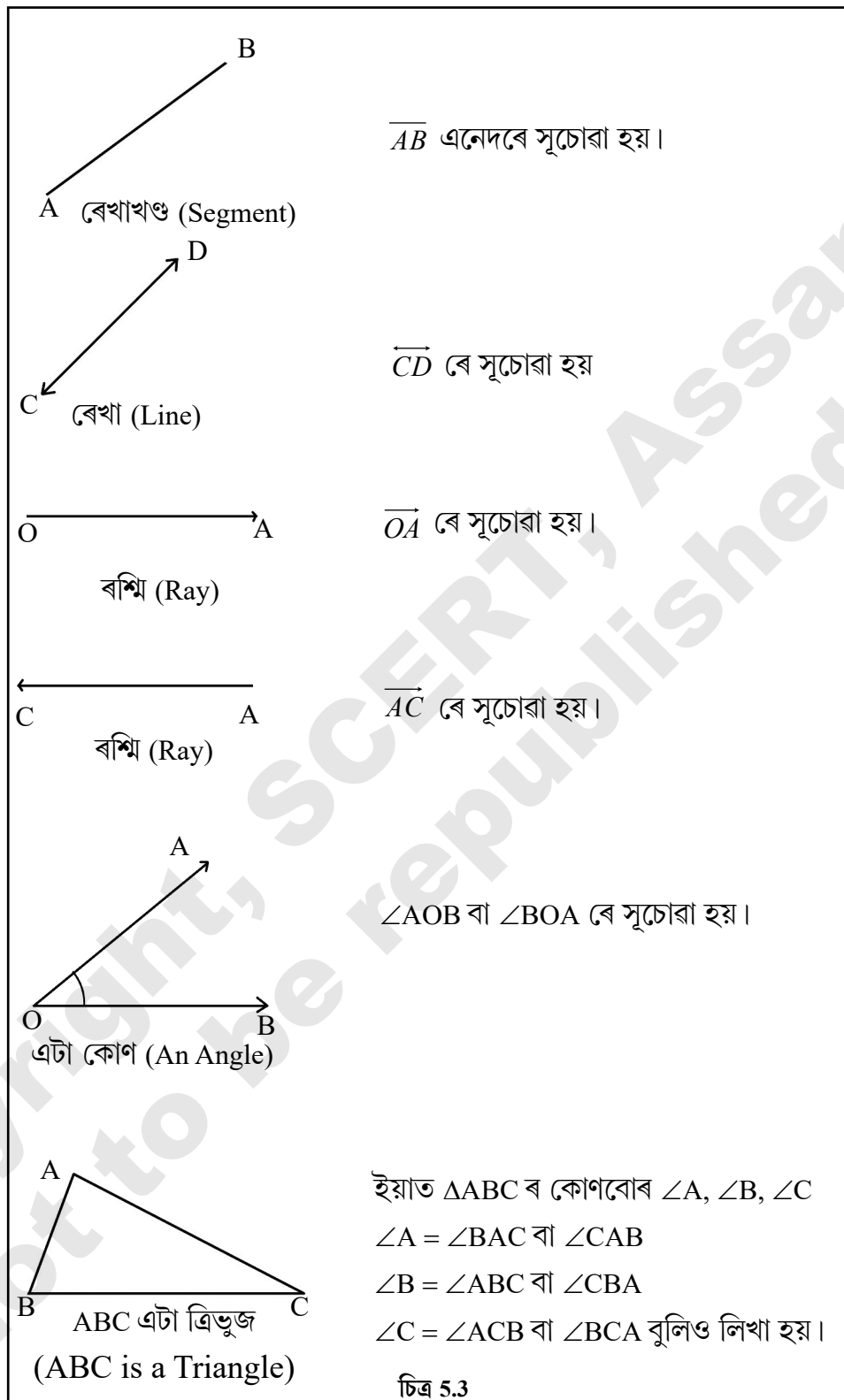
চিত্ৰ 5.1

চিত্ৰবোৰ (চিত্ৰ- 5.2) চাই নামকৰণ কৰা [সমকোণ, সূক্ষ্মকোণ, স্থূলকোণ, প্ৰবৃত্তকোণ (Reflex Angle), ৰেখা (Line), ৰশ্মি (Ray), ৰেখাখণ্ড (Line Segment)]



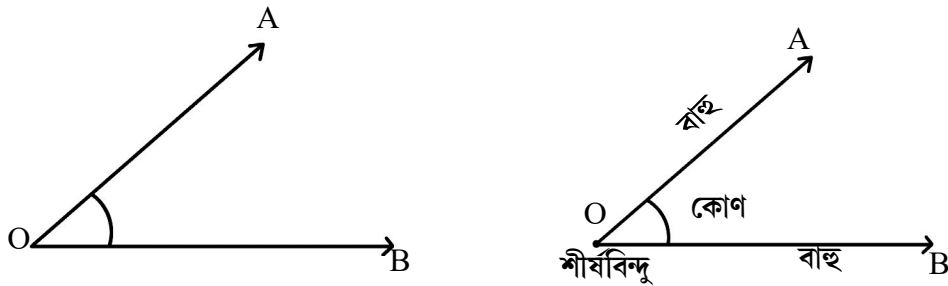
চিত্ৰ 5.2

মন কৰিবা —



5.2.1 কোণ (Angle) :

চিত্ৰ 5.4 ৰ দুটালৈ মন কৰা। ইয়াত 'O' এটা বিন্দু। 'O' ৰ পৰা দুটা ৰশ্মি $\overrightarrow{OA}$ আৰু $\overrightarrow{OB}$ ৰ উৎপত্তি হৈছে। AOB এটা কোণৰ উদাহৰণ, 'O' ইয়াৰ শীৰ্ষবিন্দু।



চিত্ৰ 5.4

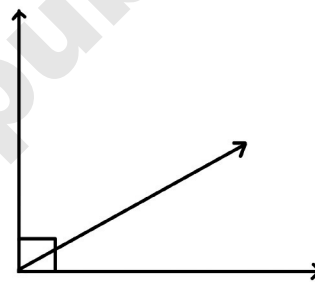
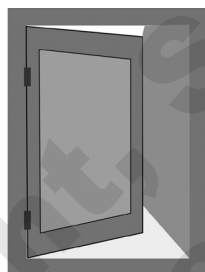
5.2.2 এটা কোণৰ বিভিন্ন অংশ (Different parts of an Angle):

বাহু (Arms): কোণ সৃষ্টি কৰা ৰশ্মি দুটাক কোণটোৰ বাহু বোলে। ওপৰৰ চিত্ৰত $\angle AOB$ ৰ $\overrightarrow{OA}$ আৰু $\overrightarrow{OB}$ ক বাহু বুলি কোৱা হয়। কোণ লিখাৰ ক্ষেত্ৰত শীৰ্ষ বিন্দুটো মাজত লিখিবা যেনে $\angle AOB$ বা $\angle BOA$ ।

শীৰ্ষবিন্দু (Vertex): দুটা ৰশ্মিয়ে যিটো সাধাৰণ প্ৰান্তবিন্দুত মিলিত হৈ কোণ গঠন কৰে সেই সাধাৰণ বিন্দুটোৱে কোণটোৰ শীৰ্ষবিন্দু। চিত্ৰ 5.4 ৰ $\angle AOB$ ত O হ'ল শীৰ্ষবিন্দু।

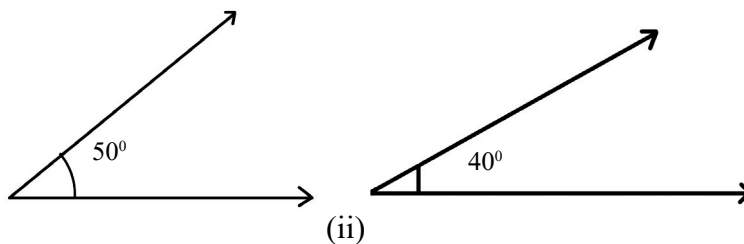
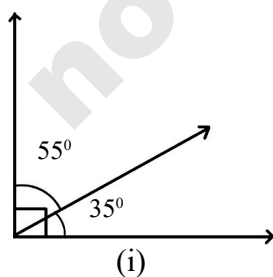
5.3 সম্পৰ্কিত কোণ (Related Angles):

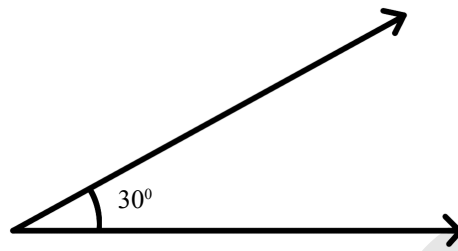
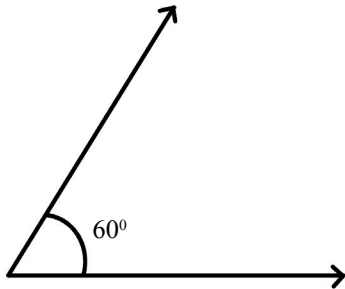
5.3.1 পূৰক কোণ (Complementary Angles)



চিত্ৰ 5.5

মন কৰিবা : কোঠা এটাৰ চুকত থকা দুৱাৰ এখন খোলাৰ লগে লগে দুৱাৰখনে দুটা কোণৰ সৃষ্টি কৰে। কোণ দুটাৰ যোগফল সদায় এক সমকোণৰ সমান হয়। এনেদৰে যেতিয়া দুটা কোণৰ যোগফল 90° হয় অৰ্থাৎ এক সমকোণ হয় তেতিয়া কোণ দুটাৰ এটাক আনটোৰ পূৰক কোণ বুলি কোৱা হয়। তলত কেইটামান উদাহৰণ দেখুওৱা হ'ল —





(iii)

চিত্ৰ 5.6

চিত্ৰ (i), (ii) আৰু (iii) ত থকা কোণ কেইযোৰ পূৰক কোণ।

উদাহৰণ 1 : এটা কোণ তাৰ পূৰক কোণৰ সমান। কোণটোৰ জোখ কিমান?

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{ধৰা হ'ল, কোণটো} &= x \\ \text{গতিকে,} &x + x = 90 \\ \text{বা} &2x = 90 \\ \text{বা} &x = \left(\frac{90}{2}\right) = 45 \\ \therefore \text{নিৰ্ণেয় কোণ} &= 45^\circ \end{aligned}$$

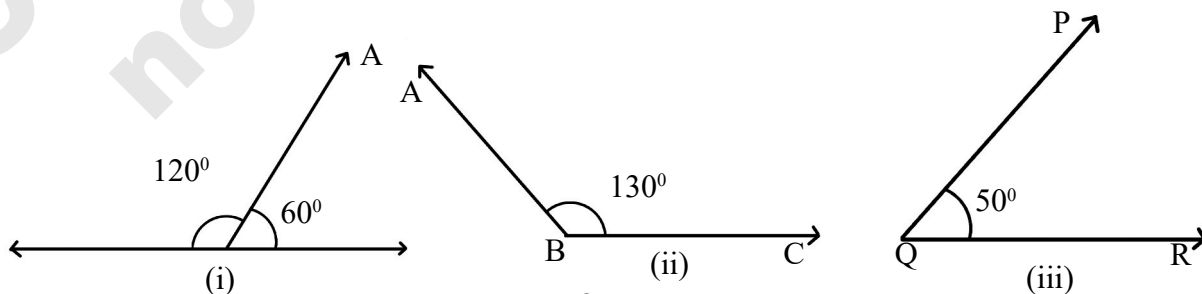
উদাহৰণ 2 : এটা কোণৰ মাপ তাৰ পূৰক কোণৰ দুগুণ। কোণটোৰ জোখ কিমান?

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{ধৰা হ'ল, নিৰ্ণয় কৰিবলগীয়া কোণ} &= x \\ x \text{ ৰ পূৰক কোণ} &= 90 - x \\ \text{প্ৰশ্নমতে} &x = 2(90 - x) \\ \text{বা} &x = 180 - 2x \\ \text{বা} &3x = 180 \\ \therefore \text{নিৰ্ণেয় কোণটো} &= 60^\circ \end{aligned}$$

5.3.2 সম্পূৰক কোণ (Supplementary Angles) :

যদি দুটা কোণৰ সমষ্টি 180° হয়, তেনেহ'লে কোণ দুটাৰ এটাক আনটোৰ সম্পূৰক কোণ বোলা হয়।



চিত্ৰ 5.7

উদাহৰণ 3 : এটা কোণৰ মাপ তাৰ সম্পূৰক কোণৰ মাপৰ সমান। কোণটোৰ মাপ কিমান?

সমাধান :

ধৰা হ'ল, কোণটো = x

$\therefore$ সম্পূৰক কোণটো হ'ব = $180 - x$

গতিকে, $x = 180 - x$

বা $x + x = 180$

বা $2x = 180$

বা $x = 180 \div 2$

$\therefore$ নিৰ্ণেয় কোণটোৰ মাপ = 90°

উদাহৰণ 2 : এটা কোণৰ মাপ তাৰ পূৰক কোণৰ দুগুণ। কোণটোৰ জোখ কিমান?

সমাধান :

ধৰা হ'ল, নিৰ্ণয় কৰিবলগীয়া কোণ = x

$\therefore x$ ৰ পূৰক কোণ = $180 - x$

প্রশ্নমতে $x = 2(180 - x)$

বা $2x + x = 360$

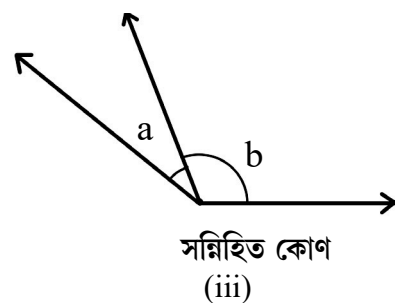
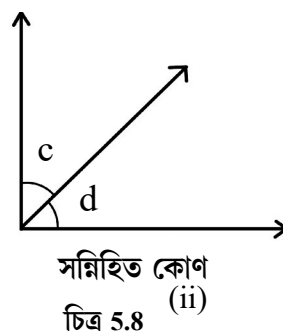
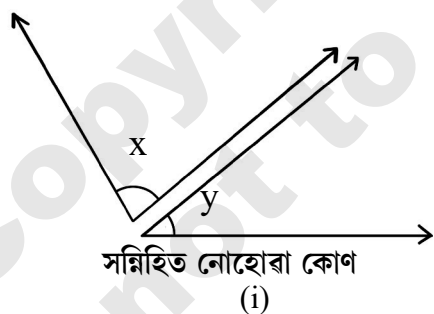
বা $3x = 360$

$\therefore$ নিৰ্ণেয় কোণটো = 120°

5.3.3 সন্নিহিত কোণ (Adjacent Angles) :

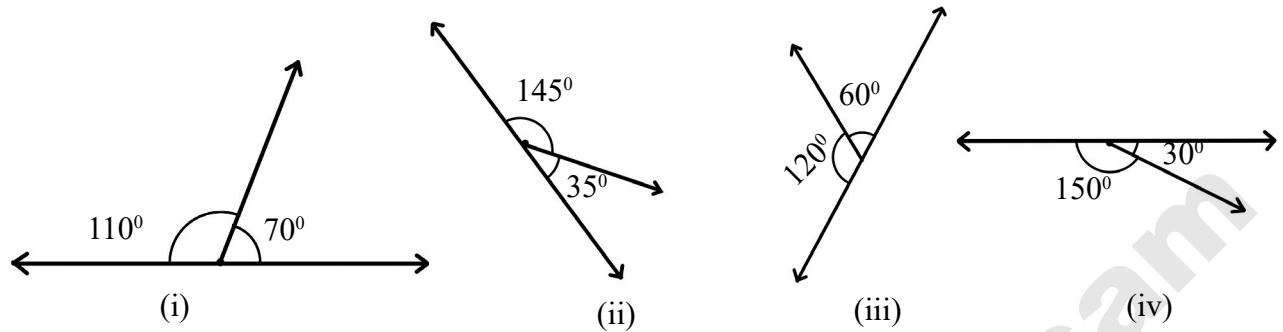
সন্নিহিত কোণ হ'ল নিচেই ওচৰা-ওচৰিকৈ থকা এযোৰ কোণ। এই কোণবোৰ এনেধৰণৰ যে—

- সিহঁতৰ এটা সাধাৰণ (বা উমৈহতীয়া) শীৰ্ষ বিন্দু (Common Vertex) থাকে।
- সিহঁতৰ এডাল সাধাৰণ ৰশ্মি (Common Ray) থাকে।



5.4 ৰৈখিক যুৰীয়া কোণ (Linear Pair of Angles):

ৰৈখিক যুৰীয়া কোণ হ'ল এযোৰ সন্নিহিত কোণ যাৰ সাধাৰণ বাহুটোৰ বাহিৰে বাকী বাহু দুটাই এডাল ৰেখাৰ সৃষ্টি কৰে অৰ্থাৎ সিহঁত এটা প্ৰান্ত বিন্দুৰ পৰা পৰস্পৰ বিপৰীতমুখী ৰশ্মি। মনত ৰাখিবা ৰৈখিক যোৰ কোণৰ সমষ্টি 180° ।



চিত্ৰ 5.9 (ৰৈখিক যুৰীয়া কোণ)

চিত্ৰ 5.9 ত দেখুওৱা যুৰীয়া কোণবোৰৰ ক্ষেত্ৰত, সিহঁত --

- সন্নিহিত, কিয়নো সিহঁতৰ সাধাৰণ ৰশ্মি এডাল আছে।
- সম্পূৰক, কিয়নো কোণযোৰৰ সমষ্টি 180°
- ৰৈখিক যুৰীয়া কোণ, কিয়নো কোণ দুটাৰ সমষ্টি 180° আৰু সাধাৰণ ৰশ্মিডালৰ বাহিৰে বাকী ৰশ্মি দুডালে ৰেখাৰ সৃষ্টি কৰিছে।

উদাহৰণ 5 : এযোৰ ৰৈখিক যুৰীয়া (Linear pair) কোণৰ এটা কোণ সমকোণ ; আনটো কোণৰ মান কিমান ?

সমাধান :

এযোৰ ৰৈখিক যুৰীয়া কোণৰ এটা কোণৰ মাপ 90°

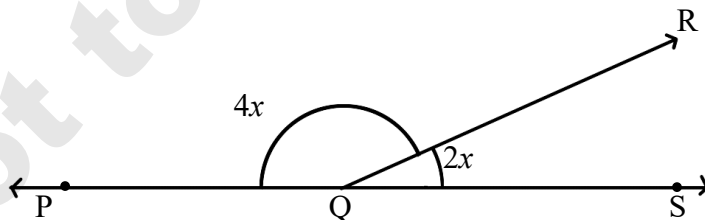
ধৰাহ'ল আনটো কোণৰ মাপ $= y$

$$\therefore 90 + y = 180$$

$$\text{বা } y = 180 - 90 \\ = 90^\circ$$

অৰ্থাৎ, এযোৰ ৰৈখিক যুৰীয়া কোণৰ এটা কোণ সমকোণ হ'লে আনটো কোণ $= 90^\circ$

উদাহৰণ 6 : $\angle PQR$ আৰু $\angle SQR$ ৰৈখিক যুৰীয়া কোণ। যদি $\angle PQR = 4x$ আৰু $\angle SQR = 2x$ তেন্তে x ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা লগতে কোণ দুটাৰ জোখ উলিওৱা।



চিত্ৰ 5.10

সমাধান :

যিহেতু $\angle PQR$ আৰু $\angle SQR$ ৰৈখিক যুৰীয়া কোণ

$$\therefore \angle PQR + \angle SQR = 180$$

$$\text{বা, } 4x + 2x = 180$$

$$\text{বা, } 6x = 180$$

$$\text{বা, } x = 180 \div 6$$

$$\text{বা, } x = 30$$

$$\therefore \angle PQR = 4x = (4 \times 30)^\circ = 120^\circ$$

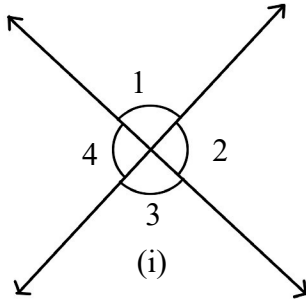
$$\therefore \angle SQR = 2x = (2 \times 30)^\circ = 60^\circ$$

5.5 বিপ্ৰতীপ কোণ (Vertically Opposite Angles) :

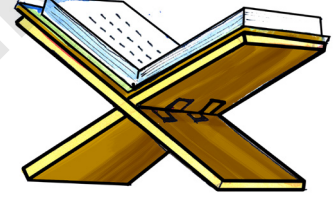
দুডাল ৰেখাই পৰস্পৰ কটাকটি কৰিলে ছেদবিন্দুত চাৰিটা কোণ উৎপন্ন হয়। সিহঁতৰ বিপৰীত কোণবোৰক বিপ্ৰতীপ কোণ বোলা হয়।

- $\angle 1$ আৰু $\angle 3$ এযোৰ বিপ্ৰতীপ কোণ।
- $\angle 2$ আৰু $\angle 4$ এযোৰ বিপ্ৰতীপ কোণ।
- বিপ্ৰতীপ কোণবোৰ সমান।

$$\text{অৰ্থাৎ } \angle 1 = \angle 3, \angle 2 = \angle 4$$



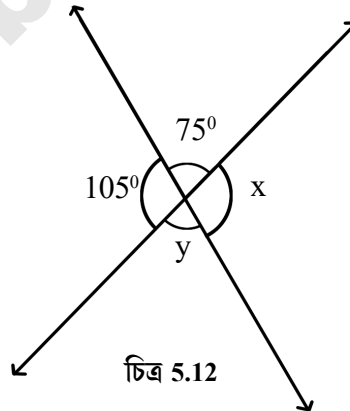
(ii) কেঁচীৰ চিত্ৰ



(iii) থগাৰ চিত্ৰ

পৰিৱেশত দেখা বস্তুত বিপ্ৰতীপ কোণৰ উদাহৰণ
চিত্ৰ 5.11

উদাহৰণ 7 : চিত্ৰ 5.12 ৰ পৰা $\angle x$ আৰু $\angle y$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।



চিত্ৰ 5.12

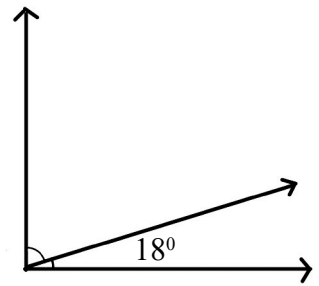
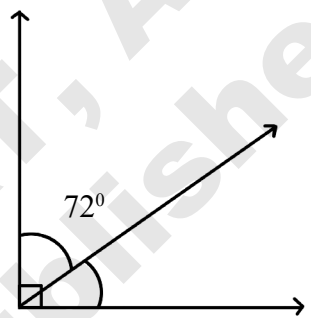
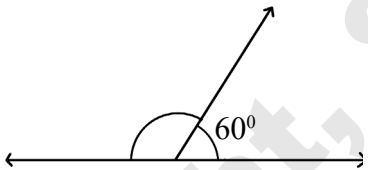
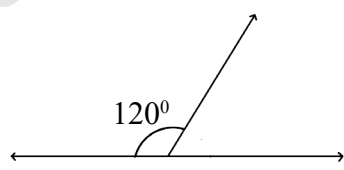
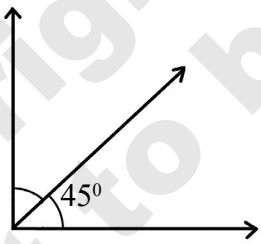
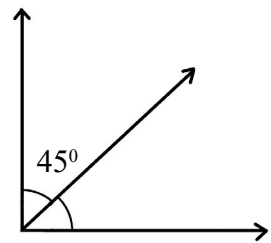
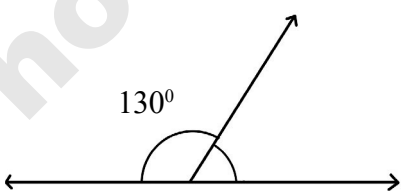
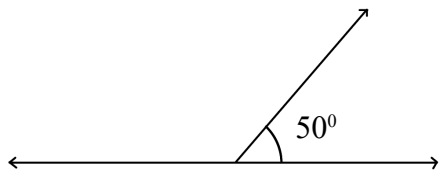
সমাধান : চিত্ৰ 5.12 ৰ পৰা

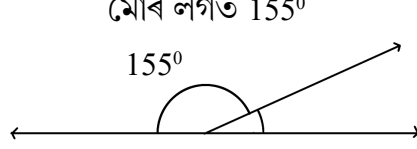
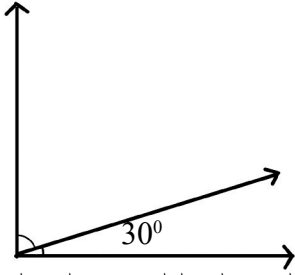
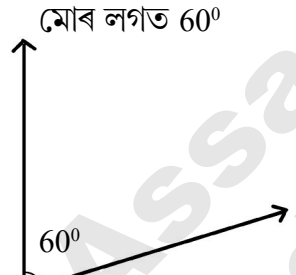
$$x = 105^\circ \text{ (বিপ্ৰতীপ কোণ)}$$

$$\text{একেদৰে, } y = 75^\circ \text{ (বিপ্ৰতীপ কোণ)}$$

কাৰ্য্যঃ কেইখনমান কাৰ্ডত বিভিন্ন জোখৰ কোণ আঁকি লোৱা। দুখন কাৰ্ডৰ কোণ পূৰক বা সম্পূৰক হ'ব। খেলটো খেলিবলৈ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ মাজত এখনকৈ কাৰ্ড ভগাই লোৱা।

এজন ছাত্ৰই কাৰ্ডখন দেখুৱাই ক'ব— মোৰ হাতত 0° কোণ (কাৰ্ডত থকা কোণৰ মান ক'ব) আছে। মোৰ পূৰক কোণ (বা সম্পূৰক কোণ) কোন হ'ব? আন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে নিজৰ নিজৰ কাৰ্ডত পূৰক বা সম্পূৰক কোণ বিচাৰিব। পূৰক বা সম্পূৰক যাৰ লগত থাকে তেওঁ থিয় হৈ ঘোষণা কৰিব মই তোমাৰ পূৰক (বা সম্পূৰক) কোণ। ইয়াৰ পাছত আন এজনে তেওঁৰ কাৰ্ডত থকা কোণৰ মাপৰ কথা ক'ব। ... এনেদৰে শেষলৈ খেলখন চলি থাকিব।

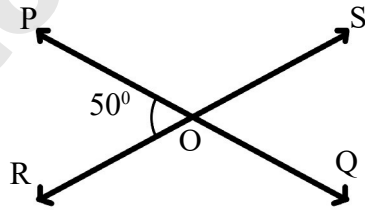
প্ৰথম খেলুৱৈ। খেল আৰম্ভ  মোৰ পূৰক কোণ কাৰ লগত?	মোৰ লগত 72° 
 মোৰ সম্পূৰক কোণ কাৰ লগত?	মোৰ লগত 120° 
 মোৰ পূৰক কোণ কাৰ লগত?	মোৰ লগত 45° 
 মোৰ সম্পূৰক কোণ কাৰ লগত?	মোৰ লগত 50° 

 মোৰ সম্পূৰক কোণ কাৰ লগত?	 মোৰ লগত 155°
 মোৰ পূৰক কোণ কাৰ লগত?	 মোৰ লগত 60°

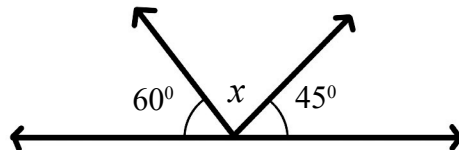
চিত্ৰ 5.13

অনুশীলনী-5.1

- তলত দিয়া কোণবোৰৰ পূৰক কোণৰ মাপ কিমান?
a) 45° b) 65° c) 41° d) 54°
- এযোৰ পূৰক কোণৰ মাপৰ পাৰ্থক্য 22° হ'লে কোণবোৰৰ মাপ নিৰ্ণয় কৰা।
- তলৰ কোণবোৰৰ প্ৰত্যেকৰে সম্পূৰক কোণৰ মাপবোৰ লিখা
a) 100° b) 90° c) 55° d) 125°
- এযোৰ সম্পূৰক কোণৰ ডাঙৰ কোণটোৰ মাপ সৰু কোণটোৰ মাপতকৈ 44° বেছি। কোণ দুটাৰ মাপ নিৰ্ণয় কৰা।
- PQ আৰু RS ৰেখা দুডালৰ ছেদবিন্দু O, যদি $\angle POR = 50^\circ$ তেন্তে বাকীবোৰ কোণৰ মাপ নিৰ্ণয় কৰা।

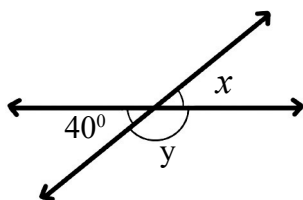


- চিত্ৰৰ পৰা x নিৰ্ণয় কৰা।

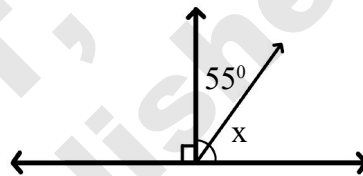


7. এটা কোণ নিৰ্ণয় কৰা যিটো তাৰ সম্পূৰক কোণৰ সমান।
8. এটা কোণৰ মাপ তাৰ পূৰক কোণৰ মাপতকৈ 24° বেছি। কোণটোৰ মাপ নিৰ্ণয় কৰা।
9. এটা কোণৰ মাপ তাৰ পূৰক কোণৰ মাপতকৈ 32° কম। কোণটোৰ মাপ নিৰ্ণয় কৰা।
10. এটা কোণ তাৰ পূৰক কোণৰ পাঁচগুণ। কোণটো নিৰ্ণয় কৰা।
11. এটা কোণ তাৰ সম্পূৰক কোণৰ পাঁচগুণ। কোণটোৰ মাপ নিৰ্ণয় কৰা।
12. দুটা সম্পূৰক কোণৰ অনুপাত $3:2$ হ'লে কোণ দুটা নিৰ্ণয় কৰা।
13. দুটা পূৰক কোণৰ অনুপাত $4:5$ হ'লে কোণ দুটা নিৰ্ণয় কৰা।
14. তলৰ চিত্ৰ দুটাৰ পৰা x আৰু y নিৰ্ণয় কৰা।

(a)



(b)

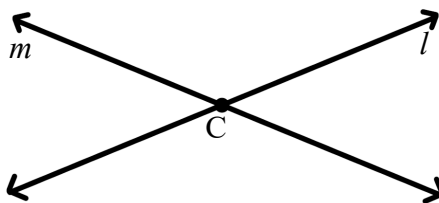


15. তলৰ কোণৰ যোৰবোৰৰ পৰা পূৰক কোণৰ যোৰবোৰ চিনাক্ত কৰা :
 (a) $65^\circ, 25^\circ$ (b) $63^\circ, 27^\circ$ (c) $112^\circ, 68^\circ$ (d) $130^\circ, 50^\circ$
16. তলৰ কোণৰ যোৰবোৰৰ পৰা সম্পূৰক কোণৰ যোৰবোৰ চিনাক্ত কৰা —
 (a) $110^\circ, 70^\circ$ (b) $163^\circ, 27^\circ$ (c) $112^\circ, 68^\circ$ (d) $45^\circ, 45^\circ$

5.6 ৰেখাৰ যোৰ (Pair of Lines) :

5.6.1 কটাকটি কৰা ৰেখা (Intersecting Lines) :

দুডাল ৰেখাক পৰস্পৰ কটাকটি কৰা ৰেখা বুলি কোৱা হ'ব যদি ৰেখা দুডালৰ এটা মাত্ৰ সাধাৰণ বিন্দু থাকে। ৰেখা দুডালৰ এই সাধাৰণ বিন্দুটোৱে হ'ল সিহঁতৰ ছেদবিন্দু।

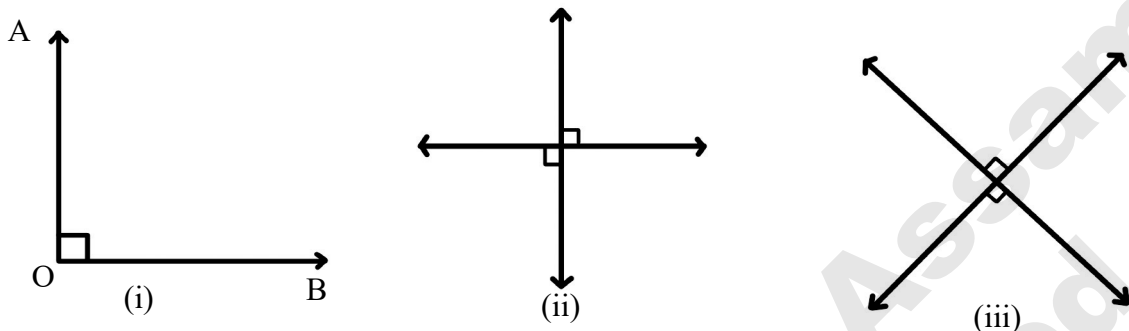


চিত্ৰ 5.14

l আৰু m দুডাল পৰস্পৰ কটাকটি কৰা ৰেখা C সিহঁতৰ ছেদবিন্দু।

5.6.2 লম্ব ৰেখা (Perpendicular Lines) :

দুডাল ৰেখাক পৰস্পৰ লম্ব বুলি কোৱা হ'ব যদিহে ৰেখা দুডালে সিহঁতৰ ছেদবিন্দুত 90° বা সমকোণৰ সৃষ্টি কৰে।



চিত্ৰ 5.15 পৰস্পৰ লম্বৰেখা (Mutually Perpendicular Lines)

টোকা :

পৰস্পৰ লম্বৰেখাবোৰ সদায় কটাকটি কৰা ৰেখা যদিও, কটাকটি কৰা ৰেখাবোৰ সদায় লম্বৰেখা নহ'বও পাৰে।

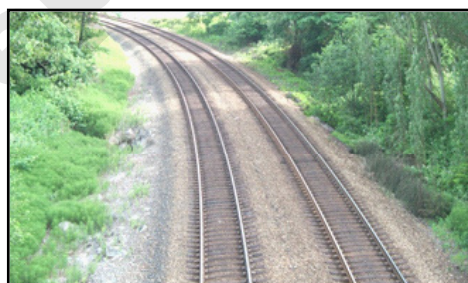
5.6.3 সমান্তৰাল ৰেখা আৰু ছেদক বা তিৰ্যক (Parallel Lines and Transversal) :

তোমালোকে সমান্তৰাল ৰেখা কি জানানে?

চিত্ৰ 5.16 লৈ মন কৰাচোন। চিত্ৰসমূহৰ পৰা তোমালোকে ক্ৰিকেট খেলৰ খুঁটিকেইটা বা ৰে'লৰ চিৰি য'ত ৰে'লগাড়ী চলাচল কৰে, ফুটবল খেলৰ গ'ল পোষ্ট বা বিজুলী বাতিৰ তাঁৰ নিশ্চয় দেখিছা। ইহঁতৰ মাজত কি



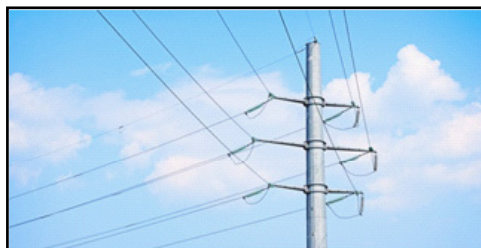
(i)



(ii)



(iii)



(iv)

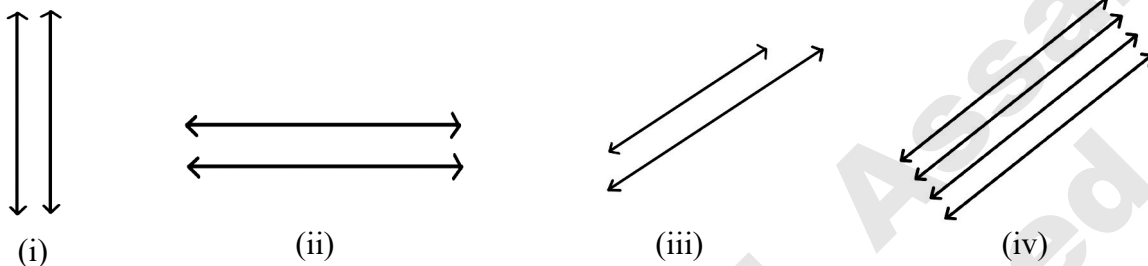
চিত্ৰ 5.16

সাদৃশ্য দেখিছা? ক্ৰিকেট খেলৰ পিট্ছৰ দুইমূৰৰ খুঁটি বা ৰে'লৰ চিৰি লগালগি নহয়। আকৌ ফুটবল খেলৰ গোলপ'ষ্ট বা বিজুলীবাতিৰ তাঁৰে কেতিয়াও কটাকটি নকৰে। এতিয়া সমান্তৰাল হৈ থকা এই বস্তুবোৰৰ আলমত সমান্তৰাল ৰেখা, তিৰ্যক আৰু উৎপন্ন হোৱা কোণবোৰৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম।

5.6.4 সমান্তৰাল ৰেখা (Parallel Lines) :

এখন সমতলত থকা দুডাল ৰেখা প্ৰত্যেকে প্ৰত্যেকৰ পৰা সমদূৰত্বত থাকিলে ৰেখা দুডালক পৰস্পৰ সমান্তৰাল ৰেখা বুলি কোৱা হয়। দুডাল সমান্তৰাল ৰেখাই কেতিয়াও কটাকটি নকৰে। সমান্তৰাল বুজাবলৈ ‘||’ প্ৰতীক ব্যৱহাৰ কৰা হয়।

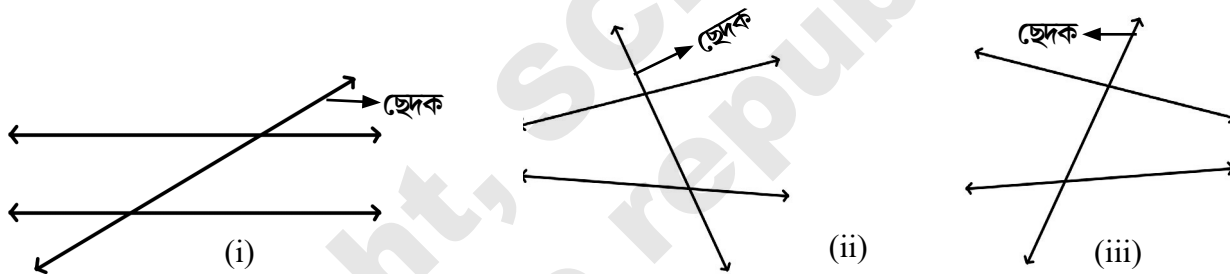
তলত কিছুমান সমান্তৰাল ৰেখাৰ চিত্ৰ দিয়া হ’ল



চিত্ৰ 5.17

সমান্তৰাল ৰেখা দুই বা ততোধিক হ’ব পাৰে।

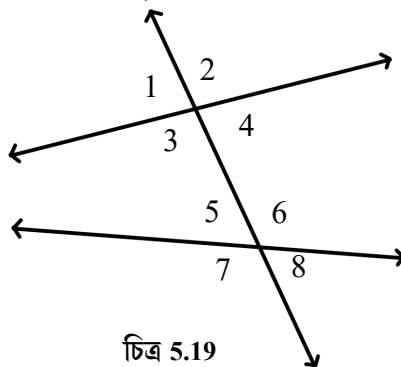
5.6.5 ছেদক (Transversal) :



চিত্ৰ 5.18

এখন সমতলৰ দুডাল বা ততোধিক ৰেখাক এডাল ৰেখাই দুটা বা ততোধিক সুস্পষ্ট বিন্দুত কটাকটি কৰিলে সেই ৰেখাডালক **ছেদক** বা **তিৰ্যক** বোলে। সমান্তৰাল বা অসমান্তৰাল যিকোনো ৰেখাৰ ক্ষেত্ৰতে ছেদক পাব পাৰি।

দুডাল ৰেখাক এডাল ৰেখাই ছেদ কৰিলে উৎপন্ন হোৱা আঠটা কোণ —



চিত্ৰ 5.19

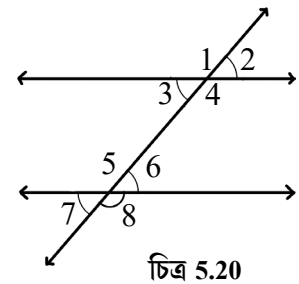
এডাল তিৰ্যক বা ছেদকে দুডাল ৰেখাক ছেদ কৰোঁতে গঠন হোৱা কোণবোৰ তলত দিয়া ধৰণৰ—

কোণৰ প্ৰকাৰ	চিত্ৰত চোৱা
অন্তঃকোণ (Interior Angles)	$\angle 6, \angle 5, \angle 4, \angle 3$
বহিঃকোণ (Exterior Angles)	$\angle 7, \angle 8, \angle 1, \angle 2$
অনুৰূপ কোণ (Corresponding Angles)	$\angle 1$ আৰু $\angle 5, \angle 2$ আৰু $\angle 6$ $\angle 4$ আৰু $\angle 8, \angle 3$ আৰু $\angle 7$
একান্তৰ অন্তঃকোণ (Alternate Interior Angles)	$\angle 3$ আৰু $\angle 6, \angle 4$ আৰু $\angle 5$
একান্তৰ বহিঃকোণ (Alternate Exterior Angles)	$\angle 1$ আৰু $\angle 8, \angle 2$ আৰু $\angle 7$
তিৰ্যকৰ একেফালৰ অন্তঃকোণ (Interior Angles on the same side of the transversal)	$\angle 3$ আৰু $\angle 5, \angle 4$ আৰু $\angle 6$

5.6.6 সমান্তৰাল ৰেখা আৰু ছেদকৰ ধৰ্ম (Properties of parallel lines and transversal) :

এযোৰ সমান্তৰাল ৰেখাক এডাল তিৰ্যকে ছেদ কৰিলে (চিত্ৰ 5.20) তলৰ ধৰ্মসমূহ দেখা যায়—

- প্ৰত্যেকযোৰ অনুৰূপ কোণ সমান
 $\angle 3 = \angle 7, \quad \angle 4 = \angle 8, \quad \angle 1 = \angle 5, \quad \angle 2 = \angle 6$
- প্ৰত্যেকযোৰ একান্তৰ অন্তঃকোণ সমান।
 $\angle 3 = \angle 6, \quad \angle 4 = \angle 5$
- ছেদকৰ একেফালৰ অন্তঃকোণ দুটাৰ সমষ্টি 180° অৰ্থাৎ সম্পূৰক।
 $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ, \quad \angle 4 + \angle 6 = 180^\circ$



চিত্ৰ 5.20

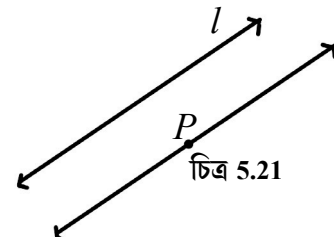
5.6.7 সমান্তৰাল সৰলৰেখাৰ চৰ্ত (Criteria of parallel lines):

দুডাল ৰেখাক এডাল ছেদকে কাটিলে ৰেখা দুডাল পৰস্পৰ সমান্তৰাল হ'ব —

- যদি ৰেখা দুডালত ছেদকে উৎপন্ন কৰা অনুৰূপ কোণযোৰ সমান।
- যদি ৰেখা দুডালত ছেদকে উৎপন্ন কৰা একান্তৰ কোণবোৰ সমান।
- যদি ৰেখা দুডালত ছেদকৰ একেফালৰ অন্তঃকোণযোৰ সম্পূৰক।

উদাহৰণ ৪ : চিত্ৰ (5.21) ত l এডাল ৰেখা। P হ'ল l ত নথকা এটা বিন্দু। P ৰে l ৰ সমান্তৰালকৈ আঁকিব পৰা ৰেখাৰ সংখ্যা

- এডাল
- দুডাল
- অসংখ্য
- ওপৰৰ এটাও নহয়।

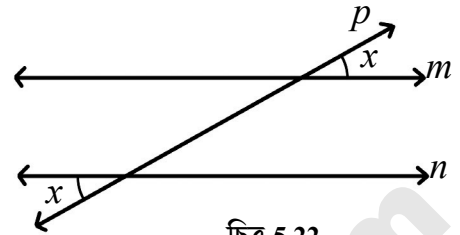


চিত্ৰ 5.21

সমাধান : ক) এডাল চিত্ৰত l এডাল ৰেখা আৰু P এটা l ত নথকা বিন্দু। P বিন্দুৰে l ৰ সমান্তৰালকৈ মাত্ৰ এডাল ৰেখা আঁকিব পাৰি।

উদাহৰণ 9 : চিত্ৰৰ পৰা প্ৰদত্ত $\angle x$ কোণটো হ'ব—

- ক) অনুৰূপ কোণ
- খ) অন্তঃকোণ
- গ) একান্তৰ অন্তঃকোণ
- ঘ) একান্তৰ বহিঃকোণ



চিত্ৰ 5.22

সমাধান : ঘ) একান্তৰ বহিঃকোণ। কাৰণ কোণ দুটা ছেদকৰ বিপৰীত ফালৰ আৰু ইহঁত বহিঃকোণ।

উদাহৰণ 10 : যদি $XY \parallel QR$ য'ত $\angle 4 = 50^\circ$ আৰু তেন্তে $\angle 5 = 45^\circ$ ৰ কোণ তিনিটা নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : দিয়া আছে $XY \parallel QR$, $\angle 4 = 50^\circ$ আৰু $\angle 5 = 45^\circ$ উলিয়াব লাগে $\angle 1$, $\angle 2$ আৰু $\angle 3$

চিত্ৰৰ পৰা,

$$\angle 1 + \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ \text{ [সৰল কোণ]}$$

$$\Rightarrow \angle 1 = 180^\circ - (\angle 4 + \angle 5)$$

$$\Rightarrow \angle 1 = 180^\circ - (50^\circ + 45^\circ)$$

$$\Rightarrow \angle 1 = 180^\circ - 95^\circ$$

$$\Rightarrow \angle 1 = 85^\circ$$

$XY \parallel QR$, PQ ছেদক

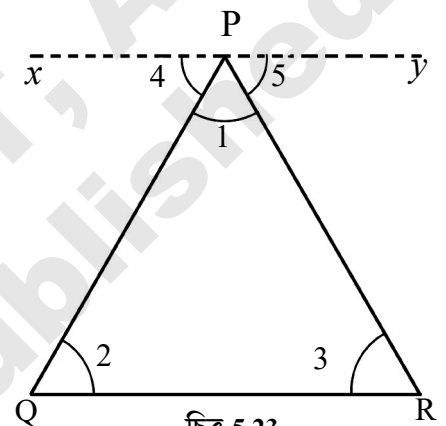
$$\Rightarrow \angle 4 = \angle 2 \text{ [একান্তৰ অন্তঃকোণ]}$$

$$\Rightarrow \angle 2 = 50^\circ$$

$XY \parallel QR$, PR ছেদক

$$\Rightarrow \angle 5 = \angle 3 \text{ [একান্তৰ অন্তঃকোণ]}$$

$$\Rightarrow \angle 3 = 45^\circ$$

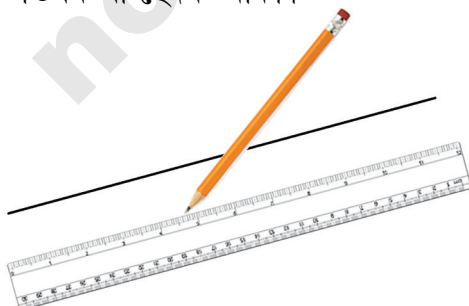


চিত্ৰ 5.23

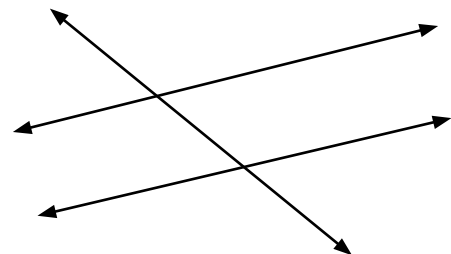
কাৰ্য 1 : সমান্তৰাল ৰেখা আৰু ছেদক

কেনেকৈ আগবাঢ়িবা—

- ♦ তোমালোকে পাঁচজনীয়া এটি দল গঠন কৰা।
- ♦ দুডাল সমান্তৰাল ৰেখা কেনেকুৱা আলোচনা কৰা। দুডাল সমান্তৰাল ৰেখা অংকনৰ কৌশল কি সিদ্ধান্ত লোৱা।
- ♦ তাৰ পিছত দুডাল সমান্তৰাল ৰেখা আঁকা। সমান্তৰাল ৰেখা দুডালক ছেদ কৰাকৈ তৃতীয় ৰেখাডাল তিৰ্যক বা ছেদক আঁকা।



চিত্ৰ 5.24

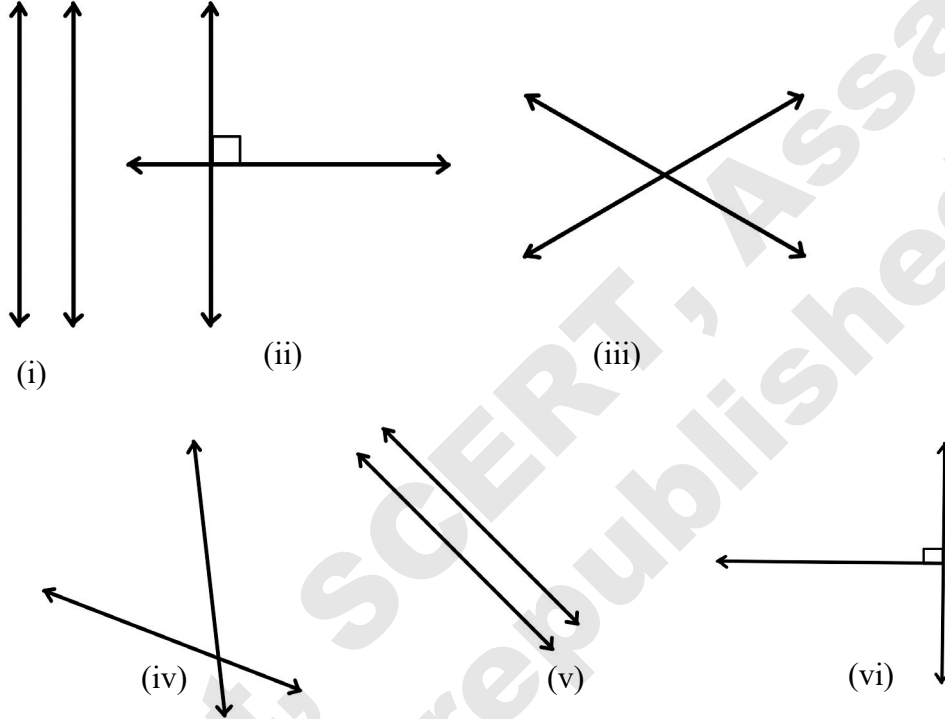


ৰেখা আৰু কোণ

এতিয়া (চিত্ৰ 5.24 ৰ পৰা)

- সমান্তৰাল ৰেখা দুডালৰ লগত ছেদকে কিমানটা কোণ উৎপন্ন কৰিলে?
- কোণবোৰক নামকৰণ কৰা। কোনবোৰ কোণ সমান হ'ব নিৰ্ণয় কৰা আৰু কাৰণ দৰ্শোৱা।

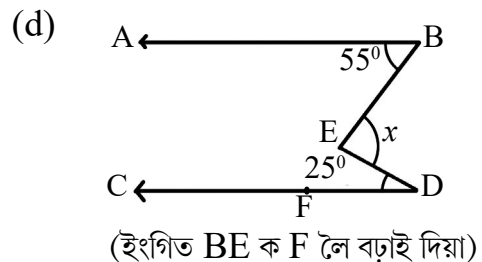
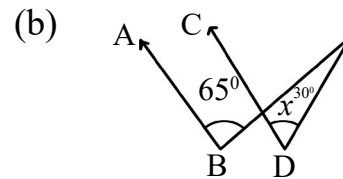
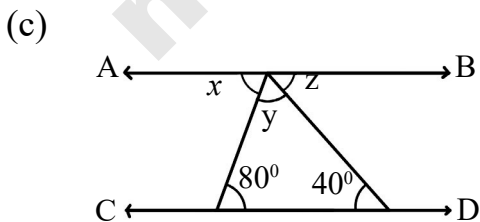
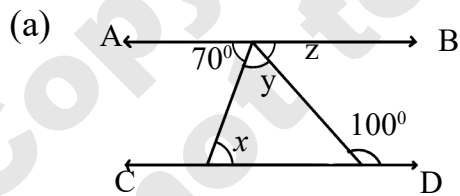
কাৰ্য 2 : তলৰ ৰেখা কেইযোৰ সমান্তৰাল নে পৰস্পৰ লম্বভাৱে কটাকটি কৰা, নে কটাকটি কৰা চিনাক্ত কৰা।



চিত্ৰ 5.25

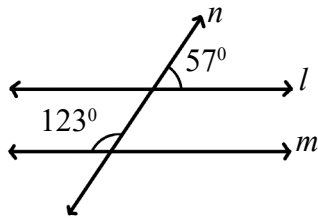
অনুশীলনী - 5.2

1. তলৰ চিত্ৰত যদি $AB \parallel CD$; x , y আৰু z নিৰ্ণয় কৰা।

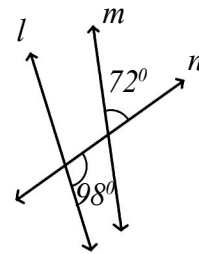


2. তলৰ চিত্ৰবোৰত l আৰু m দুডাল ৰেখা আৰু n এডাল ছেদক। কোনযোৰ ৰেখা পৰস্পৰ সমান্তৰাল।

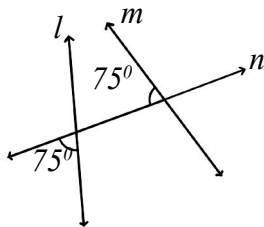
(a)



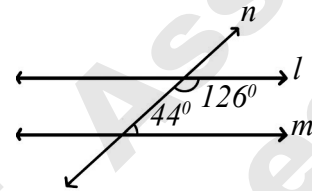
(b)



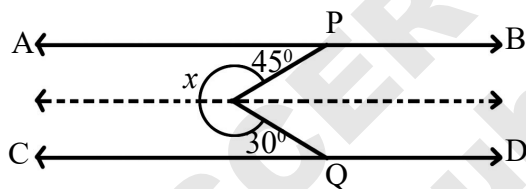
(c)



(d)

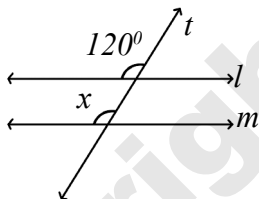


3. প্রদত্ত চিত্ৰৰ পৰা x ৰ মাপ নিৰ্ণয় কৰা।

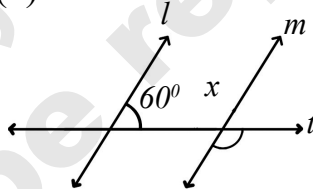


4. চিত্ৰত $l \parallel m$, t ছেদক। x ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

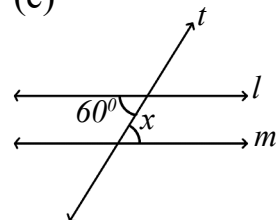
(a)



(b)



(c)



অনুশীলনী- 5.3

1. যদি এযোৰ সন্নিহিত কোণ সম্পূৰক, তেন্তে সিহঁত হ'ব —

- a) অনুরূপ কোণ b) বিপ্রতীপ কোণ
c) বৈখিক যুৰীয়া কোণ d) এডাল ৰশ্মি

2. যদি দুটা কোণ সম্পূৰক, সিহঁতৰ যোগফল—

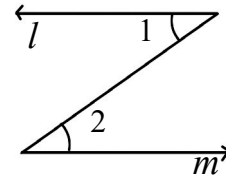
- a) 90° b) 180° c) 360° d) 45°

3. যদি দুটা কোণ পূৰক, সিহঁতৰ যোগফল —

- a) 45° b) 180° c) 90° d) 360°

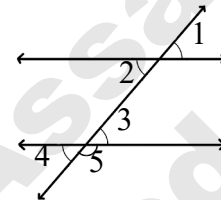
4. যদি $l \parallel m$, তেন্তে $\angle 1 = \angle 2$ কাৰণ সিহঁত.....।

- অনুৰূপ কোণ
- বিপ্রতীপ কোণ
- একান্তৰ অন্তঃকোণ
- সম্পূৰক কোণ।



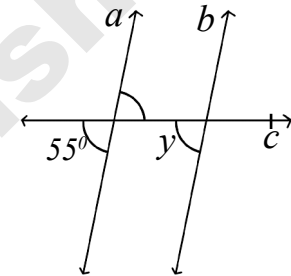
5. চিত্ৰত এযোৰ একান্তৰ অন্তঃকোণ হ'ব..

- $\angle 1, \angle 3$
- $\angle 2, \angle 3$
- $\angle 2, \angle 5$
- $\angle 2, \angle 4$



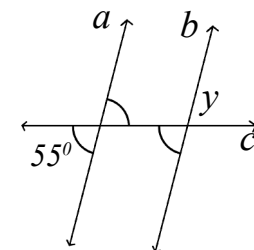
6. যদি $a \parallel b, c$ এডাল তিৰ্যক, তেন্তে $\angle y = ?$

- 90°
- 125°
- 55°
- 180°



7. যদি $a \parallel b, c$ তিৰ্যক, তেন্তে $\angle y = ?$

- 90°
- 25°
- 55°
- 35°



8. 45° ৰ কোণৰ পূৰক কোণৰ মাপ কিমান?

- 135°
- 25°

c) 35°

d) 45°

9. তলৰ কোণটো কোণ তাৰ পূৰক কোণৰ সমান।

- 30°
- 25°

c) 35°

d) 45°

10. তলৰ কোনটো কোণ তাৰ সম্পূৰক কোণৰ সমান।

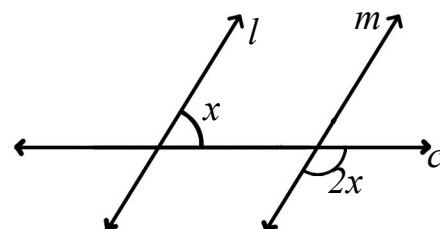
- 60°
- 90°

c) 180°

d) এটাও নহয়

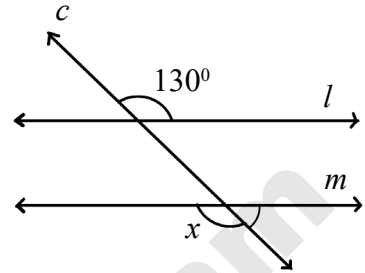
11. যদি $l \parallel m, c$ ছেদক, তেন্তে x নিৰ্ণয় কৰা।

- 30°
- 60°
- 90°
- 180°



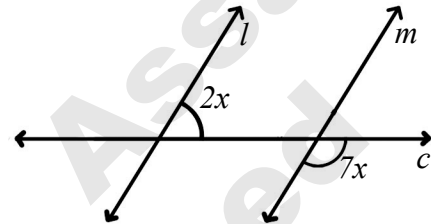
12. চিত্ৰত $l \parallel m$, c ছেদক, x ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

- a) 50°
- b) 130°
- c) 120°
- d) 100°



13. $l \parallel m$, c ছেদক, x ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

- a) 10°
- b) 20°
- c) 30°
- d) 25°



14. দুডাল ৰেখা পৰস্পৰ সমদূৰৱৰ্তী হ'লে সিহঁত হ'ব —।

- a) লম্ব ৰেখা
- b) অ-সমান্তৰাল ৰেখা
- c) কটা কটি কৰা ৰেখা
- d) সমান্তৰাল ৰেখা

আমি কি শিকিলোঁ

1. দুটা কোণৰ যোগফল 90° হ'লে কোণ দুটা পূৰক কোণ।
2. দুটা কোণৰ যোগফল 180° হ'লে কোণ দুটা সম্পূৰক কোণ।
3. দুটা কোণ সন্নিহিত হ'ব যদি সিহঁতৰ —
 - a. এটা সাধাৰণ শীৰ্ষবিন্দু থাকে।
 - b. এডাল সাধাৰণ বাহু থাকে।
 - c. যি দুডাল বাহু সাধাৰণ নহয় সিহঁত সাধাৰণ বাহুডালৰ ভ্ৰমে বিপৰীত ফালে থাকে।
4. দুটা সন্নিহিত কোণ বৈখিক যুৰীয়া কোণ হ'ব যদিহে সাধাৰণ বাহুডালৰ বাহিৰে অন্য বাহু দুডাল পৰস্পৰ বিপৰীতমুখী ৰশ্মি হয়।
5. দুটা সন্নিহিত কোণৰ সমষ্টি 180° হয় যদিহে কোণ দুটাৰ সাধাৰণ বাহুডালৰ বাহিৰে অন্য বাহু দুডাল সৰলৰেখাত থাকে।
6. এডাল ৰেখাৰ যিকোনো এটা বিন্দুত ৰেখা ডালৰ একেফালৰ কোণবোৰৰ সমষ্টি 180° ।
7. দুডাল ৰেখাই পৰস্পৰ কটা-কটি কৰিলে উৎপন্ন হোৱা বিপ্ৰতীপ কোণবোৰ সমান।

অধ্যায় - 6

ত্ৰিভুজ আৰু ইয়াৰ ধৰ্ম

(Triangle and its Properties)



6.1 ষষ্ঠ শ্ৰেণীত তোমালোকে পাই আহিছা যে কেৱল ৰেখাখণ্ডে গঠিত এটা সামতলিক সৰল বন্ধ চিত্ৰক বহুভুজ বোলা হয়। ৰেখাখণ্ডবোৰক বহুভুজটোৰ বাহু বোলা হয়। বহুভুজ এটাৰ বাহুৰ সংখ্যা তিনি হ'লে ইয়াক আমি ত্ৰিভুজ বোৱোঁ। ত্ৰিভুজৰ বাহু তিনিটাৰ দুটা দুটাকৈ লগ লাগি একোটা বিন্দুত কোণৰ সৃষ্টি কৰিছে। এনে বিন্দুবোৰক ত্ৰিভুজটোৰ শীৰ্ষ বিন্দু (Vertices) বোলা হয়। গতিকে এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহু, তিনিটা কোণ আৰু তিনিটা শীৰ্ষবিন্দু থাকে।

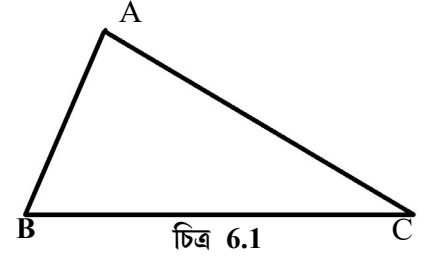
পুৰণি লেটিন ভাষাৰ শব্দ 'Triangulum' ৰ পৰা Triangle শব্দৰ উৎপত্তি হৈছে। খ্ৰীষ্টীয় দ্বিতীয় শতিকাৰ জ্যোতিৰ্বিদ টলেমিয়ে আৱিষ্কাৰ কৰা 48 টা নক্ষত্ৰপুঞ্জৰ ভিতৰত এটাৰ নাম হ'ল Triangulum. ইয়াত থকা তিনিটা উজ্জ্বল নক্ষত্ৰই ত্ৰিভুজ আকৃতিৰ সৃষ্টি কৰে।

কাষৰ চিত্ৰত ABC ত্ৰিভুজৰ

AB, BC আৰু CA তিনিডাল বাহু

$\angle ABC$, $\angle BCA$, $\angle ACB$ তিনিটা কোণ

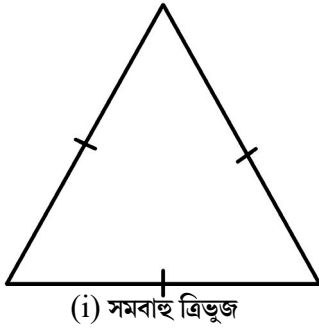
A, B আৰু C তিনিটা শীৰ্ষ বিন্দু (Vertices)



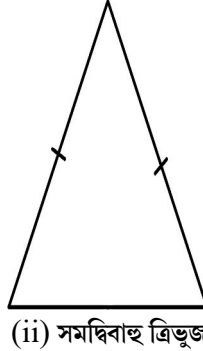
ত্ৰিভুজ সম্পৰ্কে সম্যক ধাৰণা পাবলৈ ইয়াক দুটা ভাগত ভাগ কৰা হয় —

6.2 বাহু হিচাপে ত্ৰিভুজৰ প্ৰকাৰ (Triangles in terms of Sides) :

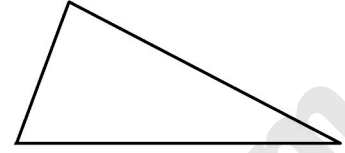
- বিষমবাহু ত্ৰিভুজ (Scalene Triangle) :** এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিওটা বাহুৰ জোখ বেলেগ বেলেগ হ'লে ত্ৰিভুজটোক বিষমবাহু ত্ৰিভুজ বোলা হয়।
- সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ (Isosceles Triangle) :** এটা ত্ৰিভুজৰ যিকোনো দুটা বাহু পৰস্পৰ সমান হ'লে ত্ৰিভুজটোক সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ বোলা হয়।
- সমবাহু ত্ৰিভুজ (Equilateral Triangle) :** ত্ৰিভুজ এটাৰ বাহু তিনিডালৰ মাপ পৰস্পৰ সমান হ'লে ইয়াক সমবাহু ত্ৰিভুজ বোলা হয়।



(i) সমবাহু ত্ৰিভুজ



(ii) সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ

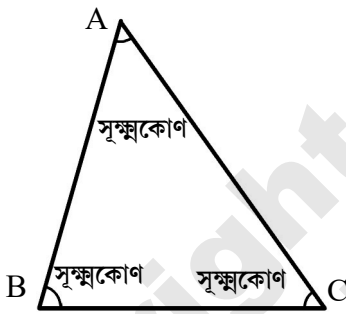


(iii) বিষমবাহু ত্ৰিভুজ

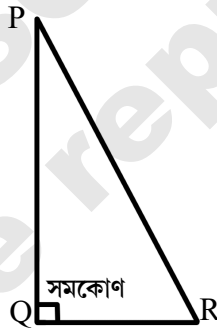
চিত্ৰ 6.2

6.3 কোণ হিচাপে ত্ৰিভুজৰ প্ৰকাৰ (Triangles in terms of Angles) :

- সূক্ষ্মকোণী ত্ৰিভুজ (Acute-angled Triangle) :** যি ত্ৰিভুজৰ তিনিওটা কোণেই সূক্ষ্মকোণ অৰ্থাৎ প্ৰতিটো কোণেই সমকোণতকৈ সৰু তাকেই সূক্ষ্মকোণী ত্ৰিভুজ বোলে।
- সমকোণী ত্ৰিভুজ (Right-angled Triangle) :** যি ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ সমকোণ অৰ্থাৎ 90° সেই ত্ৰিভুজক সমকোণী ত্ৰিভুজ বোলা হয়।
- স্থূলকোণী ত্ৰিভুজ (Obtuse-angled Triangle) :** যি ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ স্থূলকোণ অৰ্থাৎ সমকোণতকৈ ডাঙৰ কিন্তু সৰল কোণতকৈ সৰু তাকেই স্থূলকোণী ত্ৰিভুজ বোলা হয়।



(i) সূক্ষ্মকোণী ত্ৰিভুজ



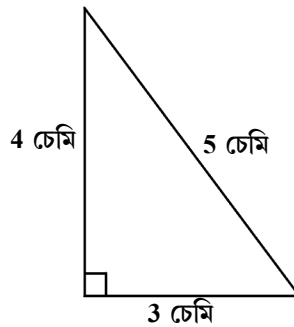
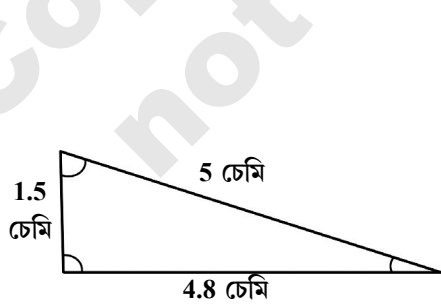
(ii) সমকোণী ত্ৰিভুজ



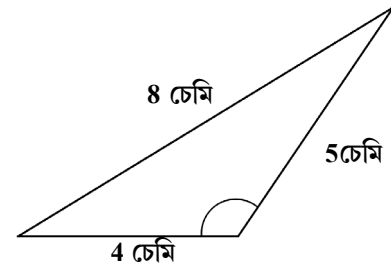
(iii) স্থূলকোণী ত্ৰিভুজ

চিত্ৰ 6.3

কাৰ্য : চিত্ৰ 6.4 ৰ ত্ৰিভুজবোৰক বাহু আৰু কোণ হিচাপে শ্ৰেণীভুক্ত কৰা —



চিত্ৰ 6.4



6.4 ত্ৰিভুজৰ মধ্যমা (Medians of a Triangle) :

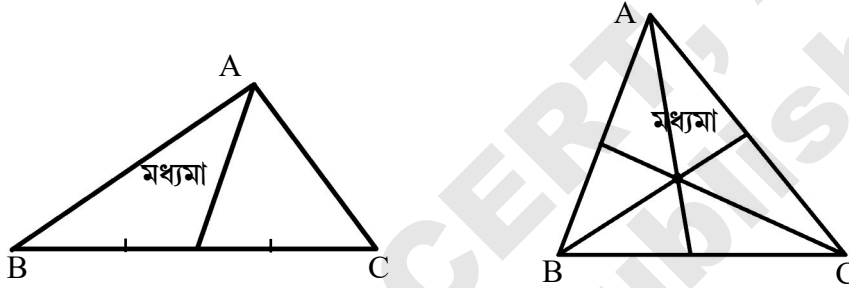
ত্ৰিভুজৰ এটা শীৰ্ষবিন্দু আৰু তাৰ বিপৰীত বাহুৰ মধ্যবিন্দু সংযোগী ৰেখাখণ্ডই মধ্যমা।

চিন্তা কৰি কোৱা — এটা ত্ৰিভুজত মধ্যমা কেইডাল থাকিব পাৰে?

হাতে কামে কৰা —

এখন কাগজত এটা ত্ৰিভুজ আঁকি কেঁচীৰে ইয়াক কাটি উলিওৱা। যিকোনো এটা বাহুৰ মূৰ বিন্দু দুটা একেলগ কৰি কাগজখন ভাঁজ কৰা। ভাঁজটো বাহুটোৰ মধ্যবিন্দুৰে নাযাবনে? এতিয়া, বাহুটোৰ মধ্যবিন্দু আৰু তৃতীয় শীৰ্ষবিন্দুৰে যোৱাকৈ ত্ৰিভুজটো আকৌ ভাঁজ কৰা। এই ভাঁজটোৱেই ত্ৰিভুজটোৰ এটা মধ্যমা। বাকী দুটা বাহুৰ বাবেও পৰীক্ষাটো সম্পন্ন কৰা। কেইডাল মধ্যমা পালা?

মন কৰা যে ত্ৰিভুজৰ যিকোনো মধ্যমা ত্ৰিভুজটোৰ অন্তৰ্ভাগতে থাকে



চিত্ৰ 6.5

6.5 ত্ৰিভুজৰ উন্নতি (Altitude of a Triangle) :

ত্ৰিভুজৰ এটা শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা বিপৰীত বাহুলৈ টনা লম্বডালেই ত্ৰিভুজটোৰ এডাল উন্নতি (Altitude)।

আমি ব্যৱহাৰ কৰা উচ্চতা (Height) ৰ সৈতে ত্ৰিভুজৰ উন্নতিৰ সম্পৰ্ক আছে নে? তলৰ পৰীক্ষাটো কৰি চোৱা —

এখন ডাঠ কাগজ যেনে আৰ্ট পেপাৰত এটা ত্ৰিভুজ আঁকি ত্ৰিভুজটো কেঁচীৰে কাটি উলিওৱা। ত্ৰিভুজটো মেজৰ ওপৰত এনেদৰে থিয় কৈ ৰাখা যাতে এটা বাহু মেজৰ লগত মিলি থাকে। ত্ৰিভুজটো কিমান ওখ কেনেকৈ জানিবা? ত্ৰিভুজটোৰ শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা তলৰ বাহুলৈ টনা ৰেখাখণ্ডসমূহৰ আটাইতকৈ চুটি ৰেখাখণ্ডটোৱেই ত্ৰিভুজটোৰ উচ্চতা। মন কৰা যে ত্ৰিভুজটোৰ শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা তলৰ বাহুটোলৈ টনা আটাইতকৈ চুটি ৰেখাডাল বাহুটোৰ ওপৰত লম্ব। গতিকে এই ক্ষেত্ৰত ত্ৰিভুজটোৰ উচ্চতাই (Height) ইয়াৰ উন্নতি (Altitude)।

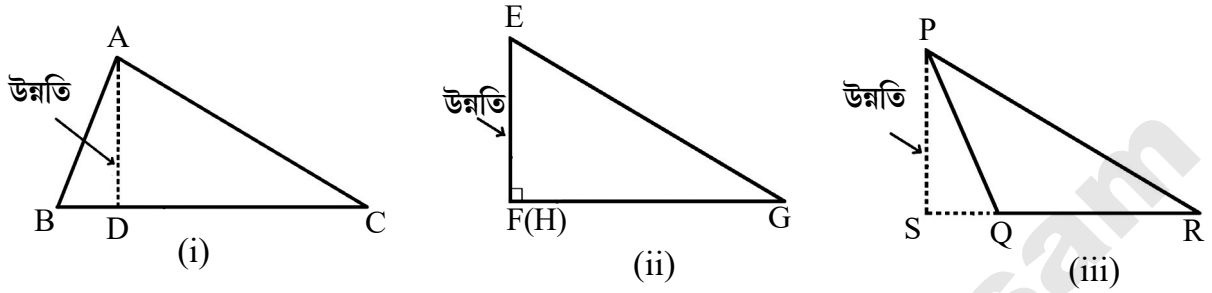
চিন্তা কৰা—

এটা ত্ৰিভুজৰ উন্নতি কেইডাল আঁকিব পাৰি? যিহেতু ত্ৰিভুজ এটাৰ শীৰ্ষবিন্দু তিনিটা আৰু প্ৰতিটো শীৰ্ষবিন্দুৰ বিপৰীতে একোটা বাহু আছে, গতিকে ত্ৰিভুজৰ উন্নতি তিনিডাল পোৱা যাব।

ত্ৰিভুজৰ যিকোনো এডাল উন্নতি সদায় ত্ৰিভুজটোৰ অন্তৰ্ভাগতে থাকিবনে?

ত্ৰিভুজ আৰু ইয়াৰ ধৰ্ম

চিত্ৰ 6.6 লৈ মন কৰা —



চিত্ৰ 6.6

কি দেখিছা?

চিত্ৰ (i) ত উন্নতিডাল (altitude) AD ত্ৰিভুজটোৰ অন্তৰ্ভাগত (interior) আছে।

চিত্ৰ (ii) ত উন্নতিডাল EH সমকোণৰ সংলগ্ন বাহুটোৰ সৈতে একে হৈছে।

চিত্ৰ (iii) ত উন্নতিডাল PS ত্ৰিভুজটোৰ বহিৰ্ভাগত (exterior) আছে।

গতিকে ত্ৰিভুজৰ উন্নতিবোৰ সদায় তাৰ অন্তৰ্ভাগত নাথাকিবও পাৰে।

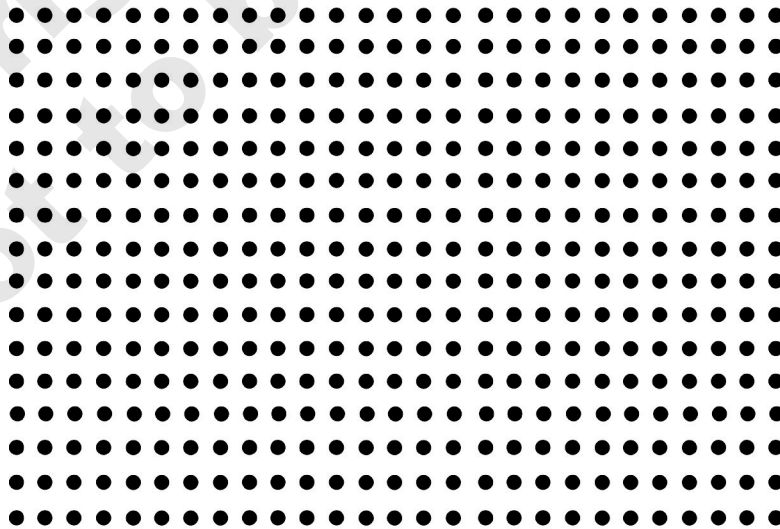
তোমালোকে দেখিলা যে ত্ৰিভুজৰ মধ্যমা (medians) আৰু উন্নতি দুয়োডাল বেখাখণ্ডই ইয়াৰ এটা শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা তাৰ বিপৰীত বাহুলৈ অঁকা হয়।

কেতিয়াবা ত্ৰিভুজৰ মধ্যমা আৰু উন্নতি একে হ'ব পাৰেনে?

এটা সমবাহু অথবা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ লৈ মধ্যমা আৰু উন্নতি আঁকি চোৱা।

কাৰ্য- 1 : ত্ৰিভুজ অনুসন্ধান কৰা (Look for Triangles) :

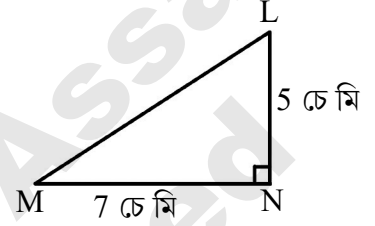
তলৰ বিন্দুবোৰৰ পৰা বিভিন্ন আকৃতিৰ ত্ৰিভুজ গঠন কৰা। গঠন কৰা বিভিন্ন আকৃতিৰ ত্ৰিভুজবোৰৰ পাৰ্থক্য আলোচনা কৰা।



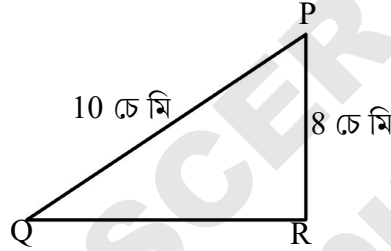
চিত্ৰ 6.8

অনুশীলনী-6.1

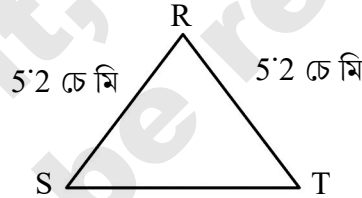
- এটা ত্ৰিভুজৰ মধ্যমা কিমানডাল?
- এটা ত্ৰিভুজৰ উন্নতিৰ সংখ্যা কিমান?
- এটা ত্ৰিভুজ আঁকা আৰু মধ্যমাবোৰ প্ৰদৰ্শন কৰা।
- এটা ত্ৰিভুজ আঁকা আৰু উন্নতিবোৰ প্ৰদৰ্শন কৰা।
- $\triangle LMN$ ৰ LM বাহুৰ বিপৰীত কোণটো উল্লেখ কৰা।



- $\triangle PQR$ ৰ শীৰ্ষবিন্দু Q ৰ বিপৰীত বাহুটো উল্লেখ কৰা।

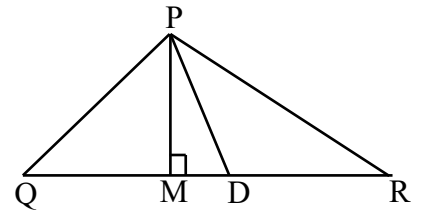


- $\triangle RST$ ৰ RT বাহুৰ বিপৰীত শীৰ্ষবিন্দুটো উল্লেখ কৰা।



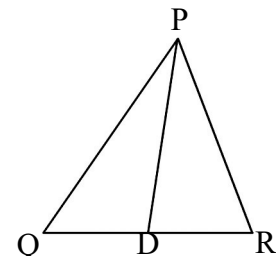
- (i) শুদ্ধ উত্তৰটোত $\sqrt{\quad}$ চিন দিয়া
 $\triangle PQR$ ৰ PM এডাল

- | | |
|------------------------|----------------------------|
| (a) মধ্যমা | (b) উন্নতি |
| (c) QR ৰ সমদ্বিখণ্ডক | (d) $\triangle PQR$ ৰ বাহু |



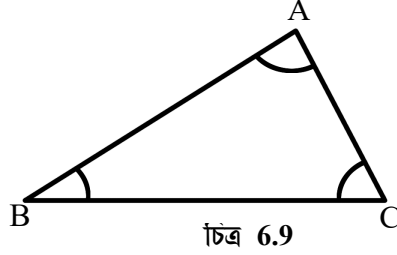
- (ii) যদি $\triangle PQR$ ৰ QR ৰ মধ্যবিন্দু D হয় তেন্তে PD এডাল

- | | |
|-----------------------------|------------------------|
| (a) QR ৰ লম্ব সমদ্বিখণ্ডক | (b) উন্নতি |
| (c) মধ্যমা | (d) QR ৰ বিপৰীত বাহু |



6.6 ত্ৰিভুজৰ অন্তঃকোণ (Interior Angles of a Triangle) :

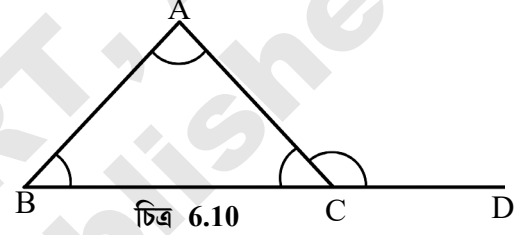
ত্ৰিভুজ ABC ৰ $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ কোণ তিনিটাক অন্তঃকোণ বুলিও কোৱা হয়।



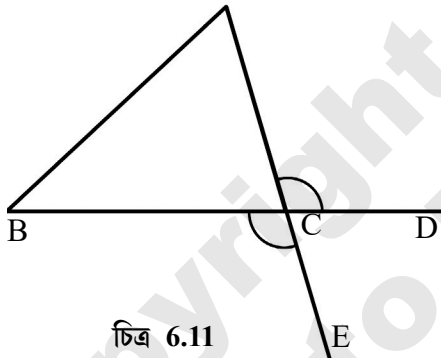
6.7 ত্ৰিভুজৰ বহিঃকোণ (Exterior Angles of a Triangle) :

যিকোনো এটা ত্ৰিভুজ ABC আঁকি ইয়াৰ BC বাহক $\overline{BC}$ ৰ দিশত D লৈ বঢ়াই দিয়া।

ত্ৰিভুজটোৰ AC বাহু আৰু BC ৰ বৰ্ধিত অংশ CD য়ে C বিন্দুত $\angle ACD$ কোণৰ সৃষ্টি কৰিছে। স্পষ্টভাৱে $\angle ACD$, $\triangle ABC$ ৰ বৰ্হিভাগত সৃষ্টি হোৱা এটা কোণ আৰু সেইবাবে $\angle ACD$ ক C বিন্দুত $\triangle ABC$ ৰ এটা বহিঃকোণ বোলা হয়।



মন কৰা যে (চিত্ৰ 6.11) ত AC বাহক $\overline{AC}$ ৰ দিশত বঢ়াই দিলেও C বিন্দুত ত্ৰিভুজটোৰ এটা বহিঃকোণ যেনে $\angle BCE$ পোৱা যাব কিন্তু $\angle ACD$ আৰু $\angle BCE$ দুটা বিপ্ৰতীপ কোণ।



গতিকে, কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান। অৰ্থাৎ $\triangle ABC$ ৰ শীৰ্ষবিন্দু C ত দুটা বহিঃকোণ $\angle ACD$ আৰু $\angle BCE$ পোৱা যাব। একেদৰে শীৰ্ষবিন্দু A আৰু B ত ত্ৰিভুজটোৰ দুটা অন্য বহিঃকোণ পোৱা যাব। $\triangle ABC$ ৰ শীৰ্ষবিন্দু C ত অঁকা $\angle ACD$ বহিঃকোণটো আকৌ বিবেচনা কৰা। চিত্ৰৰ পৰা বুজিব পাৰি $\angle ACB$ আৰু বহিঃকোণ

হাতে কামে কৰা —

$\angle ACD$, C বিন্দুত দুটা সন্নিহিত অৰ্থাৎ ওচৰা-ওচৰি কোণ। এই ক্ষেত্ৰত অন্তঃকোণ $\angle BAC$ আৰু $\angle ABC$ ক বহিঃকোণ $\angle ACD$ সাপেক্ষে দূৰৱৰ্তী অন্তঃকোণ বোলা হয়। কাগজ এখনত যিকোনো $\triangle ABC$ এটা আঁকা আৰু ইয়াৰ BC বাহক D বিন্দুলৈ বঢ়াই দিয়া। ট্ৰেচিং কাগজ (Tracing Paper) ব্যৱহাৰ কৰি $\triangle ABC$ ৰ এটা নকল তৈয়াৰ কৰা আৰু কেঁচীৰে কাটি উলিওৱা। নকল ত্ৰিভুজটোৰ পৰা $\angle A$ আৰু $\angle B$ কাটি $\triangle ABC$ ৰ বহিঃকোণ (exterior) $\angle ACD$ ত কোণবোৰৰ শীৰ্ষবিন্দু, বাহু আদি মিলি যোৱাকৈ স্থাপন কৰা। কি দেখিলা? $\angle A$ আৰু $\angle B$ কোণ দুটাই $\angle ACD$ ৰ অন্তৰ্ভাগ সম্পূৰ্ণ আঙুৰি থকা নাইনে? গতিকে আমি ক'ব পাৰোঁ যে—

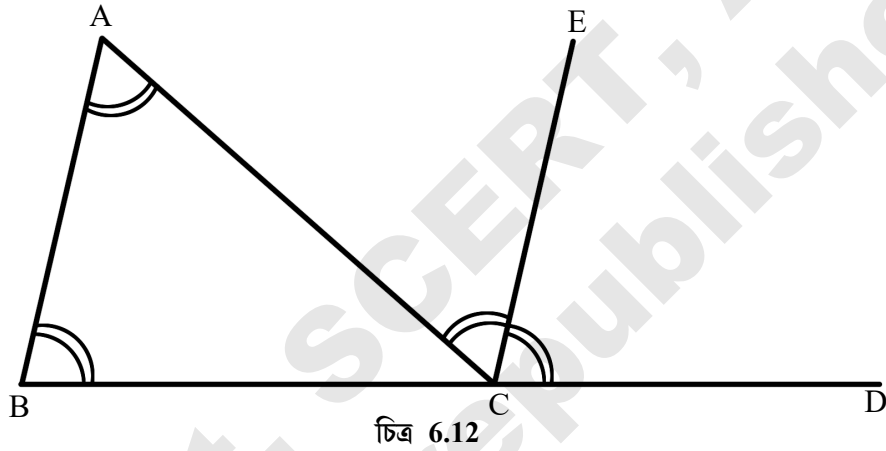
ত্ৰিভুজৰ যিকোনো এটা অন্তঃকোণৰ সন্নিহিত বহিঃকোণৰ জোখ দূৰৱৰ্তী অন্তঃকোণ দুটাৰ জোখৰ সমষ্টিৰ সমান।

বেলেগ বেলেগ ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰতো এনেদৰে হাতে কামে কৰি চালে যিকোনো বহিঃকোণ আৰু তাৰ দূৰৱৰ্তী অন্তঃকোণ দুটাৰ এই ধৰ্মটো পোৱা যাব। গতিকে, ত্ৰিভুজৰ উক্ত ধৰ্মটো এক সত্য।
কিন্তু কথা এটাৰ সত্যতা নিৰূপণ কৰাৰ বাবে হাতে কামে কৰি চোৱাটোৱে একমাত্ৰ উপায় নেকি?
ত্ৰিভুজৰ বহিঃকোণ আৰু দূৰৱৰ্তী অন্তঃকোণ সম্পৰ্কীয় অনুমানৰ যথার্থতা কিদৰে বিচাৰ কৰিব পাৰি চাওঁ আহাঁ—

6.7.1 ত্ৰিভুজৰ বহিঃকোণ সম্পৰ্কীয় ধৰ্ম (Property of exterior angle of a Triangle) :

ত্ৰিভুজৰ যিকোনো এটা বহিঃকোণৰ জোখ ইয়াৰ দূৰৱৰ্তী অন্তঃকোণ দুটাৰ যোগফলৰ সমান।

$\triangle ABC$ ৰ BC ক D বিন্দু লৈ বঢ়াই দিয়াত $\angle ACD$ বহিঃকোণ সৃষ্টি হৈছে। C বিন্দুৰে $EC \parallel AB$ অঁকা হ'ল।



যথার্থতা বিচাৰ :

পৰ্যায়

কাৰণ

1. $\angle BAC = \angle ACE$

$AB \parallel EC$, AC ছেদক সাপেক্ষে $\angle BAC$ আৰু $\angle ACE$ একান্তৰ কোণ। গতিকে পৰস্পৰ সমান।

2. $\angle ABC = \angle ECD$

$AB \parallel EC$, BD ছেদক সাপেক্ষে $\angle ABC$ আৰু $\angle ECD$ অনুরূপ কোণ, গতিকে পৰস্পৰ সমান।

3. $\angle BAC + \angle ABC = \angle ACE + \angle ECD = \angle ACD$

চিন্তা কৰা —

(i) এটা ত্ৰিভুজৰ বহিঃকোণ কেইটা অঁকিব পাৰি?

(ii) এটা ত্ৰিভুজৰ যিকোনো বহিঃকোণ আৰু তাৰ সন্নিহিত অন্তঃকোণৰ সমষ্টি অনুমান কৰি কোৱা।

ত্ৰিভুজ আৰু ইয়াৰ ধৰ্ম

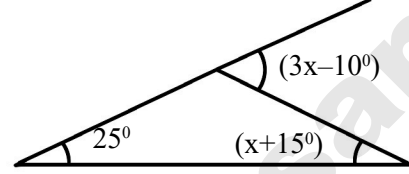
উদাহৰণ : এটা ত্ৰিভুজৰ এটা বহিঃকোণৰ জোখ $(3x - 10^\circ)$ আৰু তাৰ দূৰৱৰ্তী অন্তঃকোণ দুটা 25° আৰু $(x + 15^\circ)$ হ'লে x ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : আমি জানো যে, ত্ৰিভুজৰ বহিঃকোণৰ জোখ ইয়াৰ দূৰৱৰ্তী অন্তঃকোণ দুটাৰ সমষ্টিৰ সমান গতিকে,

$$3x - 10^\circ = 25^\circ + x + 15^\circ$$

$$\text{বা, } 2x = 50^\circ$$

$$\text{অৰ্থাৎ, } x = 25^\circ$$



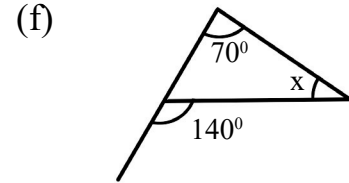
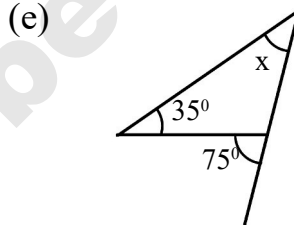
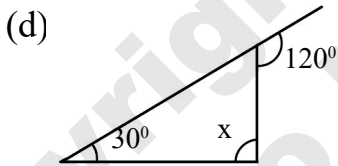
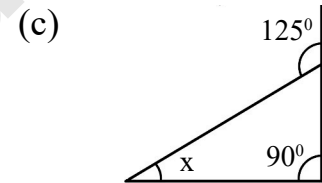
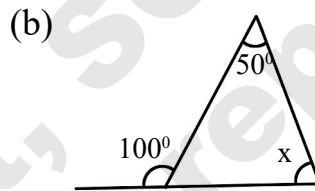
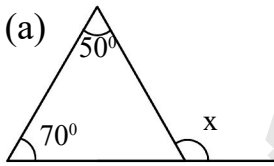
অনুশীলনী- 6.2

1. খালী ঠাই পূৰ কৰা —

(a) ত্ৰিভুজৰ অন্তৰ্ভাগত থকা কোণবোৰক — বোলে।

(b) ত্ৰিভুজৰ বহিৰ্ভাগত থকা কোণবোৰক — বোলে।

2. তলৰ চিত্ৰৰ পৰা x নিৰ্ণয় কৰা।



3. এটা ত্ৰিভুজৰ এটা বহিঃকোণৰ মাপ 70° আৰু ইয়াৰ দূৰৱৰ্তী অন্তঃকোণ এটাৰ মাপ 25° হ'লে আনটো দূৰৱৰ্তী অন্তঃকোণৰ মাপ কিমান?

4. ত্ৰিভুজ এটাৰ বহিঃকোণৰ দূৰৱৰ্তী অন্তঃকোণ দুটা ক্ৰমে 60° আৰু 80° । বহিঃকোণটোৰ মাপ কিমান?

5. এটা ত্ৰিভুজৰ এটা বহিঃকোণৰ জোখ 114° আৰু তাৰ এটা দূৰৱৰ্তী অন্তঃস্থ কোণ 25° হ'লে আনটো দূৰৱৰ্তী অন্তঃস্থ কোণৰ জোখ কিমান?

6. এটা ত্ৰিভুজৰ এটা বহিঃকোণৰ বিপৰীত অন্তঃস্থ কোণ দুটা ক্ৰমে 49° আৰু 41° হ'লে বহিঃকোণৰ জোখ কিমান? [দূৰৱৰ্তী অন্তঃকোণক (Remote interior angles) বিপৰীত অন্তঃকোণো (opposite interior angles) বোলা হয়]

6.8 ত্ৰিভুজৰ কোণবোৰৰ যোগৰ ধৰ্ম (Angle Sum Property of a Triangle):

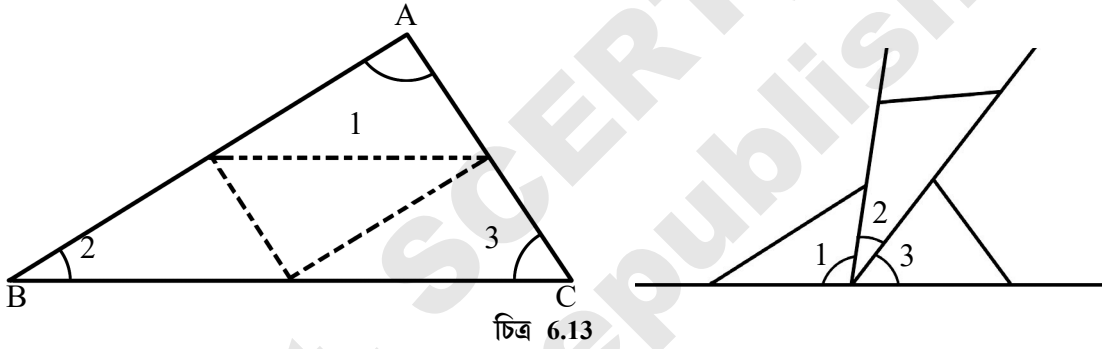
বিভিন্ন ক্ৰিয়া-কলাপৰ জৰিয়তে ত্ৰিভুজৰ অন্তঃকোণবোৰৰ সমষ্টিৰ এটি আগতীয়া ধাৰণা লওঁ আহাঁ—

- (i) **স্তৰ 1 :** বঙীণ কাগজ এখনত এটা ত্ৰিভুজ আঁকা। ইয়াৰ শীৰ্ষবিন্দু (vertices) তিনিটা A, B, C ৰে নামকৰণ কৰা। ইয়াৰ অন্তঃকোণ তিনিটা হ'ল $\angle A$, $\angle B$ আৰু $\angle C$ ।

স্তৰ 2 : ABC ত্ৰিভুজটো কেঁচী এখনেৰে কাটি উলিওৱা।

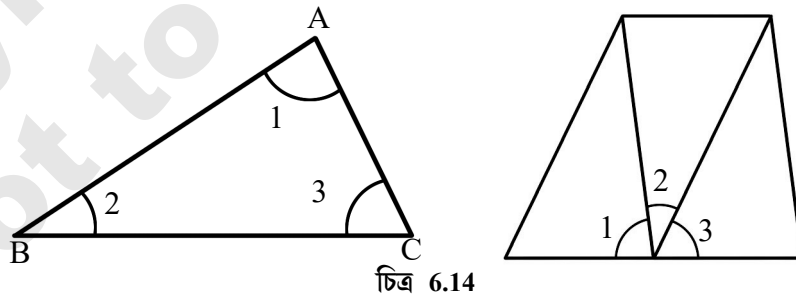
স্তৰ 3 : কোণ তিনিটা ত্ৰিভুজটোৰ পৰা কাটি উলিওৱা।

স্তৰ 4 : এখন কাগজত এডাল সৰলৰেখা আঁকি কোণকেইটাৰ শীৰ্ষবিন্দু কেইটা ৰেখাডালৰ এটা বিন্দুত লগ লগোৱা আৰু ৰেখাডালৰ এটা দিশৰ পৰা আৰম্ভ কৰি কোণ তিনিটাৰ বাহুবোৰ এটাৰ পিছত এটাকৈ মিলাই যোৱা। দেখিবা যে তৃতীয় কোণৰ অন্তিম বাহুটো ৰেখাডালৰ আনটো দিশৰ সৈতে সম্পূৰ্ণ মিলি গৈছে।



চিত্ৰ 6.13

- (ii) কাগজত যিকোনো এটা $\triangle ABC$ আঁকি ট্ৰেচিং কাগজৰ সহায়ত ত্ৰিভুজটোৰ তিনিটা নকল প্ৰস্তুত কৰা। ট্ৰেচিং কাগজৰ পৰা তিনিওটা ত্ৰিভুজ কাটি উলিওৱা। এতিয়া চিত্ৰত দেখুওৱা ধৰণে ত্ৰিভুজ তিনিটাৰ বেলেগ বেলেগ শীৰ্ষবিন্দুবোৰ এটা বিন্দুত এনেভাৱে মিলোৱা যাতে সিহঁতৰ বাহুবোৰ পৰস্পৰ লগলাগি থাকে। দেখিবা যে দুয়োমূৰে থকা ত্ৰিভুজ দুটাৰ বাহিৰফালে থকা বাহুবোৰ এডাল সৰলৰেখাত অৱস্থান কৰিছে।



চিত্ৰ 6.14

দুয়োমূৰৰ বাহু দুটা যিহেতু এডাল সৰলৰেখাত আছে গতিকে কোণ তিনিটাই এটা বিন্দুত মিলি সৰল কোণ অৰ্থাৎ 180° কৰিছে।

এইদৰে বেলেগ বেলেগ ত্ৰিভুজ লৈ চালেও ত্ৰিভুজৰ অন্তঃকোণ তিনিটা মিলি 180° বা দুই সমকোণৰ সমান হয় বুলি অনুমান কৰিব পৰা যায়।

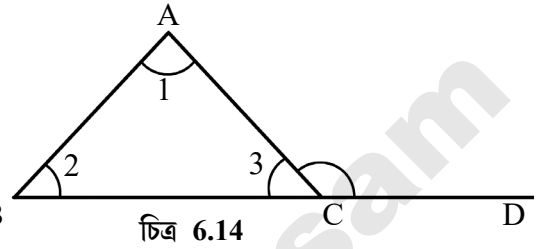
ত্ৰিভুজ আৰু ইয়াৰ ধৰ্ম

(iii) যিকোনো $\triangle ABC$ এটা আঁকি কোণমাপক যন্ত্ৰৰ সহায়ত কোণবোৰৰ মাপ লৈ চালেও আমি কোণবোৰৰ সমষ্টি 180° পাম। ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ সমষ্টি সম্পৰ্কীয় আমাৰ পৰীক্ষালব্ধ অনুমানটোৰ যথার্থতা যুক্তিৰে বিচাৰ কৰি চাওঁ আহাঁ—

কোণ তিনিটাৰ সমষ্টি সম্পৰ্কীয় অনুমান :

ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ সমষ্টি 180° অৰ্থাৎ দুই সমকোণৰ সমান।

যিকোনো $\triangle ABC$ অঁকা হ'ল। BC বাহুক D বিন্দুলৈ বঢ়াই দিয়া হ'ল।



যথার্থতা বিচাৰ (Justification):

পৰ্যায়

কাৰণ

1. $\angle 1 + \angle 2 = \angle ACD$

$\angle ACD$, C বিন্দুত ত্ৰিভুজটোৰ বহিঃকোণ, $\angle 1$ আৰু $\angle 2$, $\angle ACD$ সাপেক্ষে দূৰৱৰ্তী অন্তঃকোণ।
ত্ৰিভুজৰ বহিঃকোণৰ ধৰ্ম অনুসৰি দুয়োপক্ষ সমান।

2. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle ACD + \angle 3$

সমান সমান মাপৰ সৈতে সমান সমান মাপ যোগ কৰিলে যোগফলবোৰো সমান হয়।

3. $\angle ACD + \angle 3 = 180^\circ$

$\angle ACD$ আৰু $\angle 3$ য়ে বৈখিক যোৰ সৃষ্টি কৰিছে।

4. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$

পৰ্যায় 2 আৰু পৰ্যায় 3 ৰ পৰা

গতিকে, ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ সমষ্টি 180° বা দুই সমকোণৰ সমান অৰ্থাৎ আমাৰ অনুমানটো সত্য।

উদাহৰণ 1 : এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা অন্তঃকোণ ক্ৰমে 75° আৰু 35° হ'লে তৃতীয় কোণটোৰ জোখ কিমান?

সমাধান : ধৰাহ'ল, $\triangle ABC$ ৰ $\angle B = 75^\circ$ আৰু $\angle C = 35^\circ$

$\angle A$ ৰ মান উলিয়াব লাগে।

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \text{ [ত্ৰিভুজৰ কোণৰ সমষ্টিৰ ধৰ্ম]}$$

$$\text{বা, } \angle A + 75^\circ + 35^\circ = 180^\circ$$

$$\text{বা, } \angle A + 110^\circ = 180^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } \angle A &= 180^\circ - 110^\circ \\ &= 70^\circ \end{aligned}$$

উদাহৰণ 2 : এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ ক্ষুদ্ৰতম কোণটোৰ ক্ৰমে দুগুণ আৰু তিনিগুণ হ'লে কোণকেইটা নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : ধৰাহ'ল, ক্ষুদ্ৰতম কোণটো $= x$

গতিকে, আন কোণ দুটা ক্ৰমে $2x$ আৰু $3x$

অৰ্থাৎ, $x + 2x + 3x = 180^\circ$ [ত্ৰিভুজৰ কোণবোৰৰ সমষ্টিৰ ধৰ্ম (Angle sum property of triangle)]

$$\text{বা, } 6x = 180^0$$

$$\text{বা, } x = \frac{180^0}{6}$$

$$\text{বা, } x = 30^0$$

ক্ষুদ্রতম কোণটোৰ মাপ 30^0

গতিকে, আন দুটা কোণৰ মাপ ক্ৰমে $2x = (2 \times 30)^0 = 60^0$ আৰু $3x = (3 \times 30)^0 = 90^0$

কোণ তিনিটাৰ জোখ $30^0, 60^0$ আৰু 90^0

উদাহৰণ 3 : এটা ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ অনুপাত 2:3:4 , কোণ তিনিটা নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান :

চৰ্তানুসৰি কোণ তিনিটা $2x, 3x, 4x$ ধৰোঁ।

$$\text{তেন্তে, } 2x + 3x + 4x = 180^0$$

$$\text{বা, } 9x = 180^0$$

$$\text{বা, } x = 20^0$$

$$\text{গতিকে, কোণ তিনিটা } 2x = 2 \times 20^0 = 40^0$$

$$3x = 3 \times 20^0 = 60^0 \text{ আৰু}$$

$$4x = 4 \times 20^0 = 80^0$$

6.9 দুটা বিশেষ ত্ৰিভুজ — সমবাহু আৰু সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ (Two special Triangles – Equilateral and Isosceles) :

6.9.1 সমবাহু ত্ৰিভুজ (Equilateral Triangle) : এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিওটা বাহু সমসাপৰ হ'লে ত্ৰিভুজটোক সমবাহু ত্ৰিভুজ বোলে।

ধৰা হ'ল, ABC এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ। ত্ৰিভুজটোৰ অন্তঃকোণবোৰ কেনে ধৰণৰ হ'ব বাক? পৰীক্ষা এটা কৰা যাওঁক। কাগজত বাহুবোৰৰ মাপ সমান হোৱাকৈ $\triangle ABC$ আঁকা আৰু কেঁচী এখনেৰে ইয়াক কাটি উলিওৱা। B বিন্দুটো C বিন্দুৰ ওপৰত পৰাকৈ ত্ৰিভুজটোক ভাঁজ কৰা। দেখিবা AB বাহু AC বাহুৰ সৈতে আৰু $\angle B, \angle C$ ৰ সৈতে সম্পূৰ্ণ ৰূপে মিলি গৈছে। গতিকে, ইয়াৰ পৰা বুজিব পাৰি যে $\angle B = \angle C$ ।

একেদৰে, A বিন্দুটো C বিন্দুত পৰাকৈ ত্ৰিভুজটো ভাঁজ কৰিলে BA বাহু BC বাহুৰ সৈতে আৰু $\angle A, \angle C$ ৰ সৈতে মিলি যাব। অৰ্থাৎ $\angle A = \angle C$ ।

গতিকে ABC সমবাহু ত্ৰিভুজটোৰ ক্ষেত্ৰত $\angle A = \angle B = \angle C$ অৰ্থাৎ কোণবোৰ পৰস্পৰ সমান।

কিন্তু $\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$ (ত্ৰিভুজৰ কোণৰ সমষ্টি সম্পৰ্কীয় ধৰ্মৰ পৰা)

গতিকে $\angle A = \angle B = \angle C = 60^0$ ।

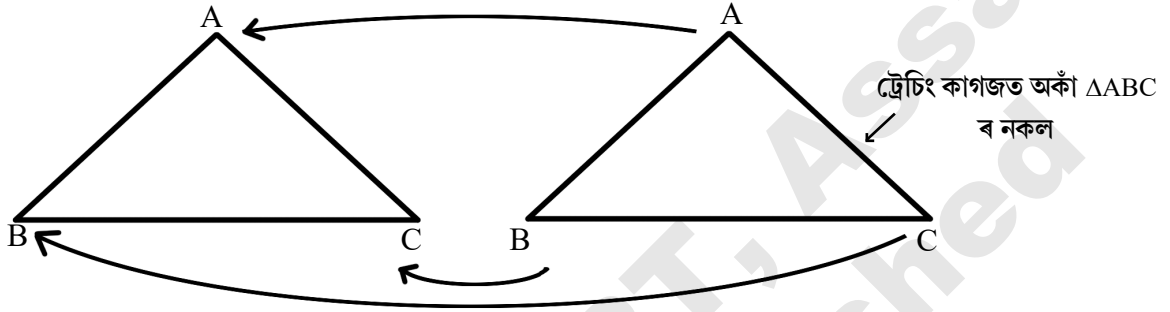
অৰ্থাৎ সমবাহু ত্ৰিভুজৰ প্ৰতিটো কোণৰ মাপ 60^0

6.9.2 সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ (Isosceles Triangle) :

ধৰা হ'ল, ABC এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ যাতে $AB = AC$

ত্ৰিভুজটোৰ কোণ তিনিটাৰ কোনো বিশেষ বৈশিষ্ট্য দেখা পাইছানে?

কাগজত সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ ABC আঁকা যাতে $AB = AC$ আৰু ট্ৰেচিং কাগজৰ সহায়ত ত্ৰিভুজটোৰ এটা ছবছ নকল তৈয়াৰ কৰি কেঁচীৰে কাটি উলিওৱা।



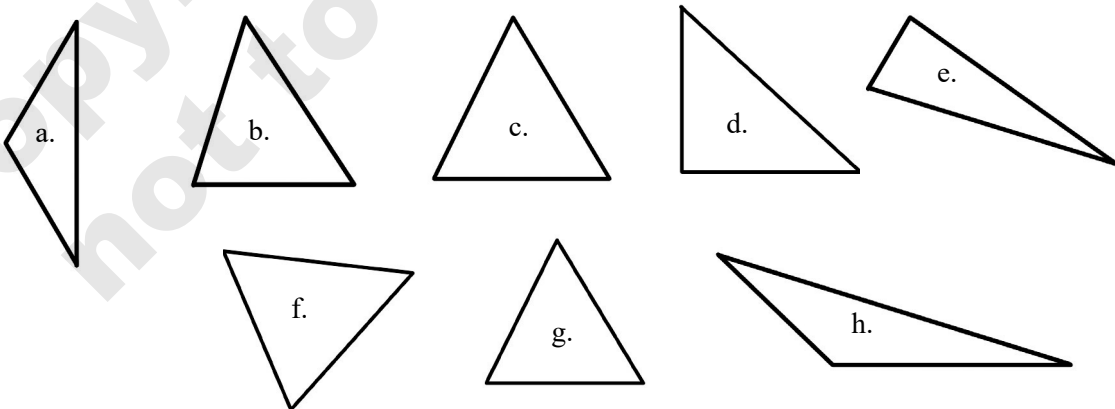
চিত্ৰ 6.15

এতিয়া ট্ৰেচিং কাগজত অঁকা নকল ত্ৰিভুজটোক মূল $\triangle ABC$ ৰ ওপৰত এনেভাৱে স্থাপন কৰা যাতে নকল ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দু A, B আৰু C মূল ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দু যথাক্ৰমে A, C আৰু B ত মিলি যায়। তেনেক্ষেত্ৰত নকল ত্ৰিভুজৰ বাহু AB, AC আৰু BC মূল ত্ৰিভুজটোৰ বাহু যথাক্ৰমে AC, AB আৰু BC সৈতে আৰু নকল ত্ৰিভুজৰ কোণ $\angle A$, $\angle B$ আৰু $\angle C$ মূল ত্ৰিভুজৰ কোণ যথাক্ৰমে $\angle A$, $\angle C$ আৰু $\angle B$ সৈতে মিলি যাব।

ইয়াৰ পৰা আমি ক'ব পাৰোঁ যে সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ সমান বাহু দুটাৰ সন্মুখৰ কোণ দুটা সমান। অৰ্থাৎ $\angle B = \angle C$

মন কৰা যে সকলো সমবাহু ত্ৰিভুজেই সমদ্বিবাহু কিন্তু সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ এটা সমবাহু নহ'বও পাৰে।

ক্ৰিয়াকলাপ (Activity) : চিত্ৰ 6.16 ৰ ত্ৰিভুজবোৰৰ নামকৰণ কৰি তালিকাখন পূৰ কৰা



চিত্ৰ 6.16

ত্ৰিভুজ	বাহু হিচাপে ত্ৰিভুজ (সমবাহু, সমদ্বিবাহু বা বিষম বাহু)	কোণ হিচাপে ত্ৰিভুজ (সমকোণী, সূক্ষ্মকোণী বা স্থূলকোণী)
a		
b		
c		
d		
e		
f		
g		
h		

বহু বিকল্পী প্ৰশ্ন (Multiple Choice Questions) :

উদাহৰণ 1 : $\triangle ABC$ ৰ $AB = AC = BC = 9$ চেমি হ'লে ত্ৰিভুজটো

- A. সমবাহু ত্ৰিভুজ।
- B. সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ।
- C. বিষম বাহু ত্ৰিভুজ।

সমাধান : ইয়াত $AB = AC = BC = 9$ চেমি গতিকে ই সমবাহু ত্ৰিভুজ।

উদাহৰণ 2 : এটা ত্ৰিভুজৰ প্ৰতিটো কোণৰ জোখ 60° হ'লে ত্ৰিভুজটো হ'ব

- A. সমবাহু ত্ৰিভুজ।
- B. সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ।
- C. বিষম বাহু ত্ৰিভুজ।

সমাধান : এটা সমবাহু ত্ৰিভুজৰ প্ৰত্যেকটো কোণৰ জোখ 60° । গতিকে ত্ৰিভুজটো সমবাহু হ'ব।

উদাহৰণ 3 : এটা ত্ৰিভুজৰ দুডাল বাহুৰ প্ৰত্যেকৰে মাপ 12 চেমি আৰু তৃতীয় বাহুৰ মাপ 8 চেমি হ'লে ত্ৰিভুজটো হ'ব

- A. সমবাহু ত্ৰিভুজ।
- B. সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ।
- C. বিষম বাহু ত্ৰিভুজ।

সমাধান : ইয়াত দুডাল সমান জোখৰ বাহু আছে গতিকে ই এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ হ'ব।

উদাহৰণ 4 : এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণৰ পৰিমাণ ক্ৰমে 51° আৰু 78° হ'লে ত্ৰিভুজটো হ'ব

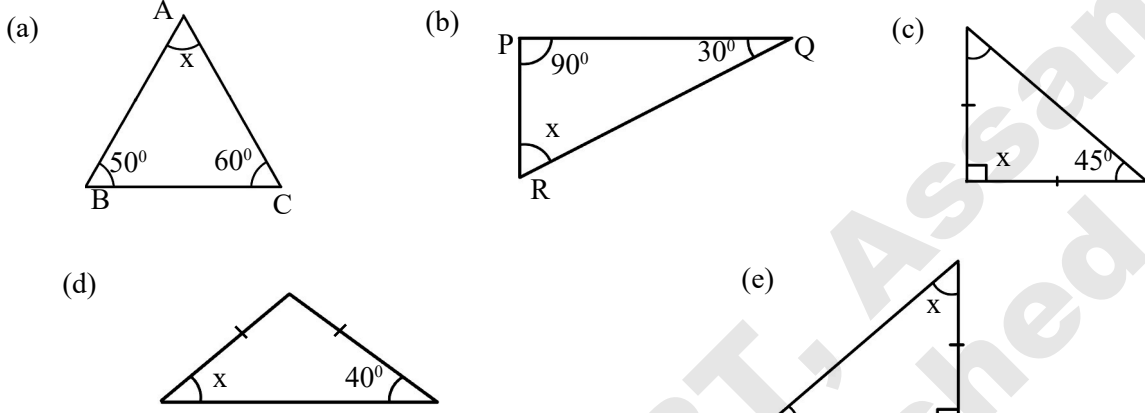
- A. সমবাহু ত্ৰিভুজ।
- B. সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ।
- C. বিষম বাহু ত্ৰিভুজ।

সমাধান : ত্ৰিভুজৰ তৃতীয় কোণ $= 180^\circ - (51^\circ + 78^\circ) = 51^\circ$

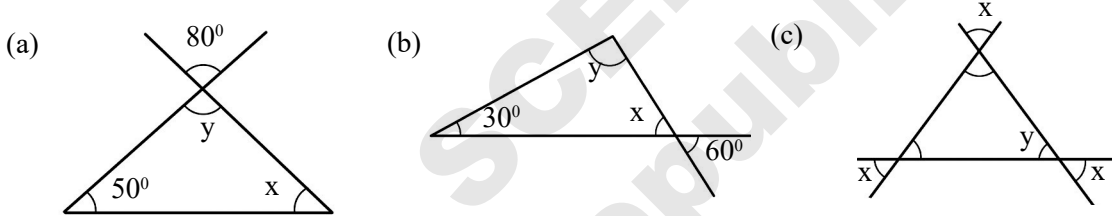
দেখা গ'ল, ত্ৰিভুজটোৰ দুটা কোণ সমান, গতিকে ত্ৰিভুজটো সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ। কাৰণ, ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহু পৰস্পৰ সমান হ'লে সিহঁতৰ সমুখৰ কোণবোৰ পৰস্পৰ সমান হয়।

অনুশীলনী- 6.3

1. চিত্ৰৰ পৰা x নিৰ্ণয় কৰা



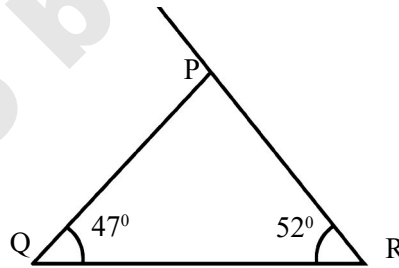
2. চিত্ৰৰ পৰা x আৰু y নিৰ্ণয় কৰা



3. এটা ত্ৰিভুজৰ এটা কোণৰ মাপ 60° । বাকী দুটা কোণৰ মাপ তলৰ কোনটো হ'ব ?

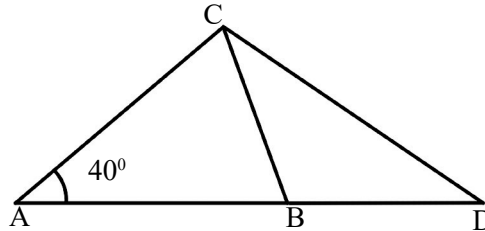
- (a) $50^\circ, 40^\circ$ (b) $40^\circ, 60^\circ$ (c) $60^\circ, 70^\circ$ (d) $50^\circ, 70^\circ$

4. চিত্ৰৰ পৰা $\angle P$ নিৰ্ণয় কৰা।



5. এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ 30° আৰু 80° । তৃতীয় কোণটো নিৰ্ণয় কৰা।
6. এটা ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ 80° আৰু বাকী কোণ দুটা পৰস্পৰ সমান। কোণ দুটাৰ জোখ কিমান ?
7. এটা ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ অনুপাত $1:2:1$ । কোণ তিনিটাৰ জোখ নিৰ্ণয় কৰা।
8. এটা ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটা ক্ৰমে $(x + 21^\circ)$, $(x - 20^\circ)$ আৰু $(2x - 45^\circ)$ হ'লে x ৰ মান কিমান ?
9. ত্ৰিভুজ এটাৰ কোণবোৰৰ অনুপাত $1:2:3$ । কোণবোৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

10. $\triangle ABC$ ৰ $\angle A + \angle B = 116^\circ$, $\angle B + \angle C = 126^\circ$ ত্ৰিভুজটোৰ অন্তঃকোণবোৰৰ জোখ নিৰ্ণয় কৰা।
11. $\triangle ABC$ ৰ $2\angle A = 3\angle B = 6\angle C$ হ'লে $\angle A$, $\angle B$ আৰু $\angle C$ উলিওৱা।
12. চিত্ৰত $\angle CAB = 40^\circ$, $AC = AB$ আৰু $BC = BD$
 - a) $\angle ACB$ আৰু b) $\angle CDB$ মান নিৰ্ণয় কৰা।



6.10 সমকোণী ত্ৰিভুজ আৰু পাইথাগোৰাচৰ ধৰ্ম

(Right-Angled Triangles and Pythagoras Property) :

চিন্তা কৰা, ত্ৰিভুজ এটাত এটাতকৈ অধিক সমকোণ থাকিব পাৰেনে?

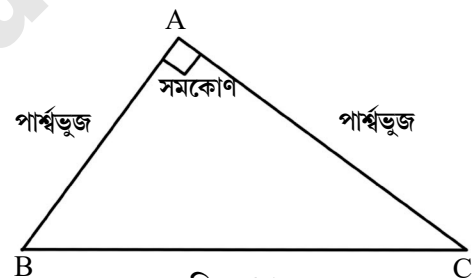
ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ সমষ্টিৰ ধৰ্ম অনুসৰি ত্ৰিভুজৰ কোণ তিনিটাৰ সমষ্টি দুই সমকোণ বা 180° ৰ সমান। গতিকে কোনো ত্ৰিভুজৰ এটা কোণ সমকোণৰ সমান হ'লে বাকী থকা কোণ দুটাৰ সমষ্টিও এক সমকোণৰ সমান হ'ব। অৰ্থাৎ, বাকী কোণ দুটাৰ প্ৰতিটোৱেই এক সমকোণতকৈ সৰু হ'ব লাগিব।

গতিকে, ত্ৰিভুজ এটাত এটাতকৈ অধিক সমকোণ থকাটো অসম্ভৱ।

চিত্ৰত 6.17 ABC এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ।

সমকোণী ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত বাহুকেইটাক বিশেষ নামেৰে উল্লেখ কৰা হয়। সমকোণৰ সমুখৰ বাহুটোক অতিভুজ আৰু সমকোণৰ সংলগ্ন বাহু দুটাক পাৰ্শ্বভুজ বোলা হয়।

সমকোণী ত্ৰিভুজৰ বাহু তিনিটাৰ এক বিশেষ ধৰ্মক পাইথাগোৰাচৰ ধৰ্ম হিচাপে উল্লেখ কৰা হয়।



পাইথাগোৰাচৰ ধৰ্ম অনুসৰি এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজৰ বৰ্গ দুই পাৰ্শ্বভুজৰ বৰ্গৰ যোগফলৰ সমান (In a right-angled triangle, the square of the hypotenuse is equal to the sum of the square of the legs)।

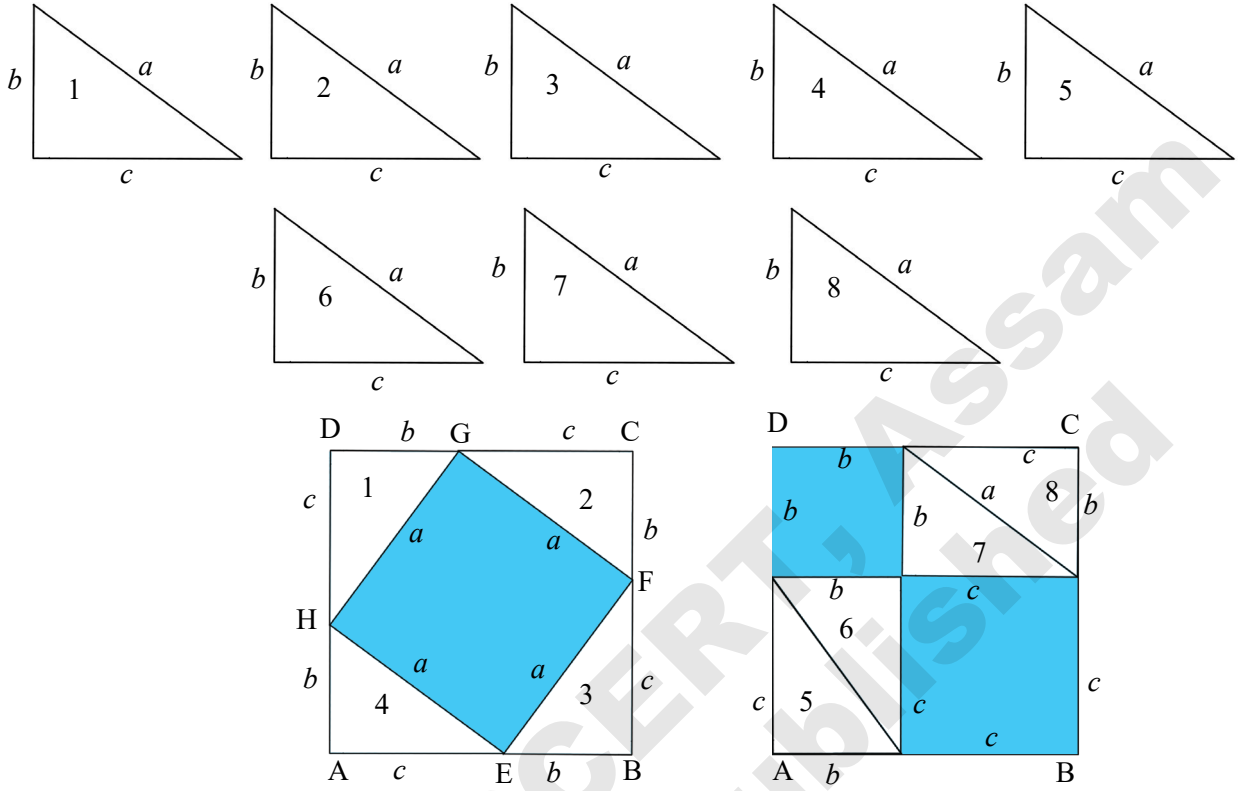
অৰ্থাৎ, এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজ a আৰু দুই পাৰ্শ্বভুজ ক্ৰমে b আৰু c হ'লে

$$a^2 = b^2 + c^2$$

এটা সহজ পৰীক্ষাৰ দ্বাৰা এই ধৰ্মটো আমি পৰীক্ষা কৰি চাব পাৰোঁ।

$(b+c)$ জোখৰ বাহু বিশিষ্ট দুটা বৰ্গ আঁকা আৰু প্ৰদত্ত সমকোণী ত্ৰিভুজৰ সৈতে হুবহু একে ৪ টা সমকোণী ত্ৰিভুজ তৈয়াৰ কৰা।

ইয়াৰে ৪ টা সমকোণী ত্ৰিভুজ প্ৰথম বৰ্গটোত আৰু ৪ টা সমকোণী ত্ৰিভুজ দ্বিতীয় বৰ্গটোত সিপিঠিৰ চিত্ৰত দেখুওৱা ধৰণে সজোৱা।



চিত্ৰ 6.18

কি দেখিছা? প্ৰথম বৰ্গটোত চাৰিটা সমকোণী ত্ৰিভুজ চিত্ৰত 6.18 দেখুওৱা ধৰণে বহুওৱাৰ পিছত a বাহু বিশিষ্ট বৰ্গ এটাৰ সমান ঠাই খালী থাকে (ছাঁ দিয়া অংশ)।

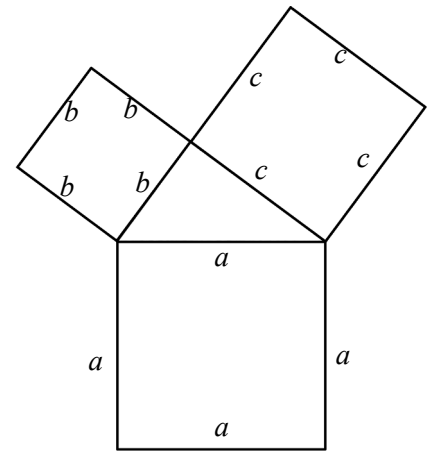
একেদৰে বাকী 4 টা সমকোণী ত্ৰিভুজ দ্বিতীয় বৰ্গটোত চিত্ৰত দেখুওৱা ধৰণে সজোৱাৰ পিছত তাত b বাহু বিশিষ্ট আৰু c বাহু বিশিষ্ট দুটা বৰ্গৰ সমান ঠাই খালী থাকে।

যিহেতু দুয়োটা বৰ্গৰ আকাৰ একে অৰ্থাৎ $b+c$ বাহু বিশিষ্ট আৰু বৰ্গ দুটাত সজোৱা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ সংখ্যাও সমান সমান, গতিকে বৰ্গ দুটাত থকা খালী অংশ দুটাও পৰস্পৰ সমান।

প্ৰথম বৰ্গৰ খালী অংশ হ'ল a বাহু বিশিষ্ট বৰ্গৰ সমান অৰ্থাৎ a^2 আৰু দ্বিতীয় বৰ্গৰ খালী অংশ হ'ল b আৰু c বাহু বিশিষ্ট বৰ্গ দুটাৰ সমান

$$\text{গতিকে, } a^2 = b^2 + c^2$$

অৰ্থাৎ, সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজৰ বৰ্গ পাৰ্শ্ববাহু দুটাৰ বৰ্গৰ যোগফলৰ সমান।



চিত্ৰ 6.19

কাষত চিত্ৰ 6.19 ৰ সহায়ত পাইথাগোৰাছৰ ধৰ্মটো প্ৰদৰ্শন কৰা হৈছে অৰ্থাৎ, সমকোণী ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত অতিভুজৰ ওপৰত অঁকা বৰ্গটোৰ কালি বাকী বাহু দুটাৰ ওপৰত অঁকা বৰ্গ দুটাৰ কালিৰ যোগফলৰ সমান।

ত্ৰিভুজ আৰু ইয়াৰ ধৰ্ম

হাতে কামে কৰি চোৱা —

বেলেগ বেলেগ জোখৰ বাহু বিশিষ্ট কিছুমান ত্ৰিভুজ অংকন কৰা যেনে :

- (i) 2 চেমি, 3 চেমি, 4 চেমি
- (ii) 3 চেমি, 4 চেমি, 5 চেমি
- (iii) 2 চেমি, 3 চেমি, 5 চেমি
- (iv) 2 চেমি, 4 চেমি, 5 চেমি ইত্যাদি

(i) ৰ ক্ষেত্ৰত $2^2 + 3^2 = 13$ আৰু $4^2 = 16$

অৰ্থাৎ $2^2 + 3^2 < 4^2$

এতিয়া ত্ৰিভুজটোৰ কোণবোৰ জুখি চোৱা। ত্ৰিভুজটোত সমকোণ আছেনে? দেখিবা যে ত্ৰিভুজটোত এটা স্থূলকোণহে আছে।

(ii) ৰ ক্ষেত্ৰত $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ আৰু $5^2 = 25$

অৰ্থাৎ $3^2 + 4^2 = 5^2$

এতিয়া কোণবোৰ জুখি চোৱা। দেখিবা 5 চেমি দৈৰ্ঘ্যৰ বাহুৰ সমুখৰ কোণটো এটা সমকোণ হৈছে। অৰ্থাৎ পাইথাগোৰাচৰ ধৰ্মটো ইয়াত প্ৰযোজ্য হৈছে।

একেদৰে বাকী ত্ৰিভুজকেইটা পৰীক্ষা কৰা।

এই পৰীক্ষাৰ পৰা বুজিব পাৰিবা যে পাইথাগোৰাচৰ ধৰ্মটো বিপৰীত দিশৰ পৰাও প্ৰযোজ্য, অৰ্থাৎ এটা ত্ৰিভুজৰ সৰু বাহু দুটাৰ বৰ্গৰ সমষ্টি তৃতীয় বাহুৰ বৰ্গৰ সমান হ'লে ত্ৰিভুজটো সমকোণী হয়।

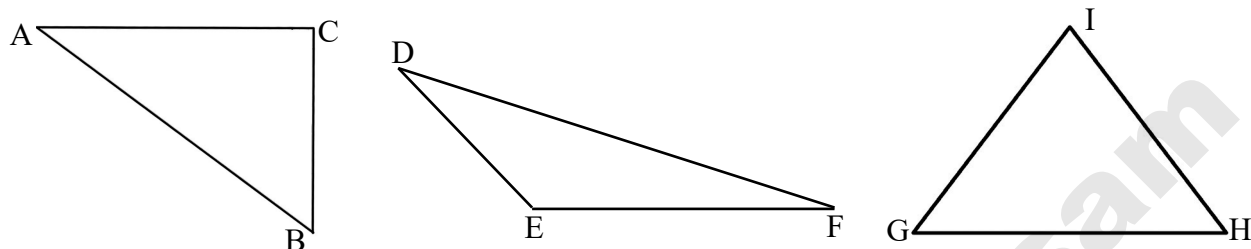
এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজৰ বৰ্গ, দুই পাৰ্শ্বভুজৰ বৰ্গৰ যোগফলৰ সমান। সমকোণী ত্ৰিভুজৰ এই ধৰ্মটো পোন প্ৰথমে পাইথাগোৰাচ (570 - 495BC) নামৰ এগৰাকী গণিতজ্ঞই প্ৰমাণ কৰিছিল। সেয়েহে সমকোণী ত্ৰিভুজৰ এই ধৰ্মটো পাইথাগোৰাচৰ ধৰ্ম হিচাপে বিখ্যাত হয়। তেওঁ প্ৰাচীন গ্ৰীক সভ্যতাৰ এগৰাকী গণিতজ্ঞ আৰু দাৰ্শনিক আছিল। কিন্তু পাইথাগোৰাচৰ আগতো বিভিন্ন সভ্যতাত ইয়াৰ ব্যৱহাৰৰ উল্লেখ পোৱা যায়। জ্যামিতিৰ উপৰি সংখ্যা, সমানুপাত আদিৰ ক্ষেত্ৰত পাইথাগোৰাচ আৰু তেওঁৰ অনুগামীসকলে বহুলভাৱে চৰ্চা কৰিছিল। ভাৰতীয় বৌদ্ধায়ণ শুল্বসূত্ৰ গ্ৰন্থত পাইথাগোৰাচৰ বহুপূৰ্বে এই সূত্ৰটোৰ উল্লেখ আছে। বৌদ্ধায়নে সূত্ৰটো আয়তক্ষেত্ৰত প্ৰয়োগ কৰিছিল।

6.11 এটা ত্ৰিভুজৰ অসমতাসমূহ (Inequalities of a Triangle) :

তোমালোকে প্ৰধানতঃ এটা বা একাধিক ত্ৰিভুজৰ বাহু আৰু কোণসমূহৰ সমতা বিষয়ক কথাবোৰ অধ্যয়ন কৰি আছা। কোনো কোনো সময়ত আমি অসমান বস্তু বা সামগ্ৰীৰ সৈতে মুখামুখি হওঁহক। সেইবোৰৰ পাৰস্পৰিক তুলনা আমাৰ বাবে আৱশ্যকীয় হৈ পৰে।

ত্ৰিভুজ আৰু ইয়াৰ ধৰ্ম

কাৰ্য্যঃ ত্ৰিভুজৰ যিকোনো দুডাল বাহুৰ দৈৰ্ঘ্যৰ যোগফল আন বাহুডালৰ দৈৰ্ঘ্যৰ লগত তুলনা কৰোঁ আহাঁ— চিত্ৰত 6.20 দেখুওৱাৰ দৰে $\triangle ABC$, $\triangle DEF$ আৰু $\triangle GHI$ আঁকি লোৱা। স্কেলৰ সহায়ত বাহুবোৰৰ জোখ লৈ তালিকাখন পূৰ কৰা—



চিত্ৰ 6.20

ত্ৰিভুজ	বাহুৰ জোখ	দুটা বাহুৰ জোখৰ যোগফল	দুটা বাহুৰ জোখৰ পাৰ্থক্য	মন্তব্য
$\triangle ABC$	AB = BC = CA =	AB + BC = BC + AC = AC + AB =	AB - BC = BC - AC = AC - AB =	
$\triangle DEF$	DE = EF = DF =	DE + EF = EF + DF = DF + DE =	DE - EF = EF - DF = DF - DE =	
$\triangle GHI$	GH = HI = GI =	GH + HI = HI + GI = GI + GH =	GH - HI = HI - GI = GI - GH =	

এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহুৰ দৈৰ্ঘ্যৰ যোগফল (Sum of the lengths of two sides of a triangle) :

তলৰ প্ৰতিটো গোটত তিনিডালকৈ ৰেখাখণ্ডৰ জোখ দিয়া হৈছে, প্ৰতিটো ৰেখাখণ্ডৰ জোখৰ জৰিয়তে একোটা ত্ৰিভুজ তৈয়াৰ কৰিব পাৰি নে চোৱাচোন — কাৰ্য্যটো তোমালোকে নিৰ্দিষ্ট জোখৰ বাঁহৰ কাঠিৰ জৰিয়তে কৰি চাবা —

- (i) (3 চে মি, 5 চে মি, 7 চে মি) (ii) (4 চে মি, 6 চে মি, 2 চে মি) (iii) (7 চে মি, 6 চে মি, 5 চে মি)
(iv) (6 চে মি, 8 চে মি, 3 চে মি) (v) (3 চে মি, 2 চে মি, 6 চে মি)

তোমালোকে নিশ্চয় মন কৰিছা যে —

(i), (iii), (iv) গোট কেইটাৰ নিৰ্দিষ্ট জোখেৰে কটা কাঠি কেইডালৰ আগকেইটা সংযোগ কৰি ত্ৰিভুজ তৈয়াৰ কৰিব পৰা যাব। কিন্তু (ii) আৰু (v) গোট কেইটাৰ জোখৰ কাঠি কেইডালৰ আগকেইটা লগ নালগিব বা ত্ৰিভুজ তৈয়াৰ কৰিব পৰা নাযাব। (কাৰণটো কি পিছত নিজে উলিয়াবলৈ চেষ্টা কৰিবা, নোৱাৰিলে শিক্ষকৰ সহায় ল'বা)

ওপৰৰ ত্ৰিভুজ তৈয়াৰ কৰিব পৰা জোখ কেইটা চালে দেখিবা—

ত্ৰিভুজৰ বাহুৰ জোখ
(Length of the sides of Triangles)

(i) (3 চে মি, 5 চে মি, 7 চে মি)

দুডাল বাহুৰ সমষ্টি
(Sum of two sides)

$3+5>7$, $5+7>3$, $3+7>5$

ত্ৰিভুজ আৰু ইয়াৰ ধৰ্ম

(iii) (7চে মি, 6চে মি, 5চে মি)

$$7+6>5, 7+5>6, 6+5>7$$

(iv) (6চে মি, 8চে মি, 3চে মি)

$$6+8>3, 8+3>6, 6+3>8$$

অৰ্থাৎ, (i), (iii), (iv) ৰ প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰত যিকোনো দুডালৰ জোখ তৃতীয় ডালতকৈ ডাঙৰ।

সেয়েহে, যিকোনো তিনিটা বাহু $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ ৰ দ্বাৰা এটা ত্ৰিভুজ ABC গঠন কৰিব পৰা যাব যদিহে—

$$AB + BC > AC$$

$$AC + AB > BC$$

$$BC + AC > AB, \text{ হয়।}$$

এতিয়া ওপৰৰ (ii) আৰু (v) গোটকেইটাৰ জোখৰ কাঠি কেইডালৰ জৰিয়তে কিয় ত্ৰিভুজ তৈয়াৰ কৰিব পৰা নগ'ল গম পাইছানে?

উদাহৰণ 9 : 7 চে মি, 9চে মি, 13 চে মি বাহুৰ এটা ত্ৰিভুজ সম্ভৱনে? পৰীক্ষা কৰা

সমাধান : $7 + 9 = 16 > 13$

$$9 + 13 = 22 > 7$$

$$13 + 7 = 20 > 9$$

$\therefore$ প্ৰদত্ত বাহু তিনিটাৰ জোখবোৰৰ পৰা বুজা যায় যে যিকোনো দুটা বাহুৰ জোখৰ সমষ্টি তৃতীয় বাহুতকৈ ডাঙৰ।

গতিকে ই এটা ত্ৰিভুজৰ বাহু হ'ব।

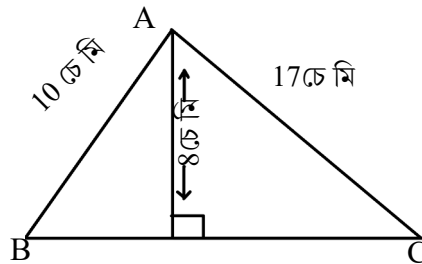
উদাহৰণ 10 : 4 চে মি, 8 চে মি, 15 চে মি এটা ত্ৰিভুজৰ বাহুৰ জোখ হ'বনে?

সমাধান : ইয়াত $4 + 8 = 12 < 15$

গতিকে ই এটা ত্ৰিভুজৰ বাহুৰ জোখ হ'ব নোৱাৰে।

অনুশীলনী-6.4

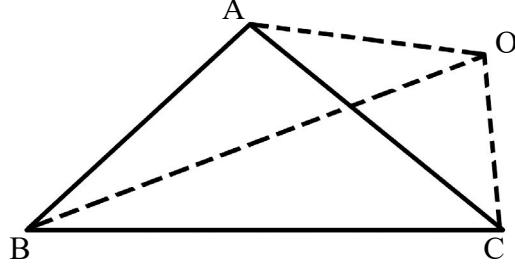
1. চিত্ৰত $AB = 10$ চে মি, $BC = 17$ চে মি আৰু $AD = 8$ চে মি. AC নিৰ্ণয় কৰা



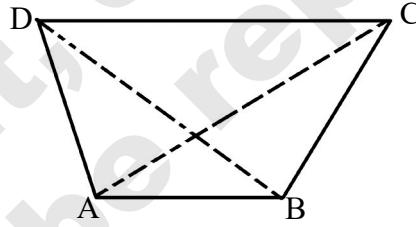
2. এটা ত্ৰিভুজৰ পৰিসীমা 15চে মি। যদি দুডাল বাহু 5চে মি আৰু 7চে মি জোখৰ হয় তৃতীয় বাহুডালৰ জোখ কিমান?

ত্ৰিভুজ আৰু ইয়াৰ ধৰ্ম

- আয়ত এটাৰ দুডাল সন্নিহিত বাহুৰ জোখ 16চে মি আৰু 12চে মি। কৰ্ণ দুডালৰ প্ৰতিডালৰ দীঘ কিমান?
- ΔABC ৰ O এটা বহিঃস্থ বিন্দু। দেখুওৱা যে $2(OA + OB + OC) > AB + BC + CA$



- তলৰ জোখবিশিষ্ট বাহুবোৰে সমকোণী ত্ৰিভুজ গঠন কৰিবনে?
 (a) 5, 12, 13 (b) 3, 4, 5 (c) 6, 8, 10 (d) 6, 7, 8
- তলৰ জোখবোৰ এটা ত্ৰিভুজৰ বাহু হ'বনে?
 (a) 3চে মি, 4 চে মি, 5চে মি (b) 5চে মি, 7চে মি, 12চে মি
 (c) 3.4চে মি, 2চে মি, 5.8চে মি (d) 6চে মি, 7চে মি, 14চে মি
- $ABCD$ এটা চতুৰ্ভুজ হ'লে প্ৰমাণ কৰা যে
 $AB + BC + CD + DA > AC + BD$

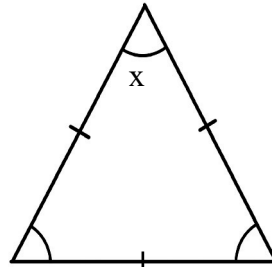


অনুশীলনী- 6.5

প্ৰশ্ন নং 1ৰ পৰা 12 লৈ প্ৰত্যেক প্ৰশ্নৰ বাবে চাৰিটাকৈ সম্ভাব্য উত্তৰ দিয়া আছে। শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা

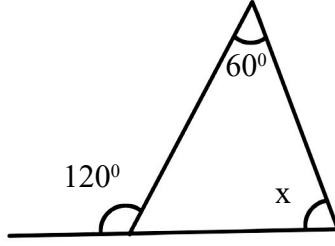
- তলৰ চিত্ৰত x ৰ মান হ'ব—

- 40°
- 60°
- 35°
- 180°



2. x ৰ মান হ'ব—

- (a) 180°
 (b) 55°
 (c) 90°
 (d) 60°



3. $\triangle ABC$ ৰ $\angle A = 35^\circ$, $\angle B = 65^\circ$ হ'লে $\angle C = ?$

- (a) 50° (b) 80° (c) 30° (d) 60°

4. সমকোণী ত্ৰিভুজ এটাৰ অতিভুজৰ জোখ 17 চে মি। যদি এডাল বাহু 8 চে মি জোখৰ হয় তেনেহ'লে আনডালৰ জোখ

- (a) 15 চে মি (b) 12 চে মি (c) 13 চে মি (d) 25 চে মি

5. $\triangle ABC$ ৰ $\angle A = 72^\circ$, $\angle B = 63^\circ$ হ'লে $\angle C = ?$

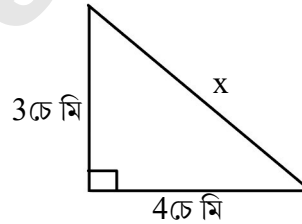
- (a) 45° (b) 80° (c) 30° (d) 60°

6. সমকোণী ত্ৰিভুজ এটাৰ এটা সূক্ষ্মকোণৰ জোখ 36° হ'লে আনটোৰ জোখ কিমান?

- (a) 55° (b) 54° (c) 51° (d) 52°

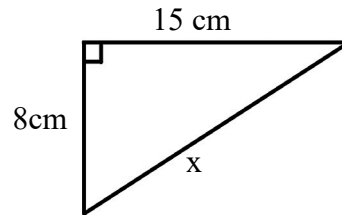
7. চিত্ৰত x ৰ জোখ নিৰ্ণয় কৰা

- (a) 5 চে মি
 (b) 7 চে মি
 (c) 3 চে মি
 (d) 4 চে মি



8. চিত্ৰত x ৰ দীঘ কিমান?

- (a) 15 চে মি (b) 17 চে মি
 (c) 13 চে মি (d) 14 চে মি



9. সমকোণী $\triangle ABC$ ৰ $\angle C = 90^\circ$ । যদি $AC = 5$ চে মি, $BC = 12$ চে মি তেন্তে AB হ'ব

- (a) 7 চে মি (b) 17 চে মি (c) 13 চে মি (d) 14 চে মি

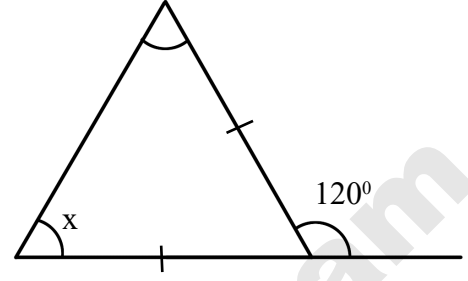
10. $\triangle PQR$ ৰ $\angle P = 90^\circ$, $PQ = 3$ চে মি, $PR = 4$ চে মি তেন্তে QR হ'ব

- (a) 7 চে মি (b) 17 চে মি (c) 5 চে মি (d) 13 চে মি

ত্ৰিভুজ আৰু ইয়াৰ ধৰ্ম

11. চিত্ৰত x ৰ মান হ'ব

- (a) 90°
- (b) 60°
- (c) 80°
- (d) 40°



12. পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্যটো সিদ্ধ হয় যদিহে ত্ৰিভুজটো

- (a) স্থূলকোণী
- (b) সমকোণী
- (c) সূক্ষ্মকোণী

আমি কি শিকিলোঁ

1. ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দু আৰু তাৰ বিপৰীত বাহুৰ মধ্যবিন্দু সংযোগী ৰেখাখণ্ডডালেই মধ্যমা।
2. শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা বিপৰীত বাহুতলৈ টনা লম্বডালেই হ'ল উন্নতি।
3. ত্ৰিভুজৰ অন্তঃকোণ তিনিটাৰ সমষ্টি 180° ।
4. ত্ৰিভুজৰ এডাল বাহু বঢ়াই দিলে উৎপন্ন হোৱা বহিঃকোণৰ জোখ ইয়াৰ দূৰৱৰ্তী অন্তঃস্থ কোণ দুটাৰ সমষ্টিৰ সমান।
5. ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহুৰ সমষ্টি তৃতীয় বাহুতকৈ ডাঙৰ।
6. সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজৰ বৰ্গ বাকী দুটা বাহুৰ বৰ্গৰ সমষ্টিৰ সমান। ইয়াকে পাইথাগোৰাছৰ উপপাদ্য (Pythagoras Theorem) বুলি জনা যায়।
7. যদি এটা ত্ৰিভুজৰ এটা বাহুৰ বৰ্গ, সেই ত্ৰিভুজটোৰ আন বাহু দুটাৰ বৰ্গৰ যোগফলৰ সমান হয় তেন্তে প্ৰথম বাহুটোৰ বিপৰীত কোণটো এটা সমকোণ। ইয়াক পাইথাগোৰাছৰ বিপৰীত উপপাদ্য (Converse Theory of Pythagoras Theorem) বুলি কোৱা হয়।



অধ্যায় - 7

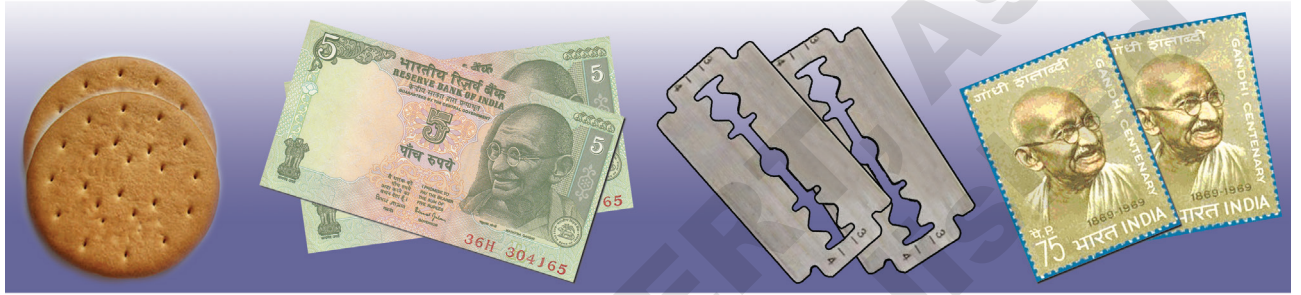
ত্ৰিভুজৰ সৰ্বাংগসমতা

(Congruence of Triangles)



7.1 সৰ্বাংগসম (Congruent) বস্তুবোৰ এটা আনটোৰ প্ৰতিৰূপ বা অবিকল। দুটা বস্তুৰ মাজৰ সৰ্বসম সম্পৰ্কটোৱে সৰ্বাংগসমতা (Congruence)। এই অধ্যায়ত আমি ত্ৰিভুজৰ সৰ্বাংগসমতাৰ বিষয়ে অধ্যয়ন কৰিম।

ত্ৰিভুজৰ সৰ্বাংগসমতাৰ বিষয়ে আলোচনা কৰাৰ আগতে আমি তলৰ চিত্ৰবোৰ চাওঁ আহা—



চিত্ৰ- 7.1

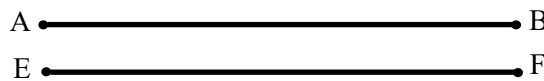
এখন ব্লেডৰ ওপৰত আন এখন ব্লেড ৰাখিলে, এটা ডাক টিকটৰ ওপৰত আন এটা একেধৰণৰ ডাক টিকট ৰাখিলে বা এখন পাঁচটকীয়া নোটৰ ওপৰত আন এখন পাঁচটকীয়া নোট ৰাখিলে এইবোৰ সম্পূৰ্ণৰূপে মিলি নাযায়নে? ইহঁতে সৰ্বাংগসমতা দেখুৱাইছে। আমাৰ চাৰিওফালে সৰ্বাংগসমতা দেখুওৱা অনেক বস্তু আছে।

দুটা চিত্ৰৰ সৰ্বাংগসমতা চাবলৈ এটা চিত্ৰৰ ওপৰত আনটো চিত্ৰ ৰাখি মিলালে দুয়োটা অংগে অংগে মিলি যায়।

- সৰ্বাংগসম চিত্ৰৰ কালি সমান।
 - অনুৰূপ কোণ আৰু অনুৰূপ বাহুবোৰ সমান।
 - সৰ্বাংগসম ৰেখাখণ্ডবোৰ সমান জোখৰ।
- সৰ্বাংগসমতাক $\cong$ চিহ্নেৰে লিখা হয়।

7.2 সৰ্বাংগসম ৰেখাখণ্ড (Congruence of line segments) :

যদি এডাল ৰেখাখণ্ড আন এডাল ৰেখাখণ্ডত সম্পূৰ্ণভাৱে মিলি যায় তেন্তে ৰেখাখণ্ড দুডালক সৰ্বাংগসম বোলা হয়।

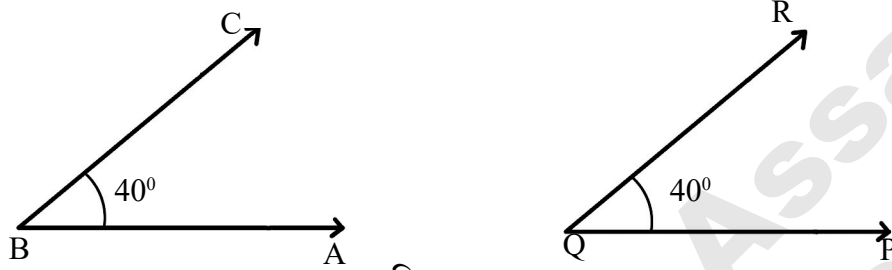


চিত্ৰ- 7.2

দুডাল ৰেখাখণ্ড সৰ্বাংগসম যদি সিহঁত সমান জোখৰ। চিত্ৰ (7.2) ত AB আৰু EF দুডাল ৰেখাখণ্ড। ইহঁত সমান জোখৰ গতিকে সৰ্বাংগসম। ইয়াক $\overline{AB} \cong \overline{EF}$ দৰে লিখা হয়। $\overline{AB}$ সৰ্বাংগসম $\overline{EF}$ বুলি পঢ়া হয়।

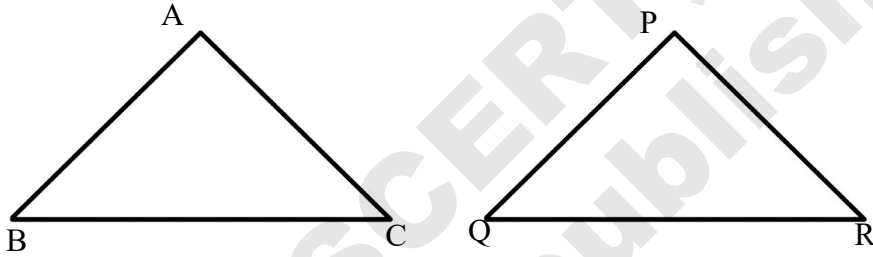
7.3 কোণৰ সৰ্বাংগসমতা (Congruence of Angles) :

চিত্ৰ 7.3 লৈ মন কৰা। $\angle ABC$ ৰ ওপৰত $\angle PQR$ এনেদৰে ৰাখা যাতে $\overline{AB}$, $\overline{PQ}$ ৰ ওপৰত সম্পূৰ্ণৰূপে মিলি যায়। কোণ দুটা সমান জোখত অঁকা বাবে ইয়াৰ $\overline{BC}$ ৰ $\overline{QR}$ ওপৰত মিলি যাব। ইয়াত $\angle ABC \cong \angle PQR$ । অৰ্থাৎ সমান জোখৰ কোণবোৰ সৰ্বাংগসম।



চিত্ৰ- 7.3

7.4 সৰ্বাংগসম ত্ৰিভুজ (Congruence of Triangles) :



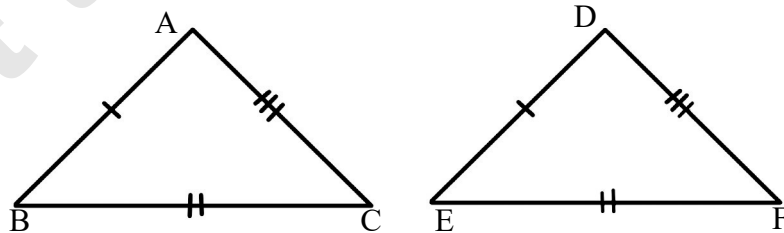
চিত্ৰ- 7.4

চিত্ৰ 7.4 দিয়া ত্ৰিভুজ দুটালৈ মন কৰা। প্ৰথম চিত্ৰটো দ্বিতীয়টোৰ ওপৰত মিলাই দিওঁতে ত্ৰিভুজ দুটা সম্পূৰ্ণভাৱে মিলি গ'ল। আমি ক'ব পাৰিম ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হ'ব। ইয়াক আমি $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ হিচাপে লিখিম আৰু 'ত্ৰিভুজ ABC সৰ্বাংগসম ত্ৰিভুজ PQR' বুলি পঢ়িম।

চিত্ৰ দুটা মিলাই দিলে দেখা যাব $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$ আৰু $\angle C = \angle R$ আৰু $\overline{AB} = \overline{PQ}$, $\overline{BC} = \overline{QR}$ আৰু $\overline{AC} = \overline{PR}$ ।

7.5 ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ চৰ্তাৱলী (Criteria for Congruence of Triangles) :

7.5.1. বাহু - বাহু - বাহু চৰ্ত [Side-Side-Side (S-S-S) Criteria] :



চিত্ৰ- 7.5

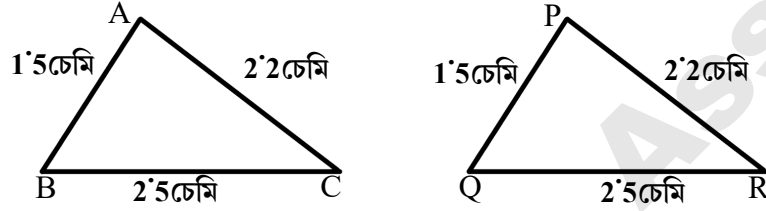
$\triangle ABC$ আৰু $\triangle DEF$ ৰ যদি

$\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$ হয়

তেন্তে, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহু আন এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহুৰ সৈতে সমান হ'লে ত্ৰিভুজ দুটা বাহু বাহু বাহু সৰ্বসমতাৰ চৰ্তমতে সৰ্বাংগসম হ'ব।

উদাহৰণ 1 : $\triangle ABC$ আৰু $\triangle PQR$ ৰ $AB = 1.5$ চে মি, $BC = 2.5$ চে মি, $AC = 2.2$ চে মি, $PQ = 1.5$ চে মি, $QR = 2.5$ চে মি, $PR = 2.2$ চে মি, ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰি চোৱা। যদি হয় সৰ্বসম সম্বন্ধটো প্ৰতীক ৰূপত লিখা।



সমাধান :

ইয়াত $AB = PQ = 1.5$ চে মি
 $BC = QR = 2.5$ চে মি
 $AC = PR = 2.2$ চে মি

আমি দেখিলো এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহু আনটো ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহুৰ সমান। সেইকাৰণে বাহু-বাহু-বাহু সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্তমতে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম। ইয়াৰ পৰা সমতাৰ তিনিটা সম্বন্ধ লিখিব পাৰি।

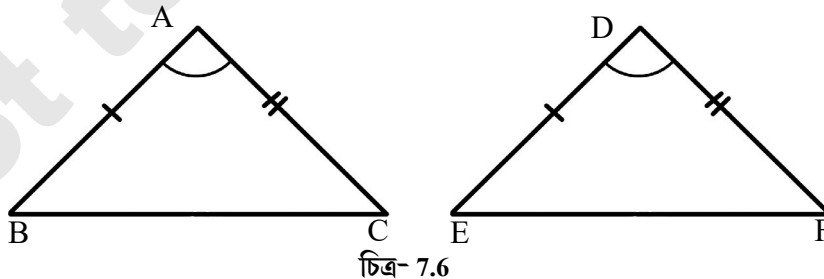
অনুৰূপ শীৰ্ষবিন্দুবোৰ মিলি যায়। অৰ্থাৎ,
 $A \leftrightarrow P, B \leftrightarrow Q, C \leftrightarrow R$

অনুৰূপ কোণবোৰ মিলি যায়, $\angle A \leftrightarrow \angle P, \angle B \leftrightarrow \angle Q$ আৰু $\angle C \leftrightarrow \angle R$

আৰু অনুৰূপ বাহুবোৰ মিলি যায়, $\overline{AB} \leftrightarrow \overline{PQ}, \overline{BC} \leftrightarrow \overline{QR}, \overline{AC} \leftrightarrow \overline{PR}$

7.5.2. বাহু - কোণ - বাহু চৰ্ত [Side-Angle-Side (S-A-S) Criteria] :

যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহু আৰু সিহঁতৰ মধ্যৱৰ্তী কোণ আনটো ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহু আৰু সিহঁতৰ মধ্যৱৰ্তী কোণৰ সমান হয় তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা বাহু-কোণ-বাহু (Side-Angle-Side) সৰ্বসমতাৰ চৰ্ত অনুযায়ী সৰ্বাংগসম।



চিত্ৰ- 7.6

$\triangle ABC$ আৰু $\triangle DEF$ ৰ যদি

$\overline{AB} = \overline{DE}, \angle A = \angle D, \overline{AC} = \overline{DF}$ হয়

তেন্তে $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

ত্ৰিভুজৰ সৰ্বাংগসমতা

উদাহৰণ ২ : চিত্ৰত ABC আৰু DEF ৰ দুটা ত্ৰিভুজ, $AB = 7$ চেমি, $BC = 5$ চেমি, $\angle B = 50^\circ$, $DE = 5$ চেমি, $EF = 7$ চেমি, $\angle E = 50^\circ$ ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰা।

সমাধান :

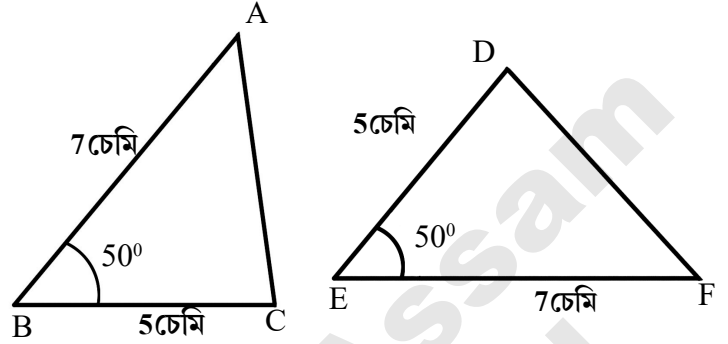
দিয়া আছে, $AB = FE = 7$ চেমি

$BC = ED = 5$ চেমি

$\angle B = 50^\circ = \angle E = 50^\circ$

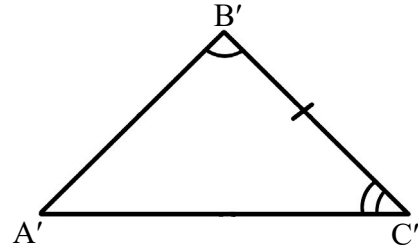
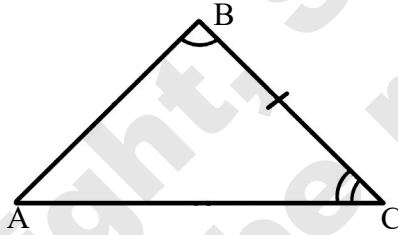
গতিকে বাহু-কোণ-বাহু চৰ্তমতে

$\triangle ABC \cong \triangle FED$



7.5.3. কোণ- বাহু-কোণ চৰ্ত [Angle-Side-Angle (A-S-A) Criteria] :

যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ আৰু সিহঁতৰ উমৈহতীয়া বাহুটো অন্য এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ আৰু সিহঁতৰ উমৈহতীয়া বাহুৰ সমান হয় তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হয়।



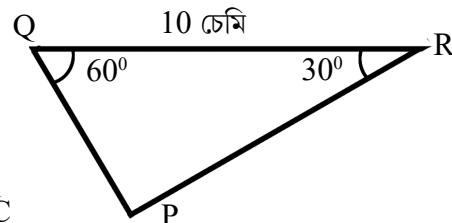
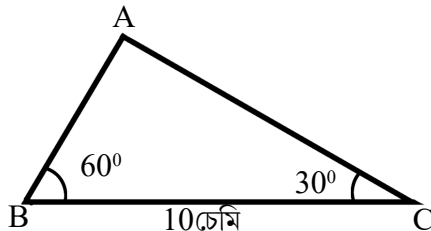
চিত্ৰ- 7.7

চিত্ৰত $\triangle ABC$ আৰু $\triangle A'B'C'$ ৰ

যদি $\angle B = \angle B'$, $BC = B'C'$ আৰু $\angle C = \angle C'$

তেন্তে, $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$

উদাহৰণ ৩ : $\triangle ABC$ আৰু $\triangle PQR$ ৰ $BC = 10$ চেমি, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $QR = 10$ চেমি, $\angle Q = 60^\circ$, $\angle R = 30^\circ$ কোণ বাহু কোণ চৰ্তমতে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হয়নে পৰীক্ষা কৰা।



ত্ৰিভুজৰ সৰ্বাংগসমতা

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{ইয়াত } \overline{BC} &= \overline{QR} = 10 \text{ চে মি} \\ \angle B &= \angle Q = 60^\circ \\ \angle C &= \angle R = 30^\circ \end{aligned}$$

গতিকে কোণ বাহু কোণ চৰ্তমতে

$$\triangle ABC \cong \triangle PQR$$

7.5.4. সমকোণ অতিভুজ বাহু সৰ্বাংগসমতা চৰ্ত [Right Angle-Hypotenuse-Side (R-H-S) Criteria] :

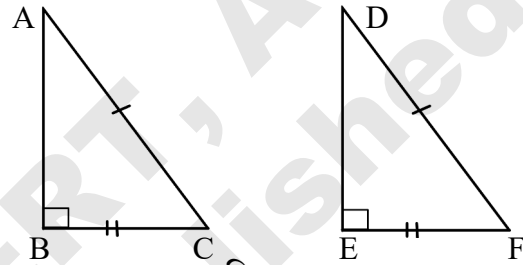
যদি এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজ আৰু এটা বাহু যথাক্ৰমে আন এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজ আৰু অনুৰূপ বাহুৰ সমান হয় তেন্তে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হয়।

$\triangle ABC$ আৰু $\triangle DEF$ ৰ

$$\angle B = \angle E = 90^\circ$$

$$\overline{BC} = \overline{EF}, \overline{AC} = \overline{DF},$$

গতিকে, $\triangle ABC \cong \triangle DEF$



চিত্ৰ- 7.8

উদাহৰণ 4 : $\triangle PQR$ আৰু $\triangle MNL$ ৰ, $\angle Q = 90^\circ$, $\overline{QR} = 3$ চে মি, $PR = 5$ চে মি, $\angle N = 90^\circ$, $\overline{NL} = 3$ চে মি, $\overline{ML} = 5$ চে মি। R-H-S সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্ত মতে ত্ৰিভুজ দুটাৰ সৰ্বাংগসমতাৰ পৰীক্ষা কৰা।

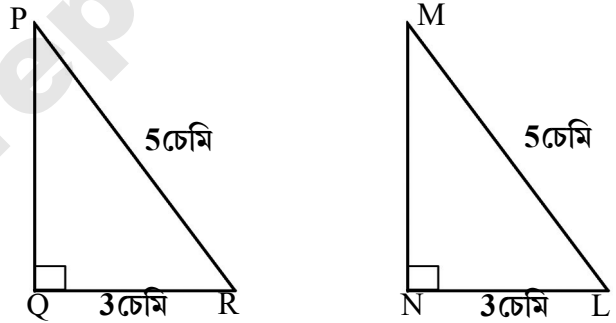
সমাধান :

দিয়া আছে, $\angle Q = \angle N = 90^\circ$

$$\overline{QR} = \overline{NL} = 3 \text{ চে মি}$$

$$\overline{PR} = \overline{ML} = 5 \text{ চে মি}$$

$$\therefore \triangle PQR \cong \triangle MNL$$



$\therefore$ সমকোণ-অতিভুজ-বাহু সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্তমতে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম।

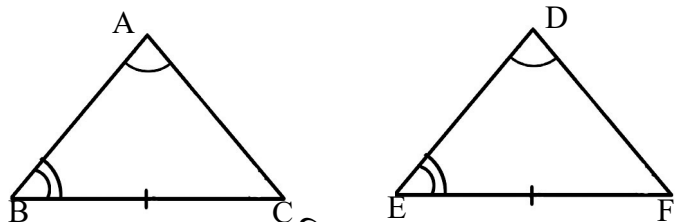
অনুসিদ্ধান্ত (Corollary) : কোণ-কোণ- বাহু [Angle-Angle-Side(A-A-S) criterion]:

দুটা ত্ৰিভুজক কোণ কোণ বাহু চৰ্ত সাপেক্ষে সৰ্বাংগসম বুলি কোৱা হ'ব যদি এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ আৰু যিকোনো এডাল বাহু আন এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ আৰু এডাল বাহুৰ সমান।

$\triangle ABC$ আৰু $\triangle DEF$ ৰ

যদি $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $BC = EF$

$$\triangle ABC \cong \triangle DEF$$



চিত্ৰ- 7.9

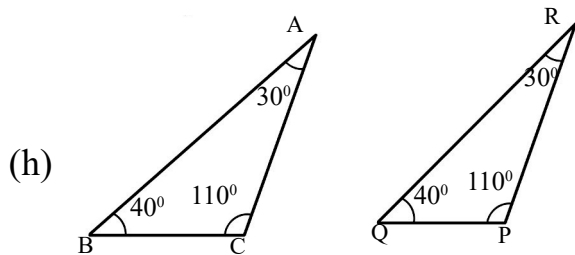
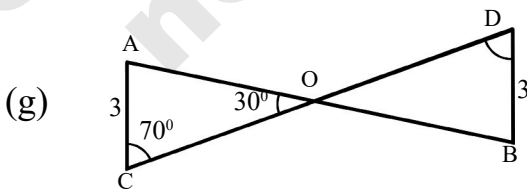
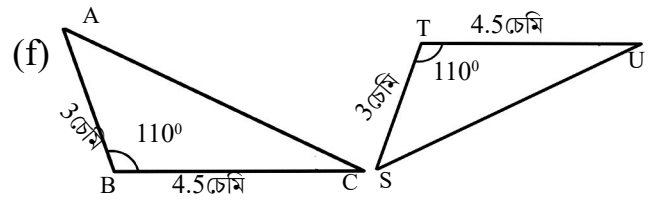
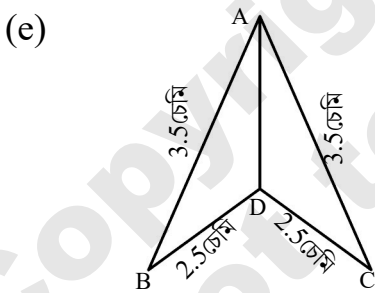
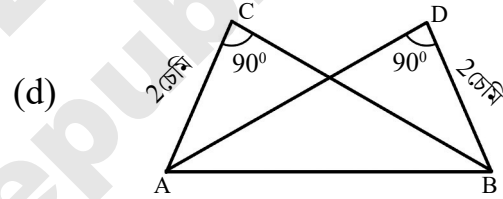
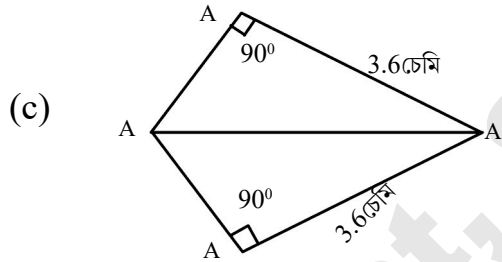
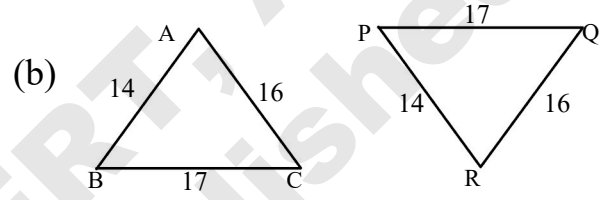
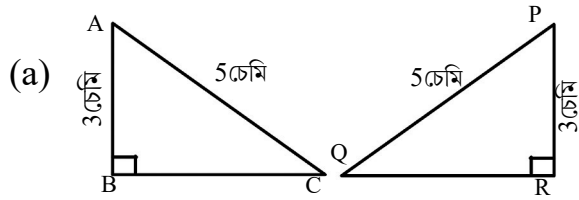
টোকা :

→ AAS হ'ল A-S-A ৰ এটা বিশেষ অৱস্থা।

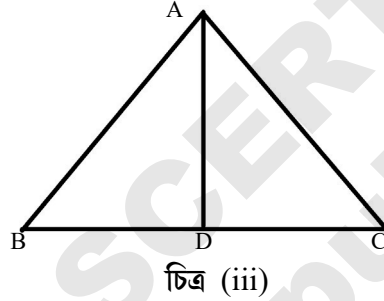
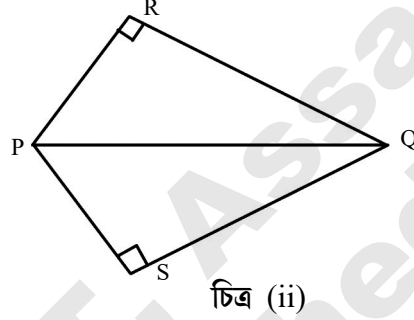
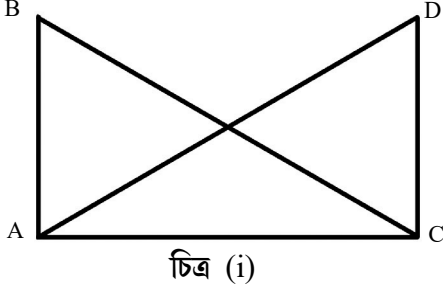
→ মনত ৰাখিবা যে A-A-A অৰ্থাৎ কোণ-কোণ-কোণ দুটা ত্ৰিভুজ সৰ্বাংগসম হোৱাৰ চৰ্ত নহয়। কিয়নো এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণ আন এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণৰ সমান হ'লে ইহঁতৰ অনুৰূপ বাহু তিনিডাল পৰস্পৰ সমান নহ'বও পাৰে।

অনুশীলনী-7.1

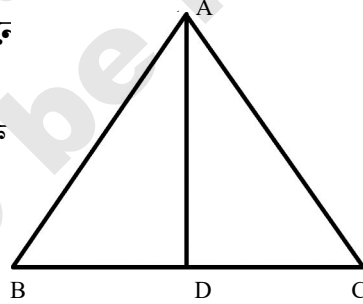
1. চিত্ৰত ত্ৰিভুজৰ যোৰসমূহৰ জোখবোৰ দিয়া আছে। দেখুওৱা যে ত্ৰিভুজৰ যোৰবোৰ সৰ্বাংগসম। সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্ত উল্লেখ কৰা।



2. চিত্ৰ (i) ত, $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$, হ'লে প্ৰমাণ কৰা যে $\triangle ADC \cong \triangle CBA$
3. চিত্ৰ (ii) ত, $\triangle PQR$ আৰু $\triangle PSQ$ ৰ $\overline{PR} = \overline{PS}$ আৰু $\overline{RQ} = \overline{SQ}$ প্ৰমাণ কৰা যে $\triangle PRQ \cong \triangle PSQ$.
4. চিত্ৰ (iii) ত, $\triangle ABC$ সমদ্বিবাহু য'ত $\overline{AB} = \overline{AC}$ আৰু $\overline{AD}$ মধ্যমা। প্ৰমাণ কৰা যে $\triangle ABD \cong \triangle ACD$.



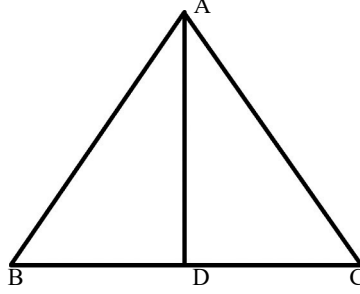
5. $\triangle ABC$ সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ $\overline{AB} = \overline{AC}$ আৰু $\overline{AD}$ এডাল উন্নতি।
 - (i) $\triangle ADB$ আৰু $\triangle ADC$ ৰ তিনিটা সমান অংশ লিখা
 - (ii) $\triangle ABD \cong \triangle ADC$ হয়নে
 - (iii) $\angle B = \angle C$ হ'বনে?
 - (iv) $BD = CD$ হ'বনে? যুক্তি



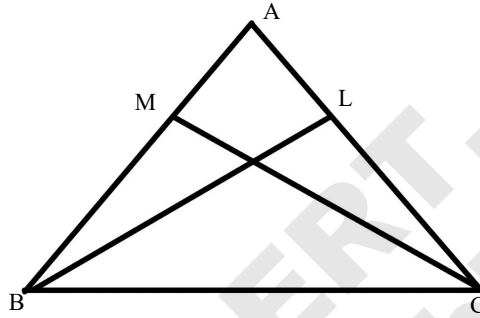
6. $\triangle ABC$ ৰ $\angle A = 30^\circ$, $\angle C = 110^\circ$ আৰু $\triangle PQR$ ৰ $\angle P = 30^\circ$, $\angle R = 110^\circ$ । $\triangle ABC \cong \triangle PQR$ (কোণ-বাহু-কোণ সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্ত অনুযায়ী) হয়নে?

ত্ৰিভুজৰ সৰ্বাংগসমতা

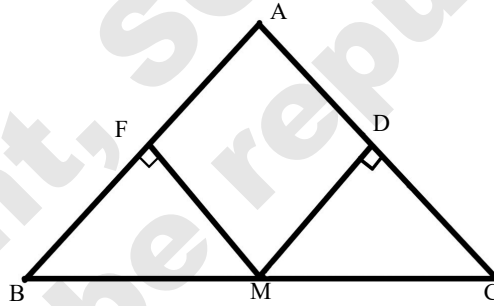
7. $\overline{AD}$ য়ে $\angle A$ ক সমদ্বিখণ্ডিত (Bisect) কৰে। আকৌ $\triangle ABC$ ৰ $\overline{AB} = \overline{AC}$ । প্রমাণ কৰা যে সমান বাহুৰ বিপৰীত কোণ দুটা সমান।



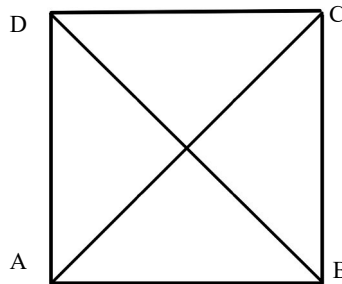
8. $\triangle ABC$ ৰ $\angle B = \angle C$, $\overline{BL}$ আৰু $\overline{CM}$ ক্ৰমে $\angle B$ আৰু $\angle C$ ৰ সমদ্বিখণ্ডক। প্রমাণ কৰা যে $\overline{BL} = \overline{CM}$ ।



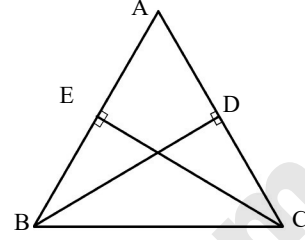
9. $\triangle ABC$ ৰ ভূমি $\overline{BC}$ ৰ মধ্যবিন্দু (Mid point) M বাকী দুটা বাহুৰ পৰা সমদূৰৱৰ্তী। দেখুওৱা যে ত্ৰিভুজ ABC সমদ্বিবাহু।



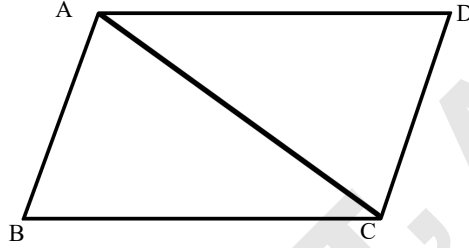
10. চিত্ৰত $\overline{DA} = \overline{AB}$, $\overline{CB} = \overline{AB}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$ হ'লে $\triangle ABC$ আৰু $\triangle DAB$ ৰ তিনিটা সমান অংশৰ নাম লিখা। দেখুওৱা যে— $\triangle ABC \cong \triangle BAD$.



11. চিত্ৰত $\triangle ABC$ ৰ BD আৰু CE দুডাল উন্নতি যাতে $BD = CE$,
 (i) $\triangle CBD$ আৰু $\triangle BCE$ ৰ সমান অংশ তিনিটা লিখা।
 (ii) $\triangle CBD \cong \triangle BCE$ হ'বনে?
 (iii) $\angle DCB = \angle ECB$ হ'বনে? যদি নহয় কিয়?



12. চিত্ৰত $\overline{AB} = \overline{DC}$ আৰু $\overline{BC} = \overline{AD}$. দেখুওৱা যে $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ ।



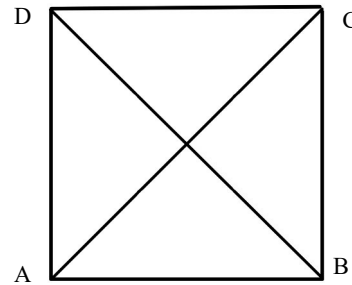
অনুশীলনী- 7.2

তলৰ উক্তিবোৰৰ কোনটো সত্য

1. $\triangle ABC$ আৰু $\triangle PQR$ ৰ $AB = 4\text{cm}$, $BC = 5\text{cm}$, $AC = 6\text{cm}$, $PQ = 4\text{cm}$, $QR = 5\text{cm}$, $PR = 6\text{cm}$ তেন্তে তলৰ কোনটো সত্য।
 (a) $\triangle ABC \cong \triangle QRP$ (b) $\triangle ABC \cong \triangle PQR$
 (c) $\triangle ABC \cong \triangle PRQ$ (d) $\triangle ABC \cong \triangle QPR$
2. $\triangle ABC$ ৰ $\angle A = 90^\circ$ আৰু $\overline{AB} = \overline{AC}$ (a) $\angle B = \angle C = 60^\circ$ (b) $\angle B = \angle C = 30^\circ$
 (c) $\angle B = \angle C = 45^\circ$ (d) $\angle B = \angle C = 50^\circ$
3. সমবাহু ত্ৰিভুজৰ প্ৰতিটো কোণৰ জোখ—
 (a) 60° (b) 30° (c) 45° (d) 40°

4. চিত্ৰত $AB = CD$, $AD = CB$, আৰু $\angle DAB = \angle BCD$

- (a) $\triangle ABC \cong \triangle ADC$
 (b) $\triangle ABC \cong \triangle ACD$
 (c) $\triangle BAD \cong \triangle DCB$
 (d) $\triangle ABC \cong \triangle CAD$



5. $\triangle ABC$ আৰু $\triangle PQR$ ৰ $AB = 3.5$ চে মি, $BC = 7.1$ চে মি, $AC = 5$ চে মি, $PQ = 7.1$ চে মি, $QR = 5$ চে মি আৰু $PR = 3.5$ চে মি তেন্তে তলৰ কোনটো সত্য ?
- (a) $\triangle ABC \cong \triangle QRP$ (b) $\triangle ABC \cong \triangle PQR$
 (c) $\triangle ABC \cong \triangle RPO$ (d) $\triangle ABC \cong \triangle OPR$
6. $\triangle ABC$ আৰু $\triangle DEF$ ৰ $AB = 7$ চে মি, $BC = 5$ চে মি, $\angle B = 50^\circ$, $DE = 5$ চে মি, $EF = 7$ চে মি, $\angle E = 50^\circ$ ৰ মধ্যৱৰ্তী কোণ— কি চৰ্তত ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম ?
- (a) SAS (b) RHS (c) ASA (d) SSS
7. $\triangle ABC$ আৰু $\triangle PQR$ ৰ $\angle B = \angle P = 90^\circ$ আৰু $AB = RP$ । ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বাংগসম হ'ব যদি
- (a) $AC = RQ$ (b) $\angle A = \angle P$ (c) $BC = QR$ (d) $\angle R = \angle C$ ।
8. যদি $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ আৰু $\angle A = 50^\circ$, $\angle E = 85^\circ$ তেন্তে $\angle C = ?$
- (a) 50° (b) 45° (c) 85° (d) 40°

আমি কি শিকিলোঁ

- এটা ত্ৰিভুজৰ ওপৰত আন এটা ত্ৰিভুজ মিলাই দিলে যদি এটাৰ লগত আনটো সম্পূৰ্ণভাৱে মিলি যায়, তেতিয়া আমি ত্ৰিভুজ দুটাক সৰ্বাংগসম বুলি কওঁ।
- দুডাল ৰেখাখণ্ড সৰ্বাংগসম যদি ৰেখা দুডাল সমান জোখৰ।
- দুটা ত্ৰিভুজ সৰ্বাংগসম হ'ব যদিহে —
 - এটা ত্ৰিভুজৰ বাহু তিনিডাল আন এটা ত্ৰিভুজৰ বাহু তিনিডালৰ সমান হয় (বাহু-বাহু-বাহু সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্ত)।
 - দুটা বাহু আৰু সিহঁতৰ মধ্যৱৰ্তী কোণটো যদি আন এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহু আৰু সিহঁতৰ মধ্যৱৰ্তী কোণটোৰ সমান হয় (বাহু-কোণ-বাহু সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্ত)।
 - দুটা কোণ আৰু কোণ দুটাৰ সাধাৰণ বাহুটো আন এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ আৰু সাধাৰণ বাহুৰ সমান হয় (কোণ-বাহু-কোণ সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্ত)।
 - সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজ আৰু এটা বাহু আন এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজ আৰু অনুরূপ বাহুৰ সমান হয় (সমকোণ-অতিভুজ-বাহু সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্ত)।
 - দুটা কোণ আৰু যিকোনো এডাল বাহু আন এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণ আৰু যিকোনো এডাল বাহুৰ সমান হয় (কোণ-কোণ-বাহু চৰ্ত)।

অধ্যায়- ৪ পৰিমাণৰ তুলনা (Comparing Quantities)



৪.১ ষষ্ঠ শ্ৰেণীত তোমালোকে অনুপাত সম্পৰ্কে শিকি আহিছা। তলৰ উদাহৰণটোলৈ মন কৰা—

৫০ টকা আৰু ৭৫০০ পইচাৰ মাজৰ অনুপাত উলিওৱা।

আমি জানো যে, ১ টকা = ১০০ পইচা

∴ ৫০ টকা = ৫০০০ পইচা

গতিকে নিৰ্ণেয় অনুপাতটো হ'ব = ৫০০০ : ৭৫০০

= ২ : ৩

অৰ্থাৎ, দুটা সংখ্যাৰ পৰিমাণৰ তুলনা কৰিবলৈ হ'লে এককবোৰ একেই হ'ব লাগিব।

৪.২ সমতুল্য অনুপাত (Equivalent Ratios) :

বেলেগ বেলেগ অনুপাতবোৰ সমতুল্য হয় নে নহয় জানিবলৈ সিহঁতৰ মাজত তুলনা কৰিব পাৰি। ইয়াকে কৰিবলৈ হ'লে আমি অনুপাতবোৰ ভগ্নাংশত প্ৰকাশ কৰাৰ প্ৰয়োজন হয় আৰু সিহঁতক সদৃশ ভগ্নাংশলৈ পৰিৱৰ্তন কৰি তুলনা কৰা হয়। যদি এই সদৃশ ভগ্নাংশবোৰ সমান হয়, তেতিয়া আমি অনুপাতবোৰ সমতুল্য বুলি কওঁ আৰু এই সমতুল্য অনুপাতবোৰক সমানুপাতত (Proportion) থকা বুলি কোৱা হয়।

তলৰ উদাহৰণটো মন কৰা :

উদাহৰণ ১ : ৩ : ৪ আৰু ৪ : ৫ অনুপাতবোৰ সমতুল্য নে?

সমাধান : প্ৰথমতে আমি অনুপাত দুটা সমান হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰিব লাগিব।

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}, \quad \frac{4}{5} = \frac{4 \times 4}{5 \times 4} = \frac{16}{20}$$

আমি দেখিলো যে, $\frac{15}{20} < \frac{16}{20}$

অৰ্থাৎ, $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$

গতিকে ৩ : ৪ অনুপাতটো ৪ : ৫ অনুপাতৰ লগত সমতুল্য নহয়।

উদাহৰণ ২ : আন্তঃজিলা ক্ৰীড়া সমাৰোহত ২০১৬ আৰু ২০১৭ চনত

এখন জিলাৰ পদক তালিকা তলত দিয়া ধৰণৰ :

কোনটো বছৰৰ প্ৰদৰ্শন বেছি ভাল ক'ব পাৰিবানে?

বৰ্ষ	সোণ	ৰূপ
২০১৬	৫	৭
২০১৭	৩	৮

সমাধান : 2016 চনত সোণ : ৰূপ = 5 : 7

2017 চনত সোণ : ৰূপ = 3 : 8

এতিয়া অনুপাত দুটা তুলনা কৰিব লাগিব।

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \times 8}{7 \times 8} = \frac{40}{56}, \quad \frac{3}{8} = \frac{3 \times 7}{8 \times 7} = \frac{21}{56}$$

নিশ্চয়কৈ, $\frac{40}{56} > \frac{21}{56}$

অৰ্থাৎ, $5 : 7 > 3 : 8$

এতেকে আমি ক'ব পাৰোঁ যে, দলটোৱে 2016 চনত বেছি ভাল প্ৰদৰ্শন কৰিলে।

আমি আগৰ শ্ৰেণীত ঐকিক পদ্ধতি (Unitary Method) সম্পৰ্কে শিকি আহিছোঁ। এই পদ্ধতিত প্ৰথমে এক এককৰ মান উলিওৱা হয় আৰু তাৰ পিছত উলিয়াবলগীয়া নিৰ্ণেয় সংখ্যক এককৰ মান নিৰ্ণয় কৰা হয়।

উদাহৰণ 3 : এখন গেলামালৰ দোকানত 15 বেগ চাউলৰ মুঠ ওজন 90 কেজি পোৱা গ'ল। যদি প্ৰতি বেগত সমান পৰিমাণৰ চাউল থাকে, তেনেহ'লে তেনেকুৱা 45 বেগ চাউলৰ ওজন কিমান হ'ব?

সমাধান : প্ৰথম পদ্ধতি :

$$15 \text{ বেগ চাউলৰ ওজন} = 90 \text{ কেজি}$$

$$1 \text{ বেগ চাউলৰ ওজন} = \frac{90}{15} \text{ কেজি}$$

$$\therefore 45 \text{ বেগ চাউলৰ ওজন} = \left(\frac{90}{15} \times 45 \right) \text{ কেজি}$$

$$= 270 \text{ কেজি}$$

দ্বিতীয় পদ্ধতি :

$$\text{ধৰাহ'ল, নিৰ্ণেয় ওজন} = x \text{ কেজি}$$

$$\text{তেন্তে } 45 : x = 15 : 90$$

$$\text{বা } \frac{45}{x} = \frac{15}{90}$$

$$\text{বা } x = \frac{45 \times 90}{15}$$

$$\therefore x = 270$$

$$\text{গতিকে, } 45 \text{ বেগ চাউলৰ ওজন} = 270 \text{ কেজি}$$

প্ৰথম পদ্ধতিটোত প্ৰথম এক বেগ চাউলৰ ওজন উলিয়াই তাক ব্যৱহাৰ কৰি 45 বেগ চাউলৰ ওজন নিৰ্ণয় কৰা হৈছে অৰ্থাৎ ঐকিক নিয়ম প্ৰয়োগ কৰা হৈছে আৰু দ্বিতীয় পদ্ধতিটোত অনুপাতকেইটা সমানুপাতলৈ নি তাৰ পিছত পোৱা সমীকৰণটো সমাধান কৰা হৈছে।

উদাহৰণ 4 : 22.5 মিটাৰ কাপোৰৰ দাম 1350 টকা। 765 টকাত কিমান কাপোৰ কিনিব পাৰিব?
সমাধান :

1350 টকাত 22.5 মিটাৰ কাপোৰ পোৱা যায়

$\therefore$ 1 টকাত $\frac{22.5}{1350}$ মিটাৰ কাপোৰ পোৱা যায়

$$\begin{aligned}\text{গতিকে, 765 টকাত } & \left(\frac{22.5}{1350} \times 765 \right) \text{ মিটাৰ কাপোৰ পোৱা যায়} \\ & = \left(\frac{225}{13500} \times 765 \right) \text{ মিটাৰ} \\ & = \frac{51}{4} \text{ মিটাৰ} \\ & = 12.75 \text{ মিটাৰ}\end{aligned}$$

অনুশীলনী- 8.1

- অনুপাতবোৰ উলিওৱা :
 - 5 কি মি আৰু 500 মিটাৰ
 - 6 সপ্তাহ আৰু 21 দিন
 - 30 দিন আৰু 210 ঘণ্টা
 - 12 মিটাৰ আৰু 100 চে মি
 - 7 বছৰ আৰু 18 মাহ
- তলৰ অনুপাতবোৰ সমতুল্য হয় নে নহয় বিচাৰ কৰা :
 - 4:5 আৰু 2:3
 - 7:15 আৰু 21:45
 - 6:8 আৰু 54:72
 - 13:14 আৰু 14:13
- তিনিটা জ্যামিতি বাকচৰ দাম 33 টকা। 286 টকাত কিমানটা বাকচ পোৱা যাব?
- কল্লনাই 160 টকাত 10 টা বল কিনিলে আৰু জয়মতীয়ে 128 টকাত 8 টা বল কিনিলে। দুয়োগৰাকীয়ে একে দামত কিনিব পাৰিলেনে?
- জেনেলিয়াই গোটেই বছৰটোত ঘৰভাড়াৰ বাবে 66,000 টকা দিব লাগে। যদি তেওঁ 3 মাহৰ মূৰে মূৰে ভাড়া দিব বিচাৰে তেন্তে কিমান টকা দিব লাগিব?

8.3 শতাংশ : পৰিমাণ তুলনা কৰাৰ এটা সহজ উপায় (Percentage: an easy method to compare quantities)

তীখৰৰ দেউতাকে তেওঁলোকৰ ঘৰৰ ওচৰৰে দুখন বিদ্যালয়ৰ হাইস্কুল শিক্ষান্ত পৰীক্ষাৰ ফলাফল দেখি বৰ সন্তোষ পালে। জামুগুৰি বিদ্যালয়ৰ পৰা 48 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে পৰীক্ষা দিছিল আৰু 36 জনে প্ৰথম বিভাগত, বাকীসকলে দ্বিতীয় বিভাগত উত্তীৰ্ণ হৈছিল। আনহাতে আমগুৰি বিদ্যালয়ৰ পৰা 60 জনৰ ভিতৰত 42 জনে প্ৰথম বিভাগত আৰু বাকীসকলে দ্বিতীয় বিভাগত উত্তীৰ্ণ হৈছিল। তীখৰৰ দেউতাকৰ মনত এটা প্ৰশ্নৰ উদয় হৈছিল। কোনখন বিদ্যালয়ৰ ফলাফল তুলনামূলকভাৱে বেছি ভাল? তোমালোকে ক'ব পাৰিবানে কোনখন বিদ্যালয়ৰ ফলাফল বেছি ভাল?

পোনপটীয়াকৈ চালে 42 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে প্ৰথম বিভাগত উত্তীৰ্ণ হোৱালৈ চাই আমগুৰি বিদ্যালয়ৰ ফলাফল বেছি ভাল যেন লাগে, নহয়নে? কিন্তু কেৱল প্ৰথম বিভাগত উত্তীৰ্ণ হোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা বিবেচনা কৰিয়ে কোনখন বিদ্যালয়ৰ ফলাফল বেছি ভাল ক'ব নোৱাৰি। এইক্ষেত্ৰত মুঠ পৰীক্ষাৰ্থীৰ সংখ্যাটোও লক্ষ্য কৰিব লাগিব। এতিয়া আমি আন এক উপায়েৰে তুলনা কৰোঁ আহঁ।

জামুগুৰি বিদ্যালয়ৰ ফলাফল—

$$\begin{aligned} 48 \text{ গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ ভিতৰত প্ৰথম বিভাগ পালে} &= 36 \text{ গৰাকী} \\ \therefore 1 \text{ গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ ভিতৰত প্ৰথম বিভাগ পাইছিল} &= \frac{36}{48} \text{ গৰাকী} \\ \therefore 100 \text{ গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ ভিতৰত প্ৰথম বিভাগ পাইছিল} &= \frac{36 \times 100}{48} \text{ গৰাকী} \\ &= 75 \text{ গৰাকী} \end{aligned}$$

অৰ্থাৎ, জামুগুৰি বিদ্যালয়ৰ 75% ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে প্ৰথম বিভাগ পালে।

আমগুৰি বিদ্যালয়ৰ ফলাফল—

$$\begin{aligned} 60 \text{ গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ ভিতৰত প্ৰথম বিভাগ পালে} &= 42 \text{ গৰাকী} \\ \therefore 1 \text{ গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ ভিতৰত প্ৰথম বিভাগ পাইছিল} &= \frac{42}{60} \text{ গৰাকী} \\ \therefore 100 \text{ গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ ভিতৰত প্ৰথম বিভাগ পাইছিল} &= \frac{42 \times 100}{60} \text{ গৰাকী} \\ &= 70 \text{ গৰাকী} \end{aligned}$$

অৰ্থাৎ, আমগুৰি বিদ্যালয়ৰ 70% ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে প্ৰথম বিভাগ পালে।

গতিকে দুয়োখন বিদ্যালয়ৰ ফলাফল 100ৰ লগত তুলনা কৰি দেখা পালোঁ যে, প্ৰকৃততে জামুগুৰি বিদ্যালয়ৰ ফলাফলহে বেছি ভাল; আমগুৰি বিদ্যালয়ৰ নহয়। এই 100 ৰ লগত তুলনা কৰা প্ৰক্ৰিয়াটোক শতাংশ (Percentage) বা শতকৰা হাৰ (Rate of percentage) বোলে। যিকোনো পৰিমাণৰ তুলনা কৰিবলৈ শতাংশ বা শতকৰা হাৰ হৈছে এক সহজ উপায়।

মনত ৰাখিবা (Keep in Mind):

শতকৰা হাৰ হৈছে এটা ভগ্নাংশৰ লব যাৰ হৰ 100 আৰু ইয়াৰ ফলাফলসমূহৰ তুলনা কৰিবৰ কাৰণে ব্যৱহাৰ কৰা হয়। শতাংশৰ ইংৰাজী প্ৰতিশব্দ Percentage ৰ Per cent শব্দটো লেটিন ভাষাৰ Per Centum শব্দৰ পৰা আহিছে। যাৰ অৰ্থ Per hundred বা প্ৰতিশত।

শতাংশক ‘%’ চিনেৰে সূচোৱা হয়। অৰ্থাৎ 1% মানে এশ ভাগৰ 1 ভাগ বা এক শতাংশ। ইয়াক লিখা হয় এনেদৰে —

$$1\% = \frac{1}{100} = 0.01 \quad \text{সেইদৰে } 5\% = \frac{5}{100} = 0.05$$

$$20\% = \frac{20}{100} = 0.20, \quad 72\% = \frac{72}{100} = 0.72 \text{ ইত্যাদি}$$

তলৰ উদাহৰণটোলৈ মন কৰা — এখন বিদ্যালয়ৰ 100 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ প্ৰিয় খেলৰ তথ্য তলৰ তালিকাত দিয়া আছে। তালিকাখন চোৱা আৰু খালী ঠাইবোৰ পূৰ কৰা —

খেলৰ নাম	ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা	ভগ্নাংশ	শতকৰা হাৰ	লিখাৰ ধৰণ	পঢ়াৰ ধৰণ
ফুটবল	40	$\frac{40}{100}$	40	40%	40 শতাংশ
ভলীবল	20	$\frac{20}{100}$	20	20%	
ক্ৰিকেট	30				
কাৰাডী	10				
মুঠ	100				

8.3.1 শতাংশ নিৰ্ণয়ৰ বিভিন্ন উপায় (Different methods to find out percentage):

ওপৰৰ তালিকাখন পূৰ কৰোঁতে তোমালোকে 100 হৰ বিশিষ্ট ভগ্নাংশক শতাংশত প্ৰকাশ কৰিছিল। তেতিয়া লবৰ মানটোৱেই শতাংশৰ মান হৈছিল। কিন্তু যেতিয়া কোনো তথ্যৰ মুঠ অথবা ভগ্নাংশৰ হৰটো 100 নহয়, তেতিয়া তেনে তথ্য অথবা ভগ্নাংশক তলত দিয়া ধৰণেৰে শতাংশত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।

তলৰ উদাহৰণটোলৈ মন কৰা — কোনো এটা গোট (Unit test) মূল্যায়নত ৰশ্মিতাই গণিতত 20 ৰ ভিতৰত 18 নম্বৰ লাভ কৰিলে। তেওঁ শতকৰা কিমান নম্বৰ পালে?

সমাধান :

$$\begin{aligned} \text{মুঠ নম্বৰ} &= 20 \\ \text{ৰশ্মিতাই পালে} &= 18 \\ \therefore \text{ভগ্নাংশত মানটো হ'ব} &= \frac{18}{20} \end{aligned}$$

পৰিমাণৰ তুলনা

প্ৰথম নিয়ম : ঐকিক নিয়ম প্ৰয়োগ কৰি (Unitary method)

বৰ্ষিতাই 20 নম্বৰৰ ভিতৰত পালে = 18 নম্বৰ

$$\therefore 1 \text{ নম্বৰৰ ভিতৰত পালে} = \frac{18}{20} \text{ নম্বৰ}$$

$$\begin{aligned} \therefore 100 \text{ নম্বৰৰ ভিতৰত পালে} &= \left(\frac{18}{20} \times 100 \right) \text{ নম্বৰ} \\ &= (18 \times 5) \text{ নম্বৰ} \\ &= 90 \text{ নম্বৰ} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{শতকৰা নম্বৰ হ'ব} = 90\%$$

দ্বিতীয় নিয়ম : 100% ৰে পূৰণ কৰি —

$$\frac{18}{20} \times 100\% = 90\%$$

তৃতীয় নিয়ম : হৰটো 100 কৰি—

$$\frac{18}{20} = \frac{18 \times 5}{20 \times 5}$$

$$= \frac{90}{100} = 90\%$$

চতুৰ্থ নিয়ম : $\frac{100}{100}$ ৰে পূৰণ কৰি —

$$\frac{18}{20} \times \frac{100}{100} = \frac{18 \times 5}{100}$$

$$= \frac{90}{100} = 90\%$$

দলত আলোচনা কৰা আৰু লিখা :

তলৰ উদাহৰণবোৰ লক্ষ্য কৰা আৰু প্ৰতিটোৰ ক্ষেত্ৰত তুলনা কৰিবলৈ কোনটো বেছি সুবিধাজনক লিখা —

(ক) মুনুৰ চাৰ্টটোৰ — $\frac{4}{5}$ অংশ কপাহ
 $\frac{1}{5}$ অংশ পলিয়েষ্টাৰ

বা

80% কপাহ

20% পলিয়েষ্টাৰ

(খ) পৃথিৱী পৃষ্ঠৰ — $\frac{71}{100}$ অংশ পানী
 $\frac{29}{100}$ অংশ মাটি

বা

71% পানী

29% মাটি

8.4 ভগ্নাংশক শতাংশলৈ পৰিৱৰ্তন (Conversion of fractions into percentage) :

কেইটামান উদাহৰণ চাওঁ আহা—

উদাহৰণ 1 : $\frac{3}{4}$ ক শতাংশত প্ৰকাশ কৰা।

$$\text{সমাধান : } \frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 75\%$$

$$\text{বিকল্প ভাৱে } \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times 100\% = 75\%$$

উদাহৰণ ২ : $\frac{6}{5}$ ক শতাংশলৈ নিয়া।

সমাধান : $\frac{6}{5} = \frac{6 \times 20}{5 \times 20} = \frac{120}{100} = 120 \times \frac{1}{100} = 120\%$

বিকল্প ভাৱে, $\frac{6}{5} = \frac{6}{5} \times 100\% = 120\%$

উদাহৰণ ৩ : এখন বিদ্যালয়ৰ সপ্তম শ্ৰেণীৰ ৪০ গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ ভিতৰত ১৬ গৰাকী ছাত্ৰী। শ্ৰেণীটোৰ ছাত্ৰীৰ সংখ্যা শতাংশত প্ৰকাশ কৰা।

সমাধান : শ্ৰেণীটোৰ মুঠ ছাত্ৰ-ছাত্ৰী = ৪০ গৰাকী

তাৰে ভিতৰত ছাত্ৰীৰ সংখ্যা = ১৬ গৰাকী

$\therefore$ ছাত্ৰীৰ শতকৰা সংখ্যা $= \frac{16}{40} \times 100\% = 40\%$

৪.৫ দশমিক ভগ্নাংশক শতাংশলৈ পৰিৱৰ্তন (Conversion of decimal fractions into percentage):

এটা দশমিক ভগ্নাংশক শতাংশলৈ কেনেকৈ পৰিৱৰ্তন কৰিব পাৰি চাওঁ আহাঁ। এইক্ষেত্ৰত প্ৰথমতে দশমিক ভগ্নাংশক সাধাৰণ ভগ্নাংশত প্ৰকাশ কৰিব লাগে।

উদাহৰণ ১ : তলৰ দশমিক ভগ্নাংশ কেইটাক শতাংশত প্ৰকাশ কৰা —

(a) ০.৭৫

(b) ১.০৭

(c) ০.৩

সমাধান : (a) ০.৭৫

$= 0.75 \times 100\%$

$= \frac{75}{100} \times 100\%$

$= 75\%$

(b) ১.০৭

$= 1.07 \times 100\%$

$= \frac{107}{100} \times 100\%$

$= 107\%$

(c) ০.৩

$= 0.3 \times 100\%$

$= \frac{3}{10} \times 100\%$

$= 30\%$

৪.৬ শতাংশক ভগ্নাংশলৈ পৰিৱৰ্তন (Conversion of percentage into fractions):

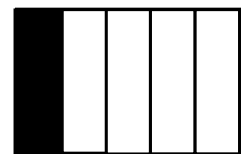
আমি ভগ্নাংশ আৰু দশমিক ভগ্নাংশক শতাংশলৈ পৰিৱৰ্তন কৰাৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিলোঁ। দৈনন্দিন জীৱনত আমি ইয়াৰ বিপৰীত কামটো অৰ্থাৎ শতাংশৰ মানক ভগ্নাংশ নাইবা দশমিক ভগ্নাংশলৈ ৰূপান্তৰ কৰিবলগীয়া হয়। তলৰ উদাহৰণটো মন কৰা —

কাষৰ চিত্ৰটোৰ ২০% ৰং কৰা বুলি ক'লে তুমি কি কৰিবা?

প্ৰথমতে চিত্ৰটোৰ ২০% ৰ মানটো ভগ্নাংশত উলিয়াই ল'ব লাগিব।

অৰ্থাৎ $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$

গতিকে চিত্ৰটোক সমানে ৫ ভাগ কৰি তাৰে এটা ভাগত ৰং কৰিব লাগিব।



$20\% = \frac{1}{5}$ অংশ

উদাহৰণ 2 : তলৰ শতাংশৰ মানবোৰক ভগ্নাংশত প্ৰকাশ কৰা।

(i) 32%

(ii) 125%

সমাধান : (i) $32\% = \frac{32}{100} = \frac{8}{25}$

(ii) $125\% = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$

8.7 শতাংশক দশমিক ভগ্নাংশলৈ পৰিৱৰ্তন (Conversion of percentage into decimal fractions):

শতাংশক দশমিক ভগ্নাংশলৈ পৰিৱৰ্তন প্ৰক্ৰিয়াটো ভগ্নাংশলৈ পৰিৱৰ্তনৰ সৈতে একেই। মাত্ৰ শেষৰ মানটোত দশমিকত প্ৰকাশ কৰিব লাগে।

উদাহৰণ 3 : তলৰ শতাংশৰ মানবোৰক দশমিক ভগ্নাংশলৈ নিয়া—

(i) 46%

(ii) 125%

(iii) 2.84%

সমাধান : (i) $46\% = \frac{46}{100} = 0.46$

(ii) $125\% = \frac{125}{100} = 1.25$

(iii) $2.84\% = \frac{2.84}{100} = \frac{284}{100} \times \frac{1}{100} = \frac{284}{10000} = 0.0284$ নতুবা $2.84\% = \frac{2.84}{100} = 0.0284$

8.8 অনুপাতক শতাংশলৈ পৰিৱৰ্তন (Conversion of ratios into percentage):

তোমালোকে জানা যে অনুপাত এটা একক বিহীন ভগ্নাংশ। সেয়ে এটা অনুপাতক শতাংশলৈ পৰিৱৰ্তন কৰিবলৈ প্ৰথমতে অনুপাতটোক ভগ্নাংশলৈ আৰু পাছত ভগ্নাংশটোক শতাংশলৈ পৰিৱৰ্তন কৰিব লাগে।

উদাহৰণ 4 : তলৰ অনুপাতবোৰক শতাংশত প্ৰকাশ কৰা —

(i) 1:2

(ii) 5:4

(iii) 15:25

সমাধান : (i) $1:2 = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 100\% = 50\%$

(ii) $5:4 = \frac{5}{4} = \frac{5}{4} \times 100\% = 125\%$

(iii) $15:25 = \frac{15}{25} = \frac{15}{25} \times 100\% = 60\%$

8.9 শতাংশক অনুপাতলৈ পৰিৱৰ্তন (Conversion of percentage into ratio):

এইক্ষেত্ৰত শতাংশক প্ৰথমতে ভগ্নাংশলৈ পৰিৱৰ্তন কৰি পিছত ভগ্নাংশটোক অনুপাতত লিখিব লাগে।

উদাহৰণ 5 : তলৰ শতাংশবোৰক অনুপাতৰ লঘিষ্ঠ আকাৰত প্ৰকাশ কৰা —

(i) 12%

(ii) 50%

(iii) 12.5%

সমাধান : (i) $12\% = \frac{12}{100} = \frac{3}{25} = 3:25$

(ii) $50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} = 1:2$

$$(iii) 12.5\% = \frac{125}{10} \times \frac{1}{100} = \frac{1}{8} = 1:8$$

8.10 শতাংশৰ ব্যৱহাৰ (Use of percentage):

দৈনন্দিন জীৱনত প্ৰায়বোৰ ক্ষেত্ৰতে শতাংশৰ ব্যৱহাৰ হয়। তলৰ উদাহৰণবোৰ চাওঁ আহা—

- (i) 2019 বৰ্ষৰ হাইস্কুলীয়া শিক্ষান্ত পৰীক্ষাৰ উত্তীৰ্ণৰ হাৰ 60.23 %।
- (ii) যোৱা নিৰ্বাচনত 79% ভোটৰে ভোটদান কৰিছিল।
- (iii) ইভাই 15% ৰেহাই মূল্যত কাপোৰ এযোৰ কিনিিলে।
- (iv) দিগন্তই 8.75% সুতৰ হাৰত বেংকৰ পৰা ঋণ লৈছে।
- (v) 18% জি এচ টি (Goods and Services Tax) বলৱৎ কৰা হৈছে।

কাৰ্য : দলত আলোচনা কৰি শতাংশৰ ব্যৱহাৰ থকা পাঁচটা উদাহৰণ লিখা।

উদাহৰণ 6 : মান নিৰ্ণয় কৰা —

- (i) 500 টকাৰ 15 %
- (ii) 1 ঘণ্টাৰ 25% (মিনিটত)
- (iii) 1234 ৰ 1%
- (iv) 640 ৰ 12.5%

সমাধান : (i) 500 টকাৰ 15 %

$$= \left(500 \times \frac{15}{100} \right) \text{টকা}$$

$$= 75 \text{টকা}$$

(ii) 1 ঘণ্টাৰ 25%

$$= \left(60 \times \frac{25}{100} \right) \text{মিনিট}$$

$$= 15 \text{মিনিট}$$
 (1 ঘণ্টা = 60 মিনিট)

(iii) 1234 ৰ 1%

$$= 1234 \times \frac{1}{100}$$

$$= 12.34$$

(iv) 640 ৰ 12.5%

$$= 640 \times \frac{125}{10} \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{8000}{100} = 80$$

উদাহৰণ 7 : এটা সংখ্যাৰ 10% ৰ মান 40 হ'লে সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান :

ধৰা হ'ল সংখ্যাটো 'x'

প্ৰশ্নমতে, x ৰ 10% = 40

$$\text{বা } x \times \frac{10}{100} = 40$$

$$\text{বা } \frac{x}{10} = 40$$

$$\therefore x = 40 \times 10 = 400$$

$$\therefore \text{নিৰ্ণেয় সংখ্যাটো} = 400$$

উদাহৰণ 8 : 64 ৰ কিমান শতাংশৰ মান 16 হ'ব।

সমাধান :

$$\text{ধৰা হ'ল শতাংশৰ মান} = x \%$$

$$\therefore 64 \text{ ৰ } x \% = 16$$

$$\text{বা } 64 \times \frac{x}{100} = 16$$

$$\text{বা } 64x = 16 \times 100$$

$$\text{বা } x = \frac{16 \times 100}{64}$$

$$\text{বা } x = 25$$

$$\therefore \text{নিৰ্ণেয় শতাংশ} = 25\%$$

অনুশীলনী- 8.2

1. তলৰ ভগ্নাংশবোৰক শতাংশত প্ৰকাশ কৰা—

$$(i) \frac{3}{5} \quad (ii) \frac{7}{12} \quad (iii) \frac{15}{32} \quad (iv) \frac{91}{175} \quad (v) \frac{21}{40}$$

2. তলৰ দশমিক ভগ্নাংশবোৰক শতাংশত প্ৰকাশ কৰা—

$$(i) 0.8 \quad (ii) 5.75 \quad (iii) 0.08 \quad (iv) 32.1 \quad (v) 0.004$$

3. ভগ্নাংশত প্ৰকাশ কৰা—

$$(i) 20\% \quad (ii) 32\% \quad (iii) 0.5\% \quad (iv) 7.25\% \quad (v) 180\%$$

4. তলত দিয়া শতাংশবোৰক দশমিক ভগ্নাংশলৈ আৰু লঘিষ্ঠ আকাৰৰ ভগ্নাংশলৈ পৰিৱৰ্তন কৰা—

$$(i) 18\% \quad (ii) 0.25\% \quad (iii) 60\% \quad (iv) 42.5\% \quad (v) 56\%$$

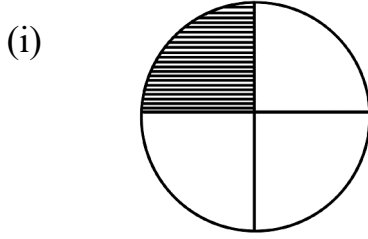
5. শতাংশত প্ৰকাশ কৰা—

$$(i) 4:10 \quad (ii) 11:20 \quad (iii) 19:50 \quad (iv) 3:25 \quad (v) 9:4$$

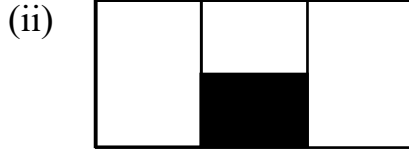
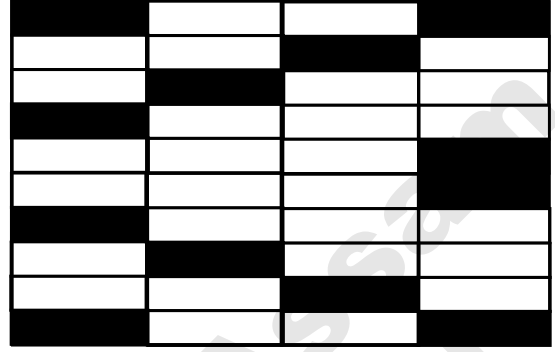
6. অনুপাতত প্ৰকাশ কৰা—

$$(i) 72\% \quad (ii) \frac{15}{4}\% \quad (iii) 0.14\% \quad (iv) 6\frac{2}{5}\% \quad (v) 4.6\%$$

7. তলৰ চিত্ৰবোৰৰ ৰং কৰা অংশক শতাংশত প্ৰকাশ কৰা—



(iii)



8. শতাংশত প্ৰকাশ কৰা—

(i) 1 দিনৰ 8 ঘণ্টা

(ii) 80 জনৰ 72 জন

(iii) 5 টকাৰ 25 পইচা

9. মান নিৰ্ণয় কৰা—

(i) 50 ৰ 20%

(ii) 600 টকাৰ 30%

(iii) 5 কিলোমিটাৰৰ 20%

(iv) 1 ঘণ্টাৰ 30%

10. এটা সংখ্যাৰ 20% ৰ মান 50 হ'লে সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰা।

11. কি সংখ্যাৰ 13% ৰ মান 91 হ'ব?

12. 40 টকাৰ কিমান শতাংশৰ মান 16 টকা হ'ব?

13. “40 ৰ ভিতৰত 30” আৰু “50 ৰ ভিতৰত 40” দুয়োটাকে শতাংশত প্ৰকাশ কৰা। দুয়োটাৰ কোনটো বেছি?

14. এখন বাগিচাৰ কালি 400 বৰ্গমিটাৰ। তলত দিয়া ধৰণে বাগিচাখন সজোৱা হৈছে।

i) ফুলৰ বাবে বাগিচাখনৰ 30% ঠাই ৰখা হৈছে।

ফুল থকা ঠাইৰ কালি উলিওৱা।

ii) বাগিচাখনত থকা পুখুৰী এটাৰ কালি 80 বৰ্গমিটাৰ।

বাগিচাখনৰ কিমান শতাংশ পুখুৰীটোৱে আগুৰি আছে।

8.11 শতকৰা বৃদ্ধি বা হ্ৰাস (Increase or Decrease in percentage):

কেতিয়াবা আমি কোনো পৰিমাণৰ বৃদ্ধি বা হ্ৰাসক শতকৰা হাৰত জনাব প্ৰয়োজন হয়। উদাহৰণস্বৰূপে, এখন জিলাৰ জনসংখ্যা এটা দশকত 2,50,000 ৰ পৰা 3,50,000 লৈ বৃদ্ধি হয়, যদি সংখ্যাৰ পৰিৱৰ্তে 40% বৃদ্ধি হৈছে বুলি কোৱা হয় তেতিয়া বুজিবলৈ বেছি সহজ হয়। নিৰ্দিষ্ট পৰিমাণৰ হ্ৰাস বা বৃদ্ধিক আমি শতকৰা হাৰলৈ কেনেকৈ পৰিৱৰ্তন কৰিম চাওঁ আহা—

$$\begin{aligned}
 \text{বৃদ্ধিৰ শতকৰা হাৰ} &= \frac{\text{পৰিমাণৰ পৰিৱৰ্তন}}{\text{মূল পৰিমাণ}} \times 100\% \\
 &= \frac{\text{বৃদ্ধিৰ পৰিমাণ}}{\text{যাৰ পৰিমাণৰ লগত তুলনা কৰা হৈছে}} \times 100\% \\
 &= \frac{(3,50,000 - 2,50,000)}{2,50,000} \times 100\% \\
 &= \frac{1,00,000}{2,50,000} \times 100\% \\
 &= 40\%
 \end{aligned}$$

উদাহৰণ 1 : ৰয়েলে 80,000 টকাৰে এটা ব্যৱসায় আৰম্ভ কৰিলে। এবছৰৰ পিছত তেওঁৰ হাতত 1,20,000 টকা হ'লগৈ। বাঢ়ি যোৱা টকাৰ শতকৰা হাৰ কিমান?

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 \text{বৃদ্ধিৰ শতকৰা হাৰ} &= \frac{\text{পৰিমাণৰ পৰিৱৰ্তন}}{\text{মূল পৰিমাণ}} \times 100\% \\
 &= \frac{\text{বৃদ্ধিৰ পৰিমাণ}}{\text{যাৰ পৰিমাণৰ লগত তুলনা কৰা হৈছে}} \times 100\% \\
 &= \frac{(1,20,000 - 80,000)}{80,000} \times 100\% \\
 &= \frac{40,000}{80,000} \times 100\% \\
 &= 50\%
 \end{aligned}$$

উদাহৰণ 2 : (i) 2400 টকা 2000 টকাতকৈ কিমান শতাংশ বেছি?
(ii) 2000 টকা 2400 টকাতকৈ কিমান শতাংশ কম?

সমাধান (i) : বৃদ্ধিৰ পৰিমাণ = 2400 টকা – 2000 টকা

$$= 400 \text{ টকা}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{শতকৰা বৃদ্ধি} &= \frac{\text{বৃদ্ধিৰ পৰিমাণ}}{\text{মূল পৰিমাণ}} \times 100\% \\
 &= \frac{400}{2000} \times 100\% \\
 &= 20\%
 \end{aligned}$$

$$(ii) \text{ হ্ৰাসৰ পৰিমাণ} = 2400 \text{ টকা} - 2000 \text{ টকা} \\ = 400 \text{ টকা}$$

$$\therefore \text{ শতকৰা হ্ৰাস} = \frac{\text{হ্ৰাসৰ পৰিমাণ}}{\text{মূল পৰিমাণ}} \times 100\% \\ = \frac{400}{2400} \times 100\% \\ = \frac{50}{3}\% = 16.67\%$$

উদাহৰণ 3 : যোৱা পাঁচটা বছৰত এখন দেশত অশিক্ষিত লোকৰ সংখ্যা 180 লাখৰ পৰা 130 লাখলৈ হ্ৰাস পায়। হ্ৰাস হোৱাৰ শতকৰা হাৰ কিমান?

সমাধান : মূল পৰিমাণ = আৰম্ভণিতে অশিক্ষিত মানুহৰ সংখ্যা
= 180 লাখ
পৰিমাণৰ পৰিৱৰ্তন = অশিক্ষিত মানুহৰ সংখ্যাৰ হ্ৰাস
= (180 - 130) লাখ = 50 লাখ

$$\therefore \text{ হ্ৰাসৰ শতকৰা হাৰ} = \frac{\text{পৰিমাণৰ পৰিৱৰ্তন}}{\text{মূল পৰিমাণ}} \times 100\% \\ = \frac{50}{180} \times 100\% = 27.77\%$$

8.12 লাভ-লোকচানত শতাংশৰ ব্যৱহাৰ (Uses of Percentage in Profit-Loss):

কোনো এটা বস্তু যিমান মূল্য দি কিনা হয় তাক কিনাদাম বোলা হয়। ইয়াক CP (Cost Price) ৰে লিখা হয়। বস্তুটো যি দামত বেচা হয় তাক বস্তুটোৰ বেচাদাম বুলি কোৱা হয়। ইয়াক SP (Selling Price) ৰে লিখা হয়।

দোকানী এজনে যিকোনো বস্তু এটা 100 টকাত কিনি আনি যদি 120 টকাত বিক্ৰী কৰে তেন্তে দোকানীজনৰ 20 টকা লাভ (Profit) হ'ব। অৰ্থাৎ যদি বেচাদাম কিনাদামতকৈ বেছি হয় তেন্তে 'বেচাদাম-কিনাদাম' এই পাৰ্থক্যটোক লাভ বুলি কোৱা হয়।

একেদৰে দোকানী এজনে যিকোনো বস্তু এটা 100 টকাত কিনি আনি যদি 70 টকাত বিক্ৰী কৰে তেন্তে দোকানীজনৰ 30 টকা লোকচান (Loss) হ'ব। অৰ্থাৎ যদি বেচাদাম কিনাদাম তকৈ কম হয় তেন্তে 'কিনাদাম - বেচাদাম' এই পাৰ্থক্যটোক লোকচান বুলি কোৱা হয়।

যদি কিনাদাম (CP) < বেচাদাম (SP), তেন্তে লাভ (Profit) = বেচাদাম(SP) - কিনাদাম(CP)
যদি কিনাদাম (CP) = বেচাদাম (SP), তেন্তে একো লাভ(Profit) বা লোকচান (Loss) নহ'ব
যদি কিনাদাম (CP) > বেচাদাম (SP), তেন্তে লোকচান (Loss) = কিনাদাম(CP) - বেচাদাম (SP)

পৰিমাণৰ তুলনা

এতিয়া তলৰ তালিকাখন সম্পূৰ্ণ কৰোঁ আহাঁ—

ক্র.নং	কিনাদাম (টকা) (CP)	বেচাদাম (টকা) (SP)	লাভ (টকা) (Profit)	লোকচান (টকা) (Loss)
(i)	375	325	—	—
(ii)	1200	1325	—	—
(iii)	430	—	25	—
(iv)	430	—	—	25
(v)	—	140	—	20
(vi)	—	140	20	—

লাভ বা লোকচানক শতকৰা হাৰলৈ পৰিবৰ্তন কৰিব পাৰি। লাভ বা লোকচান সদায় কিনাদামৰ ভিত্তিত নিৰ্ণয় কৰা হয়। তলৰ উদাহৰণটোলৈ মন কৰোঁ আহাঁ—

যদি এটা কলমৰ কিনাদাম 50 টকা আৰু বিক্ৰী কৰা দাম 60 টকা হয়, তেন্তে লাভ হ'ব $60 - 50 = 10$ টকা।

$$\therefore \text{লাভৰ শতকৰা হাৰ} = \frac{\text{লাভ}}{\text{কিনাদাম}} \times 100\% \\ = \frac{10}{50} \times 100\% = 20\%$$

মনত ৰাখিবা :

$$\text{লাভৰ শতাংশ (Percentage of Profit)} = \frac{\text{লাভ (Profit)}}{\text{কিনাদাম (CP)}} \times 100\% \\ \text{অথবা লাভৰ শতাংশ} = \frac{\text{বেচাদাম(SP)} - \text{কিনাদাম(CP)}}{\text{কিনাদাম (CP)}} \times 100\%, \text{বেচাদাম (SP)} > \text{কিনাদাম(CP)}$$

একেদৰে—

$$\text{লোকচানৰ শতাংশ (Percentage of Loss)} = \frac{\text{লোকচান (Loss)}}{\text{কিনাদাম (CP)}} \times 100\% \\ \text{অথবা লোকচানৰ শতাংশ} = \frac{\text{কিনাদাম (CP)} - \text{বেচাদাম (SP)}}{\text{কিনাদাম (CP)}} \times 100\%, \text{কিনাদাম (CP)} > \text{বেচাদাম (SP)}$$

তলৰ উদাহৰণকেইটা মন কৰা :

উদাহৰণ 1 : এটা ঘড়ী 800 টকাত কিনি 952 টকাত বিক্ৰী কৰা হ'ল।

- (i) লাভ কিমান হ'ল?
- (ii) শতকৰা লাভ কিমান হ'ল?

সমাধান :

- (i) লাভ = বেচাদাম — কিনাদাম
= (952 – 800) টকা
= 152 টকা
- (ii) শতকৰা লাভ = $\frac{152}{800} \times 100\% = \frac{152}{8}\% = 19\%$

উদাহৰণ 2 : এটা বলৰ কিনাদাম 150 টকা। যদি দোকানীজনে 10% লোকচানত বেচে তেন্তে বলটো কিমান দামত বেচিলে?

সমাধান :

দিয়া আছে, কিনাদাম = 150 টকা
লোকচানৰ শতাংশ = 10%
আমি বেচাদাম উলিয়াব লাগে
কিনাদামৰ 10% লোকচান হয়
অৰ্থাৎ 150 টকাৰ 10% = $\left(150 \times \frac{10}{100}\right)$ টকা = 15 টকা
∴ বেচাদাম = কিনাদাম – লোকচান (লোকচান = কিনাদাম – বেচাদাম)
= (150 – 15) টকা = 135 টকা

উদাহৰণ 3 : এটা পুতলাৰ বিক্ৰীমূল্য 480 টকা। যদি দোকানীজনে 20% লাভ কৰে তেতিয়া পুতলাটোৰ কিনাদাম কিমান হ'ব?

সমাধান :

দিয়া আছে, বেচাদাম = 480 টকা আৰু লাভৰ শতাংশ = 20%
আমি কিনাদাম উলিয়াব লাগে
লাভ = কিনাদামৰ 20% = কিনাদাম $\times \frac{20}{100}$ = কিনাদাম $\times \frac{1}{5}$
আমি জানো,
বেচাদাম – কিনাদাম = লাভ
∴ বেচাদাম = লাভ + কিনাদাম

$$= \text{কিনাদামৰ } 20\% + \text{কিনাদাম}$$

$$= \text{কিনাদাম} \times \frac{1}{5} + \text{কিনাদাম}$$

$$= \text{কিনাদাম} \left(1 + \frac{1}{5}\right)$$

$$\text{অৰ্থাৎ, } 480 = \text{কিনাদাম} \times \frac{6}{5}$$

$$\therefore \text{কিনাদাম} = 480 \times \frac{5}{6} = 400$$

$$\therefore \text{পুতলাটোৰ কিনাদাম} = 400 \text{ টকা}$$

8.13 সৰল সুত (Simple Interest):

বিভিন্ন প্ৰয়োজনত মানুহে বেলেগ বেলেগ উৎস বা বেংকৰ পৰা টকা ধাৰে লয়। এনেদৰে লোৱা ধাৰ বা ঋণ পৰিশোধ কৰাৰ সময়ত ধাৰে লোৱা টকাখিনিৰ লগত নিৰ্দিষ্ট হাৰত আৰু কিছু টকা দিবলগীয়া হয়। এই ওপৰৰি টকাখিনিকেই **সুত (Interest)** বোলে।

এটা উদাহৰণ চাওঁ আহা :

এজন মানুহে 50,000 টকা এবছৰৰ কাৰণে বেংকত জমা ৰাখিলে। এবছৰৰ পিছত মানুহজনে 50,000 টকাৰ ওপৰৰি 2,000 টকা অৰ্থাৎ মুঠ 52,000 টকা লাভ কৰিলে।

এইক্ষেত্ৰত 50,000 টকাটো হ'ল **মূলধন (Principal)** আৰু 2,000 টকাটো 50,000 টকাৰ ওপৰত এবছৰৰ সুত। আকৌ 52,000 টকাটোক একেলগে **সুতমূল** অথবা **সৰ্ব্বক্ষিমূল (Amount)** বুলি কোৱা হয়। টকা জমা ৰখা বা ধাৰে লোৱা দিনৰ পৰা ঘূৰাই পোৱা বা পৰিশোধ কৰা দিনলৈ এই সময়খিনিক **সুতৰ সময় (Time of interest)** বোলা হয়।

অকল টকা ধাৰ ল'লেহে যে সুত দিব লাগে এনেকুৱা নহয়, বেংকত টকা জমা থ'লেও বেংকৰ পৰা সুত পোৱা যায়। লাভজনক সুতৰ কাৰণে আজিকালি মানুহে পোষ্ট অফিচ, (Post Office), Mutual Fund, বিভিন্ন বেংকৰ Fixed Deposit আদিত টকা খটুৱায়।

8.13.1 সুতৰ হাৰ (Rate of Interest) :

টকা জমা থোৱা বা টকা ধাৰ লোৱাৰ ক্ষেত্ৰত সুতৰ বন্দোৱস্ত থাকে। সচৰাচৰ এনে বন্দোৱস্ত 100 টকাৰ ওপৰত 1 বছৰৰ বাবে হয় আৰু এই হাৰত মূলধন আৰু সুতৰ সময়ৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি সুতৰ পৰিমাণ নিৰ্ণয় কৰা হয়। এই 100 টকাৰ 1 বছৰৰ সুতক **শতকৰা বছৰি সুতৰ হাৰ (Rate of interest per annum)** বা **সুতৰ শতাংশ (Percentage of Interest)** বুলিও কোৱা হয়।

শতকৰা বছৰি 5 টকা সুত বুলিলে আমি বুজিব লাগিব যে 100 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত 5 টকা অথবা আমি বুজিম সুতৰ হাৰ = 5%

ওপৰৰ উদাহৰণত 50,000 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত আছিল 2,000 টকা। গতিকে 100 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত হ'ব —

$$= \left(\frac{2000}{50000} \times 100 \right) \text{ টকা} = 4 \text{ টকা}$$

গতিকে সেইক্ষেত্ৰত সুতৰ হাৰ = 4%

মন কৰিবা :

কেতিয়াবা সুত 6 মাহৰ বা 3 মাহৰ মূৰে মূৰেও গণনা কৰা হয়। 3 মাহ বা 6 মাহৰ কথা উল্লেখ নাথাকিলে সুতৰ গণনা এবছৰীয়া বুলি ধৰিব লাগে।

এটা উদাহৰণ লওঁ আহা :

অমলে বছৰি 20% সুতৰ হাৰত 6000 টকা ধাৰলৈ ল'লে। তেওঁ এবছৰৰ শেষত দিব লগা সুতৰ পৰিমাণ উলিওৱা।

সমাধান : ধাৰলৈ লোৱা ধন = 6000 টকা

সুতৰ হাৰ প্ৰতি বছৰত = 20%

অৰ্থাৎ 100 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত = 20 টকা

$$\therefore 1 \text{ টকাৰ } 1 \text{ বছৰৰ সুত} = \frac{20}{100} \text{ টকা}$$

$$\therefore 6000 \text{ টকাৰ } 1 \text{ বছৰৰ সুত} = \frac{20}{100} \times 6000 \text{ টকা} = 1200 \text{ টকা}$$

এতেকে বছৰৰ শেষত অমলে দিব লগা টকা

$$= 6000 + 1200 = 7200 \text{ টকা}$$

আমি এটা বছৰৰ সুত উলিয়াবৰ বাবে তলৰ সন্ম্বন্ধটো ব্যৱহাৰ কৰি সমাধান কৰিব পাৰোঁ—

ধৰা হ'ল মূলধন বা ধাৰ লোৱা ধন P আৰু প্ৰতি বছৰৰ সুতৰ শতাংশৰ হাৰ R%

100 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত R টকা

$$\therefore 1 \text{ টকাৰ } 1 \text{ বছৰৰ সুত} = \frac{R}{100} \text{ টকা}$$

$$\therefore P \text{ টকাৰ } 1 \text{ বছৰৰ সুত} = \frac{R}{100} \times P \text{ টকা}$$

$$= \frac{P \times R}{100} \text{ টকা}$$

একাধিক বছৰৰ সুত (Interest for multiple years) :

ওপৰৰ উদাহৰণটোত অমলে ধাৰ লোৱা 6000 টকাৰ 20% সুতৰ হাৰত এবছৰত দিব লগা সুতৰ পৰিমাণ আছিল—

$$\frac{20}{100} \times 6000 = 1200 \text{ টকা}$$

এতিয়া অমলে সেই টকাখিনি দুবছৰৰ বাবে ধাৰ ল'লে তেওঁ দিবলগীয়া সুত—

$$= 2 \times 1200 \text{ টকা} = 2400 \text{ টকা}$$

একেদৰে 3 বছৰৰ বাবে ধাৰ ল'লে তেওঁ দিবলগীয়া সুতৰ পৰিমাণ—

$$= 3 \times 1200 \text{ টকা} = 3600 \text{ টকা}$$

এইদৰে মূলধনৰ পৰিৱৰ্তন নকৰাকৈ সুত গণনা কৰাকে **সৰল সুত** বুলি কোৱা হয়। যিমানৈ বছৰৰ সংখ্যা বৃদ্ধি হয় সিমানৈই সুতৰ পৰিমাণ বাঢ়ি যায়।

আমি এবছৰতকৈ বেছি বছৰৰ সুত নিৰ্ণয় কৰিবলৈ তলৰ সাধাৰণ সম্বন্ধটো উলিয়াব পাৰোঁ :

P মূলধনৰ R% সুতৰ হাৰত T বছৰত দিব লগা সুত—

100 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত R টকা

$$\therefore 1 \text{ টকাৰ 1 বছৰৰ সুত} = \frac{R}{100} \text{ টকা}$$

$$\therefore P \text{ টকাৰ 1 বছৰৰ সুত} = \frac{R}{100} \times P \text{ টকা}$$

$$\therefore P \text{ টকাৰ T বছৰৰ সুত} = \frac{P \times R \times T}{100} \text{ টকা}$$

$$I = \frac{P \times R \times T}{100} \text{ বা } I = \frac{PRT}{100}$$

T বছৰৰ শেষত দিবলগা ধনৰ পৰিমাণ—

$$\text{সুতমূল বা সৰ্ব্ব্বদ্ধিমূল } A = P + I$$

সুত দুই প্ৰকাৰৰ আছে। সৰল সুত (Simple Interest) আৰু চক্ৰবৃদ্ধি সুত (Compound Interest)।

এই পাঠটিত আমি সৰল সুতৰ কথাহে আলোচনা কৰিছোঁ। সুত বুলিলে ইয়াত সৰল সুতহে বুজাব। পৰৱৰ্তী শ্ৰেণীত তোমালোকে চক্ৰবৃদ্ধি সুতৰ বিষয়ে শিকিবলৈ পাবা।

উদাহৰণ 1 : শতকৰা বছৰি 5 টকা সুতৰ হাৰত 840 টকাৰ 5 বছৰৰ সুত নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান :

ইয়াত মূলধন $P = 840$ টকা

সুতৰ হাৰ $R = 5$

সুতৰ সময় $T = 5$ বছৰ

$$\therefore \text{নিৰ্ণেয় সৰল সুত } I = \frac{P \times R \times T}{100} = \frac{840 \times 5 \times 5}{100} = 210 \text{ টকা।}$$

উদাহৰণ 2 : 4500 টকাৰ 2 বছৰ 6 মাহৰ সুত আৰু সৰ্ব্বদ্বিমূল উলিওৱা। সুতৰ হাৰ 15%

সমাধান :

সুতৰ সময় = 2 বছৰ 6 মাহ

$$= \left(2 + \frac{6}{12}\right) \text{ বছৰ} = \frac{5}{2} \text{ বছৰ}$$

মূলধন P = 4500 টকা

সুতৰ হাৰ R = 15

$$\therefore \text{সৰল সুত } I = \frac{P \times R \times T}{100}$$

$$= \frac{4500 \times 15 \times \frac{5}{2}}{100} = \frac{3375}{2}$$

$$= 1687.50 \text{ টকা।}$$

$$\therefore \text{সৰ্ব্বদ্বিমূল } A = P + I$$

$$= (4500 + 1687.50) \text{ টকা} = 6187.50 \text{ টকা}$$

অনুশীলনী- 8.3

- তলৰ লেনদেনবোৰত কিমান লাভ বা লোকচান হৈছে কোৱা। প্ৰত্যেক ক্ষেত্ৰতে লাভ বা লোকচানৰ শতাংশ উলিওৱা।
 - এটা বল 300 টকাত কিনি 450 টকাত বেচিলে।
 - এটা TV 10,000 টকাত কিনি আৰু 15,500 টকাত বেচিলে।
 - এটা আলমাৰি 5,000 টকাত কিনি আৰু 3,500 টকাত বেচিলে।
 - এটা চোলা 400 টকাত কিনি আৰু 280 টকাত বেচিলে।
- এটা অঞ্চলৰ জনসংখ্যা 45,000 ৰ পৰা 42,000 লৈ হ্ৰাস পালে। হ্ৰাসৰ শতকৰা হাৰ উলিওৱা।
- এখন কিতাপ 250 টকাত কিনি 190 টকাত বিক্ৰী কৰিলে। তেওঁৰ লাভ বা লোকচানৰ শতকৰা হাৰ কিমান?
- ৰোহণে এটা টি.ভি. 10,500 টকাত কিনি আৰু 30% লাভত বেচিলে। টি.ভিটোৰ বেচাদাম নিৰ্ণয় কৰা।
- সুমনাই এখন গাড়ী 2,50,000 টকাত কিনি 2,30,000 টকাত বিক্ৰী কৰিলে। তেওঁৰ লাভ বা লোকচানৰ শতকৰা হাৰ কিমান?
- 15% লাভ কৰি এখন মটৰ চাইকেল 23,000 টকাত বেচিলে। মটৰ চাইকেলখনৰ কিনাদাম কিমান?
- বতনে এটা আলমাৰি 6,250 টকাত কিনি 24% লোকচানত বিক্ৰী কৰিলে। আলমাৰিটোৰ বিক্ৰীমূল্য কিমান?
- শতকৰা বছৰি 8 টকা সুতত 5000 টকাৰ 3 বছৰৰ সুত নিৰ্ণয় কৰা।
- ডালিমীয়ে এবছৰৰ বাবে বছৰি 5% হাৰত 120 টকা সুত দিয়ে। তেওঁ কিমান টকা ধাৰলৈ লৈছিল?

10. 1,25,000 টকাৰ 10% সুতৰ হাৰত 1 বছৰ 6 মাহৰ সুত উলিওৱা।
11. শতকৰা বছৰি 12 টকা সুতত 1500 টকাৰ 2 বছৰ 9 মাহৰ সুত আৰু সবৃদ্ধিমূল উলিওৱা।

আমি কি শিকিলোঁ

1. দুটা পৰিমাণ (যেনে : উচ্চতা, ওজন, দূৰত্ব, নম্বৰ ইত্যাদি)ৰ তুলনা কৰিবলৈ, তুলনা কৰা এককবোৰ একেই হ'ব লাগে।
2. দুটা অনুপাত সমতুল্য হ'বলৈ অনুপাত দুটাক সদৃশ ভগ্নাংশলৈ পৰিৱৰ্তন কৰি তুলনা কৰা হয়।
3. পৰিমাণ তুলনা কৰা আন এটা উপায় হৈছে শতকৰা হাৰ। শতকৰা হাৰ হৈছে 100 হৰ বিশিষ্ট ভগ্নাংশৰ লব।
4. ভগ্নাংশক শতাংশলৈ পৰিৱৰ্তন কৰিব পাৰি আৰু শতাংশক ভগ্নাংশলৈ পৰিৱৰ্তন কৰিব পাৰি।
5. দশমিক সংখ্যাক শতাংশলৈ আৰু বিপৰীতভাৱে শতাংশক দশমিক সংখ্যালৈ ৰূপান্তৰ কৰিব পাৰি।
6. শতাংশক অনুপাতলৈ পৰিৱৰ্তন কৰিব পাৰি।
7. বহুক্ষেত্ৰত দৈনন্দিন জীৱনত শতাংশৰ ব্যৱহাৰ কৰা হয়।
 - ◆ লাভ লোকচানত শতাংশৰ ব্যৱহাৰ হয়
 - ◆ নিৰ্দিষ্ট পৰিমাণৰ হ্ৰাস বা বৃদ্ধিত শতাংশৰ ব্যৱহাৰ হয়।
 - ◆ খাৰ লোৱা পৰিমাণৰ ওপৰত সুত গণনা কৰিবলৈ শতাংশৰ ব্যৱহাৰ হয়।



অধ্যায়-9

পৰিমেয় সংখ্যা

(Rational Numbers)



9.1 তোমালোকে স্বাভাৱিক সংখ্যা (Natural numbers), পূৰ্ণ সংখ্যা (Whole numbers) আৰু অখণ্ড সংখ্যাৰ (Integers) বিষয়ে ইতিমধ্যে কিছু কথা শিকি আহিছা। আমাৰ বিভিন্ন কাম-কাজত সংখ্যাৰ ব্যৱহাৰ অপৰিহাৰ্য। তোমালোকে জানা যে বস্তুৰ গণনাৰ বাবে আমি স্বাভাৱিক সংখ্যাবিলাক ব্যৱহাৰ কৰোঁ। এই স্বাভাৱিক সংখ্যাবোৰ হ'ল 1, 2, 3, 4,। স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ পৰা পূৰ্ণ সংখ্যালৈ আৰু পূৰ্ণ সংখ্যাৰ পৰা অখণ্ড সংখ্যালৈ কেনেদৰে প্ৰসাৰিত হয় তোমালোকে জানিব পাৰিছা। মনত পেলোৱা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ পূৰ্বপদ সম্পৰ্কে আলোচনাৰ সময়ত তোমালোকে দেখিছিলো যে 1 ৰ পূৰ্বপদ স্বাভাৱিক সংখ্যাত নাই। অৰ্থাৎ $1-1=0$ টো স্বাভাৱিক সংখ্যা নহয়। স্বাভাৱিক সংখ্যাসমূহৰ লগত '0' টো সামৰি লৈ আমি 0, 1, 2, 3, সংখ্যাবোৰ পাওঁ আৰু এইবোৰক আমি পূৰ্ণসংখ্যা বুলি কওঁ।

আনহাতে, উচ্চতা-গভীৰতা, উৰ্দ্ধদিশ-অধোদিশ, লাভ-লোকচান, হ্ৰাস-বৃদ্ধি আদি পৰস্পৰ বিপৰীত পৰিস্থিতিসমূহক সাংখ্যিকভাৱে বুজাবলৈ প্ৰতিটো স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ আগত '-' চিন বহুৱাই $-1, -2, -3, -4, \dots$ আদি সংখ্যাবোৰ সৃষ্টি কৰা হয়।

0 ৰ সৈতে স্বাভাৱিক সংখ্যাবিলাক আৰু ইহঁতৰ লগত স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ আগত বিয়োগ চিন দি পোৱা সংখ্যাবিলাকক লগ কৰি এই আটাইবোৰকে একেলগে অখণ্ড সংখ্যা বুলি কোৱা হয়।

গতিকে অখণ্ড সংখ্যাবিলাক হ'ল—

$$\dots -4, -3, -2, -1, 0, 2, 3, 4, \dots$$

এটা কথা মন কৰিবা যে অখণ্ড সংখ্যাবিলাকৰ ভিতৰতে পূৰ্ণসংখ্যাবোৰ আৰু স্বাভাৱিক সংখ্যাবোৰ সোমাই আছে।

এতিয়া আমি অখণ্ড সংখ্যাবিলাকক কি দৰে বিস্তাৰ কৰা হৈছে আলোচনা কৰিম।

9.2 পৰিমেয় সংখ্যা আৰু ইয়াৰ আৱশ্যকতা (Rational Number and its necessity) :

স্বাভাৱিক সংখ্যাবোৰৰ আগত '-' চিন বহুৱাই যিদৰে পূৰ্ণসংখ্যাৰ পৰা অখণ্ড সংখ্যাবোৰ পোৱা হয় তেনেদৰে ভগ্নাংশবোৰৰ আগত '-' চিন বহুৱাই বিভিন্ন পৰস্পৰ বিপৰীত ধৰ্মী পৰিস্থিতিক ব্যাখ্যা কৰিবলগীয়া হয়। যেনে সাগৰপৃষ্ঠৰ পৰা 2500 মিটাৰ অৰ্থাৎ $\frac{5}{2}$ কিলোমিটাৰ উচ্চতাক $\frac{5}{2}$ ভগ্নাংশটোৰে সূচালে $\frac{5}{2}$ কিলোমিটাৰ গভীৰতাক সূচাবলৈ $-\frac{5}{2}$ ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি। কিন্তু $-\frac{5}{2}$ সংখ্যাটো আমি এতিয়ালৈ পোৱা সংখ্যাবোৰৰ ভিতৰত নাই। অৰ্থাৎ, ই অখণ্ড সংখ্যা বা ভগ্নাংশ কোনো ভাগতে নপৰে। গতিকে অখণ্ড সংখ্যা, ভগ্নাংশ আৰু ভগ্নাংশবোৰৰ আগত '-' চিন বহুৱাই পোৱা এই নতুন ধৰণৰ সংখ্যাবোৰ, আটাইকে সামৰি অখণ্ড সংখ্যাৰ সংগ্ৰহটোক সম্প্ৰসাৰিত কৰা প্ৰয়োজন।

অনুপাতৰ আলোচনাত আমি দেখিছিলোঁ যে দুটা ৰাশিৰ অনুপাতে এটা আনটোৰ কিমান গুণ তাকে বুজায়। ধৰাহ'ল দুটা ৰাশিৰ অনুপাত $2:5$, ইয়াক আমি $\frac{2}{5}$ হিচাপেও বুজাও।

এতিয়া, অনুপাতৰ $\frac{\text{লব}}{\text{হৰ}}$ ৰূপটোত লব (Numerator) আৰু হৰ (Denominator) যিকোনো অখণ্ড সংখ্যাৰ বাবে প্ৰযোজ্য বুলি মানি ল'লে, এনেধৰণৰ সংখ্যাবোৰৰ মাজতে ভগ্নাংশৰ আগত ‘—’ চিন বহুৱাই পোৱা সংখ্যাবোৰকো সামৰি ল'ব পৰা যাব। অনুপাতৰ $\frac{\text{লব}}{\text{হৰ}}$ ৰূপটোত লব আৰু হৰ যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা লৈ আমি ভগ্নাংশবোৰৰ এক সম্প্ৰসাৰিত ৰূপ পাওঁ আৰু এনে সংখ্যাবোৰকে পৰিমেয় সংখ্যা বোলে। অৰ্থাৎ, p আৰু q যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা আৰু $q \neq 0$ হ'লে $\frac{p}{q}$ ক পৰিমেয় সংখ্যা বোলা হয়। এই ক্ষেত্ৰত p আৰু q ক পৰিমেয় সংখ্যাটোৰ ক্ৰমে লব আৰু হৰ বোলা হয়।

গতিকে, $\frac{4}{6}, \frac{-3}{2}, \frac{7}{-3}, \frac{-4}{-10}, \frac{0}{3}, \frac{0}{-10}, \frac{5}{1}, \frac{-2}{1}$ আটাইবোৰেই পৰিমেয় সংখ্যা।

মন কৰা যে —

(i) যিকোনো অখণ্ড সংখ্যাকে পৰিমেয় ৰূপত লিখিব পাৰি যেনে- $0 = \frac{0}{1}, 1 = \frac{1}{1}, 2 = \frac{2}{1}, -3 = \frac{-3}{1}$

ইত্যাদি। গতিকে সকলো অখণ্ড সংখ্যাই পৰিমেয় সংখ্যা।

(ii) ইতিমধ্যেই আমি দেখিছোঁ যে সকলো ভগ্নাংশই পৰিমেয় ৰূপত থাকে যেনে- $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, 2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}, \frac{9}{11}$ গতিকে সকলো ভগ্নাংশই পৰিমেয় সংখ্যাও।

(iii) দশমিক ভগ্নাংশ এটা লোৱা। ধৰা 0.5 । তেওঁতে ইয়াৰ সাধাৰণ ভগ্নাংশৰ ৰূপ হয় $\frac{5}{10}$ যিটো পৰিমেয়।

গতিকে দশমিক সংখ্যাবোৰো পৰিমেয়।

চেষ্টা কৰি চোৱা :

- (1) স্বাভাৱিক সংখ্যাবোৰ পৰিমেয় হয় নে?
- (2) সকলো পৰিমেয় সংখ্যাই অখণ্ড সংখ্যা হয় নে?
- (3) এনে পাঁচটা পৰিমেয় সংখ্যা লিখা যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা নহয়।
- (4) 0.33 পৰিমেয় সংখ্যা হয় নে?
- (5) $\frac{p}{q}$ আকাৰৰ (p, q অখণ্ড সংখ্যা আৰু $q \neq 0$) একোটাকৈ সংখ্যা লিখা যাৰ

(i) লব ধনাত্মক আৰু হৰ ঋণাত্মক

(ii) লব ঋণাত্মক আৰু হৰ ঋণাত্মক

(iii) লব ঋণাত্মক আৰু হৰ ধনাত্মক

(iv) লব আৰু হৰ উভয়েই ধনাত্মক

9.3 সমতুল্য পৰিমেয় সংখ্যা (Equivalent Rational Numbers) :

ভগ্নাংশৰ আলোচনাত তোমালোকে দেখিছিলো যে ভগ্নাংশ এটাৰ লব আৰু হৰক যিকোনো অশূন্য অখণ্ড সংখ্যাৰে (non-zero integers) পূৰণ বা হৰণ কৰিলে ইয়াৰ মান একে। অনুৰূপভাৱে পৰিমেয় সংখ্যাৰ লব আৰু হৰক একে অশূন্য সংখ্যাৰে পূৰণ বা হৰণ কৰিলেও পৰিমেয় সংখ্যাটোৰ মান একে থাকে। উদাহৰণ হিচাপে $\frac{-2}{3}$ পৰিমেয় সংখ্যাটোৰ সমতুল্য পৰিমেয় সংখ্যাকেইটামান তলত দিয়া হ'ল—

$$\frac{-2}{3} = \frac{-2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{-4}{6}, \frac{-2}{5} = \frac{(-2) \times (-1)}{5 \times (-1)} = \frac{2}{-5}, \frac{-2}{5} = \frac{(-2) \times (-5)}{5 \times (-5)} = \frac{10}{-25} \text{ ইত্যাদি}$$

$$\frac{12}{15} = \frac{12 \div 3}{15 \div 3} = \frac{4}{5}, \frac{-10}{12} = \frac{-10 \div (-2)}{12 \div (-2)} = \frac{5}{-6} \text{ ইত্যাদি}$$

চেষ্টা কৰি চোৱা :

(1) প্ৰতিটো পৰিমেয় সংখ্যাৰে তিনিটাকৈ সমতুল্য পৰিমেয় সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা —

(i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{5}{-8}$ (iii) $\frac{-7}{11}$ (iv) 0.75 (v) $\frac{-12}{-18}$

(2) $\frac{-3}{4}$ আৰু $\frac{3}{-4}$ ক সমতুল্য পৰিমেয় বুলিব পাৰিনে?

9.4 ধনাত্মক আৰু ঋণাত্মক পৰিমেয় সংখ্যা (Positive and Negative Rational Numbers):

মনত পেলোৱা যে ভগ্নাংশ সংখ্যাবোৰৰ আগত ‘-’ চিন বহুৱাই আমি পৰিমেয় সংখ্যাবোৰ গঠন কৰিছিলোঁ। উদাহৰণস্বৰূপে, $\frac{2}{3}$ এটা ভগ্নাংশ। ইয়াৰ আগত ‘-’ চিন বহুৱাই আমি $-\frac{2}{3}$ পাওঁ। পৰিমেয় সংখ্যাৰ আকাৰত পাবলৈ $-\frac{2}{3}$ ক আমি $\frac{-2}{3}$ বা $\frac{2}{-3}$ ৰে লিখিব পাৰোঁ। আকৌ, সমতুল্য পৰিমেয় সংখ্যাৰ ধাৰণাৰে—

$\frac{2}{-3} = \frac{2 \times (-1)}{-3 \times (-1)} = \frac{-2}{3}$ গতিকে, $-\frac{2}{3} = \frac{-2}{3} = \frac{2}{-3}$, ইয়াৰ পৰা আমি পৰিমেয় সংখ্যাবোৰক ধনাত্মক আৰু ঋণাত্মক এই দুই ভাগত ভগাব পাৰোঁ। উদাহৰণস্বৰূপে, $\frac{2}{3}$ এটা ধনাত্মক পৰিমেয় সংখ্যা আৰু $-\frac{2}{3} = \frac{-2}{3} = \frac{2}{-3}$ ঋণাত্মক পৰিমেয় সংখ্যা। কিন্তু $\frac{-2}{-3}$ ধনাত্মক নে ঋণাত্মক হ'ব? সমতুল্য পৰিমেয় সংখ্যাৰ ধাৰণাৰে আমি পাওঁ $\frac{-2}{-3} = \frac{(-2) \times (-1)}{(-3) \times (-1)} = \frac{2}{3}$, যাক ইতিমধ্যে ধনাত্মক পৰিমেয় বুলি উল্লেখ কৰা হৈছে। অৰ্থাৎ $\frac{-2}{-3}$ এটা ধনাত্মক পৰিমেয় সংখ্যা। সাধাৰণভাৱে, এটা পৰিমেয় সংখ্যা $\frac{p}{q}$ (য'ত p, q অখণ্ড সংখ্যা আৰু $q \neq 0$)

ধনাত্মক হ'ব যদি p আৰু q উভয়ে ধনাত্মক বা উভয়ে ঋণাত্মক হয়। আনহাতে, $\frac{p}{q}$ ঋণাত্মক হ'ব যদি অখণ্ড সংখ্যা p আৰু q পৰস্পৰ বিপৰীত চিনযুক্ত হয়।

পৰিমেয় সংখ্যাৰ বৰ্ণনাৰ পৰা এতিয়া আমি ক'ব পাৰোঁ যে —

$$-3 = \frac{-3}{1} = \frac{3}{-1} \text{ এটা ঋণাত্মক পৰিমেয় সংখ্যা}$$

$$5 = \frac{5}{1} = \frac{-5}{-1} \text{ এটা ধনাত্মক পৰিমেয় সংখ্যা}$$

অৰ্থাৎ, ধনাত্মক অথবা সংখ্যাবোৰ ধনাত্মক পৰিমেয় আৰু ঋণাত্মক অথবা সংখ্যাবোৰ ঋণাত্মক পৰিমেয় সংখ্যা। অথবা সংখ্যা 0 ৰ বিষয়ে কি ক'বা? আমি পাই আহিছোঁ যে 0 অথবা সংখ্যাটো ধনাত্মকো নহয়, ঋণাত্মকো নহয়। একেদৰে পৰিমেয় সংখ্যা হিচাপে 0 ধনাত্মকো নহয়, ঋণাত্মকো নহয়।

9.5 প্রামাণিক বা আদৰ্শ ঠাঁচত পৰিমেয় সংখ্যা (Rational Numbers in Standard form) :

সমতুল্য পৰিমেয় সংখ্যাৰ ধাৰণাৰে একেটা পৰিমেয় সংখ্যাক আমি বিভিন্ন ধৰণে প্ৰকাশ কৰিব পাৰোঁ। যেনে—

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \frac{-6}{-10} = \frac{-9}{-15} = \frac{-12}{-20} \text{ ইত্যাদি}$$

$$\frac{-2}{3} = \frac{-4}{6} = \frac{-6}{9} = \frac{-8}{12} = \frac{4}{-6} = \frac{6}{-9} = \frac{8}{-12} \text{ ইত্যাদি}$$

গতিকে, পৰিমেয় সংখ্যাৰ এটা প্ৰামাণিক ৰূপ আৱশ্যক যাৰ দ্বাৰা পৰিমেয় সংখ্যা বিষয়ক আলোচনাবোৰ সহজভাৱে কৰিব পৰা যায়।

এটা পৰিমেয় সংখ্যা $\frac{p}{q}$ ক আদৰ্শ বা প্ৰামাণিক ঠাঁচত থকা বুলি কোৱা হ'ব যদি

(i) p ধনাত্মক বা ঋণাত্মক যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা, কিন্তু q ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা।

(ii) p আৰু q ৰ 1 ৰ বাহিৰে আন সাধাৰণ উৎপাদক নাই।

$$\text{যেনে } \frac{4}{8} \text{ ৰ প্ৰামাণিক ঠাঁচ হ'ল } \frac{1}{2} \text{ কাৰণ, } \frac{4}{8} = \frac{4 \div 4}{8 \div 4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-12}{20} \text{ ৰ প্ৰামাণিক ঠাঁচ হ'ল } \frac{-3}{5} \text{ কাৰণ, } \frac{-12}{20} = \frac{-12 \div 4}{20 \div 4} = \frac{-3}{5}$$

$$\frac{6}{-2} \text{ ৰ প্ৰামাণিক ঠাঁচ হ'ল } \frac{-3}{1} = -3 \text{ কাৰণ, } \frac{6}{-2} = \frac{6 \div (-2)}{-2 \div (-2)} = \frac{-3}{1} = -3$$

$$\frac{-15}{-12} \text{ ৰ প্ৰামাণিক ঠাঁচ হ'ল } \frac{5}{4} \text{ কাৰণ, } \frac{-15}{-12} = \frac{-15 \div (-3)}{-12 \div (-3)} = \frac{5}{4} \text{ ইত্যাদি।}$$

উদাহৰণ 1 : প্রামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰা (i) $\frac{-15}{21}$ (ii) $\frac{20}{-65}$

(i) $\frac{-15}{21} = \frac{-15 \div 3}{21 \div 3} = \frac{-5}{7}$ (মন কৰা যে ইয়াত 15 আৰু 21 ৰ গ সা উ 3 ৰে লব আৰু হৰ উভয়কে হৰণ কৰা হৈছে)

(ii) $\frac{20}{-65} = \frac{20 \div 5}{-65 \div 5} = \frac{4}{-13} = \frac{-4}{13}$ (20 আৰু 65 ৰ গ সা উ 5)

উদাহৰণ 2 : প্রামাণিক ঠাঁচলৈ নিয়া (i) $\frac{6}{-11}$ (ii) $\frac{24}{-45}$

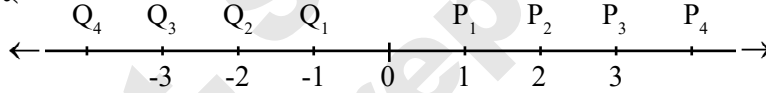
সমাধান : (i) $\frac{6}{-11} = \frac{6 \div (-1)}{(-11) \div (-1)} = \frac{-6}{11}$

অথবা (i) $\frac{6}{-11} = \frac{6 \times (-1)}{(-11) \times (-1)} = \frac{-6}{11}$

(ii) $\frac{24}{-45} = \frac{24 \div (-3)}{(-45) \div (-3)} = \frac{-8}{15}$

9.6 সংখ্যাবেখাত পৰিমেয় সংখ্যাৰ প্ৰদৰ্শন (Representation of Rational Number in Number Line) :

সংখ্যাবেখাত অখণ্ড সংখ্যাবিলাক কেনেকৈ স্থাপন কৰা বা বহুওৱা হয় তোমালোকে ইতিমধ্যে শিকিছা। ইয়াক তলত পুনৰ দেখুওৱা হ'ল।



ইয়াত এডাল সৰল ৰেখা (Straight line) লৈ তাৰ ওপৰত সমান সমান অন্তৰত বিন্দু লোৱা হৈছে। এতিয়া যিকোনো এটা বিন্দুক 0 ৰে আৰু তাৰ সোঁফালৰ বিন্দুবোৰক একাদিক্ৰমে 1, 2, 3, 4, ... ৰে সূচোৱা হৈছে। আকৌ 0 ৰ বাওঁফালৰ বিন্দুবোৰক একাদিক্ৰমে -1, -2, -3, ... আদিৰে সূচোৱা হৈছে। এইদৰে, সকলো অখণ্ড সংখ্যাকে এডাল সৰল ৰেখাত বিন্দু হিচাপে প্ৰদৰ্শন কৰা হৈছে।

এতিয়া, এডাল সংখ্যাবেখাত পৰিমেয় সংখ্যাবোৰক কিদৰে বিন্দুৰ দ্বাৰা প্ৰদৰ্শন কৰিব পাৰি চাওঁ আহা।

পৰিমেয় সংখ্যাবোৰ যিহেতু ভগ্নাংশৰ সম্প্ৰসাৰিত (Extended) ৰূপ, সেয়েহে প্ৰথমে ভগ্নাংশবোৰক কেনেকৈ সংখ্যাবেখাত বহুওৱা হয় সেইটো ভালদৰে মন কৰোঁ আহা।

সংখ্যাবেখাত ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা যেনে 5 বহুৱাবলৈ প্ৰথমে আমি ৰেখাডালত এটা বিন্দু লৈ 0 ৰে চিহ্নিত কৰিছোঁ আৰু 0 বুজোৱা বিন্দুটোৰ সোঁফালে এক নিৰ্দিষ্ট দূৰত্বত থকা এটা বিন্দুক 1 ৰে চিহ্নিত কৰি এই একে দূৰত্বৰ সমান পাঁচ জোখ 0 ৰ সোঁফালে গৈ যিটো বিন্দু পাওঁ তাকেই পাঁচৰে চিহ্নিত কৰোঁ।

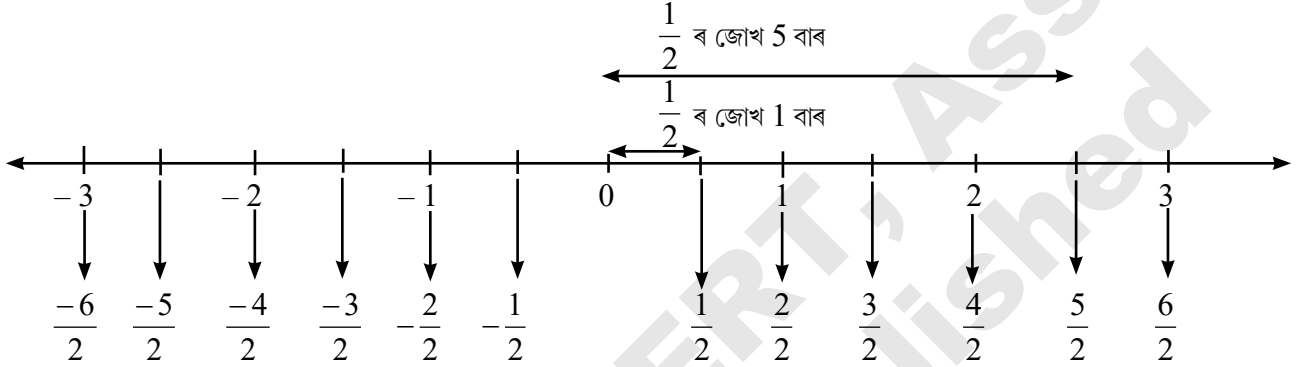
এতিয়া ধৰা, এটা ভগ্নাংশ $\frac{5}{2}$ ক সংখ্যা ৰেখাত কোনো বিন্দুৰে সূচাব লাগে।

আমি জানো $\frac{5}{2} = 5 \times \frac{1}{2}$, অৰ্থাৎ $\frac{1}{2}$ ৰ 5 গুণ বা জোখ, কিন্তু $\frac{1}{2}$, 0 তকৈ ডাঙৰ আৰু 1 তকৈ সৰু। গতিকে

$\frac{1}{2}$ বুজোৱা বিন্দুটোৰ অৱস্থান 0 আৰু 1 বুজোৱা বিন্দু দুটাৰ সোঁমাজত থাকিব। অৰ্থাৎ 0 আৰু 1 বুজোৱা বিন্দু দুটাৰ মাজৰ ৰেখাখণ্ডক সমানে দুভাগ কৰি পোৱা বিন্দুটোৱেই হ'ব $\frac{1}{2}$ ৰ অৱস্থান।

এতিয়া 0 আৰু $\frac{1}{2}$ বুজোৱা বিন্দু দুটাৰ মাজৰ ৰেখাখণ্ডৰ জোখৰ সমান 5 জোখ 0 ৰ সোঁফালে আগুৱাই গ'লে আমি যিটো বিন্দু পাম সি়েই $\frac{5}{2}$ ভগ্নাংশক সূচাব।

একেদৰে আমি $\frac{2}{2}=1$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{2}=2$ আদি ভগ্নাংশবোৰৰ বাবেও 0 ৰ সোঁফালে একোটাকৈ বিন্দু পাম।



এতিয়া $\frac{5}{2}$ ৰ আগত – চিন বহুৱাই পোৱা $-\frac{5}{2}$ পৰিমেয় সংখ্যাটো সংখ্যাৰেখাডালৰ কোনখিনিত বহিব?

চিত্ৰৰ পৰা আমি বুজিছোঁ যে, $\frac{1}{2}$ ৰ চাৰি জোখ হ'ল $\frac{4}{2}=2$

আৰু $\frac{1}{2}$ ৰ ছয় জোখ হ'ল $\frac{6}{2}=3$

গতিকে, $\frac{1}{2}$ ৰ পাঁচ জোখ অৰ্থাৎ $\frac{5}{2}$, $\frac{4}{2}=2$ আৰু $\frac{6}{2}=3$ ৰ মাজত থাকিব।

আকৌ, -1 আৰু 1 পৰস্পৰ বিপৰীত চিনযুক্ত অখণ্ড সংখ্যা। 1 ধনাত্মক আৰু -1 ঋণাত্মক। তাৰ উপৰি, 0 ৰ সোঁফালে যিমান দূৰত্বত 1 থাকে সেই একে দূৰত্বত 0 ৰ বাওঁফালে -1 থাকে। গতিকে 0 ৰ সোঁফালে যিমান দূৰত্বত $\frac{1}{2}$ থাকে, সেই একে দূৰত্বত 0 ৰ বাওঁফালে $-\frac{1}{2}$ থাকিব।

এতিয়া ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা 2 , 0 ৰ সোঁফালে যিমান দূৰত্বত থাকে সেই একে দূৰত্বত ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা -2 , 0 ৰ বাওঁপিনে থাকিব। একেদৰে, ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা 3 , 0 ৰ সোঁপিনে যিমান দূৰত্বত থাকে সেই একে দূৰত্বত ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা -3 , 0 ৰ বাওঁপিনে থাকে। কিন্তু, $\frac{5}{2}$, $\frac{4}{2}=2$ আৰু $\frac{6}{2}=3$ ৰ মাজত আছে।

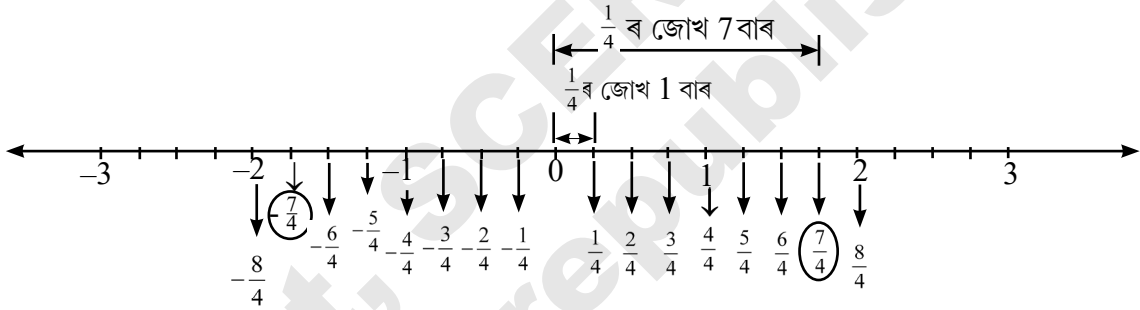
সেয়েহে, $-\frac{5}{2}=-\frac{5}{2}$ পৰিমেয় সংখ্যাটো $-\frac{4}{2}=-2$ আৰু $-\frac{6}{2}=-3$ ৰ মাজত থাকিব।

একেদৰে, $-\frac{7}{4} = \frac{-7}{4}$ ক সংখ্যাৰেখাত বহুৱাবলৈ প্ৰথমে মন কৰা যে $-\frac{7}{4}$ সংখ্যাটো $\frac{7}{4}$ ভগ্নাংশটোৰ আগত ‘-’ চিন বহুৱাই পোৱা যায়। গতিকে, 0 ৰ সোঁফালে $\frac{7}{4}$ যিমান দূৰত্ব থাকিব ঠিক সিমান দূৰত 0 ৰ বাওঁফালে $-\frac{7}{4}$ বহিব।

আকৌ, $\frac{7}{4} = 7 \times \frac{1}{4}$ অৰ্থাৎ $\frac{1}{4}$ ৰ 7 ৰ গুণ বা 7 জোখ এতিয়া $\frac{1}{4}$ হ’ল 0 আৰু 1 বুজোৱা বিন্দু দুটাৰ মাজৰ ৰেখাখণ্ডটোক সমানে 4 ভাগ কৰি পোৱা 0 ৰ সোঁফালৰ প্ৰথম বিন্দুটো। এই বিন্দুটোৰ সোঁফালে সমান সমান দূৰত্বত একাদিক্ৰমে লোৱা বিন্দুবোৰ হ’ব-

$$\frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4} = 1, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{7}{4}, \frac{8}{4} = 2, \dots \text{ ইত্যাদি}$$

যিহেতু $\frac{7}{4}, \frac{4}{4} = 1$ আৰু $\frac{8}{4} = 2$ ৰ মাজত থাকে গতিকে $-\frac{7}{4} = \frac{-7}{4}, \frac{-4}{4} = -1$ আৰু $\frac{-8}{4} = -2$ ৰ মাজত থাকিব।



এনেদৰে যিকোনো পৰিমেয় সংখ্যাকে সংখ্যাৰেখাত বহুৱাব পৰা যায়। নিজে কৰা —

এডাল সংখ্যাৰেখা আঁকি তাতে $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, -\frac{5}{3}$ আৰু $-\frac{13}{5}$ পৰিমেয় সংখ্যা বহুৱাই দেখুওৱা।

9.7 পৰিমেয় সংখ্যাৰ তুলনা (Comparison of Rational Number) :

তোমালোকে ইতিমধ্যে পৰিমেয় সংখ্যাবিলাকৰ লগত চিনাকি হ’ল। এইবিলাকৰ ভিতৰতে থকা অখণ্ড সংখ্যা আৰু ভগ্নাংশৰ তুলনা কেনেকৈ কৰিব লাগে শিকি আহিছ। এতিয়া আমি $-\frac{3}{5}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}$ আৰু আন তেনেধৰণৰ পৰিমেয় সংখ্যাবিলাক কেনেকৈ তুলনা কৰিব লাগে আলোচনা কৰিম। সংখ্যাৰেখাডাল ভালকৈ চালে সংখ্যা এটাৰ অৱস্থান বুজিব পাৰিব। সংখ্যাৰেখাত বিন্দু হিচাপে এটা সংখ্যাৰ অৱস্থান অনুসৰি সংখ্যাটো তাৰ বাওঁফালে থকা সংখ্যাতকৈ ডাঙৰ আৰু সোঁফালে থকা সংখ্যাতকৈ সৰু। যেনে -

(i) $2 < 3$ কাৰণ 3 টো 2 ৰ সোঁহাতে আৰু সেইদৰে -2 টো -3 ৰ সোঁহাতে আছে, গতিকে $-2 > -3$,

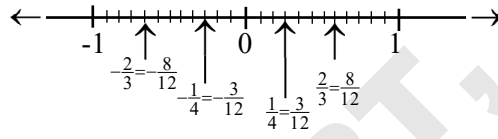
(ii) $15 < 32$ কাৰণ 15, 32 ৰ বাওঁফালে আছে। কিন্তু, $-15 > -32$ কাৰণ, $-15, -32$ ৰ সোঁফালে আছে।

এতিয়া $\frac{1}{4}$ আৰু $\frac{2}{3}$ ভগ্নাংশ দুটাৰ তুলনাৰ কথা মনত পেলোৱা। ভগ্নাংশ দুটাৰ হৰ 4 আৰু 3 ৰ ল সা গু

হ'ল $4 \times 3 = 12$ $\frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$, $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$ কিন্তু $3 < 8$, গতিকে $\frac{3}{12} < \frac{8}{12}$ অৰ্থাৎ $\frac{1}{4} < \frac{2}{3}$ আনহাতে,

$-\frac{1}{4}$ আৰু $-\frac{2}{3}$ ৰ ক্ষেত্ৰত $-\frac{1}{4} = \frac{-1}{4} = \frac{-3}{12}$ আৰু $-\frac{2}{3} = \frac{-2}{3} = \frac{-8}{12}$ যিহেতু, $-3 > -8$ গতিকে $\frac{-3}{12} > \frac{-8}{12}$

অৰ্থাৎ, $\frac{1}{4} > -\frac{2}{3}$



ওপৰত উল্লেখ কৰা (i), (ii) আৰু (iii) ৰ পৰা আমি যি বুজিলোঁ সেয়া তলত ব্যাখ্যা কৰা হ'ল।

(A) ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ তুলনা সহজে কৰিব পাৰি, কাৰণ সংখ্যা দুটা দেখিলেই বুজি পোৱা যায়।

(175 < 225 কাৰণ 175 সংখ্যাৰেখাত 225 ৰ বাওঁফালে আছে।)

(B) দুটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত সিহঁতৰ অনুৰূপ ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা দুটা চাই সিদ্ধান্ত কৰিব পাৰি। ধৰা -15 আৰু -32 ৰ কোনটো ডাঙৰ উলিয়াব লাগে। আমি ইহঁতৰ অনুৰূপ ধনাত্মক সংখ্যা দুটা 15 আৰু 32 বুলি জানো আৰু ইয়াকো জানো যে $15 < 32$ । গতিকে দুয়োটাৰ অনুৰূপ ঋণাত্মক সংখ্যা দুটাৰ ক্ষেত্ৰত অসমতাৰ (inequality) চিন ওলোটাই দিব লাগিব। গতিকে $-15 > -32$ । সংখ্যাৰেখাত -15 আৰু -32 ৰ অৱস্থান চাইও আমি ক'ব পাৰোঁ যে $-15 > -32$ কাৰণ -15, -32 ৰ সোঁফালে আছে।

(C) ঋণাত্মক সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰতো (ধৰা $-\frac{1}{4}$ আৰু $-\frac{2}{3}$) একেদৰে ইহঁতৰ অনুৰূপ ধনাত্মক পৰিমেয় সংখ্যা

দুটা চাই লোৱা অৰ্থাৎ $\frac{1}{4}$ আৰু $\frac{2}{3}$ তুলনা কৰা। সংখ্যা দুটাক একে হৰ বিশিষ্ট সমতুল্য ভগ্নাংশলৈ

পৰিৱৰ্তন কৰি দেখিছা যে $\frac{1}{4} < \frac{2}{3}$ এতিয়া ইহঁতৰ অনুৰূপ ঋণাত্মক সংখ্যা দুটাৰ ক্ষেত্ৰত অসমতাৰ চিন

ওলোটাই দিব লাগে, অৰ্থাৎ $-\frac{1}{4} > -\frac{2}{3}$ (ওপৰৰ চিত্ৰলৈ মন কৰা)।

(D) যিকোনো ঋণাত্মক পৰিমেয় সংখ্যা যিকোনো ধনাত্মক পৰিমেয় সংখ্যাতকৈ সৰু। যেনে- $-\frac{2}{3} < 1$, $-\frac{7}{3} < \frac{2}{5}$

(E) যিকোনো ঋণাত্মক পৰিমেয় সংখ্যা 0 তকৈ সৰু। আনহাতে যিকোনো ধনাত্মক পৰিমেয় সংখ্যা 0 তকৈ ডাঙৰ।

উদাহৰণ : $-\frac{2}{5}$ আৰু $-\frac{3}{7}$ ৰ কোনটো ডাঙৰ?

সমাধান : প্ৰথমে $\frac{2}{5}$ আৰু $\frac{3}{7}$ ক একে হৰ বিশিষ্ট সমতুল্য ভগ্নাংশলৈ পৰিৱৰ্তন কৰা। ইয়াত 5 আৰু 7 ৰ

ল সা গু হ'ল $5 \times 7 = 35$, এতিয়া $\frac{2}{5} = \frac{2 \times 7}{5 \times 7} = \frac{14}{35}$, $\frac{3}{7} = \frac{3 \times 5}{7 \times 5} = \frac{15}{35}$, কিন্তু $14 < 15$,

গতিকে $\frac{14}{35} < \frac{15}{35}$ অৰ্থাৎ $\frac{2}{5} < \frac{3}{7}$ গতিকে $-\frac{2}{5} > -\frac{3}{7}$

চেষ্টা কৰি চোৱা : (i) $-\frac{4}{5}$ আৰু $-\frac{5}{7}$ ৰ কোনটো সৰু?

(ii) $-3\frac{2}{7}$ আৰু $-3\frac{3}{5}$ ৰ কোনটো ডাঙৰ? (ইংগিত : $-3\frac{2}{7} = -\frac{23}{7}$, $-3\frac{3}{5} = -\frac{18}{5}$ লিখা)

9.8 দুটা নিৰ্দিষ্ট পৰিমেয় সংখ্যাৰ মাজৰ পৰিমেয় সংখ্যা নিৰ্ণয় (Identification of rational numbers between two definite rational numbers) :

তোমালোকে স্বাভাৱিক সংখ্যাবিলাকলৈ লক্ষ্য কৰা। আমি জানো যে 1, 2, 3, 4, 5, (অসীমলৈ) স্বাভাৱিক সংখ্যা।

তলৰ প্ৰশ্নকেইটাৰ উত্তৰ কি হ'ব নিজে ভাবি চোৱা।

(i) 5 আৰু 17 ৰ মাজত থকা স্বাভাৱিক সংখ্যাকেইটা কি কি?

(ii) 30 আৰু 41 ৰ মাজৰ 5 টা স্বাভাৱিক সংখ্যা লিখা।

(iii) 4 আৰু 5 ৰ মাজত স্বাভাৱিক সংখ্যা কেইটা আছে?

এইবাৰ আমি অখণ্ড সংখ্যাবিলাক লৈ সেইবিলাকৰ ওপৰত হ'ব পৰা দুটামান প্ৰশ্ন সন্দৰ্ভত আলোচনা কৰিম।
আমি জানো যে -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, এইবিলাক অখণ্ড সংখ্যা।

এতিয়া তলৰ প্ৰশ্নবিলাকৰ সমাধান কি হ'ব পাৰে মন কৰা।

(a) -4 আৰু 4 ৰ মাজত থকা অখণ্ড সংখ্যাকেইটা কি কি?

(b) -1 আৰু 7 ৰ মাজত থকা অখণ্ড সংখ্যাবিলাকৰ 0 তকৈ সৰু অখণ্ড সংখ্যা কেইটা আছে?

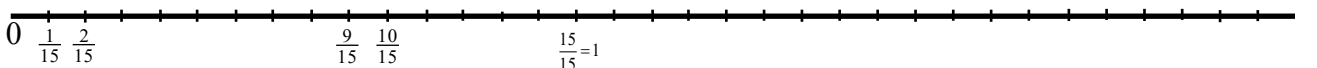
(c) -5 আৰু -4 মাজত কোনো অখণ্ড সংখ্যা আছে নে?

(d) ধৰা a আৰু b দুটা ক্ৰমিক অখণ্ড সংখ্যা। ইহঁতৰ মাজত কোনো অখণ্ড সংখ্যা থাকিব নে?

এতিয়া আমি পৰিমেয় সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত ওপৰত আলোচনা কৰা ধৰণৰ কথাবিলাক বিশ্লেষণ কৰি চাম।

ধৰাহ'ল $\frac{2}{3}$ আৰু $\frac{3}{5}$ ৰ মাজত কিমান পৰিমেয় সংখ্যা আছে চাব লাগে। দুয়োটা সংখ্যা 0 আৰু 1 ৰ মাজত

থাকিব। ইতিমধ্যে আলোচনা কৰাৰ দৰে সংখ্যা দুটাৰ হৰৰ ল.সা.গু. 15 কাৰণে দুয়োটাৰে সমতুল্য পৰিমেয় সংখ্যা দুটা তলত দিয়াৰ দৰে লোৱা হ'ল।



$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15} \text{। গতিকে } \frac{2}{3} > \frac{3}{5} \text{ সংখ্যা দুটাক চিত্ৰত দেখুওৱাৰ দৰে সংখ্যাৰেখাত বহুওৱা হ'ল।}$$

তোমালোকে মন কৰিছা যে 15 হৰ বিশিষ্ট পৰিমেয় সংখ্যা $\frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ আৰু $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ ৰ মাজত একে হৰ বিশিষ্ট

আন পৰিমেয় সংখ্যা নাই। কিন্তু $\frac{3}{5} = \frac{9}{15} = \frac{9 \times 10}{15 \times 10} = \frac{90}{150}$ আৰু $\frac{2}{3} = \frac{10}{15} = \frac{10 \times 10}{15 \times 10} = \frac{100}{150}$, ইয়াত $\frac{9}{15}$ আৰু $\frac{10}{15}$

সংখ্যা দুটাৰ লব আৰু হৰ উভয়কে 10 ৰে পূৰণ কৰি $\frac{90}{150}$ আৰু $\frac{100}{150}$ কৰা হ'ল। ফলত $\frac{90}{150}$ আৰু $\frac{100}{150}$ সংখ্যা

দুটাৰ মাজত মুঠ 9 টা পৰিমেয় সংখ্যা পাওঁ। সংখ্যাকেইটা হ'ল ক্ৰমে $\frac{91}{150}, \frac{92}{150}, \frac{93}{150}, \frac{94}{150}, \frac{95}{150}, \frac{96}{150}, \frac{97}{150}, \frac{98}{150}$

আৰু $\frac{99}{150}$ ।

একেদৰে সংখ্যা দুটাক একে হৰবিশিষ্ট সমতুল্য পৰিমেয় আকাৰলৈ নিয়াৰ পিছত উভয়ৰে লব আৰু হৰক 100 ৰে পূৰণ কৰিলে উভয়ৰে মাজত মুঠ 99 টা পৰিমেয় সংখ্যা পোৱা যাব। এই প্ৰক্ৰিয়াৰে আমি সংখ্যা দুটাৰ মাজত যিকোনো সংখ্যাক পৰিমেয় সংখ্যা বিচাৰি পাম। অৰ্থাৎ, যিকোনো দুটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ মাজত আমি যিকোনো সংখ্যাক পৰিমেয় সংখ্যা পাব পাৰোঁ।

উদাহৰণ : (i) $\frac{1}{2}$ আৰু $\frac{2}{3}$ ৰ মাজত থকা এটা পৰিমেয় সংখ্যা উলিওৱা।

(ii) $\frac{1}{2}$ আৰু $\frac{2}{3}$ ৰ মাজত থকা 5 টা পৰিমেয় সংখ্যা উলিওৱা।

(iii) $\frac{1}{2}$ আৰু $\frac{2}{3}$ ৰ মাজত থকা 10 টা পৰিমেয় সংখ্যা উলিওৱা।

সমাধান : (i) প্ৰথমে $\frac{1}{2}$ আৰু $\frac{2}{3}$ ক একে হৰবিশিষ্ট পৰিমেয় সংখ্যালৈ পৰিৱৰ্তন কৰি লোৱা যাওঁক। ইয়াত

সংখ্যা দুটাৰ হৰ 2 আৰু 3 আৰু সিহঁতৰ ল সা গু $2 \times 3 = 6$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6} \text{ আৰু } \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$$

গতিকে, $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ তকৈ $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ ডাঙৰ।

এতিয়া একে হৰ বিশিষ্ট পৰিমেয় সংখ্যা দুটাৰ লব আৰু হৰ উভয়কে 2 ৰে পূৰণ কৰিলে

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{3 \times 2}{6 \times 2} = \frac{6}{12} \text{ আৰু } \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{4 \times 2}{6 \times 2} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} \quad \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{30}{60} \quad \frac{2}{3} = \frac{40}{60}$$

লক্ষ্য কৰিলে বুজিব পাৰিবা যে $\frac{6}{12}$ আৰু $\frac{8}{12}$ ৰ মাজত এটা পৰিমেয় সংখ্যা যেনে $\frac{7}{12}$ পোৱা যাব।

(ii) ওপৰৰ (i) ত দেখিলোঁ যে $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ আৰু $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ এতিয়া একে হৰ বিশিষ্ট সমতুল্য পৰিমেয় সংখ্যা দুটাৰ

লব আৰু হৰ উভয়কে 6 ৰে পূৰণ কৰি আমি পাওঁ, $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{3 \times 6}{6 \times 6} = \frac{18}{36}$ আৰু $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{4 \times 6}{6 \times 6} = \frac{24}{36}$

গতিকে $\frac{1}{2} = \frac{18}{36}$ আৰু $\frac{2}{3} = \frac{24}{36}$ ৰ মাজত থকা 5 টা পৰিমেয় সংখ্যা হ'ব $\frac{19}{36}, \frac{20}{36}, \frac{21}{36}, \frac{22}{36}$ আৰু $\frac{23}{36}$ ।

(iii) আকৌ $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{3 \times 11}{6 \times 11} = \frac{33}{66}$ আৰু $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{4 \times 11}{6 \times 11} = \frac{44}{66}$ এতিয়া $\frac{1}{2} = \frac{33}{66}$ আৰু $\frac{2}{3} = \frac{44}{66}$ ৰ মাজত

থকা 10 টা পৰিমেয় সংখ্যা হ'ল $\frac{34}{66}, \frac{35}{66}, \frac{36}{66}, \frac{37}{66}, \frac{38}{66}, \frac{39}{66}, \frac{40}{66}, \frac{41}{66}, \frac{42}{66}$ আৰু $\frac{43}{66}$ ।

নিজে কৰি চোৱা : (i) $-\frac{5}{7}$ আৰু $\frac{2}{3}$ ৰ মাজত থকা 5 টা পৰিমেয় সংখ্যা উলিওৱা। এই সংখ্যা দুটাৰ মাজত কিবা অখণ্ড সংখ্যা আছে নেকি ?

(ii) $-\frac{2}{3}$ আৰু $-\frac{5}{7}$ ৰ কোনটো ডাঙৰ? ইহঁতৰ মাজত থকা 5 টা পৰিমেয় সংখ্যা উলিয়াব পাৰিবা নে?

অনুশীলনী- 9.1

1. তলত দিয়া বাক্যবিলাকৰ কোনকেইটা শুদ্ধ বাছনি কৰা —

- (i) সকলো স্বাভাৱিক সংখ্যাই অখণ্ড সংখ্যা।
- (ii) এটা অখণ্ড সংখ্যা স্বাভাৱিক সংখ্যা নহ'বও পাৰে।
- (iii) এটা সংখ্যা যদি পৰিমেয় হয় তেন্তে সেই সংখ্যাটো অখণ্ড সংখ্যা হ'বই।
- (iv) দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ মাজত অসংখ্য পৰিমেয় সংখ্যা থাকে।
- (v) সকলো ভগ্নাংশই অখণ্ড সংখ্যা।
- (vi) সকলো ভগ্নাংশই পৰিমেয় সংখ্যা।
- (vii) 0 সংখ্যাটো পৰিমেয় সংখ্যা।
- (viii) প্ৰত্যেকটো অখণ্ড সংখ্যাই পৰিমেয়।

2. তলৰ প্ৰতিটোৰ বাবে 3 টাকৈ সমতুল্য পৰিমেয় সংখ্যা লিখা (মনত ৰাখিবা যে তলৰ প্ৰতিটো পৰিমেয় সংখ্যাৰ বাবে অসংখ্য পৰিমেয় সংখ্যা আছে।)

- (i) $-\frac{4}{5}$ (ii) $\frac{2}{-3}$ (iii) $-\frac{7}{21}$ (iv) $\frac{1}{-9}$ (v) $\frac{40}{64}$

3. তলৰ যোৰকেইটা সমতুল্য হয় নে?

(i) $\frac{-3}{13}$, $\frac{6}{-26}$ (ii) $\frac{7}{-3}$, $\frac{1}{-3}$

4. সমতুল্য হ'বলৈ x আৰু y ৰ ঠাইত কি বহুৱাব লাগিব?

(i) $\frac{9}{-40} = \frac{-9}{x}$ (ii) $\frac{-5}{35} = \frac{y}{-70}$

5. আদৰ্শ ঠাঁচ (বা প্ৰামাণিক আৰ্হিত) প্ৰকাশ কৰা —

(i) $\frac{5}{-2}$ (ii) $\frac{7}{-14}$ (iii) $\frac{25}{-45}$ (iv) $2\frac{3}{7}$ (v) $\frac{-18}{10}$

6. প্ৰতিযোৰৰ কোনটো পৰিমেয় সংখ্যা সৰু নিৰ্ণয় কৰা :

(a) $\frac{7}{14}$, $\frac{-2}{4}$ (b) $\frac{-1}{3}$, $\frac{-2}{5}$ (c) $\frac{-8}{5}$, $\frac{-7}{4}$ (d) $\frac{-2}{-3}$, $\frac{16}{12}$

7. তলৰ পৰিমেয় সংখ্যাবিলাকৰ মাজত থকা 5 টা পৰিমেয় সংখ্যা লিখা : (মনত ৰাখিবা তলৰ প্ৰতিযোৰ পৰিমেয় সংখ্যাৰ মাজত বহুতবোৰ পৰিমেয় সংখ্যা আছে।)

(i) -1 আৰু 1 (ii) $-\frac{3}{4}$, $\frac{3}{4}$ (iii) -3 , -2 (iv) $\frac{-2}{5}$, $\frac{-2}{3}$ (v) $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{7}$

8. সংখ্যাৰেখাত তলত দিয়া পৰিমেয় সংখ্যাকেইটা বহুওৱা —

(i) $\frac{2}{3}$ (ii) $-\frac{4}{7}$ (iii) $\frac{3}{8}$ (iv) $-2\frac{3}{5}$ (v) $3\frac{4}{9}$

9. 0 ৰ সোঁহাতে থকা এটা পৰিমেয় সংখ্যা $\frac{31}{5}$ । 0 ৰ বাঁওহাতে এই সমান দূৰত্বত থকা পৰিমেয় সংখ্যাটো কি? এই পৰিমেয় সংখ্যা দুটাৰ ঠিক সোঁমাজতে থকা পৰিমেয় সংখ্যাটো কি?

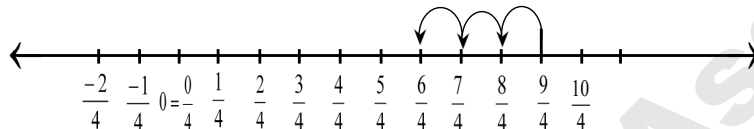
10. (i) $\frac{1}{2}$ তকৈ সৰু যিমান বিলাক অখণ্ড সংখ্যা আছে সেইবিলাকৰ ভিতৰত গৰিষ্ঠ অখণ্ড সংখ্যাটো কি?
(ii) $\frac{1}{2}$ তকৈ ডাঙৰ অখণ্ড সংখ্যাবিলাকৰ ভিতৰত আটাইতকৈ সৰু অখণ্ড সংখ্যাটো কি?

9.9 পৰিমেয় সংখ্যাৰ প্ৰক্ৰিয়াসমূহ (Operations of Rational numbers):

অখণ্ড সংখ্যা আৰু ভগ্নাংশৰ যোগ, বিয়োগ, পূৰণ আৰু হৰণ সম্পৰ্কত ইতিমধ্যে আলোচনা কৰা হৈছে। ইয়াত অখণ্ড সংখ্যা আৰু ভগ্নাংশৰ যোগ, বিয়োগ, পূৰণ আৰু হৰণ ধাৰণাক পৰিমেয় সংখ্যালৈ বিস্তৃত কৰা হ'ব।

9.9.1 যোগ (Addition) :

এটা উদাহৰণ লৈ যোগৰ বিষয়ে আলোচনা কৰোঁ আহা। ধৰা $\frac{9}{4}$ আৰু $\frac{-3}{4}$ যোগ কৰিব লাগে। দুটা ক্ৰমিক অখণ্ড সংখ্যাৰ মাজৰ দূৰত্বক 1 একক হিচাপে জুখি সংখ্যাৰেখাডাল লোৱা হৈছিল। ইয়াত দুটা ক্ৰমিক বিন্দুৰ মাজৰ দূৰত্ব $\frac{1}{4}$ হিচাপে লৈ (মন কৰা যে যোগ কৰিব লগা সংখ্যা দুটাৰ হৰ 4) সংখ্যাৰেখাডাল সজোৱা হ'ল। এতিয়া এই সংখ্যাৰেখাত $\frac{9}{4}$ স্থানটো নিশ্চিত কৰা হ'ল।



$\frac{9}{4}$ ৰ পৰা এতিয়া 3 ঘৰ বাওঁপিনে আহিব লাগিব কাৰণ যোগ কৰিব লগা সংখ্যাটো $\frac{-3}{4}$ । ইয়াত ‘-’ (বিয়োগাত্মক) চিনে বাঁওপিনে অহা বুজাইছে। অৰ্থাৎ, 3 ঘৰ বাওঁপিনে আহি $\frac{6}{4}$ পালোঁ। গতিকে $\frac{9}{4} + (\frac{-3}{4}) = \frac{6}{4}$

ইয়াকে তলত দিয়াৰ দৰে কৰা হয় $\frac{9}{4} + (\frac{-3}{4}) = \frac{9+(-3)}{4} = \frac{9-3}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ এনেদৰে, একে হৰ বিশিষ্ট

যিকোনো দুটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ যোগফল নিৰ্ণয় কৰা হয়।

মনত ৰাখিবা যে —

- একে হৰযুক্ত পৰিমেয় সংখ্যাৰ যোগত হৰ একে ৰাখি লব কেইটা যোগ কৰা হয়।
- হৰ বেলেগ থাকিলে হৰকেইটাৰ ল সা গু উলিয়াই পৰিমেয় সংখ্যাকেইটা সমতুল্য পৰিমেয় সংখ্যালৈ নিব লাগে যাতে হৰ একে হয়।

উদাহৰণ : $\frac{2}{9}$ আৰু $\frac{-7}{15}$ যোগ কৰা

সমাধান : — (i) $\frac{2}{9} = \frac{2 \times 5}{9 \times 5} = \frac{10}{45}$

$$\frac{-7}{15} = \frac{-7 \times 3}{15 \times 3} = \frac{-21}{45}$$

এতিয়া, $\frac{2}{9} + \frac{-7}{15} = \frac{10}{45} + \frac{-21}{45} = \frac{10+(-21)}{45}$

$$= \frac{-11}{45}$$

সংক্ষিপ্তভাৱে এই যোগফলটো তলত দিয়া ধৰণেও কৰিব পাৰোঁ

$$\frac{2}{9} + \frac{-7}{15} = \frac{2 \times 5 + (-7) \times 3}{45} \quad (\text{ভগ্নাংশৰ বেলিকা কি কৰিছিলো মনত পেলোৱা})$$

$$= \frac{10 - 21}{45} = \frac{-11}{45}$$

9.9.2 পৰিমেয় সংখ্যাৰ যোগাত্মক বিপৰীত (Additive inverse of Rational numbers) :

এতিয়া, $\frac{2}{3}$ আৰু $-\frac{2}{3}$ পৰিমেয় সংখ্যা দুটা লোৱা।

$$\frac{2}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3} + \left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{2 + (-2)}{3} = 0$$

$$\text{একেদৰে, } \left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{2}{3} = \left(\frac{-2}{3}\right) + \frac{2}{3} = \frac{(-2) + 2}{3} = 0$$

অৰ্থাৎ, $\frac{2}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{2}{3} = 0$ অৰ্থাৎ সংখ্যাৰ দৰে ইয়াতো $\frac{2}{3}$ আৰু $-\frac{2}{3}$ পৰিমেয় সংখ্যা দুটাক

পৰস্পৰ যোগাত্মক বিপৰীত সংখ্যা বোলে।

দুটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ যোগফল 0 হ'লে সিহঁতৰ এটাক আনটোৰ যোগাত্মক বিপৰীত বোলা হয়।

চেষ্টা কৰি চোৱা : তলৰ পৰিমেয় সংখ্যাকেইটাৰ যোগাত্মক বিপৰীত নিৰ্ণয় কৰা

$$(i) 0, -1, \frac{3}{5}, \frac{-9}{2}, 2\frac{1}{3}, -3\frac{4}{5}$$

9.9.3 বিয়োগ (Subtraction) :

ভগ্নাংশত কৰাৰ দৰেই পৰিমেয় সংখ্যাক বিয়োগ কৰিব পাৰি। উদাহৰণ এটা লোৱা হ'ল। ধৰা $\frac{8}{9}$ ৰ পৰা

$$\frac{2}{5} \text{ বিয়োগ কৰিব লাগে। এতিয়া } \frac{8}{9} - \frac{2}{5} = \frac{8 \times 5}{9 \times 5} - \frac{2 \times 9}{5 \times 9} = \frac{40}{45} - \frac{18}{45} = \frac{40 - 18}{45} = \frac{22}{45}$$

আকৌ আমি জানো যে যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা a আৰু b ৰ ক্ষেত্ৰত $a - b = a + (-b)$

অখণ্ড সংখ্যাৰ বিয়োগৰ এই নিয়মটো পৰিমেয় সংখ্যাৰ বিয়োগৰ ক্ষেত্ৰতো ব্যৱহাৰ কৰিলে কি হয় চাওঁ

$$\text{আহা } \frac{8}{9} - \frac{2}{5} = \frac{8}{9} + \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{8}{9} + \left(\frac{-2}{5}\right) = \frac{8 \times 5}{9 \times 5} + \left(\frac{-2 \times 9}{5 \times 9}\right) = \frac{40}{45} + \left(\frac{-18}{45}\right) = \frac{40 + (-18)}{45} = \frac{40 - 18}{45} = \frac{22}{45}$$

গতিকে দেখা গ'ল যে $\frac{8}{9} - \frac{2}{5}$ আৰু $\frac{8}{9} + \left(-\frac{2}{5}\right)$ ৰ মান একে। ইয়াৰ পৰা

আমি ক'ব পাৰোঁ যে এটা পৰিমেয় সংখ্যা a ৰ পৰা আন এটা পৰিমেয় সংখ্যা b বিয়োগ কৰা মানে a ৰ লগত b ৰ যোগাত্মক বিপৰীত সংখ্যাটো যোগ কৰা বুজায়।

উদাহৰণ : মান উলিওৱা : (i) $\frac{6}{7} - \frac{1}{9}$ (ii) $3\frac{2}{3} - (-2\frac{4}{5})$

সমাধান : (i) $\frac{6}{7} - \frac{1}{9} = \frac{6}{7} + (\frac{-1}{9}) = \frac{6 \times 9 + (-1) \times 7}{63}$

$$= \frac{54 - 7}{63} = \frac{47}{63}$$

ইয়াকে কেতিয়াবা এইদৰে কৰোঁ $\frac{6}{7} - \frac{1}{9} = \frac{6 \times 9 - 1 \times 7}{63} = \frac{54 - 7}{63} = \frac{47}{63}$

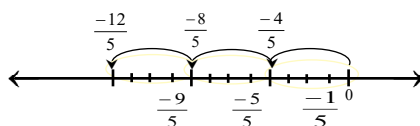
$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad 3\frac{2}{3} - (-2\frac{4}{5}) &= \frac{11}{3} - (\frac{-14}{5}) = \frac{11}{3} + \frac{14}{5} & (\frac{-14}{5} \text{ ৰ যোগাত্মক বিপৰীত সংখ্যাটো } \frac{14}{5}) \\ &= \frac{11}{3} + \frac{14}{5} \\ &= \frac{55 + 42}{15} = \frac{97}{15} = 6\frac{7}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &3, 5 \text{ ৰ ল:সা:গু:} \\ &= 3 \times 5 \\ &= 15 \end{aligned}$$

9.9.4 পূৰণ (Multiplication):

ভগ্নাংশৰ পূৰণ তোমালোকে শিকি আহিছা। একে ধৰণে পৰিমেয় সংখ্যাৰ পূৰণ কৰিব পৰা যায়। 'বাৰে বাৰে যোগ কৰা' কাৰ্যক পূৰণৰ সহায়ত কৰিব পৰা ধাৰণাটোৰে কিদৰে বুজাব পাৰি তাকে চাবৰ কাৰণে ' $\frac{-4}{5}$ ক 3ৰে পূৰণ কৰা' উদাহৰণটো লোৱা হ'ল।

$(\frac{-4}{5}) \times 3$ ৰ অৰ্থ হ'ল $(\frac{-4}{5})$ ক তিনিবাৰ যোগ কৰা। সংখ্যাৰেখাত ইয়াকে তলত দেখুওৱা হ'ল।



0 ৰ পৰা বাঁওফালে $\frac{1}{5}$ দূৰত্বত দাগ কাটি বিন্দুবোৰ দেখুওৱা হৈছে। ঋণাত্মক চিনৰ বাবে 0 ৰ বাঁওফালে 4 ঘৰকৈ তিনিবাৰ আহিব লাগিব। এনেকৈ অহাত $-\frac{12}{5}$ পালোঁগৈ। গতিকে $(\frac{-4}{5}) \times 3 = \frac{-12}{5}$ ইয়াকে আমি তলত দিয়া ধৰণেও কৰিব পাৰোঁ।

পৰিমেয় সংখ্যা

$$\frac{-4}{5} \times 3 = \frac{-4 \times 3}{5} = \frac{-12}{5} \text{ দুয়োটা পদ্ধতিতে আমি একেটা পৰিমেয় সংখ্যা পাওঁ।}$$

এইবাৰ এটা পৰিমেয় সংখ্যা $\frac{-2}{5}$ ক এটা ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰে পূৰণ কৰোঁ আহা—

$$\frac{-2}{5} \times (-7) = \frac{(-2) \times (-7)}{5} = \frac{14}{5} \text{ কিন্তু } -7 = \frac{-7}{1} \text{ লিখিব পাৰি।}$$

$$\text{গতিকে, } \frac{-2}{5} \times (-7) = \frac{-2}{5} \times \frac{-7}{1} = \frac{(-2) \times (-7)}{5 \times 1} = \frac{14}{5}$$

$$\text{একে ধৰণে, } \frac{-3}{4} \times \frac{7}{2} = \frac{(-3) \times 7}{4 \times 2} = \frac{-21}{8}$$

$$\text{গতিকে, দুটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ পূৰণ হ'ল} = \frac{\text{সংখ্যা দুটাৰ লবৰ পূৰণ}}{\text{সংখ্যা দুটাৰ হৰৰ পূৰণ}} = \frac{\text{Product of the two Numerators}}{\text{Product of the two Denominators}}$$

$$\text{উদাহৰণ : মান উলিওৱা : (i) } \frac{4}{7} \times \left(\frac{-5}{3}\right) \quad \text{(ii) } \frac{-7}{6} \times \frac{-5}{1}$$

$$\text{সমাধান : (i) } \frac{4}{7} \times \left(\frac{-5}{3}\right) = \frac{4 \times (-5)}{7 \times 3} = \frac{-20}{21}$$

$$\text{(ii) } \frac{-7}{6} \times \frac{-5}{11} = \frac{(-7) \times (-5)}{6 \times 11} = \frac{35}{66}$$

$$\text{নিজে কৰা : নিৰ্ণয় কৰা : (i) } \frac{-3}{5} \times \frac{4}{7} \quad \text{(ii) } \frac{-8}{13} \times \frac{-11}{9} \quad \text{(iii) } \frac{21}{-16} \times \frac{-8}{7}$$

9.9.5 হৰণ (Division) :

আমি আগতে কোনো এটা ভগ্নাংশৰ প্ৰতিক্ৰম (Reciprocal) কেনেকৈ উলিয়াব লাগে শিকিছিলোঁ। এই ধাৰণাটোকে সকলো পৰিমেয় সংখ্যালৈ (0 ক বাদ দি) বিস্তাৰ কৰিব পাৰি।

$$\text{গতিকে আমি পাওঁ যে (i) } \frac{3}{5} \text{ ৰ প্ৰতিক্ৰম } \frac{5}{3}$$

$$\text{(ii) } \frac{-5}{7} \text{ ৰ প্ৰতিক্ৰম } \frac{7}{-5} \text{ অৰ্থাৎ } \frac{-7}{5}$$

$$\text{(iii) } -7 \text{ ৰ প্ৰতিক্ৰম } \frac{-1}{7} \text{ ইত্যাদি}$$

$$\text{(iv) } 0 \text{ ৰ প্ৰতিক্ৰম পাব নোৱাৰি}$$

ভগ্নাংশৰ হৰণৰ ক্ষেত্ৰত কৰাৰ দৰেই এটা পৰিমেয় সংখ্যাক আন এটা পৰিমেয় সংখ্যাৰে হৰণ কৰিবলৈ হ'লে প্ৰথম পৰিমেয় সংখ্যাটোক দ্বিতীয় পৰিমেয় সংখ্যাৰ প্ৰতিক্ৰমেৰে পূৰণ কৰিলেই হ'ল। তলত উদাহৰণ দিয়া হ'ল—

$$(i) \frac{-5}{6} \div \frac{7}{11} = \frac{-5}{6} \times \frac{11}{7} = \frac{(-5) \times 11}{6 \times 7} = \frac{-55}{42}$$

$$(ii) \frac{-9}{5} \div \left(\frac{-6}{25} \right) = \frac{-9}{5} \times \frac{-25}{6} = \frac{(-9) \times (-25)}{5 \times 6}$$

$$= \frac{9 \times 25}{5 \times 6} = \frac{15}{2}$$

অনুশীলনী-9.2

1. যোগফল উলিওৱা —

$$(a) \frac{3}{6} + \frac{5}{3}$$

$$(b) \frac{-5}{6} + \frac{4}{7}$$

$$(c) \frac{-8}{15} + \left(\frac{-3}{20} \right)$$

$$(d) 1 + \left(\frac{-8}{9} \right)$$

$$(e) \frac{8}{-21} + \left(\frac{-4}{35} \right)$$

$$(f) -3\frac{4}{5} + 2\frac{1}{6}$$

$$(g) -4\frac{2}{3} + \left(-3\frac{2}{7} \right)$$

2. বিয়োগফল নিৰ্ণয় কৰা —

$$(i) \frac{51}{14} - \frac{3}{2}$$

$$(ii) \frac{2}{3} - \left(\frac{-1}{3} \right)$$

$$(iii) 1 - \left(\frac{-8}{9} \right)$$

$$(iv) \left(-4\frac{2}{3} \right) - \left(-3\frac{2}{7} \right)$$

$$(v) \frac{8}{-12} - \left(\frac{-4}{35} \right)$$

$$(vi) -2\frac{1}{9} - 5$$

$$(vii) 7 - \left(-2\frac{2}{9} \right)$$

3. পূৰণফল উলিওৱা—

$$(i) -\frac{15}{14} \times \frac{2}{3}$$

$$(ii) \frac{3}{-11} \times \frac{-2}{5}$$

$$(iii) \left(\frac{-6}{21} \right) \times \left(\frac{7}{-8} \right)$$

$$(iv) \frac{6}{5} \times \left(\frac{-9}{11} \right)$$

$$(v) \left(\frac{-7}{12} \right) \times \left(\frac{-2}{13} \right)$$

$$(vi) (-1) \times \left(\frac{-4}{5} \right)$$

$$(vii) \left(\frac{-6}{7} \right) \times (-1)$$

$$(viii) \frac{3}{5} \times (-1)$$

4. মান উলিওৱা : (i) $(-5) \div (-1)$

$$(ii) -1 \div \left(\frac{3}{5} \right)$$

$$(iii) -1 \div \left(\frac{-3}{5} \right)$$

$$(iv) \left(\frac{-3}{7} \right) \div \frac{1}{21}$$

$$(v) \frac{7}{-3} \div (-21)$$

$$(vi) 21 \div \left(\frac{-7}{3} \right)$$

$$(vii) \frac{6}{13} \div \left(\frac{-4}{65} \right)$$

$$(viii) \frac{-1}{8} \div \left(\frac{-1}{8} \right)$$

5. প্ৰতিটোৰে নিৰ্দেশনা অনুসৰি উত্তৰ দিয়া —

(i) $\frac{-8}{9}$ ৰ যোগাত্মক বিপৰীত কি?

(ii) -1 ৰ যোগাত্মক বিপৰীত কি?

(iii) $\frac{2}{3} \div \frac{2}{3} = 1$ (শুদ্ধ নে ভুল কোৱা)

(iv) $1 \div \frac{4}{3} = \frac{3}{4}$ (শুদ্ধ নে ভুল কোৱা)

(v) যদি a আৰু b দুটা পৰিমেয় সংখ্যা তেন্তে $a \times (-b) = -(a \times b)$ আৰু $-a \times b = -(a \times b)$ ।

এতিয়া a আৰু b ৰ স্থানত যিকোনো দুটা পৰিমেয় সংখ্যা লোৱা আৰু ওপৰৰ সমতাৰ শুদ্ধতা নিৰীক্ষণ কৰা।

তোমাৰ সহপাঠীয়ে a আৰু b ৰ ঠাইত কি কি পৰিমেয় সংখ্যা লৈ কৰিছে চোৱা।

(vi) $\frac{-3}{7}$ ৰ প্ৰতিক্ৰমটো কি?

আমি কি শিকিলোঁ

- যিবোৰ সংখ্যাক $\frac{p}{q}$ আকাৰত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি য'ত p আৰু q অখণ্ড সংখ্যা আৰু $q \neq 0$, তেনে সংখ্যাবিলাক পৰিমেয় সংখ্যা বুলি কয়।
- সকলোবোৰ অখণ্ড সংখ্যা আৰু ভগ্নাংশ পৰিমেয় সংখ্যা।
- পৰিমেয় সংখ্যাক ধনাত্মক পৰিমেয় সংখ্যা আৰু ঋণাত্মক পৰিমেয় সংখ্যা হিচাপে ভাগ কৰিব পাৰি।
- 0 পৰিমেয় সংখ্যাটো ধনাত্মক আৰু ঋণাত্মক পৰিমেয় সংখ্যাৰ কোনোটোতেই অন্তৰ্ভুক্ত নহয়।
- যদি এটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ হৰ ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হয় আৰু ইয়াৰ লব আৰু হৰৰ 1 ৰ বাহিৰে আন কোনো সাধাৰণ উৎপাদক নাথাকে তেনেহ'লে পৰিমেয় সংখ্যাটো প্ৰামাণিক ৰূপত আছে বুলি কোৱা হয়।
- দুটা নিৰ্দিষ্ট পৰিমেয় সংখ্যাৰ মাজত অসংখ্য পৰিমেয় সংখ্যা পোৱা যায়।
- পৰিমেয় সংখ্যাই আৱদ্ধবিধি, ক্ৰমবিনিময় বিধি, সহযোগ বিধি আৰু বিতৰণ বিধি মানি চলে।
- একে হৰ বিশিষ্ট দুটা পৰিমেয় সংখ্যাক যোগ কৰোঁতে হৰ একেই ৰাখি লব দুটা যোগ কৰিব লাগে। বেলেগ বেলেগ হৰ বিশিষ্ট দুটা পৰিমেয় সংখ্যা যোগ কৰোঁতে দুয়োটা পৰিমেয় সংখ্যাক সিহঁতৰ সমতুল্য পৰিমেয় সংখ্যালৈ পৰিৱৰ্তন কৰি যোগ কৰিলেই হয়।
- দুটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ বিয়োগফল উলিয়াবলৈ বিয়োগ কৰিবলগীয়া পৰিমেয় সংখ্যাটোৰ যোগাত্মক বিপৰীত সংখ্যাটো আনটো পৰিমেয় সংখ্যাৰ লগত যোগ কৰিলেই হয়।
- এটা পৰিমেয় সংখ্যাক আন এটা অশূন্য পৰিমেয় সংখ্যাৰে হৰণ কৰিবলৈ প্ৰথম পৰিমেয় সংখ্যাটোক দ্বিতীয় পৰিমেয় সংখ্যাৰ প্ৰতিক্ৰমেৰে পূৰণ কৰিলেই হ'ল।
- দুটা পৰিমেয় সংখ্যা যোগ, বিয়োগ, পূৰণ বা হৰণ কৰিলে পুনৰ এটা পৰিমেয় সংখ্যা পোৱা যায় কেৱল হৰণৰ ক্ষেত্ৰত হৰটো অশূন্য সংখ্যা হ'ব লাগিব অৰ্থাৎ $\frac{a}{b}$ য'ত a, b অখণ্ড সংখ্যা $b \neq 0$ ।

অধ্যায় -10

ব্যৱহাৰিক জ্যামিতি

(Practical Geometry)



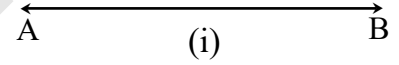
10.1 তোমালোকে ইতিমধ্যে জ্যামিতিক অংকনৰ প্ৰাথমিক ধাৰণাসমূহ ষষ্ঠ শ্ৰেণীত শিকি আহিছা। লম্বৰেখা (Perpendicular Line) অংকন, বাহুৰ লম্ব সমদ্বিখণ্ডক (Perpendicular Bisector) অংকন, কোণ অংকন, কোণৰ সমদ্বিখণ্ডক (Bisector of angles) অংকন আৰু কেইটামান বিশেষ মাপৰ কোণৰ অংকনৰ বিষয়ে আগৰ শ্ৰেণীত আলোচনা কৰা হৈছে। এই অধ্যায়ত সমান্তৰাল সৰলৰেখা আৰু ত্ৰিভুজৰ অংকনৰ বিষয়ে আলোচনা কৰা হ'ব।

10.2 এডাল ৰেখাৰ সমান্তৰাল হোৱাকৈ ৰেখাডালৰ ওপৰত নথকা যি কোনো এটা বিন্দুৰে যোৱা সৰলৰেখা অংকন (Construction of a line parallel to a given line, through a point not on a line) :

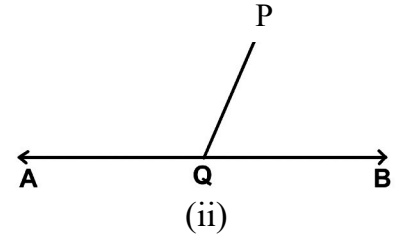
P .

ধৰা AB এডাল সৰলৰেখা।

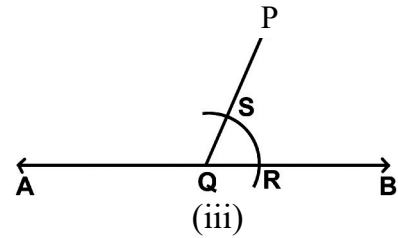
AB ৰ ওপৰত নথকা P যিকোনো এটা বিন্দু। P বিন্দুৰে AB ৰ সমান্তৰাল হোৱাকৈ এডাল ৰেখা অংকন কৰিব লাগে।



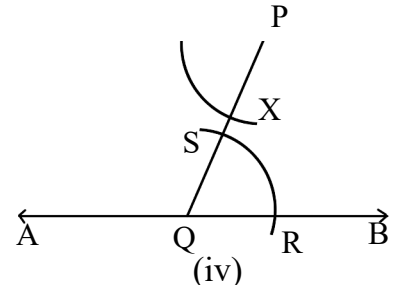
পৰ্যায় 1 : AB ৰ ওপৰত যিকোনো এটা বিন্দু Q লোৱা। P, Q সংযোগ কৰা।



পৰ্যায় 2 : Q বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি QB আৰু QP ক কটাকৈ যিকোনো ব্যাসাৰ্ধৰ এটা বৃত্তচাপ (Arc) আঁকা। চাপটোৱে QB আৰু QP ক কটা বিন্দু দুটাক ক্ৰমে R আৰু S নাম দিয়া।

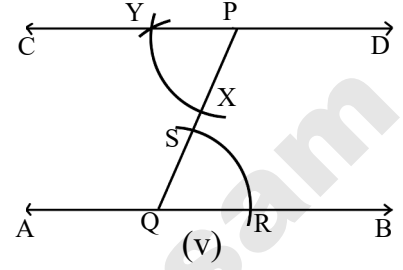


পৰ্যায় 3 : P বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি আগৰ সমান ব্যাসাৰ্ধ লৈ PQ ক কটাকৈ এটা বৃত্তচাপ অঁকা হ'ল। এই বৃত্তচাপে PQ ক X বিন্দুত কাটে।



পৰ্যায় 4 : X বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি RS ৰ সমান ব্যাসাৰ্ধ লৈ এটা বৃত্তচাপ অঁকা হ'ল। এই বৃত্তচাপে আগৰ বৃত্তচাপটোক (পৰ্যায় 3ৰ) Y বিন্দুত কাটিছে।

পৰ্যায় 5 : PY সংযোগ কৰি CD সৰলৰেখা অঁকা হ'ল। এই CD সৰলৰেখাই হ'ল P বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা AB ৰেখাৰ সমান্তৰাল সৰলৰেখা।



চিত্ৰ 10.1

ইয়াত CD ৰেখাডালক AB ৰ সমান্তৰাল বুলি কয় কোৱা হ'ল বাৰু? তোমালোকে ইতিমধ্যে পাই আহিছা যে দুডাল ৰেখাক এডাল ছেদকে ছেদ কৰিলে উৎপন্ন হোৱা প্ৰতিযোৰ একান্তৰ অন্তঃকোণ (**Interior alternate angles**) সমান হয়। বিপৰীতভাৱে, দুডাল ৰেখাক এডাল ছেদকে ছেদ কৰিলে যদি এযোৰ একান্তৰ অন্তঃকোণ সমান হয়, তেন্তে ৰেখা দুডাল পৰস্পৰ সমান্তৰাল (**Parallel**) হয়। ইয়াত $\angle PQB$ আৰু $\angle CPQ$ এযোৰ একান্তৰ অন্তঃকোণ আৰু কোণ দুটা সমান। সেইবাবে $AB \parallel CD$ হ'ব।

অনুশীলনী- 10.1

- এডাল যিকোনো ৰেখা m অঁকা। m ৰ ওপৰত নথকা যিকোনো এটা বিন্দু A লোৱা। এতিয়া m ৰ সমান্তৰাল হোৱাকৈ A ৰ মাজেৰে যোৱাকৈ এডাল ৰেখা অঁকা।
- 10 চে.মি. জোখৰ এডাল ৰেখাখণ্ড AB অঁকা। ৰেখাখণ্ডডালৰ A বিন্দুত এডাল ৰশ্মি AX অঁকা যাতে $\angle BAX = 60^\circ$ হয়। AX ৰ ওপৰত D এটা বিন্দু লোৱা যাতে $AD = 4$ চে.মি.। এতিয়া D বিন্দুৰ মাজেৰে AB ৰ সমান্তৰাল হোৱাকৈ এডাল ৰেখা অঁকা।
- এডাল যিকোনো ৰেখা PQ অঁকা। PQ ৰ যিকোনো বিন্দুত এডাল লম্ব অঁকা। লম্বডালৰ ওপৰত PQ ৰ পৰা 5.6 চে.মি. দূৰত্বত এটা বিন্দু R লোৱা। R বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱাকৈ PQ ৰ সমান্তৰাল এডাল ৰেখা অঁকা।
- 7.5 চে.মি. দৈৰ্ঘ্যৰ এডাল ৰেখাখণ্ড XY অঁকা। X আৰু Y বিন্দুত দুডাল লম্ব অংকন কৰা। লম্ব দুডালৰ ওপৰত ৰেখাডালৰ পৰা 5 চে.মি. দূৰত্বত দুটা বিন্দু ক্ৰমে A আৰু B লোৱা। A বিন্দুৰ মাজেৰে XY ৰ সমান্তৰাল এডাল ৰেখা অঁকা। ৰেখাডাল B বিন্দুৰ মাজেৰে পাৰ হৈ যাবনে?

10.3 ত্ৰিভুজ অংকন (Construction of Triangles) :

ইতিমধ্যে তোমালোকে ত্ৰিভুজ আৰু ত্ৰিভুজৰ ধৰ্ম সম্পৰ্কে কিছু কথা শিকি আহিছা। এই অধ্যায়ত আমি ত্ৰিভুজৰ অংকনৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম।

ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ বিষয়েও আগৰ পাঠত আলোচনা কৰা হৈছে। বাহু-বাহু-বাহু (S-S-S), বাহু-কোণ-বাহু (S-A-S), কোণ-বাহু-কোণ (A-S-A), সমকোণ-অতিভুজ-বাহু (R-H-S) এই চাৰিটা স্বীকাৰ্য ব্যৱহাৰ কৰি ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতা দেখুৱাব পাৰি। ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ স্বীকাৰ্যকেইটাৰ পৰা আমি বুজিব পাৰোঁ যে কোনো ত্ৰিভুজৰ তলত উল্লেখ কৰা জোখবোৰৰ যিকোনো এটা দিয়া থাকিলে সেই নিৰ্দিষ্ট ত্ৰিভুজটো অংকন কৰিব পাৰি।

- (i) ত্ৰিভুজটোৰ তিনিওটা বাহুৰ মাপ
- (ii) ত্ৰিভুজটোৰ দুটা বাহুৰ মাপ আৰু সেই বাহু দুটাৰ মাজৰ কোণটোৰ মাপ
- (iii) ত্ৰিভুজটোৰ দুটা কোণৰ মাপ আৰু সেই কোণ দুটাৰ মাজৰ বাহুটোৰ মাপ
- (iv) সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজ আৰু যিকোনো এটা বাহুৰ মাপ

এই অংকনবোৰৰ বিষয়ে তলত আলোচনা কৰা হ'ল।

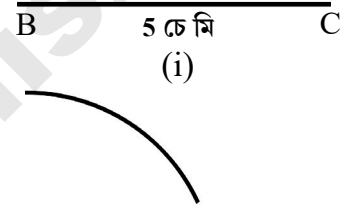
10.3.1 এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিওটা বাহুৰ মাপ দিয়া থাকিলে ত্ৰিভুজটো অংকন

(Construction of a triangle if three sides are given) : বাহু-বাহু-বাহু (side-side-side)

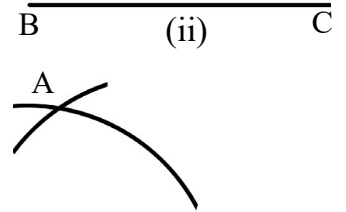
ধৰা হ'ল ABC ত্ৰিভুজৰ বাহু তিনিটাৰ মাপ $AB = 4$ চে মি, $BC = 5$ চে মি, $AC = 6$ চে মি।

ত্ৰিভুজটো অংকন কৰিব লাগে।

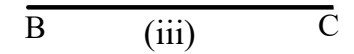
পৰ্যায় 1 : ত্ৰিভুজটোৰ যিকোনো এটা বাহু, যেনে : BC
 $= 5$ চে মি আঁকা।



পৰ্যায় 2 : B বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি 4 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ এটা
 বৃত্ত চাপ আঁকা।

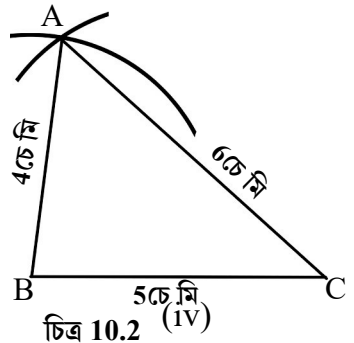


পৰ্যায় 3 : C বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি আগৰ চাপক কটাকৈ 6 চে মি
 ব্যাসাৰ্ধৰ আন এটা চাপ আঁকা। দুয়োটা চাপে কটাকটি কৰা বিন্দুটোৰ
 নাম A দিয়া।



পৰ্যায় 4 : A, B আৰু A, C সংযোগ কৰা।

উৎপন্ন হোৱা ABC ত্ৰিভুজটোৰ $AB = 4$ চে মি, $BC = 5$
 চে মি, $AC = 6$ চে মি।



চিত্ৰ 10.2 (iv)

নিজে কৰা :

10.3 ত বৰ্ণনা কৰা পদ্ধতিৰে তুমি এখন কাগজত এটা ত্ৰিভুজ PQR আঁকা যাতে $PQ = 4$ চে মি, $QR = 5$ চে মি, $PR = 6$ চে মি। ত্ৰিভুজটো কেঁচীৰ সহায়ত কাগজৰপৰা কাটি উলিওৱা। এতিয়া কাটি উলিওৱা ত্ৰিভুজটো আগতে অংকন কৰা $\triangle ABC$ ত্ৰিভুজৰ ওপৰত পেলাই লৈ মিলোৱা। দুয়োটা ত্ৰিভুজ সম্পূৰ্ণৰূপে মিলি যায়, নহয়নে? অৰ্থাৎ দুটা ত্ৰিভুজৰ অনুৰূপ বাহুবোৰৰ মাপ সমান হ'লে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম হয়। এইটোকে আমি সৰ্বসমতাৰ বাহু-বাহু-বাহু স্বীকাৰ্য বুলি আগতে পাই আহিছোঁ।

চিন্তা কৰা :

যিকোনো মাপৰ তিনিটা বাহু দিয়া থাকিলে বাহুকেইটাৰ সহায়ত এটা ত্ৰিভুজ সদায় আঁকিব পাৰিনে? যেনে : $AB = 2$ চে মি, $BC = 7$ চে মি, $AC = 3$ চে মি দিয়া থাকিলে ABC ত্ৰিভুজটো আঁকিব পাৰিবানে? প্ৰথমে $BC = 7$ চে মি আঁকা। আগৰ পদ্ধতি অনুসৰি B বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি $AB = 2$ চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তচাপ আঁকা। এতিয়া C বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি $AC = 3$ চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তচাপ আঁকা। কিন্তু কি দেখিলা? বৃত্তচাপ দুটাই কটাকটি নকৰে, নহয়নে? গতিকে ত্ৰিভুজটো গঠন নহ'ব। কিয়? (মনত পেলোৱা যে ত্ৰিভুজৰ যিকোনো দুটা বাহুৰ মাপৰ সমষ্টি তৃতীয় বাহুৰ মাপতকৈ বেছি। ইয়াত AB আৰু AC ৰ মাপৰ যোগফল $= (2+3)$ চে মি $= 5$ চে মি। কিন্তু এই যোগফলটো তৃতীয় বাহুৰ মাপ (7 চে মি) তকৈ বেছি নহয়।)

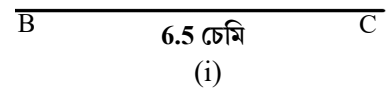
অনুশীলনী- 10.2

1. ABC অংকন কৰা যাতে
 - (i) $AB = 3$ চে মি, $BC = 4$ চে মি, $AC = 2.5$ চে মি
 - (ii) $AB = 6$ চে মি, $BC = 4$ চে মি, $AC = 7$ চে মি
2. এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ অংকন কৰা যাৰ ভূমিৰ দীঘ 5 চে মি আৰু সমান বাহু দুটাৰ প্ৰতিটোৰে দীঘ 4 চে মি।
3. এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ DEF ৰ $DE = 6.5$ চে মি। ত্ৰিভুজটো অংকন কৰা।
4. $\triangle XYZ$ ৰ $XY = YZ = 5.5$ চে মি আৰু $XZ = 4$ চে মি। ত্ৰিভুজটো অংকন কৰা।

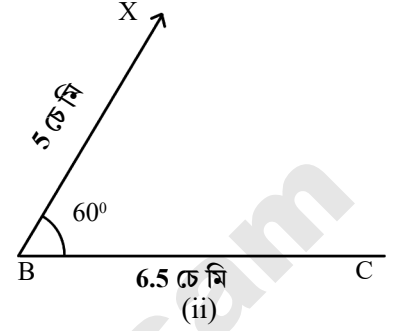
10.3.2 ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহুৰ মাপ আৰু বাহু দুটাৰ মাজৰ কোণটোৰ মাপ দিয়া থাকিলে ত্ৰিভুজ অংকন (Constructing a triangle when the lengths of two sides and the measure of angle between them are given) : বাহু-কোণ-বাহু (side-angle-side)

ধৰাহ'ল $\triangle ABC$ ৰ $AB = 5$ চে মি, $BC = 6.5$ চে মি আৰু $\angle B = 60^\circ$ । ত্ৰিভুজটো অংকন কৰিব লাগে।

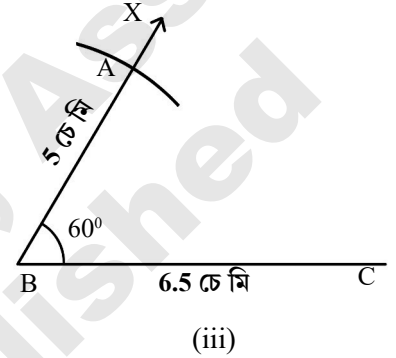
পৰ্যায় 1 : 6.5 চে মি দৈৰ্ঘ্যৰ BC ৰেখাখণ্ড আঁকা।



পৰ্যায় 2 : B বিন্দুত 60° মাপৰ কোণ $\angle XBC$ আঁকা।

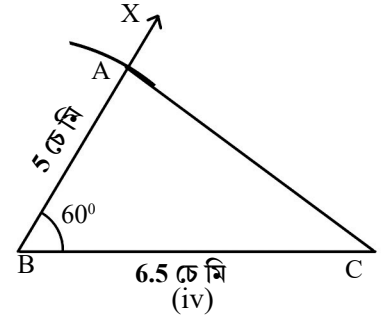


পৰ্যায় 3 : B বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি $AB = 5$ চে মিৰ সমান ব্যাসাৰ্ধ লৈ এটা বৃত্তচাপ আঁকা। এই বৃত্তচাপে BX ক A বিন্দুত কাটে।



পৰ্যায় 4 : A, C সংযোগ কৰা।

এইদৰে উৎপন্ন হোৱা ABC ত্ৰিভুজৰ $AB = 5$ চে মি, $BC = 6.5$ চে মি আৰু $\angle B = 60^\circ$ । গতিকে ABC ত্ৰিভুজটোৱেই হ'ল আমি আঁকিবলগীয়া ত্ৰিভুজ।



চিত্ৰ 10.3

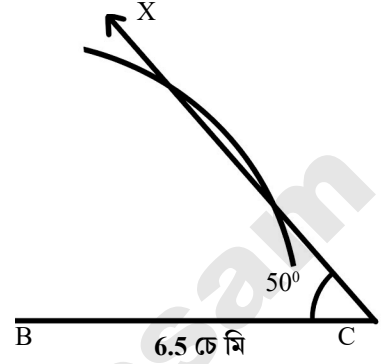
নিজে কৰা :

ওপৰত বৰ্ণনা কৰা পদ্ধতি মতে এখন কাগজত এটা ত্ৰিভুজ PQR অংকন কৰা যাতে $PQ = 5$ চে মি, $QR = 6.5$ চে মি আৰু $\angle Q = 60^\circ$ ।

এতিয়া PQR ত্ৰিভুজটো কেঁচীৰ সহায়ত কাগজখনৰ পৰা কাটি উলিওৱা। কাটি উলিওৱা ত্ৰিভুজটো আগতে অংকন কৰা ABC ত্ৰিভুজটোৰ ওপৰত পেলাই লৈ মিলোৱা। ত্ৰিভুজ দুটা সম্পূৰ্ণৰূপে এটা আনটোৰ লগত ওপৰা উপৰিকৈ পৰে, নহয়নে? অৰ্থাৎ এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহুৰ মাপ আন এটা ত্ৰিভুজৰ অনুৰূপ দুটা বাহুৰ মাপৰ সমান হ'লে আৰু সিহঁতৰ মাজৰ কোণ দুটাও পৰস্পৰ সমান হ'লে ত্ৰিভুজ দুটা সৰ্বসম হয়। এইটোকে ত্ৰিভুজৰ সৰ্বসমতাৰ বাহু-কোণ-বাহু স্বীকাৰ্য হিচাপে আমি আগতে পাই আহিছোঁ।

চিত্তা কৰা :

1. ধৰা ABC ত্ৰিভুজৰ $AB = 5$ চে মি, $BC = 6$ চে মি আৰু $\angle C = 50^\circ$ । ত্ৰিভুজটো অংকন কৰিবলৈ প্ৰথমে 6 চে.মি. দৈৰ্ঘ্যৰ BC ৰেখাখণ্ড আঁকা। C বিন্দুত 50° মাপৰ কোণ $\angle BCX$ আঁকা। এতিয়া B বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি 5 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ এটা বৃত্তচাপ আঁকা। এই বৃত্তচাপে CX ক এটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দুত নাকাটে। (মন কৰা যে এই ক্ষেত্ৰত বৃত্তচাপটোৱে CX ক দুটা পৃথক বিন্দুত কাটিছে যদিও AB ৰ সৰু মাপ ল'লে বৃত্তচাপটোৱে CX ক এটাও বিন্দুত নাকাটিব পাৰে।) গতিকে এইক্ষেত্ৰত এটা নিৰ্দিষ্ট ত্ৰিভুজ ABC পাব নোৱাৰি।



চিত্ৰ 10.4

2. ধৰা ABC ত্ৰিভুজৰ $AB = 5$ চে মি, $BC = 6$ চে মি আৰু $\angle A = 50^\circ$ । এই ক্ষেত্ৰতো ত্ৰিভুজটো অংকন কৰিবলৈ প্ৰথমে $AC = 5$ চে মি আৰু A বিন্দুত 50° কোণটো আঁকিব পৰা যাব। কিন্তু C বিন্দুটো নিৰ্দিষ্টকৈ উলিয়াব পৰা নাযাব।

3. এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহুৰ মাপ দিয়া থাকিলে আৰু সেই বাহু দুটাৰ মাজৰ কোণটোৰ মাপ দিয়া থাকিলেহে ত্ৰিভুজটো নিৰ্দিষ্টকৈ অংকন কৰিব পাৰি।

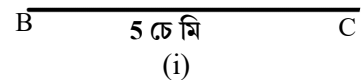
অনুশীলনী- 10.3

1. $\triangle ABC$ ৰ $AB = 6$ চে মি, $BC = 7$ চে মি আৰু $\angle B = 75^\circ$ । ত্ৰিভুজটো অংকন কৰা।
2. $\triangle PQR$ ৰ $QR = PR = 8$ চে মি আৰু $\angle R = 60^\circ$ হ'লে ত্ৰিভুজটো অংকন কৰা।
3. $\triangle DEF$ ৰ $DE = 5.5$ চে মি, $DF = 7.5$ চে মি আৰু $\angle D = 80^\circ$ হ'লে ত্ৰিভুজটো অংকন কৰা।
4. এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ অংকন কৰা যাৰ লম্ব বাহু দুটাৰ প্ৰতিটোৰে মাপ 4.5 চে মি।
5. এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা বাহুৰ মাপ 5.5 চেমি আৰু 6.5 চেমি আৰু বাহু দুটাৰ মাজৰ কোণটোৰ মাপ 120° । ত্ৰিভুজটো অংকন কৰা।

10.3.3 এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণৰ মাপ আৰু কোণ দুটাৰ মাজৰ বাহুটোৰ মাপ দিয়া থাকিলে ত্ৰিভুজ অংকন (Constructing a triangle when the measure of two of its angles and the length of the side included between them is given)
: কোণ-বাহু-কোণ (Angle-Side-Angle)

ধৰা হ'ল $\triangle ABC$ ৰ $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ আৰু $BC = 5$ চে মি। ত্ৰিভুজটো অংকন কৰিব লাগে।

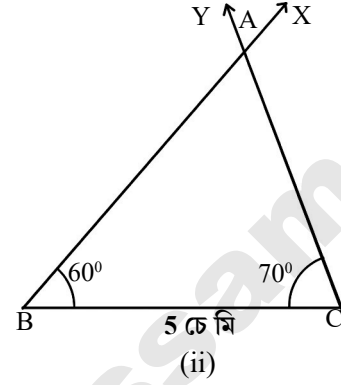
পৰ্যায় 1 : 5 চে মি দৈৰ্ঘ্যৰ BC ৰেখাখণ্ড আঁকা।



(i)

পৰ্যায় 2 : B বিন্দুত 60° মাপৰ কোণ $\angle CBX$ আৰু C বিন্দুত 70° মাপৰ কোণ $\angle BCY$ আঁকা। BX আৰু CY বৰ্শ্মি দুডালে পৰস্পৰ A বিন্দুত কটাকটি কৰে।

উৎপন্ন হোৱা ABC ত্ৰিভুজৰ $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ আৰু $BC = 5$ চে মি। গতিকে ABC ত্ৰিভুজটোৱেই আমি আঁকিবলগীয়া ত্ৰিভুজ।



চিন্তা কৰা :

1. ধৰা $\triangle ABC$ ৰ $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ আৰু $AB = 6$ চে মি। ইয়াত AB বাহুটো দিয়া থকা কোণ $\angle B$ আৰু $\angle C$ ৰ মাজৰ বাহু নহয়। এই ক্ষেত্ৰত ত্ৰিভুজটো অংকন কৰিব পাৰিবানে?

তোমালোকে ইতিমধ্যে পাই আহিছা যে ত্ৰিভুজৰ তিনিওটা কোণৰ মাপৰ সমষ্টি 180° । এই ধৰ্মটোৰ সহায়ত $\triangle ABC$ ৰ $\angle A$ ৰ মাপ উলিয়াব পৰা যাব। গতিকে AB বাহুটোৰ দুই মূৰৰ কোণ $\angle A$ আৰু $\angle B$ ৰ মাপ পোৱা গ'ল। গতিকে ওপৰত উল্লেখ কৰা পদ্ধতিৰে ত্ৰিভুজটো অংকন কৰিব পৰা যাব।

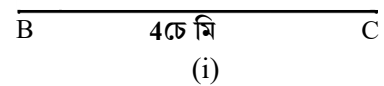
অনুশীলনী- 10.4

1. $\triangle ABC$ ৰ $\angle B = 65^\circ$, $\angle C = 55^\circ$ আৰু $BC = 7$ চে মি। ত্ৰিভুজটো অংকন কৰা।
2. এটা ত্ৰিভুজৰ এটা বাহুৰ মাপ 6.5 চে মি। এই বাহুটোৰ দুই মূৰৰ কোণ দুটাৰ মাপ ক্ৰমে 45° আৰু 75° । ত্ৰিভুজটো অংকন কৰা।
3. $\triangle PQR$ ৰ $\angle P = 60^\circ$, $\angle Q = 50^\circ$ আৰু $QR = 6$ চে মি। ত্ৰিভুজটো অংকন কৰা।
4. $\triangle XYZ$ ৰ $XZ = 5.5$ । $\angle X = 100^\circ$, $\angle Z = 30^\circ$ । ত্ৰিভুজটো অংকন কৰা।

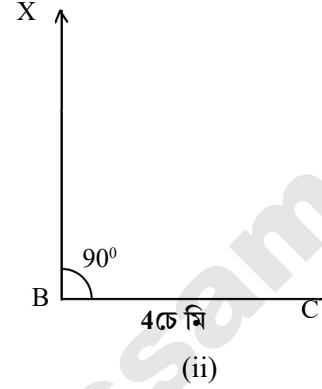
10.3.4 এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজৰ মাপ আৰু যিকোনো এটা বাহুৰ মাপ দিয়া থাকিলে ত্ৰিভুজটো অংকন (Constructing a right-angled triangle when the length of a side and its hypotenuse are given) : সমকোণ-অতিভুজ- বাহু (RHS criterion) :

ধৰা $\triangle ABC$ সমকোণী ত্ৰিভুজৰ $\angle B$ সমকোণ। অতিভুজ $AC = 5$ চে মি আৰু $BC = 4$ চে মি। ত্ৰিভুজটো অংকন কৰিব লাগে।

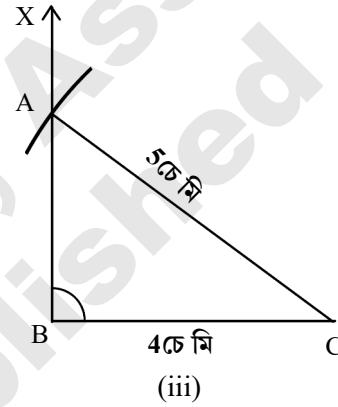
পৰ্যায় 1 : 4 চে মি জোখৰ BC ৰেখাখণ্ড আঁকা।



পৰ্যায় 2 : B বিন্দুত 90° মাপৰ কোণ $\angle CBX$ আঁকা।



পৰ্যায় 3 : C বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি BX ক কটাকৈ $AC = 5$ চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ এটা বৃত্তচাপ আঁকা। এই চাপে BX ক কটা বিন্দুটোৰ A নাম দিয়া।



চিত্ৰ 10.6

পৰ্যায় 4 : A, C সংযোগ কৰা।

এইদৰে উৎপন্ন হোৱা ABC ত্ৰিভুজৰ $\angle B$ হ'ল সমকোণ, অতিভুজ $AC = 5$ চে মি আৰু $CB = 4$ চে মি। ABC ত্ৰিভুজটোৱেই হ'ল আঁকিবলগীয়া ত্ৰিভুজ।

অনুশীলনী- 10.5

1. $\triangle ABC$ ৰ $\angle A$ সমকোণ। $BC = 8$ চে মি, $AB = 5$ চে মি। ত্ৰিভুজটো অংকন কৰা।
2. এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজৰ মাপ 10 চে মি আৰু আন এটা বাহুৰ মাপ 6 চে মি। ত্ৰিভুজটো অংকন কৰা।
3. $\triangle PQR$ ৰ $\angle Q = 90^\circ$, $PR = 7.5$ চে মি আৰু $PQ = 5$ চে মি। ত্ৰিভুজটো অংকন কৰা।

আমি কি শিকিলোঁ

1. এডাল ৰেখা আৰু ৰেখাডালত নথকা এটা বিন্দু দিয়া থাকিলে ৰেখাডালৰ সমান্তৰাল হোৱাকৈ আন এডাল ৰেখা অংকন কৰিবলৈ আমি 'সমান একান্তৰ কোণ'ৰ ধাৰণাটো ব্যৱহাৰ কৰোঁ।
2. ত্ৰিভুজ অংকনৰ ক্ষেত্ৰত, ত্ৰিভুজৰ সৰ্বাংগসমতাৰ চৰ্তসমূহ পৰোক্ষভাৱে ব্যৱহাৰ কৰা হয়। সেয়েহে আমি এটা ত্ৰিভুজ অংকন কৰিবলৈ পাৰিম যেতিয়া দিয়া থাকে :
 - (i) এটা ত্ৰিভুজৰ বাহু তিনিটাৰ জোখ, (বাহু-বাহু-বাহু)।
 - (ii) যিকোনো দুটা বাহু আৰু সেই বাহু দুটাৰ অন্তৰ্ৱৰ্তী কোণৰ মাপ, (কোণ-বাহু-কোণ)।
 - (iii) দুটা কোণ আৰু সিহঁতৰ মাজৰ বাহুৰ জোখ, (কোণ-বাহু-কোণ)।
 - (iv) সমকোণী ত্ৰিভুজৰ অতিভুজ আৰু এটা বাহুৰ জোখ (সমকোণ-অতিভুজ-বাহু)।

অধ্যায়- 11

পৰিসীমা আৰু কালি

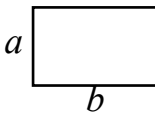
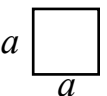
(Perimeter and Area)



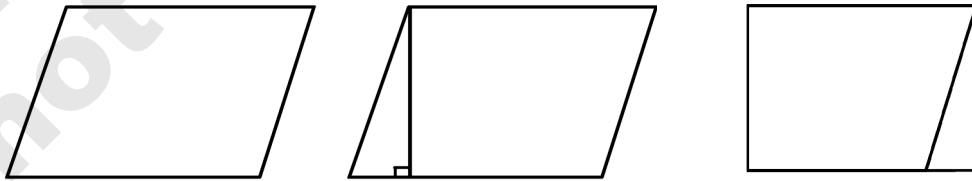
11.1 তোমালোকে জানি আহিছা যে সমতলীয় ক্ষেত্ৰ এখনৰ পৰিসীমা (Perimeter) হৈছে চাৰিসীমাৰ দৈৰ্ঘ্য আৰু কালি বা ক্ষেত্ৰফল (Area) হৈছে চাৰিসীমাই আগুৰি থকা ঠাইখিনিৰ পৰিমাণ। তোমালোকে ইতিমধ্যে আয়ত আৰু বৰ্গৰ ক্ষেত্ৰফল আৰু পৰিসীমা উলিয়াবলৈ শিকিছা।

এই পাঠটিত আমি সামান্তৰিক (Parallelogram), ত্ৰিভুজ (Triangle), চতুৰ্ভুজ (Quadrilateral), ট্ৰেপিজিয়াম (Trapezium), বম্বাছ (Rhombus) আৰু বৃত্তৰ (Circle) পৰিসীমা আৰু কালিৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম।

মনত পেলাওঁ আহা :

চিত্ৰ	আকৃতি	পৰিসীমা	কালি
	আয়ত (Rectangle)	$2(a+b)$	$a \times b$
	বৰ্গ (Square)	$4a$	a^2

এতিয়া আমি সামান্তৰিক আকৃতিৰ ক্ষেত্ৰ এখনৰ কালি উলিয়াবলৈ চেষ্টা কৰোঁ আহা। প্ৰথমেই আমি কাগজত এটা সামান্তৰিক আঁকি তাক এটা আয়তলৈ পৰিৱৰ্তন কৰিবলৈ যত্ন কৰিম। চিত্ৰ 11.1ত দেখুওৱা ধৰণেৰে কাগজত এটা সামান্তৰিক আঁকি সামান্তৰিকটোৰ এটা শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা বিপৰীত বাহুৰ ওপৰত এডাল লম্ব টানি লোৱা আৰু সাৱধানে সামান্তৰিকটো কাগজৰ পৰা কাটি উলিওৱা। বাওঁফালৰ ত্ৰিভুজটো কাটি সামান্তৰিকটোৰ সোঁফালে লগাই দিয়া। নতুনকৈ পোৱা আকৃতিটো কি পালা? আয়ত নহয়নে?



চিত্ৰ 11.1

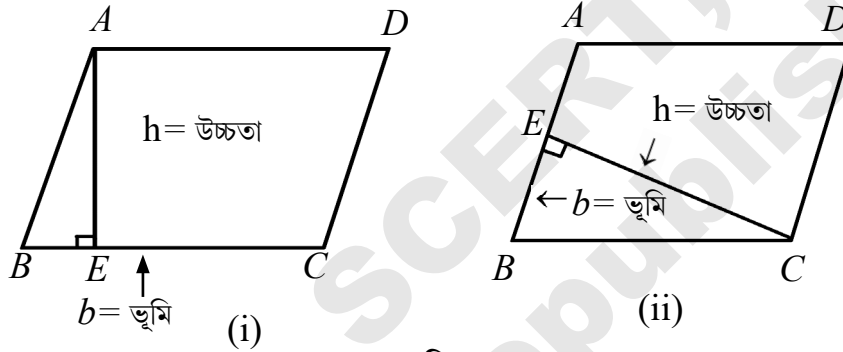
এতিয়া তোমালোকে চিন্তা কৰি চোৱাচোন। সামান্তৰিকৰ আকৃতিৰ পৰিৱৰ্তন হৈ আয়তৰ আকৃতি হৈছে। গতিকে দুয়োটাৰে কালি সমানেই থাকিব। অৰ্থাৎ

সামান্তৰিকটোৰ কালি = আয়তটোৰ কালি। আমি যিটো আয়ত পালোঁ সেই আয়তটোৰ দৈৰ্ঘ্য আকৌ সামান্তৰিকটোৰ ভূমি (base) ৰ সমান আৰু আয়তটোৰ প্ৰস্থ সামান্তৰিকটোৰ উচ্চতা বা উন্নতি (height)ৰ সমান। (মনত ৰাখিবা সামান্তৰিকৰ শীৰ্ষ বিন্দুৰ পৰা ভূমিলৈ টনা লম্বডালেই সামান্তৰিকটোৰ উন্নতি বা উচ্চতা) এতিয়া দেখা পালোঁ,

$$\begin{aligned}\text{সামান্তৰিকৰ কালি} &= \text{আয়তৰ কালি} \\ &= \text{দীঘ (length)} \times \text{প্ৰস্থ (breadth)} \\ &= l \times b\end{aligned}$$

কিন্তু আয়তৰ দৈৰ্ঘ্য l আৰু প্ৰস্থ b যথাক্ৰমে সামান্তৰিক ভূমি b আৰু উচ্চতা h ৰ সমান।

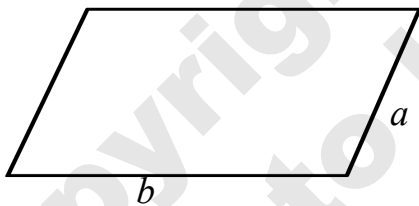
$$\begin{aligned}\therefore \text{সামান্তৰিকৰ কালি} &= \text{ভূমি (base)} \times \text{উচ্চতা (height)} \\ &= b \times h\end{aligned}$$



চিত্ৰ 11.2

প্ৰথম চিত্ৰত BC ভূমি, AE উচ্চতা

দ্বিতীয় চিত্ৰত AB ভূমি, CE উচ্চতা



চিত্ৰ 11.3

সামান্তৰিকৰ ওচৰা ওচৰি বাহু দুটা যদি a আৰু b হয় তেন্তে সামান্তৰিকটোৰ পৰিসীমা $= 2(a+b)$ হ'ব

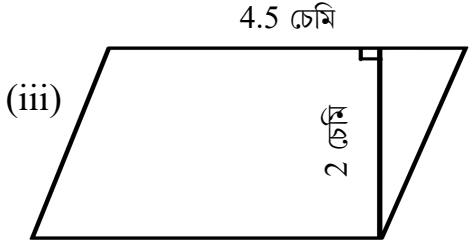
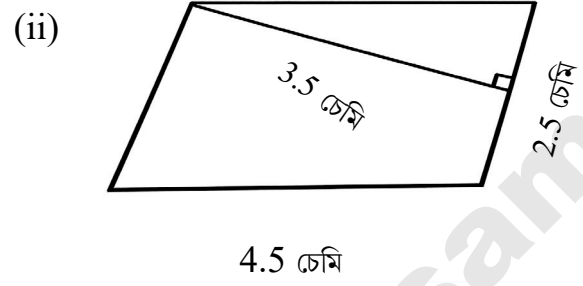
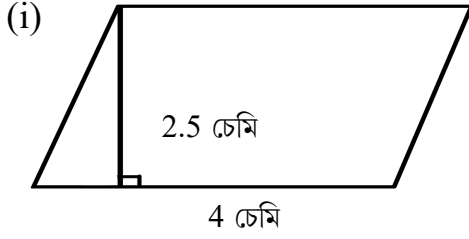
$$\text{সামান্তৰিকৰ কালি} = \text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$$

$$\therefore \text{ভূমি} = \frac{\text{কালি}}{\text{উচ্চতা}}$$

$$\therefore \text{উচ্চতা} = \frac{\text{কালি}}{\text{ভূমি}}$$

$$\therefore \text{সামান্তৰিকৰ পৰিসীমা} = 2 \times \text{দুটা ওচৰা ওচৰি বাহুৰ যোগফল} \\ (\text{sum of the two adjacent sides})$$

কাৰ্য : তলৰ সামান্তৰিকবোৰৰ কালি উলিয়াবলৈ চেষ্টা কৰা।



চিত্র 11.4

উদাহৰণ 1 : এটা সামান্তৰিকৰ ভূমি আৰু উচ্চতাৰ দীঘ ক্ৰমে 5 চে মি আৰু 3 চে মি। সামান্তৰিকটোৰ কালি উলিওৱা।

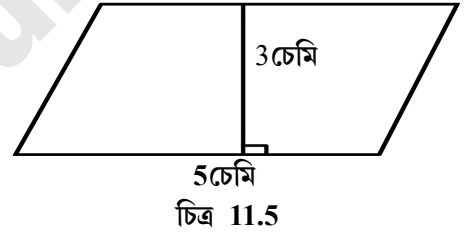
সমাধান :

ধৰাহ'ল, সামান্তৰিকটোৰ ভূমি b আৰু উচ্চতা h

b সামান্তৰিকটোৰ ভূমি = 5 চে মি

h „ „ উচ্চতা = 3 চে মি

$$\begin{aligned} \therefore \text{সামান্তৰিকটোৰ কালি} &= b \times h \\ &= (5 \times 3) \text{ বৰ্গ চে মি} \\ &= 15 \text{ বৰ্গ চে মি} \end{aligned}$$



চিত্র 11.5

উদাহৰণ 2 : এটা সামান্তৰিকৰ কালি 18 বৰ্গ চে মি আৰু ভূমি 6 চে মি হ'লে উচ্চতা উলিওৱা।

কালি = 18 বৰ্গ চে মি

ভূমি = 6 চে মি

আমি জানো,

ভূমি $\times$ উচ্চতা = কালি

$$\therefore \text{উচ্চতা} = \frac{\text{কালি}}{\text{ভূমি}}$$

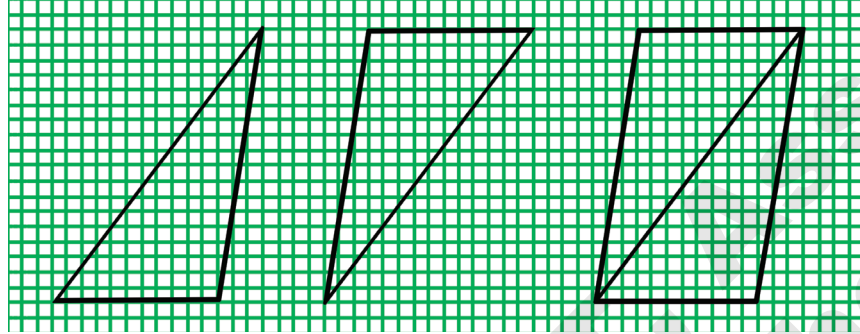
$$\begin{aligned} \therefore \text{উচ্চতা} &= \frac{18}{6} \text{ চে মি} \\ &= 3 \text{ চে মি} \end{aligned}$$

11.2 ত্ৰিভুজৰ কালি (Area of a Triangle) :

ত্ৰিভুজৰ কালি উলিয়াবলৈ তলৰ পদ্ধতিটো লওঁ আহা।

- (i) এটুকুৰা কাগজত দুটা সৰ্বসম (Congruent) ত্ৰিভুজ আঁকা আৰু ত্ৰিভুজ দুটা কাটি উলিওৱা। এতিয়া দুয়োটা ত্ৰিভুজকে তলত দিয়া ধৰণেৰে এনেদৰে লগ লগোৱা যাতে দুয়োটা ত্ৰিভুজ লগ হৈ এটা সামান্তৰিকৰ সৃষ্টি কৰে।

চিত্ৰ 11.6



(এটা ত্ৰিভুজ কাটি আন এখন কাগজৰ ওপৰত থৈ একেবাৰে একে জোখৰ আন এটা ত্ৰিভুজ কাটি উলিয়ালে দুয়োটা ত্ৰিভুজ সৰ্বসম হ'ব)

তোমালোকে মন কৰা যে ত্ৰিভুজৰ ভূমি আৰু উচ্চতাৰ সৈতে সামান্তৰিকটোৰ ভূমি আৰু উচ্চতা একে।

আৰু দুয়োটা ত্ৰিভুজৰ কালিৰ (ক্ষেত্ৰফলৰ) যোগফলেই সামান্তৰিকটোৰ কালি।

গতিকে দেখা গ'ল

প্ৰত্যেকটো ত্ৰিভুজৰ কালি সামান্তৰিকটোৰ কালিৰ আধা।

অৰ্থাৎ

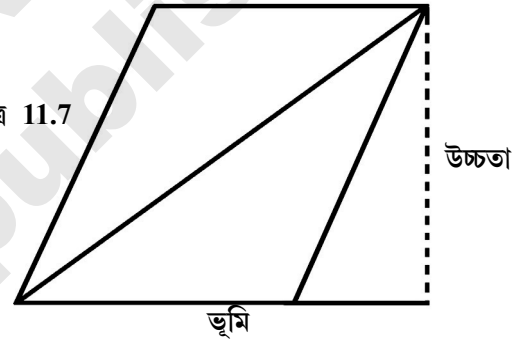
$$\begin{aligned} \text{প্ৰত্যেকটো ত্ৰিভুজৰ কালি} &= \frac{1}{2} (\text{সামান্তৰিকৰ কালি}) \\ &= \frac{1}{2} (\text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}) \\ &= \frac{1}{2} (b \times h) \end{aligned}$$

কাৰ্য :

এইবাৰ তোমালোকে ৰঙীণ কাগজেৰে

- দুটা সূক্ষ্মকোণী সৰ্বসম ত্ৰিভুজ
- দুটা সমকোণী সৰ্বসম ত্ৰিভুজ
- দুটা সমকোণী সমদ্বিবাহু সৰ্বসম ত্ৰিভুজ

চিত্ৰ 11.7



(iv) দুটা সমবাহু সৰ্বসম ত্ৰিভুজ প্ৰস্তুত কৰা আৰু ওপৰৰ কাৰ্যটোৰ সত্যতা নিৰূপণ কৰা।

কাৰ্য :

চাট পেপাৰত আয়ত, বৰ্গ, সামান্তৰিক আঁকা আৰু প্ৰত্যেকটোতেই এডাল কৰ্ণ (diagonal) আঁকা। ক্ষেত্ৰকেইটা কেঁচীৰে কাটি উলিওৱা আৰু ক্ষেত্ৰবোৰ কৰ্ণয়েদি কাটি দুটাকৈ ত্ৰিভুজ উলিওৱা। প্ৰত্যেক ক্ষেত্ৰৰ পৰা পোৱা ত্ৰিভুজ দুটা ইটোৰ পিঠিত সিটো বহাই সৰ্বসম হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰা। কি সিদ্ধান্তত আহিলা? লিখা।

$$\text{ত্ৰিভুজৰ কালি} = \frac{1}{2} \text{ ভূমি} \times \text{উচ্চতা}$$

$$,, \quad \text{ভূমি} = \frac{2 \times \text{ত্ৰিভুজৰ কালি}}{\text{উচ্চতা}}$$

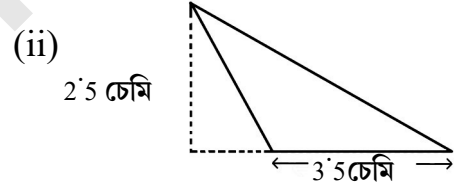
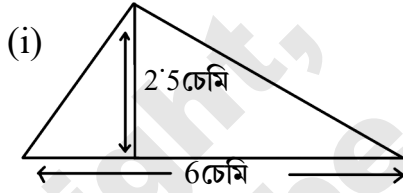
$$,, \quad \text{উচ্চতা} = \frac{2 \times \text{ত্ৰিভুজৰ কালি}}{\text{ভূমি}}$$

ত্ৰিভুজৰ পৰিসীমা = তিনিওটা বাহুৰ যোগফল (sum of the three sides)

তিনিওটা বাহু ক্ৰমে AB, BC, CA হ'লে

$$\text{পৰিসীমা (Perimeter)} = AB + BC + CA$$

উদাহৰণ 3 : তলত দিয়া ত্ৰিভুজ দুটাৰ কালি উলিওৱা



সমাধান :

(i) ত্ৰিভুজৰ ভূমি, $b = 6$ চে মি

ত্ৰিভুজৰ উচ্চতা, $h = 2.5$ চে মি

$$\text{ত্ৰিভুজৰ কালি} = \frac{1}{2} (\text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা})$$

$$= \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times 2.5 \text{ বৰ্গ চে মি}$$

$$= 7.5 \text{ বৰ্গ চে মি}$$

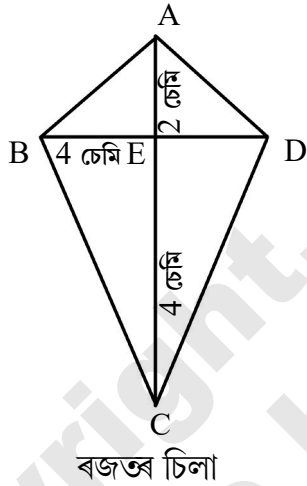
সমাধান :

(ii) ত্রিভুজৰ ভূমি = 3.5 চে মি
 ত্রিভুজৰ উচ্চতা = 2.5 চে মি

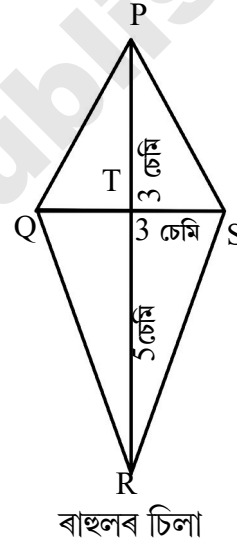
$$\begin{aligned}\text{ত্রিভুজৰ কালি} &= \frac{1}{2} (\text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা}) \\ &= \frac{1}{2} \times b \times h \\ &= \frac{1}{2} \times 3.5 \times 2.5 \text{ বৰ্গ চে মি} \\ &= 4.38 \text{ বৰ্গ চে মি (প্ৰায়)}\end{aligned}$$

কাৰ্য : 1

বন্ধৰ দিনত বজত আৰু বাহুলে চিলা উৰাবলৈ দুখন চিলা সাজি উলিয়ালে। বজতে ক'লে মোৰ চিলাখন তোমাতকৈ ডাঙৰ, লগে লগে বাহুলে উত্তৰ দিলে নহয় মোৰখনহে ডাঙৰ। তেন্তে আমি প্ৰতিখনৰে ক্ষেত্ৰফল উলিয়াই প্ৰমাণ কৰোঁ আহা।



চিত্ৰ 11.8



বজতে অলপ চিন্তা কৰি BD সংযোগ কৰি চিলাটোক $\triangle ABD$ আৰু $\triangle BCD$ দুটা ত্রিভুজত ভাগ কৰি চিলাটোৰ কালি এনেধৰণে উলিয়ালে।

ABCD চিলাৰ কালি

$$= \triangle ABD \text{ ৰ কালি} + \triangle BCD \text{ ৰ কালি}$$

$$= \frac{1}{2} \times BD \times AE + \frac{1}{2} \times BD \times CE$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \text{ চে মি} \times 2 \text{ চে মি} + \frac{1}{2} \times 4 \text{ চে মি} \times 4 \text{ চে মি}$$

$$= 4 \text{ বৰ্গ চে মি} + 8 \text{ বৰ্গ চে মি}$$

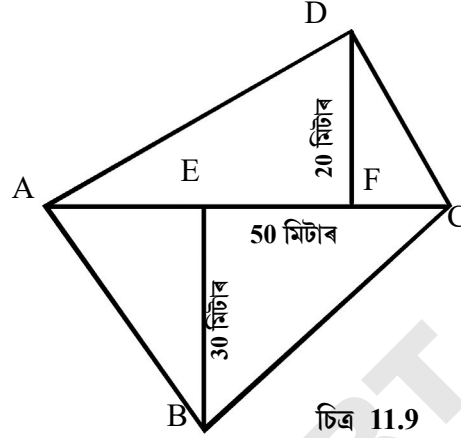
$$= 12 \text{ বৰ্গ চে মি}$$

ষষ্ঠ শ্ৰেণীত পাই আহিছা যে
 সমবাহু আৰু সমদ্বিবাহু ত্রিভুজৰ
 ক্ষেত্ৰত মধ্যমা ডালেই উন্নতি।

এতিয়া একেদৰেই ৰাখলৰ চিলাখনৰ কালি উলিয়াবলৈ চেষ্টা কৰাচোন। কোনজনৰ চিলা ডাঙৰ সিদ্ধান্ত লোৱা।

কাৰ্য -2

অৰুণৰ দেউতাকে নদীৰ পাৰৰ এটুকুৰা মাটি কিনিছে। মাটি টুকুৰাৰ আকৃতি চিত্ৰত দেখুওৱাৰ দৰে ABCD আকৃতিৰ দৰে



প্ৰথম চাপ : AC সংযোগ কৰা। কি পালো? দুটা ত্ৰিভুজ পালানে?

দ্বিতীয় চাপ : $\triangle ABC$ আৰু $\triangle ACD$ ৰ AC ভূমিৰ ওপৰত ক্ৰমে BE আৰু DF উন্নতি আঁকা। ত্ৰিভুজৰ কালিৰ সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি

$$\triangle ABC \text{ ৰ কালি} = \frac{1}{2} \times AC \times BE$$

সেইদৰে

$$\triangle ACD \text{ ৰ কালি} = \frac{1}{2} \times AC \times DF$$

$$ABCD \text{ চতুৰ্ভুজ আকৃতিৰ মাটি টুকুৰাৰ কালি} = \triangle ABC \text{ ৰ কালি} + \triangle ACD \text{ ৰ কালি}$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times BE + \frac{1}{2} \times AC \times DF$$

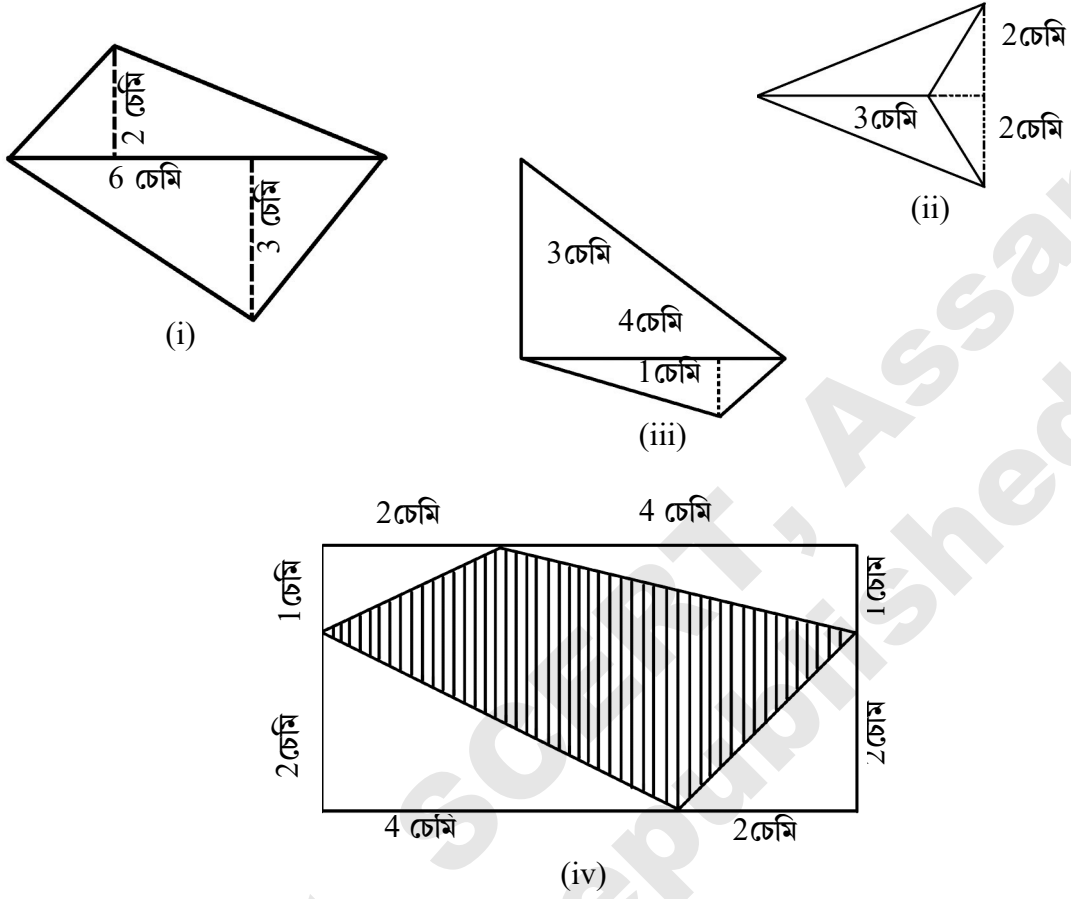
$$= \frac{1}{2} \times AC \times (BE + DF)$$

অৰ্থাৎ চতুৰ্ভুজৰ ক্ষেত্ৰফল উলিয়াবলৈ যিকোনো এডাল কৰ্ণক (AC) ভূমি হিচাপে আৰু ইয়াৰ ওপৰত অঁকা লম্ব দুডাল $BE(h_1)$ আৰু $DF(h_2)$ ক শাখা লম্ব হিচাপে লৈ চতুৰ্ভুজৰ কালি উলিয়াব পৰা যাব।

$$\text{চতুৰ্ভুজৰ কালি} = \frac{1}{2} \times AC \times (BE + DF)$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times (h_1 + h_2) = \frac{1}{2} \text{ কৰ্ণ} \times \text{শাখা লম্বৰ সমষ্টি}$$

তলৰ চতুৰ্ভুজকেইটাৰ কালি উলিয়াবলৈ চেষ্টা কৰা



চিত্ৰ 11.10

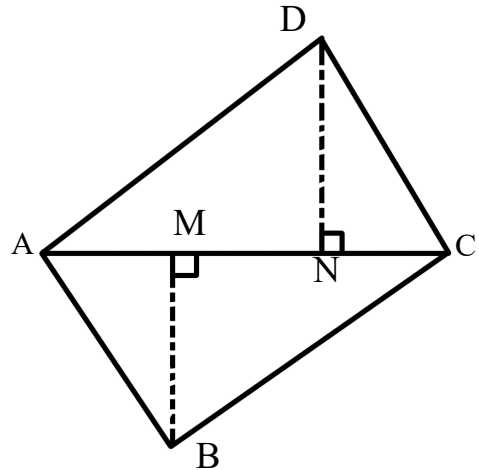
চিত্ৰ (iv) ৰ আচ্ছাদিত অঞ্চলৰ কালি উলিওৱা, যদি চিত্ৰটো এটা আয়ত হয়।

উদাহৰণ 4 :

ABCD চতুৰ্ভুজৰ কৰ্ণ AC= 4 চে মি। BM আৰু DN ক্ৰমে ACৰ ওপৰত লম্ব। BM=3 চে মি
DN=3 চে মি। ABCD চতুৰ্ভুজটোৰ কালি উলিওৱা।

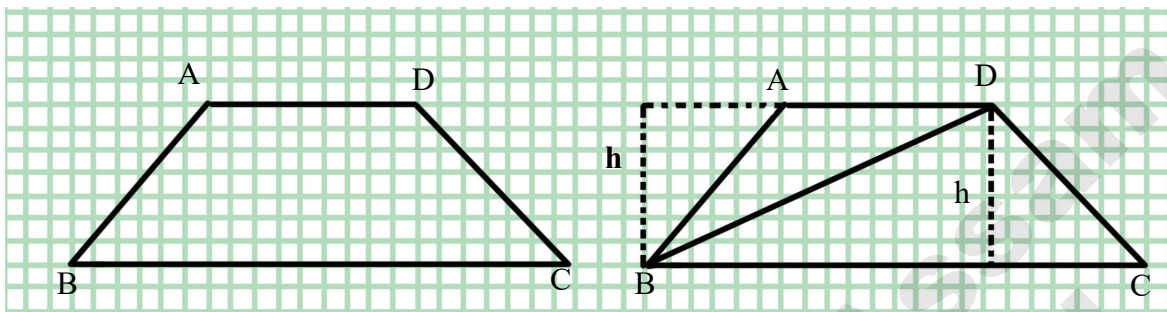
সমাধান :

$$\begin{aligned}
 \text{ABCD চতুৰ্ভুজৰ কালি} &= \frac{1}{2} \times AC \times (BM+DN) \\
 &= \frac{1}{2} \times 4 \times (3+3) \text{ বৰ্গ চে মি} \\
 &= 2 \times 6 \text{ বৰ্গ চে মি} \\
 &= 12 \text{ বৰ্গ চে মি}
 \end{aligned}$$



11.3 ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি (Area of Trapezium) :

তোমালোকে জানা যে ট্ৰেপিজিয়াম এটা এনেকুৱা চতুৰ্ভুজ যাৰ দুটা বিপৰীত বাহু পৰস্পৰ সমান্তৰাল।



চিত্ৰ 11.11

ওপৰৰ চিত্ৰত ABCD এটা ট্ৰেপিজিয়াম, ইয়াৰ AD||BC, AD আৰু BC সমান্তৰাল বাহু দুটাৰ মাজৰ লম্ব দূৰত্ব h , BD ট্ৰেপিজিয়ামটোৰ কৰ্ণ। BD কৰ্ণই ট্ৰেপিজিয়ামটোক দুটা ত্ৰিভুজত ভাগ কৰিছে।

মন কৰা :

ট্ৰেপিজিয়াম ABCDৰ কালি

$$= \Delta ABD \text{ৰ কালি} + \Delta DBC \text{ৰ কালি}$$

$$= \frac{1}{2} \times AD \times h + \frac{1}{2} \times BC \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times h \times (AD + BC)$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{সমান্তৰাল বাহুৰ মাজৰ দূৰত্ব} \times \text{সমান্তৰাল বাহু দুটাৰ যোগফল}$$

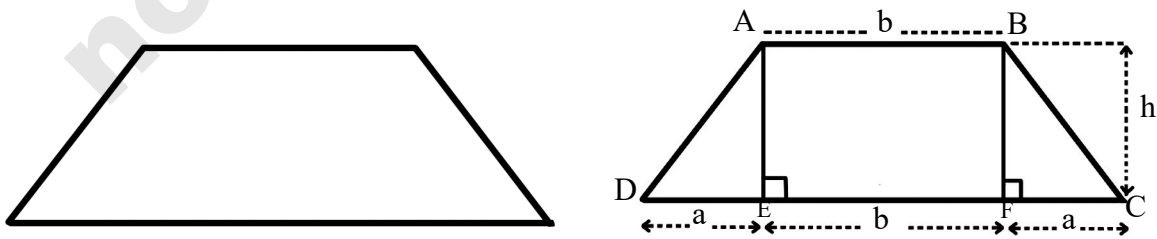
$$= \frac{1}{2} \times \text{Distance between two parallel lines} \times \text{sum of length of two parallel lines}$$

কাৰ্য :

চিত্ৰ 11.12 (i)ত দেখুওৱা ধৰণৰ ট্ৰেপিজিয়াম আকৃতিৰ এডোখৰ মাটি আছে। তুমি চিত্ৰ (ii)ত দেখুওৱাৰ দৰে মাটি ডোখৰক তিনিটা ভাগ কৰি দেখুৱাব পাৰিবানে যে

(i) মাটি ডোখৰৰ কালি $= \frac{1}{2} \times h \times (a + b)$

কাগজত চিত্ৰটো আঁকি লৈ দৰকাৰ হ'লে কেঁচীৰে কাটি কালি উলিয়াবলৈ চেষ্টা কৰা।



চিত্ৰ (i)

চিত্ৰ 11.12

চিত্ৰ (ii)

- (ii) যদি $a = 5$ মিটাৰ, $b = 8$ মিটাৰ আৰু $h = 6$ মিটাৰ হয়, তেন্তে মাটি ডোখৰৰ কালি উলিওৱা।
(কালি নিৰ্ণয় কৰোঁতে সদায় কালিৰ একক লিখিবা)

মনত ৰাখিবা :

ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি উলিয়াবলৈ সমান্তৰাল বাহু দুটাৰ দৈৰ্ঘ্য আৰু সমান্তৰাল বাহু দুটাৰ মাজৰ লম্ব দূৰত্ব জানিব লাগে।

11.4 ৰম্বচৰ কালি (Area of Rhombus) :

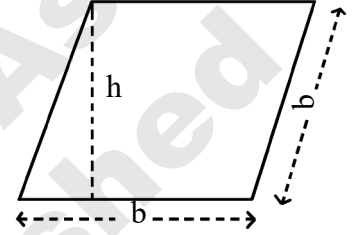
তোমালোকে নিশ্চয় জানা ৰম্বাছ এটা বিশেষ ধৰণৰ সামান্তৰিক যাৰ চাৰিওটা বাহুৰে সমান

কাষৰ চিত্ৰত ABCD এটা ৰম্বাছ যাৰ $AB = BC = CD = DA$

$\therefore$ সামান্তৰিকৰ কালিৰ সূত্র অনুসৰি

ৰম্বাছৰ কালি = ভূমি $\times$ উচ্চতা

$$= b \times h$$

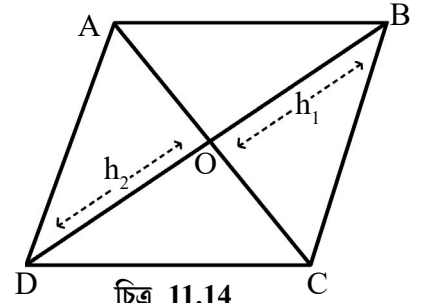


চিত্ৰ 11.13

মন কৰিবা ৰম্বাছৰ কৰ্ণ দুডাল পৰস্পৰ লম্বভাৱে সমদ্বিখণ্ডিত হয়

(The Diagonals of a Rhombus bisect each other perpendicularly)

তোমালোকে চতুৰ্ভুজৰ কালি উলিয়াওঁতে কি কৰিছিলো? এডাল কৰ্ণৰ ওপৰত বিপৰীত শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা লম্ব টানিছিলো যাক তোমালোকে শাখা লম্ব বুলিছিলো। এতিয়া ধৰিব পাৰিছানে যে ABCD ৰম্বাছৰ ক্ষেত্ৰত শাখা লম্ব দুডাল O বিন্দুত মিলিত হৈছে আৰু দুয়োডাল শাখা লম্ব লগ লাগি কৰ্ণ গঠিত হৈছে।



চিত্ৰ 11.14

ABCD ৰম্বাছৰ কালি = $\triangle ABD$ ৰ কালি + $\triangle BDC$ ৰ কালি

$$= \frac{1}{2} BD \times AO + \frac{1}{2} BD \times OC$$

$$= \frac{1}{2} BD (AO + OC)$$

$$= \frac{1}{2} BD \times AC$$

$$\text{ৰম্বাছৰ কালি} = \frac{1}{2} \times (\text{কৰ্ণ দুডালৰ পূৰণফল})$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{Product of two diagonals}$$

$$(i) \text{ ৰম্বাছৰ কালি} = (\text{ভূমি} \times \text{উচ্চতা})$$

$$\text{ৰম্বাছৰ ভূমি} = \frac{\text{কালি}}{\text{উচ্চতা}}$$

$$\text{ৰম্বাছৰ উচ্চতা} = \frac{\text{কালি}}{\text{ভূমি}}$$

$$(ii) \text{ বম্বাছৰ কালি} = \frac{1}{2} \times (\text{কৰ্ণ দুডালৰ পূৰণফল})$$

$$\text{কৰ্ণ দুডালৰ পূৰণফল} = 2 \times \text{বম্বাছৰ কালি}$$

$$\text{যিকোনো এডাল কৰ্ণ} = \frac{2 \times \text{বম্বাছৰ কালি}}{\text{আনডাল কৰ্ণ}}$$

$$\begin{aligned} \text{বম্বাছৰ পৰিসীমা} &= \text{চাৰিওটা বাহুৰ যোগফল (sum of the four sides)} \\ &= 4 \times \text{এডাল বাহু (কিয় চিন্তা কৰি চোৱা)} \end{aligned}$$

উদাহৰণ 5 :

(i) বম্বাছ এটাৰ বাহু আৰু উচ্চতাৰ জোখ ক্ৰমে 3.5 চে মি আৰু 3.2 চে মি হ'লে বম্বাছটোৰ কালি আৰু পৰিসীমা উলিওৱা।

(ii) বম্বাছ এটাৰ কৰ্ণ দুডালৰ জোখ ক্ৰমে 10 চে মি আৰু 12 চে মি হ'লে বম্বাছটোৰ কালি উলিওৱা।

সমাধান (i) : বম্বাছৰ বাহু, $a = 3.5$ চে মি

বম্বাছৰ উচ্চতা, $h = 3.2$ চে মি

$$\therefore \text{বম্বাছৰ কালি} = \text{বাহু} \times \text{উচ্চতা}$$

$$= b \times h$$

$$= 3.5 \times 3.2 \text{ বৰ্গ চে মি}$$

$$= 11.20 \text{ বৰ্গ চে মি}$$

$$\text{পৰিসীমা} = 4 \times \text{বাহু} = 4 \times 3.5 \text{ চে মি} = 14 \text{ চে মি}$$

(ii) বম্বাছৰ কৰ্ণ $h_1 = 10$ চে মি

বম্বাছৰ কৰ্ণ $h_2 = 12$ চে মি

$$\begin{aligned} \therefore \text{বম্বাছৰ কালি} &= \frac{1}{2} \times h_1 \times h_2 \\ &= \frac{1}{2} \times 10 \times 12 \text{ বৰ্গ চে মি} \\ &= 60 \text{ বৰ্গ চে মি} \end{aligned}$$

অনুশীলনী- 11.1

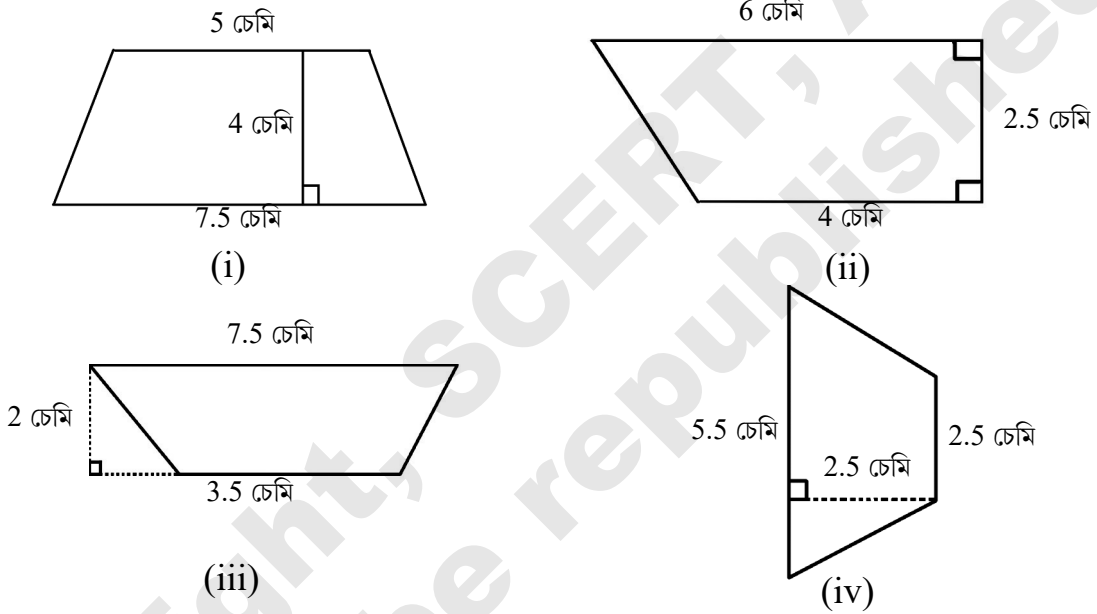
1. তলত কেইটামান সামান্তৰিকৰ ভূমি, উন্নতি আৰু কালিৰ যিকোনো দুটা দিয়া আছে। আনটোৰ মাপ নিৰ্ণয় কৰি খালী ঠাই পূৰোৱা।

সামান্তৰিক	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)	(vi)
ভূমি	10 চে মি	20 চে মি	15 চে মি		15.6 চে মি	
উন্নতি	7 চে মি		2.5 চে মি	25 ডেচি মি		8.4 ডেচি মি
কালি		400 বৰ্গ চে মি		325 বৰ্গ মি	16.38 বৰ্গ চে মি	48.72 বৰ্গ ডেচিমি

2. এটা ত্ৰিভুজৰ কালি (A), ভূমি (B) আৰু উন্নতি (H) বোৰৰ দুটাকৈ তলত দিয়া আছে। খালী ঠাই পূৰোৱা।

- | | | |
|----------------------------|-----------------------|-----------------------|
| (i) $A = 64$ বৰ্গ চে মি | $B = 8$ চে মি | $H = \dots\dots\dots$ |
| (ii) $A = \dots\dots\dots$ | $B = 3$ মি | $H = 214$ চে মি |
| (iii) $A = 94$ বৰ্গ চে মি | $B = \dots\dots\dots$ | $H = 7$ মি |
| (iv) $A = 1256$ বৰ্গ চে মি | $B = \dots\dots\dots$ | $H = 31.4$ মি মি |
| (v) $A = 16.38$ বৰ্গ চে মি | $B = 15.6$ চে মি | $H = \dots\dots\dots$ |

3. প্ৰতিটো ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।



4. তলত কেইটামান ৰম্বছৰ ভূমি, উন্নতি বা কৰ্ণ দুডালৰ দীঘ দিয়া আছে। বিভিন্ন সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি তালিকাখন পূৰোৱা।

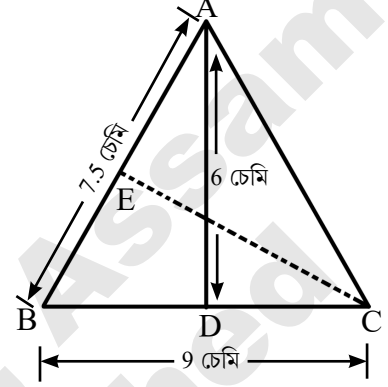
ক্ৰমিক নং	ভূমি	উন্নতি	এডাল কৰ্ণ	আনডাল কৰ্ণ	কালি
(i)			10 চে মি	8.2 চে মি	
(ii)	8 চে মি				56 বৰ্গ মি
(iii)	20 চে মি	7 চে মি			
(iv)			18 চে মি	14 চে মি	
(v)	2.7 চে মি				4.725 বৰ্গচে মি
(vi)				30 চে মি	120 বৰ্গ চে মি

5. এটা সামান্তৰিকৰ ভূমিৰ জোখ 1 মি 50 চে মি আৰু উচ্চতা 75 চেমি। ইয়াৰ কালি বৰ্গ মিটাৰত উলিওৱা।

6. এটা সামান্তৰিকৰ ওচৰা ওচৰি বাহু দুটাৰ জোখ 12 চে মি আৰু 9 চে মি। দীঘল বাহু দুটাৰ মাজৰ লম্ব দূৰত্ব 6 চে মি। সামান্তৰিকটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা। (চিত্ৰ আঁকি ল'বা)

7. এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ কালি 30 বৰ্গ চে মি। সমকোণ উৎপন্ন কৰা এটা বাহুৰ দীঘ 6 চে মি হ'লে সমকোণ উৎপন্ন কৰা আনটো বাহুৰ দীঘ নিৰ্ণয় কৰা।

8. ABC এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ য'ত $AB = AC = 7.5$ চে মি আৰু $BC = 9$ চে মি (চিত্ৰ চোৱা) A ৰ পৰা BC লৈ টনা AD ৰ উচ্চতা 6 চে মি। $\triangle ABC$ ৰ কালি উলিওৱা। C ৰ পৰা AB লৈ টনা উচ্চতা CE কিমান হ'ব?



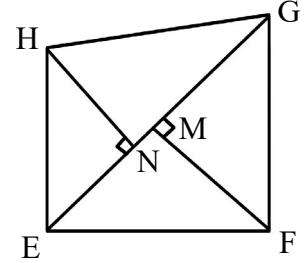
9. ABC সমকোণী ত্ৰিভুজৰ $\angle A = 90^\circ$ । AD, BC ৰ ওপৰত লম্ব। যদি $AB = 12$ চে মি, $AC = 5$ চে মি $BC = 13$ চে মি হয় তেন্তে

(i) ABC ত্ৰিভুজৰ কালি আৰু (ii) AD ৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।

10. ABCD চতুৰ্ভুজৰ AC কৰ্ণৰ দীঘ 12 মি। যদি $BL \perp AC$, $DM \perp AC$ যাতে $BL = 3$ মি, $DM = 7$ মি তেন্তে ABCD চতুৰ্ভুজৰ কালি কিমান?

11. EFGH চতুৰ্ভুজৰ EG কৰ্ণ। EG ৰ ওপৰত FM আৰু HN লম্ব। $EG = 28$ চেমি, $FM = 7$ চে মি আৰু $HN = 5$ চে মি হ'লে নিৰ্ণয় কৰা

(i) EFG ত্ৰিভুজৰ কালি
(ii) EHG ত্ৰিভুজৰ কালি
(iii) EFGH চতুৰ্ভুজৰ কালি।



12. এটা চতুৰ্ভুজৰ কালি 11 বৰ্গ চে মি। কৰ্ণ এডালৰ ওপৰত টনা শাখা লম্ব দুডাল ক্ৰমে 2.5 চে মি আৰু 1.5 চে মি। সেই কৰ্ণ ডালৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।

13. এটা ট্ৰেপিজিয়ামৰ সমান্তৰাল বাহু দুডালৰ মাপ 18 চেমি আৰু 16 চেমি। সমান্তৰাল বাহু দুডালৰ মাজৰ দূৰত্ব 8 চে মি। ট্ৰেপিজিয়ামটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

14. ট্ৰেপিজিয়াম আকৃতিৰ পথাৰ এখনৰ কালি 600 বৰ্গ মিটাৰ। সমান্তৰালভাৱে থকা পাৰ দুটাৰ দীঘ 20 মিটাৰ আৰু 30 মিটাৰ। সমান্তৰাল পাৰ দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

15. ট্ৰেপিজিয়াম আকৃতিৰ কাগজ এখনৰ কালি 11 বৰ্গ চে মি, ইয়াৰ সমান্তৰাল বাহু দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব 5.5 চে মি আৰু সমান্তৰাল বাহু এটাৰ দৈৰ্ঘ্য 2.5 চে মি। আনডাল সমান্তৰাল বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য উলিওৱা।

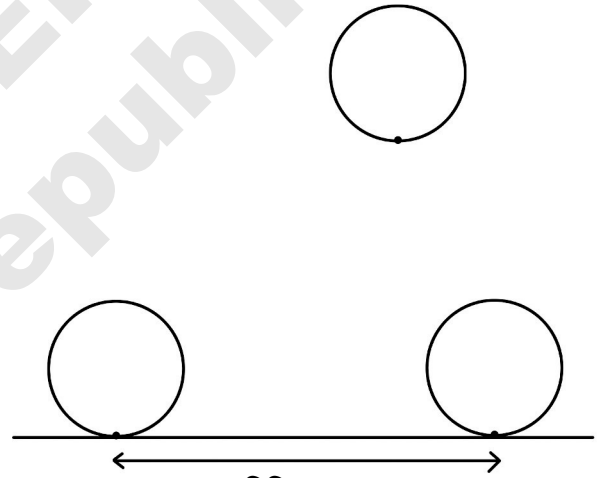
16. এটা বম্বাছৰ কালি উলিওৱা যাৰ কৰ্ণ দুডালৰ দৈৰ্ঘ্য 7 মিটাৰ আৰু 6 মিটাৰ। কালিৰ পৰিমাণ বৰ্গ চেণ্টিমিটাৰত লিখিবা।
17. এটা বম্বাছৰ কালি উলিওৱা যাৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য 6 চে মি আৰু উন্নতি 8চে মি। যদি ইয়াৰ এডাল কৰ্ণৰ দৈৰ্ঘ্য 8চে মি হয়, আনডাল কৰ্ণৰ দৈৰ্ঘ্য কিমান হ'ব নিৰ্ণয় কৰা।
18. এটা বম্বাছৰ কালি 56 বৰ্গ মিটাৰ। ইয়াৰ পৰিসীমা 32 মি হ'লে উচ্চতা কিমান হ'ব উলিওৱা।
19. এটা বম্বাছৰ কৰ্ণ 6 মিটাৰ, ইয়াৰ কালি 24 বৰ্গ মিটাৰ হ'লে বাকীটো কৰ্ণৰ দীঘ কিমান হ'ব?
20. এটা সামান্তৰিকৰ কালি 15 বৰ্গ চে মি, ভূমি 5 চে মি হ'লে উচ্চতা কিমান?

11.5 বৃত্তৰ পৰিধি (Circumference of a Circle) :

বৃত্তৰ নমুনা হিচাপে খাৰু এপাত লৈ খাৰুপাতৰ এটা অংশত দাগ এটা দি লোৱা। এতিয়া এডাল সূতাৰে খাৰুপাতৰ দাগ দিয়া অংশৰ পৰা চাৰিওফালে মেৰিয়াই পুনৰ দাগ দিয়া অংশলৈ জোখ লোৱা। জোখমতে সূতাডাল কাটি লোৱা। খাৰুপাতৰ জোখ স্কেলেৰে ল'ব নোৱাৰা কিন্তু সূতাডালৰ জোখ স্কেলেৰে ল'ব পাৰিবা।

এতিয়া কাগজ এখনৰ ওপৰতো এটা দাগ দিয়া। কাগজখনৰ দাগটোৰ ওপৰত খাৰুপাতৰ দাগটো মিলাই লৈ কাগজৰ ওপৰেৰে সৰল বৈখিক পথেৰে খাৰুপাত ঘূৰাই লৈ যোৱা আৰু খাৰুপাতৰ বিন্দুটোৱে পুনৰ কাগজখন স্পৰ্শ কৰিবলৈ দিয়া আৰু কাগজৰ সেই বিশেষ স্পৰ্শ কৰা বিন্দুটোত এটা দাগ দিয়া।

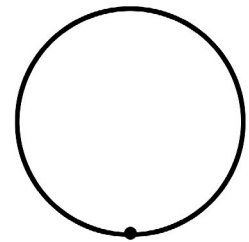
এতিয়া সৰলবৈখিক পথটোৰ দুটা বিন্দুৰ মাজৰ দূৰত্ব স্কেলেৰে জোখা। দেখিবা যে আগতে খাৰুপাতৰ চাৰিওফালে মেৰিওৱা সূতাডালৰ জোখ আৰু কাগজখনৰ বিন্দু দুটাৰ মাজৰ ৰেখাখণ্ডৰ দূৰত্ব সমান। এই জোখেই খাৰুপাতৰ পৰিধি।



পৰিধিৰ জোখ

চিত্র 11.15

খাৰুৰ সলনি বিভিন্ন মুদ্ৰা লৈও তোমালোকে একেটা পৰীক্ষা কৰি চাব পাৰা। ডাঠ কাগজত কম্পাচৰ সহায়ত নিৰ্দিষ্ট ব্যাসাৰ্ধেৰে বৃত্ত এটা আঁকি বৃত্তাকৃতি ক্ষেত্ৰখন কাটি উলিওৱা। ক্ষেত্ৰটোৰ কাষত চিয়াহীৰে দাগ এটা দিয়া আৰু খাৰুৰ চাৰিওফালে সূতা মেৰিওৱাৰ দৰে ক্ষেত্ৰটোৰ চাৰিওফালেও সূতা এডালেৰে মেৰিয়াই (দাগৰ পৰা দাগলৈ) টুকুৰাটো কাটি উলিওৱা।



চিত্র 11.16

কাৰ্য্য : 3'5 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্ত এটা আঁকি ক্ষেত্ৰখন কাটি উলিওৱা। এতিয়া পৰিধি আৰু ব্যাসৰ অনুপাত নিৰ্ণয় কৰা। তোমালোকে ডাঠ কাগজৰ কিছুমান বৃত্তক্ষেত্ৰ কাটি উলিয়াই ব্যাসাৰ্ধ আৰু পৰিধিৰ জোখ উলিওৱা আৰু সিপিঠিৰ তালিকাখন পূৰ কৰা।

ব্যাসার্ধ	ব্যাস	পৰিধি	পৰিধি ÷ ব্যাস

তালিকাখন সম্পূৰ্ণ কৰাৰ পিছত কি সিদ্ধান্তত আহিলা বাক? দেখিলা যে পৰিধি আৰু ব্যাসৰ অনুপাত প্ৰত্যেকবাৰতেই প্ৰায় একেই হৈছে। প্ৰতিবাৰতে লক্ষ্য কৰাচোন পৰিধিৰ জোখ ব্যাসৰ জোখৰ তিনি গুণতকৈ অলপ বেছি হৈছে।

প্ৰত্যেকবাৰতেই পৰিধি আৰু ব্যাসৰ অনুপাতৰ মান প্ৰায় একে পোৱা গৈছে। ইয়াক এটা ধ্ৰুৱক ৰাশি π (গ্ৰীক ভাষাৰ এটা বৰ্ণ) ৰে সূচিত কৰা হয়

$$\text{অৰ্থাৎ } \frac{\text{পৰিধি}}{\text{ব্যাস}} = \pi \text{ বুলি লিখা হয়। } (\pi \text{ ক পাই বুলি পঢ়া হয়})$$

π ৰ মান মোটামুটিভাৱে $\frac{22}{7}$ বা 3.14 বুলি ধৰা হয়। পৰিধিক c (circumference), ব্যাসক d (diameter)ৰে সূচিত কৰিলে

$$\begin{aligned} \frac{c}{d} &= \pi \quad (\text{তালিকাখনলৈ মন কৰা}) \\ \text{বা } c &= d\pi \\ \text{বা } c &= 2r\pi \quad (\text{ব্যাসৰ আধা ব্যাসার্ধ}) \quad \text{বা } c = 2\pi r \quad \text{পোৱা যায়।} \end{aligned}$$

কাৰ্য :

দুপাত বেলেগ বেলেগ জোখৰ খাৰু লোৱা আৰু খাৰু দুপাতৰ যিকোনো অংশত দুটা দাগ দিয়া। এতিয়া খাৰু দুপাত কাগজ এখনৰ ওপৰত ৰাখি দাগ দিয়া স্থানৰ পৰা ঘূৰাই দিলে দেখিবা যে এপাক সম্পূৰ্ণ ঘূৰোঁতে বেছি ব্যাসার্ধৰ খাৰুডালে কম ব্যাসার্ধৰ খাৰুডালতকৈ বেছি দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিছে। এই অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব দুটাই হ'ল খাৰু দুডালৰ পৰিধি।

উদাহৰণ 6 : 10.5 চে মি ব্যাসার্ধৰ বৃত্ত এটাৰ পৰিধি নিৰ্ণয় কৰা

সমাধান : ব্যাসার্ধ $= r = 10.5$ চে মি

$$\begin{aligned} &= \frac{105}{10} \text{ চে মি} \\ &= \frac{21}{2} \text{ চে মি} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{বৃত্তৰ পৰিধি, } c &= 2\pi r \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{21}{2} \text{ চে মি} = 66 \text{ চে মি} \end{aligned}$$

উদাহৰণ 7 : বৃত্তাকৃতি ক্ষেত্ৰ এটাৰ পৰিধি 154 চেমি হ'লে ইয়াৰ ব্যাস উলিওৱা। ($\pi = \frac{22}{7}$)

সমাধান : $c = 154$ চে মি

আমি জানো

$$c = 2\pi r$$

$$\text{বা } c = 2r\pi$$

$$\text{বা } c = d\pi$$

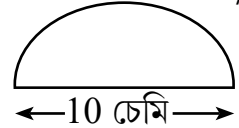
$$\therefore d = \frac{c}{\pi}$$

$$\text{বা } d = 154 \text{ চে মি} \div \frac{22}{7} = 154 \text{ চে মি} \times \frac{7}{22}$$

$$= 49 \text{ চে মি}$$

অনুশীলনী- 11.2

- তলত দিয়া ব্যাস ব্যৱহাৰ কৰি বৃত্তবোৰৰ পৰিধি উলিওৱা ($\pi = \frac{22}{7}$)
(a) 28 চে মি (b) 56 মি মি (c) 42 চে মি
- 14 মিটাৰ ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তাকৃতি বাগিচা এখনত কাঁটাতাঁৰৰ বেৰ (fence) দিবলৈ কিমান দৈৰ্ঘ্যৰ তাঁৰৰ প্ৰয়োজন হ'ব? প্ৰতিমিটাৰ কাঁটাতাঁৰৰ দাম 55'00 টকা হ'লে বাগিচাখন বেৰোতে কিমান খৰচ পৰিব? ($\pi = \frac{22}{7}$)
- কাষৰ চিত্ৰত দিয়া জোখমতে অৰ্ধাবৃত্তাকৃতি ক্ষেত্ৰখনৰ পৰিসীমা নিৰ্ণয় কৰা।
- গাড়ীৰ চকা এটাৰ ব্যাস 70 চে মি। গাড়ীখনে 33 কিমি অতিক্ৰম কৰিলে চকাটোৱে কিমান পাক ঘূৰিব লাগিব। ($\pi = \frac{22}{7}$)
- এটা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্ধ 84 চে মি আৰু আন এটা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্ধ 91 চে মি। দ্বিতীয় বৃত্তটোৰ পৰিধি প্ৰথমটোতকৈ কিমান বেছি নিৰ্ণয় কৰা।
- এটা বৰ্গৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ 3 মিটাৰ আৰু এটা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্ধ 7 মিটাৰ। বৰ্গৰ পৰিসীমা আৰু বৃত্তটোৰ পৰিধিৰ পাৰ্থক্য কিমান মিটাৰ হ'ব?
- ৰুণিমাই 44 চে মি দৈৰ্ঘ্যৰ তাঁৰ এডাল লৈছিল আৰু ইয়াক বৃত্ত আকৃতিত ভাঁজ দিছিল। বৃত্তটোৰ ব্যাস কিমান চে মি হ'ব? একেডাল তাঁৰেৰে যদি এটা বৰ্গৰ আকৃতিত ভাঁজ দিয়া হয় তেন্তে বৰ্গটোৰ প্ৰত্যেক বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য কিমান হ'ব? ($\pi = \frac{22}{7}$ ধৰিবা)



8. এখন গাড়ীৰ চকাৰ ব্যাস 98 চে মি। চকাটো 300 পাক ঘূৰিলে কিমান দূৰ বাট অতিক্রম কৰিব নিৰ্ণয় কৰা।
9. বৃত্তাকৃতি বাগিচা এখনৰ চাৰিওপিনে জেওৰা দিওঁতে মুঠতে 2640 টকা খৰচ হ'ল। প্রতি মিটাৰ জেওৰাৰ খৰচ 28 টকা হ'লে বাগিচাখনৰ পৰিধি কিমান মিটাৰ হ'ব?
10. 10 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ কাগজ এটুকুৰাৰ পৰা 4 চেমি ব্যাসাৰ্ধৰ কাগজ এটুকুৰা কাটি পেলাই দিয়া হ'ল। কাটি পেলোৱা টুকুৰাটোৰ পৰিধি প্ৰথম কাগজ টুকুৰাৰ পৰিধিতকৈ কিমান সৰু?

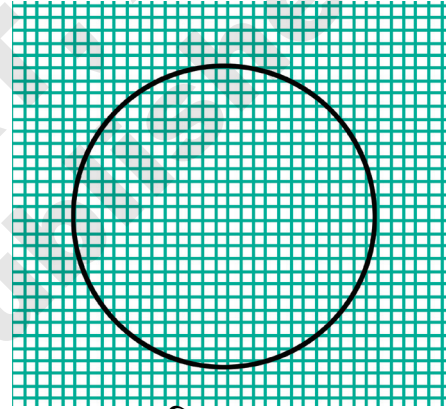
11.6 বৃত্তৰ কালি (Area of a Circle) :

বৃত্তৰ কালি নিৰ্ণয়ৰ কাৰণে আমি লেখ কাগজ ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰোঁ। (প্ৰথম পদ্ধতি)

লেখ কাগজত বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্ধ $r = 4.5$ চে মি লৈ এটা বৃত্ত আঁকা। (চিত্ৰত 11.17 ত দেখুওৱা ধৰণেৰে)। বৃত্তৰ ভিতৰত থকা একক বৰ্গৰ সংখ্যা গণি লোৱা।

যদি বৃত্তটোৰ ভিতৰত থকা বৰ্গটো $\frac{1}{2}$ ৰ সমান বা বেছি হয় তেন্তে এক বুলি ধৰা আৰু বৰ্গৰ আধাতকৈ কম হ'লে উপেক্ষা কৰা।

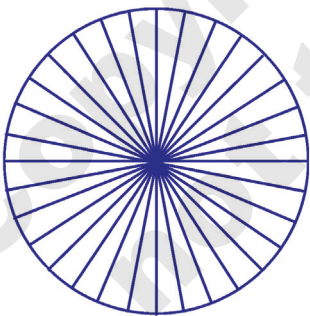
এনেকৈয়ে আঙুৰা বৰ্গৰ সংখ্যা গণনা কৰি কালি উলিয়াব পাৰি। এই পদ্ধতিত আমি মোটামুটিভাৱেহে বৃত্তৰ কালি উলিয়াব পাৰোঁ।



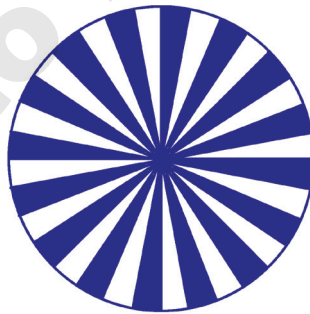
চিত্ৰ 11.17

11.6.1 বৃত্তৰ কালি উলিওৱা দ্বিতীয় পদ্ধতি (2nd method of finding the area of a circle):

তলত (চিত্ৰ 11.18 (i) ত) দেখুওৱাৰ দৰে বৃত্তটোক 24 টা সমান খণ্ডত ভাগ কৰা। চিত্ৰ (ii)ত দেখুওৱা ধৰণেৰে খণ্ডবোৰ ৰং কৰা। (বেছি ভাগ কৰিব পাৰিলে বেছি ভাল ফল পাবা)।



চিত্ৰ (i)



চিত্ৰ (ii)



চিত্ৰ (iii)

চিত্ৰ 11.18

প্ৰতিটো ভাগ অৰ্থাৎ একোটা বৃত্তাংশ (Sector) একোটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ দৰে যাৰ সমান বাহু দুটাৰ দৈৰ্ঘ্য বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্ধৰ সমান। এই দাগবোৰ কাটি উলিওৱাৰ পিছত চিত্ৰ (iii) ত দেখুৱাৰ দৰে এনেদৰে সজোৱা যাতে

সিহঁতৰ মাজত কোনো ফাঁক নথকাকৈ এটাৰ সৈতে আনটো সংযুক্ত হৈ থাকে।

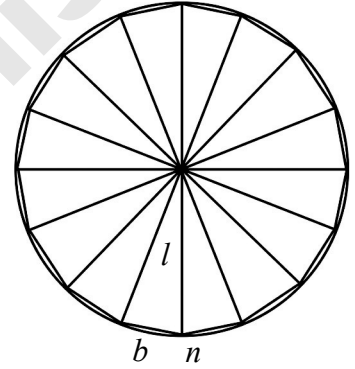
তোমালোকে পৰ্যবেক্ষণ কৰিলা যে নতুনকৈ পোৱা চিত্ৰটো [চিত্ৰ (iii)] প্ৰায় এটা আয়তক্ষেত্ৰৰ দৰে যাৰ প্ৰস্থ বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্ধৰ সমান আৰু দৈৰ্ঘ্য বৃত্তটোৰ পৰিধিৰ আধা, কিয়নো আয়তটোৰ প্ৰতিটো দীঘতেই আধা সংখ্যক ত্ৰিভুজৰ ভূমিবোৰ সোমাই আছে।

$$\begin{aligned}\text{অৰ্থাৎ আয়তটোৰ দীঘ} &= \frac{1}{2} \times 2\pi r \\ &= \pi r \\ \text{আৰু আয়তটোৰ প্ৰস্থ} &= \text{বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্ধ } r \\ \therefore \text{আয়তটোৰ কালি} &= \text{দীঘ} \times \text{প্ৰস্থ} \\ &= \pi r \times r \\ &= \pi r^2 \\ &= \text{বৃত্তটোৰ কালি}\end{aligned}$$

মন কৰিবা যে বৃত্তাংশবোৰৰ সংখ্যা যিমানেই বেছি হ'ব সিমানেই আয়তৰ চিত্ৰটো অধিক নিখুত হ'ব।

$$\text{বৃত্তৰ কালি} = \pi r^2$$

আকৌ এবাৰ এই সূত্ৰটো পৰীক্ষা কৰি চাওঁ আহা। ধৰা বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্ধ r , চিত্ৰত দেখুওৱা ধৰণেৰে বৃত্তটোৰ ভিতৰত এটা সুসম বহুভুজ (regular polygon) আঁকা। n বাহুবিশিষ্ট বহুভুজটোৰ কালি হ'ব n টা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ কালিৰ সমষ্টি। প্ৰতিটো সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ ভূমি b আৰু উচ্চতা h



চিত্ৰ 11.19

$$n \text{ বাহুবিশিষ্ট বহুভুজটোৰ কালি} = n \text{ টা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ কালি।}$$

$$= n \times \frac{1}{2} \times b \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times \text{উচ্চতা} \times \text{বহুভুজটোৰ পৰিসীমা}$$

এতিয়া যদি বহুভুজটোৰ বাহুসংখ্যা ক্ৰমান্বয়ে আৰু বঢ়াই গৈ থাকে তেন্তে বহুভুজটোৰ পৰিসীমা প্ৰায় বৃত্তটোৰ পৰিধিৰ সমান হ'বগৈ আৰু ত্ৰিভুজবোৰৰ উচ্চতাও h ৰ মান প্ৰায় বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্ধৰ ওচৰ চাপিব।

$$\text{তেতিয়া, বৃত্তৰ কালি} = \text{বহুভুজটোৰ কালি (প্ৰায়)}$$

$$= \frac{1}{2} h \times \text{বৃত্তৰ পৰিধি}$$

$$= \frac{1}{2} r \times 2\pi r$$

$$= \pi r^2 \text{ বৰ্গ একক হ'বগৈ।}$$

$$\text{মন কৰিবা, } d \text{ বৃত্তটোৰ ব্যাস হ'লে } r = \frac{d}{2} \text{ হ'ব}$$

$$\begin{aligned}\text{তেতিয়া বৃত্তৰ কালি} &= \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \\ &= \frac{1}{4} \pi d^2 \text{ হ'ব।}\end{aligned}$$

উদাহৰণ ৪ :

1. বৃত্ত এটাৰ ব্যাসাৰ্ধ 1.05 মিটাৰ হ'লে কালি উলিওৱা।
2. বৃত্ত এটাৰ ব্যাস 40 চেমি হ'লে কালি উলিওৱা।

$$\pi = 3.14 \text{ ল'বা।}$$

সমাধান :

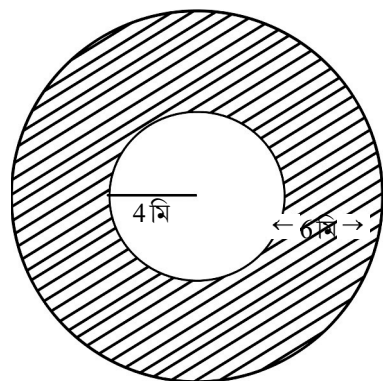
1. বৃত্তটোৰ কালি
$$\begin{aligned}&= \pi (1.05)^2 \text{ বৰ্গ মিটাৰ} \\ &= 3.14 \times 1.05 \times 1.05 \text{ বৰ্গ মিটাৰ} \\ &= 3.46185 \text{ বৰ্গ মিটাৰ}\end{aligned}$$
2. বৃত্তটোৰ কালি
$$\begin{aligned}&= \frac{1}{4} \pi d^2 \\ &= \frac{1}{4} \times 3.14 \times 40^2 \text{ বৰ্গ চে মি} \\ &= \frac{1}{4} \times 3.14 \times 40 \times 40 \text{ বৰ্গ চে মি} \\ &= 1256 \text{ বৰ্গ চে মি}\end{aligned}$$

উদাহৰণ ৯ :

4 মিটাৰ ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তাকৃতিৰ এখন ফুলনিৰ চাৰিওফালে 6 মিটাৰ বহল এটা ৰাস্তা আছে। নিৰ্ণয় কৰিব লাগে

- (a) ফুলনিখনৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা
- (b) ৰাস্তাটোৰে সৈতে ফুলনিখনৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা
- (c) ৰাস্তাটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা। ($\pi = 3.14$)

$$\begin{aligned}\text{সমাধান : (a) ফুলনিখনৰ কালি} &= \pi 4^2 \text{ বৰ্গ মিটাৰ} \\ &= 3.14 \times 16 \text{ বৰ্গ মিটাৰ} \\ &= 50.24 \text{ বৰ্গ মিটাৰ}\end{aligned}$$



চিত্ৰ 11.20

(b) ৰাস্তাটোৰে সৈতে ফুলনিখনৰ কালি

$$= \pi 10^2 \text{ বৰ্গ মিটাৰ}$$

$$= 3.14 \times 100 \text{ বৰ্গ মিটাৰ}$$

$$= 314 \text{ বৰ্গ মিটাৰ}$$

(c) ৰাস্তাটোৰ কালি

$$= (314 - 50.24) \text{ বৰ্গ মিটাৰ}$$

$$= 263.76 \text{ বৰ্গ মিটাৰ}$$

একে কেন্দ্ৰযুক্ত দুই বা ততোধিক বৃত্তক এককেন্দ্ৰিক বৃত্ত (Cocentric circle) বোলে। চিত্ৰ 11.20 ত দুটা এককেন্দ্ৰিক বৃত্তৰ পাৰ্থক্যই ৰাস্তাটোৰ কালি।

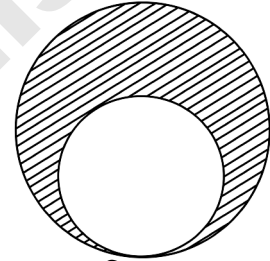
মন কৰিবা :

চিত্ৰ 11.20 আৰু চিত্ৰ 11.21 দেখাত বেলেগ আৰু চিত্ৰ 11.21 ত থকা বৃত্ত দুটাৰ ব্যাসাৰ্ধ ক্ৰমে 10 মিটাৰ আৰু 4 মিটাৰ আৰু বৃত্ত দুটা এককেন্দ্ৰিকো নহয় যদিও আঁচ পৰা অংশৰ কালি দুয়োটা চিত্ৰতে সমান। কাৰণটো কি ভাবি চোৱা।

আমি জানো যে :

$$\text{বৃত্ত এটাৰ কালি} = \pi r^2$$

$$\text{অৰ্ধবৃত্ত এটাৰ কালি} = \frac{1}{2} \pi r^2$$



চিত্ৰ 11.21

উদাহৰণ 10 : কাষৰ চিত্ৰত আঁচ দিয়া অৰ্ধবৃত্তখিনিৰ মুঠ কালি কিমান উলিওৱা।

সমাধান : চিত্ৰৰ দুটা অৰ্ধবৃত্তৰ কালি

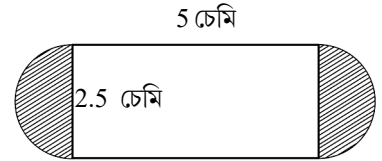
$$= \left[\frac{1}{2} \pi \left(\frac{2.5}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \pi \left(\frac{2.5}{2} \right)^2 \right] \text{ বৰ্গ চে মি}$$

$$= \pi \left(\frac{2.5}{2} \right)^2 \text{ বৰ্গ চে মি}$$

$$= \pi \frac{6.25}{4} \text{ বৰ্গ চে মি}$$

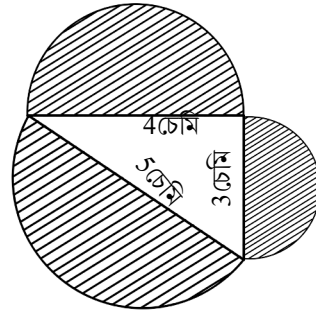
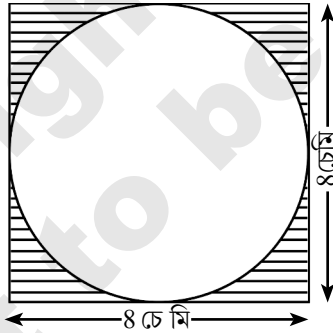
$$= 3.14 \times \frac{6.25}{4} \text{ বৰ্গ চে মি}$$

$$= 4.90 \text{ বৰ্গ চে মি}$$



অনুশীলনী- 11.3

1. শুদ্ধ উত্তৰটো লিখা :
 - (i) 10.5 চেমি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্ত এটাৰ কালি হ'ব
 (a) 346.5 বৰ্গ চে মি (b) 340.5 বৰ্গ চে মি (c) 34.65 বৰ্গ চে মি (d) 34.05 বৰ্গ চে মি
 - (ii) বৃত্তাকৃতিৰ কাগজ এখনৰ কালি 616 বৰ্গ চেমি হ'লে কাগজখনৰ ব্যাসাৰ্ধ হ'ব।
 (a) 7 চে মি (b) 28 চে মি (c) 14 চে মি (d) 3.5 চে মি
2. তলত দিয়া ব্যাসাৰ্ধ ব্যৱহাৰ কৰি বৃত্তবোৰ অংকন কৰি কালি নিৰ্ণয় কৰা ($\pi = \frac{22}{7}$ ল'ব)।
 (a) 5 চে মি (b) 4.6 চে মি (c) 5.5 মিটাৰ
3. তলৰ বৃত্তবোৰৰ কালি দিয়া আছে, ব্যাসাৰ্ধ আৰু ব্যাস নিৰ্ণয় কৰা।
 (a) 154 বৰ্গ চে মি (b) $\frac{550}{7}$ বৰ্গ চে মি
4. 3 মিটাৰ ব্যাসৰ এখন বৃত্তাকৃতিৰ টেবুলত ৰং লগাওঁতে কিমান খৰচ হ'ব, যদিহে প্ৰতি বৰ্গমিটাৰত খৰচ হয় 30 টকা ($\pi = 3.14$ লোৱা)
5. এটা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্ধ 84 চে মি আৰু আন এটা বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্ধ 91 চে মি। দ্বিতীয় বৃত্তটোৰ কালি প্ৰথমটোতকৈ কিমান বেছি নিৰ্ণয় কৰা। ($\pi = \frac{22}{7}$ ল'ব)
6. 28 চে মি তাঁৰেৰে তৈয়াৰ কৰা বৃত্ত এটা ভাঁজ কৰি এটা বৰ্গ তৈয়াৰ কৰা হ'ল।
 (a) বৰ্গ আৰু বৃত্তৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা। (b) কোনটোৰ কালি বেছি হ'ব আৰু কিমান বেছি?
7. তলৰ চিত্ৰবোৰৰ আঁচটনা অংশৰ কালি উলিওৱা।



8. এখন বৃত্তাকৃতিৰ ফুলনিৰ বাহিৰৰ চাৰিওফালে 1 মিটাৰ বহলৰ ৰাস্তা এটা আছে। ফুলনিখনৰ ব্যাস 66 মিটাৰ। ৰাস্তাটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা। ($\pi = 3.14$)
9. এটা বৃত্তৰ পৰিধি 31.4 চে মি। বৃত্তটোৰ ব্যাসাৰ্ধ আৰু কালি নিৰ্ণয় কৰা। ($\pi = 3.14$)
10. 6 চে মি বাহুৰ বৰ্গাকৃতি এলুমিনিয়ামৰ পাত এখিলাৰ পৰা 2 চেমি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্ত এটা কাটি উলিয়াই দিয়া হ'ল। ৰৈ যোৱা এলুমিনিয়াম পাতখিলাৰ কালি কিমান হ'ব? ($\pi = 3.14$)
11. 21 চে মি ব্যাসৰ অৰ্ধবৃত্ত এটাৰ পৰিধি আৰু কালি নিৰ্ণয় কৰা। ($\pi = \frac{22}{7}$)

12. বৃত্তাকৃতিৰ কাঁহী এখনৰ কালি 38.5 বৰ্গচে মি। কাঁহীখনৰ পৰিধি কিমান হ'ব? ($\pi = \frac{22}{7}$)
13. 30 মিটাৰ বাহু বিশিষ্ট বৰ্গাকৃতিৰ বাগিচা এখনৰ সীমাৰ ভিতৰেদি 1 মিটাৰ প্ৰস্থৰ ৰাস্তা বন্ধা হৈছে। ৰাস্তাটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।
14. 30 মিটাৰ বাহু বিশিষ্ট বৰ্গাকৃতিৰ বাগিচা এখনৰ সোঁমাজেৰে 1 মিটাৰ বহলৰ দুটা পদপথ লম্বভাৱে কটাকৈ নিৰ্মাণ কৰা হৈছে।
 - (i) পদপথৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।
 - (ii) বাকী অংশৰ প্ৰতি বৰ্গ মিটাৰত কাপেট ঘাঁহ লগাবলৈ 40 টকাকৈ খৰচ হ'লে মুঠ খৰচ কিমান হ'ব?
15. এখন 125 মি দৈৰ্ঘ্য আৰু 65 মি প্ৰস্থৰ আয়তাকৃতিৰ উদ্যানৰ বাহিৰৰ চাৰিওফালে 3 মি বহলৰ ৰাস্তা আছে। এই ৰাস্তাটোৰ কালি উলিওৱা।
16. 10 মিটাৰ দৈৰ্ঘ্যৰ আৰু 5 মিটাৰ প্ৰস্থৰ আয়তাকৃতিৰ পাত এখিলাৰ পৰা 2 মিটাৰ ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্ত দুটা কাটি পেলাই দিয়া হ'ল। আয়তাকৃতিৰ পাতখিলাৰ বৈ যোৱা অংশৰ কালি কিমান হ'ব?
17. এটা 5'5 মিটাৰ দীঘল আৰু 4 মিটাৰ বহল কোঠাৰ চাৰিওফালে সংলগ্ন কৰি 2'25 মিটাৰ বহল এখন বাৰাণ্ডা বনোৱা হ'ল।
 - (i) বাৰাণ্ডাৰ কালি উলিওৱা।
 - (ii) প্ৰতি বৰ্গ মিটাৰত 200 টকাকৈ খৰচ হ'লে বাৰাণ্ডাখনৰ মজিয়া পকী কৰোঁতে খৰচ কিমান হ'ব?

আমি কি শিকিলোঁ

1. বন্ধক্ষেত্ৰৰ চাৰিসীমাৰ দূৰত্বৰ জোখৰ যোগফলেই হৈছে পৰিসীমা আৰু বন্ধক্ষেত্ৰই সমতলৰ আঙুৰি থকা অংশই হৈছে কালি।
2. কিছুমান বন্ধক্ষেত্ৰৰ পৰিসীমা আৰু কালি উলিওৱাৰ পদ্ধতিসমূহ হৈছে
 - (a) এটা বৰ্গৰ পৰিসীমা = $4 \times$ বাহু।
 - (b) এটা আয়তৰ পৰিসীমা = $2 \times$ (দৈৰ্ঘ্য + প্ৰস্থ)
 - (c) বৰ্গৰ কালি = বাহু $\times$ বাহু।
 - (d) আয়তৰ কালি = দৈৰ্ঘ্য $\times$ প্ৰস্থ।
3. সামান্তৰিকৰ কালি = ভূমি $\times$ উচ্চতা।
4. ত্ৰিভুজৰ কালি = $\frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা।
5. (a) বৃত্তাকৃতিৰ অংশৰ পৰিসীমাৰ জোখক পৰিধি বোলা হয়।
 (b) এটা বৃত্তৰ পৰিধি = πd , (d হ'ল বৃত্তৰ ব্যাস আৰু $\pi = \frac{22}{7}$ বা 3.14)
 (c) বৃত্তৰ কালি = πr^2 , (r হ'ল বৃত্তৰ ব্যাসাৰ্ধ)

অধ্যায়-12

বীজগণিতীয় ৰাশি

(Algebraic Expression)



12.1 তোমালোকে ষষ্ঠ শ্ৰেণীত চলক আৰু ধ্ৰুবক একেলগ কৰি বীজগণিতীয় ৰাশি (Algebraic Expression) গঠনৰ ধাৰণা পাই আহিছা। ষষ্ঠ শ্ৰেণীত শিকি অহা কথাবোৰ অকণমান জুকিয়াই লওঁচোন আহা—

চলক (Variable) : আমি যিকোনো অজ্ঞাত ৰাশি নিৰ্দেশ কৰিবলৈ ইংৰাজী বৰ্ণমালাৰ $a, b, c, \dots$

x, y, z ব্যৱহাৰ কৰোঁ।

ধ্ৰুবক (Constant) : এটা ধ্ৰুবকৰ এটা নিৰ্দিষ্ট মান থাকে। যেনে— $2, 50, -5$

বীজগণিতীয় ৰাশি : ☆ এটা সংখ্যা ' x 'ৰ লগত 3 যোগ কৰিলে বীজগণিতীয় ৰাশি হ'ব $x + 3$

☆ x ক 3 পূৰণ কৰি পোৱা বীজগণিতীয় ৰাশিটো হ'ব $3x$.

☆ x ক 4 ৰে পূৰণ কৰি পূৰণফলক বৰ্গ কৰিলে বীজগণিতীয় ৰাশিটো হ'ব $(4x)^2$

কাৰ্য : তলৰ প্ৰশ্ন কাৰ্ডত কিছুমান উক্তি আছে আৰু উত্তৰ কাৰ্ডত সিহঁতক বীজগণিতীয় ৰূপত দিয়া আছে। তোমালোকে দুটা দলত ভাগ হৈ এটা দলে, কাগজত পৃথক পৃথক প্ৰশ্নকাৰ্ড বনোৱা আৰু আনটো দলে উত্তৰ কাৰ্ডবোৰ বনোৱা। তাৰপিছত প্ৰশ্ন কাৰ্ডৰ সৈতে উত্তৰ কাৰ্ডবোৰ মিলোৱা।

প্ৰশ্নকাৰ্ড

Q.1	x ক 3 ৰে হৰণ কৰি হৰণফলৰ সৈতে 1 যোগ
Q.2	x ক 3 ৰে পূৰণ কৰি পূৰণফলৰ সৈতে 4 যোগ
Q.3	x ৰ বৰ্গৰ সৈতে x ক 5 ৰে পূৰণ কৰি যোগ কৰা আৰু যোগফলৰ সৈতে পুনৰ 6 যোগ
Q.4	x ৰ বৰ্গৰ সৈতে 4 যোগ
Q.5	x ৰ সৈতে 5 যোগ কৰি যোগফলক 3 ৰে পূৰণ
Q.6	n ক 6 ৰে পূৰণ কৰি পূৰণফলৰ বৰ্গ
Q.7	x ক 4 ৰে পূৰণ কৰি পূৰণফলৰ লগত y ক 3 ৰে পূৰণ কৰি যোগ
Q.8	a চলকক 5 ৰে পূৰণ কৰি পূৰণফলৰ লগত 8 যোগ
Q.9	x ৰ লগত 4 যোগ কৰি, যোগফলক 3 ৰে হৰণ
Q.10	চলক x আৰু চলক y ৰ যোগফলৰ লগত 3 যোগ

উত্তৰ কাৰ্ড

A1	$3(x + 5)$
A2	$(4x + 3y)$
A3	$x^2 + 4$
A4	$5a + 8$
A5	$x^2 + 5x + 6$
A6	$\frac{x+4}{3}$
A7	$(x + y + 3)$
A8	$\frac{x}{3} + 1$
A9	$(3x + 4)$
A10	$(6n)^2$

শিক্ষকলৈ নিৰ্দেশনা : শিক্ষকে প্ৰদত্ত আৰ্হিমতে আৰু শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা অনুসৰি প্ৰশ্ন/ উত্তৰ কাৰ্ড বনাব আৰু ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ মাজত দলগতভাৱে কামটো কৰিব

12.2 বীজগণিতীয় ৰাশি গঠন (Formation of Algebraic Expression): ষষ্ঠ শ্ৰেণীৰ পাঠত আমি বীজগণিতীয় ৰাশিবোৰ চলকৰ সৈতে ধ্ৰুৱক একেলগ কৰি গঠন কৰিছিলোঁ, আমি চলকৰ লগত চলক নাইবা আন চলকৰ লগত একেলগ কৰিও বীজগণিতীয় ৰাশি গঠন কৰিব পাৰোঁ।

নমিতা আৰু অনিমাই লগ লাগি এডাল দীঘল লাহি তাঁৰ পকাই এটা আয়ত বনাই আয়তৰ দৈৰ্ঘ্য আৰু প্ৰস্থ জুখি চালে যে

$$\text{দীঘ} = 10 \text{ চে মি}$$

$$\text{আৰু প্ৰস্থ} = 5 \text{ চে মি}$$

$$\text{গতিকে আয়তটোৰ কালি হ'ব} = (\text{দীঘ} \times \text{প্ৰস্থ})$$

$$= 10 \times 5 \text{ বৰ্গ চে মি} = 50 \text{ বৰ্গ চে মি}$$

নমিতাৰ কলেজত পঢ়া ককায়েকে দুয়োজনীৰ কাম লক্ষ্য কৰি আছিল, সেয়ে প্ৰশ্ন এটা সুধিলে— বাৰু ভণ্টী ক'চোন যদি আয়তটোৰ দীঘ আৰু প্ৰস্থ নোজোখাকৈ আমি x চে মি আৰু y চে মি বুলি ধৰি লওঁ তেনেহ'লে কালিৰ মানটো কেনেদৰে লিখিব পাৰি —

$$\text{আয়তৰ কালি} = \text{দীঘ} \times \text{প্ৰস্থ}$$

$$= (x \times y) \text{ বৰ্গ চে মি} = xy \text{ বৰ্গ চে মি}$$

[অৰ্থাৎ x চলকক y চলকেৰে পূৰণ কৰিলে বীজগণিতীয় ৰাশি xy গঠন হ'ল]

বিভিন্ন আয়তৰ ক্ষেত্ৰত x , y ৰ মান সলনি হ'ব আৰু xy ৰাশিটোত x আৰু y ৰ মান বহুৱাই পূৰণ কৰিলেই আমি আয়তবোৰৰ কালি উলিয়াব পাৰিম।

আমি এইবাৰ এডাল তাঁৰ পকাই এটি বৰ্গ বনাব পাৰিম নে? বৰ্গটোৰ কালি কিমান হ'ব?

বৰ্গৰ বাহুৰ দীঘ x চে মি হ'লে

$$\text{বৰ্গটোৰ কালি} = (\text{বাহু} \times \text{বাহু}) \text{ বৰ্গ চে মি}$$

$$= (x \times x) \text{ বৰ্গ চে মি}$$

$$= x^2 \text{ বৰ্গ চে মি}$$

[x ৰাশিটোক x ৰ সৈতে পূৰণ কৰি পোৱা ৰাশিটো হ'ল x^2 , x^2 ক আমি x ৰ বৰ্গ বুলিও পঢ়োঁ]

এনেদৰেই আমাৰ ব্যৱহাৰিক জগতত বিভিন্ন প্ৰয়োজনত বীজগণিতীয় ৰাশি গঠন কৰিব লগা হয়।

তলৰ বীজগণিতীয় ৰাশিক উক্তিত প্ৰকাশ কৰা (Express the following algebraic expression in statement) :

(i) $4xy + 3$ (ii) x^4 (iii) x^3y

(iv) $2x^2 - x$ (v) $2x + 3y + 4$ (vi) $x^2 + 5x - 6$

12.3 ৰাশিৰ পদ আৰু পদৰ উৎপাদকসমূহ (Terms of Expression and factors of Term) :

আমি ইতিমধ্যে এটা বীজগণিতীয় ৰাশিৰ ধাৰণা আৰু কি দৰে ৰাশিবোৰ গঠন কৰা হয়, সেই বিষয়ে শিকিলোঁ। এতিয়া, বীজগণিতীয় ৰাশিৰ সম্পূৰ্ণ ধাৰণা আয়ত্ত কৰিবলৈ হ'লে ৰাশি এটাৰ পদ আৰু উৎপাদকবোৰৰ বিষয়ে জনাটো অতি প্ৰয়োজনীয়।

12.3.1 বীজগণিতীয় বাশিৰ গঠন প্রক্রিয়া (Process to form an algebraic expression) :

$3x + 7$ বাশিটো গঠন কৰোঁতে x চলকক 3 ধৰকৈ পূৰণ কৰি পোৱা পূৰণফলৰ লগত 7 যোগ কৰা হৈছে।

$5x^2 - 5$ গঠন কৰোঁতে x আৰু x ৰ পূৰণফলক 5 ৰে পূৰণ কৰি পূৰণফলৰ লগত (-5) যোগ কৰা হৈছে।

$2x - 3y$ বাশি গঠন কৰোঁতেও '2x' আৰু '-3y' পৃথকভাৱে গঠন কৰাৰ পিছত আমি দুয়োটা বাশি যোগ কৰিছোঁ। $2x + (-3y) = 2x - 3y$

গতিকে, মূল বীজগণিতীয় বাশি গঠন কৰোঁতে বাশিৰ অংশবোৰ পৃথকে গঠন কৰি পিছত যোগ কৰা হৈছে। বাশিৰ এই অংশবোৰ যিবোৰ পৃথকভাৱে গঠিত কৰি পিছত যোগ বা বিয়োগ কৰা হয় সেইবোৰক পদ (Term) বুলি কোৱা হয়। মন কৰিবা '-' বিয়োগ চিনটো পদত অন্তৰ্ভুক্ত। গতিকে $-3y$ এটা পদ। $2x$ পদটোৰ লগত $-3y$ যোগ কৰা হৈছে।

উদাহৰণ :

$3x + 7$ বাশি গঠন কৰোঁতে $3x$ আৰু 7 যোগ কৰা হৈছে।

$3x^2 - 5$ বাশি গঠন কৰোঁতে $3x^2$ আৰু -5 যোগ কৰা হৈছে।

$2x + 3y$ বাশি গঠন কৰোঁতে $2x$ আৰু $3y$ যোগ কৰা হৈছে।

$3x^2 - 2xy$ বাশি গঠন কৰোঁতে $3x^2$ আৰু $-2xy$ যোগ কৰা হৈছে।

12.3.2 পদৰ উৎপাদক (Factors of term) :

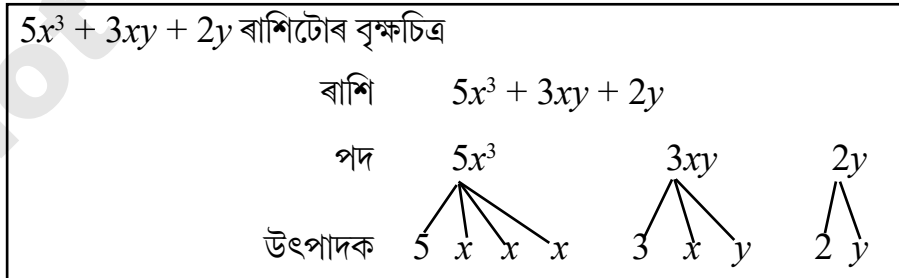
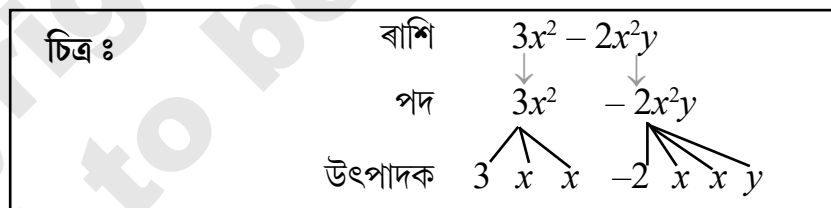
$3x^2 - 2x^2y$ বাশিটো $3x^2$ আৰু $-2x^2y$ পদেৰে গঠিত

$3x^2 = (3 \times x \times x)$ পদটোৰ উৎপাদক (Factors) 3, x, x

$-2x^2y = (-2 \times x \times x \times y)$ পদটোৰ উৎপাদক -2, x, x আৰু y

12.3.3 বৃক্ষচিত্ৰ (Tree diagram) :

বৃক্ষচিত্ৰৰ সহায়ত আমি এটা বাশিৰ পদ আৰু ইয়াৰ উৎপাদকসমূহ উপস্থাপন কৰিব পাৰোঁ, তলৰ চিত্ৰটোত $3x^2 - 2x^2y$ বাশিটোৰ বাবে বৃক্ষচিত্ৰ আঁকি দেখুওৱা হৈছে।



তলত দিয়া বীজগণিতীয় বাশিবোৰৰ বৃক্ষচিত্ৰ আকোঁ আহাঁ :

$2x + 3y$, $10xy - 5$, $4x^3 + 2x^2y$

12.4 সহগ (Coefficient) :

আমি এটা বীজগণিতীয় বাশিৰ পদ আৰু ইয়াৰ উৎপাদক উলিয়াবলৈ শিকিলোঁ। বীজগণিতীয় বাশিৰ উৎপাদকবোৰৰ মাজত সাংখ্যিক আৰু বীজগণিতীয় উৎপাদক থাকে। যেনে $2x^2y$ পদটোত 2 সাংখ্যিক ($2x^2y$ ৰ সহগ) আৰু x, x, y বীজগণিতীয় (যিবোৰত চলক থাকে) উৎপাদক। [সাংখ্যিক উৎপাদকটোক পদটোৰ বাকী অংশৰ লগতে পদটোৰো সাংখ্যিক সহগ (Numerical coefficient) বা সহগ (Coefficient) বুলি কোৱা হয়] গতিকে $2x^2y$ পদটোৰ সহগ 2

$3xy$ পদটোৰ সহগ 3

xy পদটোৰ সহগ 1

$-xy^2$ পদটোৰ সহগ -1 যিহেতু $(-xy^2 = -1 \times x \times y \times y)$

গতিকে, মন কৰিছা যে সাংখ্যিক সহগটোকেই আমি সাধাৰণভাৱে সহগ বুলি ক'ব পাৰোঁ।

কেতিয়াবা বীজগণিতীয় সহগৰ ক্ষেত্ৰতো আমি সহগ শব্দটো ব্যৱহাৰ কৰোঁ, যেনে-

$7xy$ পদটোত, xy ৰ সহগ 7

$7y$ ৰ সহগ x

$7x$ ৰ সহগ y

কিন্তু সামগ্ৰিকভাৱে ক'বলৈ হ'লে $7xy$ পদটোৰ সহগ 7

তলৰ তালিকাকেইখনলৈ মন কৰা-

তালিকা নং- 1

	বাশি	পদ (যিটো ধ্ৰুৱক নহয়)	সাংখ্যিক সহগ
1.	$a + 4$	a	1
2.	$xy + 7$	xy	1
3.	$7x - 3y$	$7x, -3y$	7, -3
4.	$xy^2 - y$	$xy^2, -y$	1, -1
5.	$3x^2y - 2xy^2 + 3$	$3x^2y, 2xy^2$	3, -2

তালিকা নং- 2

	বাশি	x উৎপাদকযুক্ত পদ	x ৰ সহগ
1	$x - y$	x	1
2	$xy^2 + 2y$	xy^2	y^2
3	$-xz + 3xy^2$	$-xz$ $3xy^2$	$-z$ $3y^2$
4	$axy + y^2 + c$	axy	ay

[মন কৰিবা প্ৰতিটো বাশি x উৎপাদকযুক্ত আৰু পদটোৰ বাকী অংশ x ৰ সহগ হিচাপে তালিকাভুক্ত কৰা হৈছে।]

তলৰ তালিকাখন নিজে সম্পূৰ্ণ কৰা :

	বাশি	y উৎপাদকযুক্ত পদ	y ৰ সহগ
1	$2x + 7y$		
2	$xy + 2yx^2$		
3	$-yz^3 + 5$		
4	$ax^2 + by + c$		

12.5 সদৃশ আৰু বিসদৃশ পদ (Like terms and Unlike terms) :

তলৰ উদাহৰণ দুটা চাওঁ আহা :

☆ $3x^2$ আৰু $5x^2$ পদ দুটাৰ বীজগণিতীয় উৎপাদক একেই অৰ্থাৎ x আৰু x

☆ $2xy$ আৰু $3x^2$ পদ দুটাৰ বীজগণিতীয় উৎপাদক একে নহয়

$2xy$ পদটোৰ বীজগণিতীয় উৎপাদক x আৰু y ; ($2xy = 2 \times x \times y$)

$3x^2$ পদটোৰ বীজগণিতীয় উৎপাদক x আৰু x ; ($3x^2 = 3 \times x \times x$)

গতিকে আমি ওপৰৰ উদাহৰণ দুটাৰ পৰা গম পালোঁ যে দুটা বা ততোধিক পদসমূহৰ বীজগণিতীয় উৎপাদক একে নহ'বও পাৰে।

যিবোৰ পদত একেই বীজগণিতীয় উৎপাদক থাকে, সেইবোৰক **সদৃশ পদ (Like terms)** আৰু যিবোৰ পদত একেই বীজগণিতীয় উৎপাদক নাথাকে সেইবোৰক **বিসদৃশ পদ (Unlike terms)** বোলা হয়।

$5x^2$, $3x^2$, $7x^2$ পদবোৰ সদৃশ , $2xy$, $3xz$, x^2 পদবোৰ বিসদৃশ

তলৰ তালিকা দুখনলৈ মন কৰা :

তালিকা - 1

	পদসমূহ	উৎপাদক	বীজগণিতীয় উৎপাদক	পদযোৰ
1	$2x$ $4y$	$2, x$ $4, y$	বিভিন্ন	বিসদৃশ
2	$3xy$ $-8xy$ $9xy$	$3, x, y$ $-8, x, y$ $9, x, y$	একেই (x, y)	সদৃশ

তালিকা নং 2

	পদসমূহ	সদৃশ	বিসদৃশ
1	$4x^2$ $3x^2$	✓	×
2	$3x^2y$ xz 3	×	✓
3	ab 4	×	✓

12.6 একপদ, দ্বিপদ, ত্ৰিপদ আৰু বহুপদ ৰাশি (Monomials, Binomials, Trinomials and Polynomials) :

একপদ ৰাশি (Monomials) : এটা পদযুক্ত ৰাশিক একপদ ৰাশি বুলি কোৱা হয়।

যেনে : $5x$, $3xy$, $-y^2$, 6 , x^2y^2 ইত্যাদি।

দ্বিপদ ৰাশি (Binomials) : দুটা বিভিন্ন পদযুক্ত ৰাশিক দ্বিপদ ৰাশি বুলি কোৱা হয়।

উদাহৰণ স্বৰূপে, $2x + y$, $a + 4$, $xy + 4y$, $x^3 + y^3$

ত্ৰিপদ ৰাশি (Trinomials) : তিনিটা পদযুক্ত ৰাশিক ত্ৰিপদ ৰাশি বুলি কোৱা হয়।

উদাহৰণ : $3x + 4y + 7$, $xy + x^2 + y^2$, $x^2 + 3x + 2$

(মন কৰিব : $3x + 4y + 7x$ ৰাশিটো ত্ৰিপদ ৰাশি নহয় কাৰণ $3x$ আৰু $7x$ সদৃশ পদ।)

বহুপদৰাশি (Polynomials) : সাধাৰণভাৱে এটা বা ততোধিক পদযুক্ত ৰাশিক বহুপদ ৰাশি বোলা হয়,

অৰ্থাৎ একপদ, দ্বিপদ, ত্ৰিপদ ৰাশি আটাইবোৰেই বহুপদ ৰাশি।

উদাহৰণ : তলৰ পদবোৰৰ কোনবোৰ সদৃশ আৰু কোনবোৰ বিসদৃশ বিচাৰ কৰি তালিকাখন পূৰ কৰা :

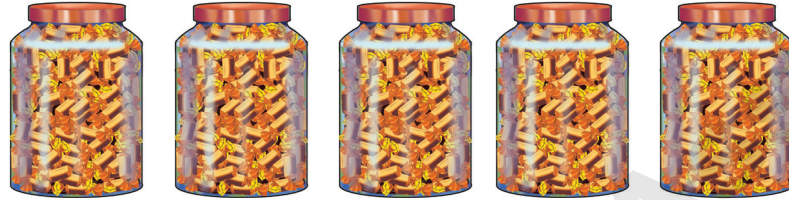
যোৰ	উৎপাদক	বীজগণিতীয় উৎপাদক একেই/বিভিন্ন	সদৃশ/বিসদৃশ পদ
1. $2xy$ $7yx$			
2. $3x$ $-7x$			
3. xy^2 $2xy^2z$			
4. $2ab^2$ $3a^2b$			
5. $3x^3y^3$ $-4x^3y^3$			

অনুশীলনী - 12.1

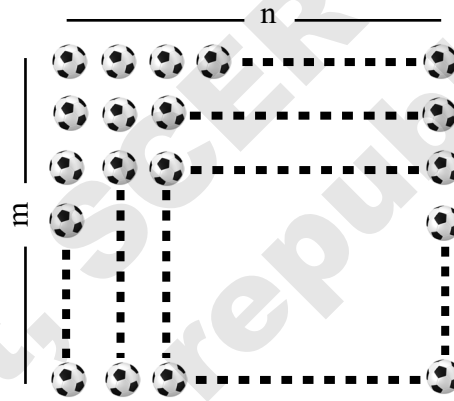
1. তলৰ ক্ষেত্ৰবোৰত চলক, ধ্ৰুৱক আৰু পাটিগণিতৰ প্ৰক্ৰিয়া ব্যৱহাৰ কৰি বীজগণিতীয় ৰাশিসমূহ লিখা।

- x সংখ্যাটোক x ৰে পূৰণ কৰি 2 যোগ কৰা
- a আৰু b ৰ যোগফল
- x ৰ পৰা 7 বিয়োগ
- y ৰ পৰা z বিয়োগ
- ' x ' ৰ বৰ্গক y ৰে পূৰণ, পূৰণফলৰ লগত z ৰ যোগ
- x আৰু y ৰ পূৰণফলৰ আধা
- y আৰু z ৰ পূৰণফলৰ পৰা y আৰু z যোগফল বিয়োগ
- x ক y ৰে হৰণ কৰি হৰণফলৰ লগত z যোগ

- (ix) x ৰ 3 গুণৰ সৈতে z যোগ
 (x) x ৰ লগত 6 যোগ কৰি, যোগফলক 3ৰে হৰণ
 (xi) x ক 5ৰে পূৰণ কৰি, পূৰণফলৰ বৰ্গ
 (xii) x ৰ বৰ্গৰ সৈতে 5 পূৰণ
 2. তলত দিয়া 5 টা পাত্ৰত প্ৰতিটোত ‘ n ’ টাকৈ চকলেট আছে।



- (i) যদি প্ৰতিটো পাত্ৰত আকৌ 2 টাকৈ চকলেট ভৰাই দিয়া হয় তেন্তে সৰ্বমুঠ কিমানটা চকলেট থাকিব?
 (ii) যদি $n = 10$ হয় তেন্তে সৰ্বমুঠ চকলেট কিমানটা হ’ব?
 3. তলৰ চিত্ৰটোত কেইটামান বল শাৰী আৰু স্তম্ভত সজোৱা আছে। সৰ্বমুঠ বলৰ সংখ্যা বীজগণিতীয় বাশিত প্ৰকাশ কৰা।



4. তলৰ বাশিবোৰৰ পদ আৰু সিহঁতৰ উৎপাদকসমূহ চিনাক্ত কৰা। বৃক্ষ চিত্ৰৰ সহায়ত পদ আৰু উৎপাদকসমূহ দেখুওৱা :
 (a) $y + 7$ (b) $x^2 + 2x + 3$ (c) $2x^2 + 3xy + 4y^2$
 (d) $7x + 5$ (e) $xy - x + 1$ (f) $3x^2y - 4xy^2$
 (g) $3x^3 - x^2 + 1$ (h) $xz + z$ (i) $-2mn + m^2 - 3n^2$
 (j) $-7x^2 + 3x^2y^3 + 5x^2y^2 - y$
 5. তলত দিয়া তালিকাকেইখন সম্পূৰ্ণ কৰা :

(a)	বাশি	পদ (যিটো ধ্ৰুৱক নহয়)	সাংখ্যিক সহগ
i	$2x + 3y$		
ii	$mn + 3$		
iii	$2ab - a + b$		
iv	$2x^2y - 4xy^2 + 7$		
v	$3x^3 - 7x^2 + y$		

(b)

	ৰাশি	x উৎপাদকযুক্ত পদ	x ৰ সহগ
i	$xy^3 + 1$		
ii	$2xy + y + 1$		
iii	$3xy^2 - xy + x$		
iv	$7xz - z$		
v	$y - x + 2$		

(c)

	ৰাশি	b^2 উৎপাদকযুক্ত পদ	b^2 ৰ সহগ
i	$ab^2 + 9$		
ii	$ab^2 + a^2b + 3a$		
iii	$-b^3 + 3a^2b - 5b^2$		

6. তলত দিয়া ৰাশিবোৰ একপদ, দ্বিপদ, ত্ৰিপদ ৰাশি হিচাপে শ্ৰেণীভুক্ত কৰা :

- (i) $2x + 3$ (ii) y^3 (iii) $3a^2b$ (iv) $3a^2b + 5ab^2 + 3a$
 (v) $2m + 3n$ (vi) $x^2 + x$ (vii) $m^2 + n^2$ (viii) $2x^2 + 3x + 1$
 (ix) $xy + y$ (x) 34

7. a. তলত দিয়া যোৰবোৰ সদৃশ নে বিসদৃশ লিখা :

- (i) $-4x, \frac{1}{2}x$ (ii) $-5x; 7y$ (iii) $9, 20$ (iv) $2x^2y, 3xy^2$
 (v) $2xy, 3xz$ (vi) $-7xz, 2xz$ (vii) x^2, x^3 (viii) $x^2, 2x^2$
 (x) $mn, 3nm$ (x) $\frac{1}{2}z, \frac{3}{4}z$

b. তলৰ পদসমূহৰ পৰা সদৃশ পদবোৰ বাছি উলিওৱা :

$$ab^2, a^2, xy^2, y^3, 4xy^2, 7ab^2, -2x, 5y, xy, 3x, -ab^2, a^2b^2, 3ab^2, x^3y^3, 40x \\ -m^2n, 3mn^2, -m^2n, 2a^2b^2, 3y.$$

12.7 বীজগণিতীয় ৰাশিৰ যোগ আৰু বিয়োগ (Addition and subtraction of algebraic expressions):

তলৰ আলোচনাটো আমি মনোযোগেৰে বুজিবলৈ যত্ন কৰোঁ আহা :

অনিতাৰ বয়স = 6 বছৰ, অনিতাৰ ককায়েক অমলৰ বয়স = 12 বছৰ, অনিতাৰ মাকৰ বয়স = 36 বছৰ,

অনিতাৰ দেউতাকৰ বয়স = 41 বছৰ আৰু অনিতাৰ ককাকৰ বয়স = 70 বছৰ।

এতিয়া চোৱা অনিতাৰ দেউতাকৰ বয়স আৰু ককাকৰ বয়সৰ যোগফল = $41 + 70 = 111$ বছৰ

আমি এতিয়া অনিতাৰ দেউতাক আৰু ককাকৰ বয়সৰ বীজগণিতীয় ৰাশি গঠন কৰি ৰাশি দুটা যোগ কৰিম

ধৰি লোৱা অনিতাৰ বয়স = x বছৰ

তেন্তে অমলৰ বয়স = $2x$ বছৰ ($\because 2 \times 6 = 12$)

অনিতাৰ মাকৰ বয়স = $6x$ ($\because 6 \times 6 = 36$)

অনিতাৰ দেউতাকৰ বয়স = $6x + 5$ ($\because 41 = 6 \times 6 + 5$)

অনিতাৰ ককাকৰ বয়স = $10x + 10$ (কাৰণ, $70 = 10 \times 6 + 10$)

(অনিতাৰ ককাকৰ বয়স আন ধৰণে বীজগণিতীয় ৰাশিত গঠন কৰিব পাৰি নে?

পাৰি, যেনে $12x - 2$ (কাৰণ, $72 = 12 \times 6 - 2$)

এতিয়া আমি বীজগণিতীয় ৰাশিত প্ৰকাশ কৰা অনিতাৰ দেউতাক আৰু ককাকৰ বয়স যোগ অৰ্থাৎ বীজগণিতীয় ৰাশি দুটা যোগ কৰিম,

অনিতাৰ দেউতাকৰ বয়স = $6x + 5$

অনিতাৰ ককাকৰ বয়স = $10x + 10$

ওপৰৰ ৰাশি দুটাত সদৃশ পদবোৰ কি কি?

$6x$ আৰু $10x$; 5 আৰু 10 নহয় জানো?

আমি এতিয়া সদৃশ পদবোৰ যোগ কৰিম, অৰ্থাৎ

$6x + 10x = (6 + 10)x = 16x$ (চোৱা সদৃশ পদ দুটাৰ সাংখ্যিক সহগ দুটাহে যোগ কৰিছোঁ)

গতিকে মন কৰিবা সদৃশ পদ দুটা যোগ কৰোঁতে যোগফল সদৃশ পদৰ সাংখ্যিক সহগৰ যোগফলৰ সমান।

একেদৰে 5 আৰু 10 পদ দুটাৰ যোগফল 15

গতিকে $(6x + 5)$ আৰু $(10x + 10)$ সদৃশ পদ দুটাৰ যোগফল $16x + 15$

(আমি সকলো সময়তে সদৃশ পদসমূহহে যোগ কৰিম)

আমি ৰাশি দুটা যোগ কৰোঁতে এনেদৰে লিখিলে ভাল হ'ব

$$\begin{aligned}(6x + 5) + (10x + 10) &= (6x + 10x) + (5 + 10) \\ &= (6 + 10)x + 15 \\ &= 16x + 15\end{aligned}$$

এতিয়া যিহেতু অনিতাৰ ককাকৰ বয়স দুই ধৰণে বীজগণিতীয় ৰাশিত প্ৰকাশ কৰিছিলোঁ, গতিকে অনিতাৰ দেউতাকৰ বয়স $6x + 5$ আৰু ককাকৰ বয়স (আন ধৰণে লিখা) $12x - 2$ যোগ কৰিলে যোগফল কি হয় চাওঁ

$$\begin{aligned}(6x + 5) + (12x - 2) &= (6x + 12x) + 5 + (-2) \\ &= (6 + 12)x + 3 \\ &= 18x + 3\end{aligned}$$

মন কৰিবা ওপৰৰ বীজগণিতীয় ৰাশি দুটা অৰ্থাৎ $6x + 5$, $10x + 10$ আৰু $6x + 5$, $12x - 2$ ৰ যোগফল বেলেগ হ'ল কিন্তু ৰাশি দুটাই যথাক্ৰমে অনিতাৰ দেউতাক আৰু ককাকৰ বয়সক বুজাইছে।

গতিকে তেওঁলোকৰ বয়সৰ যোগফল বেলেগ হ'ব জানো? যদি মনতে এই খুদুৰনি হৈছে তেন্তে আমি পৰীক্ষা কৰি চাওঁ আহা।

অনিতাৰ দেউতাক আৰু ককাকৰ বয়সৰ যোগফল $= 16x + 15$

x ৰ মান হ'ল 6, নহয় জানো, কাৰণ অনিতাৰ বয়স (6 বছৰ)টোকে আমি x বুলি ধৰি লৈছিলোঁ।

গতিকে $16x + 15$ ৰাশিটোত x ৰ মান 6 বহুৱালে ৰাশিটোৰ মান

$16 \times 6 + 15 = 96 + 15 = 111$ (অনিতাৰ দেউতাক আৰু ককাকৰ বয়সৰ সাংখ্যিক মানৰ যোগফল)

আকৌ $18x + 3$ ৰাশিটোত x ৰ মান 6 বহুৱালে

ৰাশিটোৰ মান $= 18 \times 6 + 3 = 108 + 3 = 111$

গতিকে কোনো ৰাশিত চলকৰ মান বহুৱাই আমি ৰাশিবোৰৰ মান নিৰ্ণয় কৰাটো বিভিন্ন পৰিস্থিতিত প্ৰয়োজন হৈ পৰে।

এতিয়া আমি $10x + y$ আৰু $2x + 5$ ৰাশি দুটা যোগ কৰিম। ৰাশি দুটাত সদৃশ পদবোৰ হ'ল $10x$ আৰু $2x$ বिसদৃশ পদবোৰ হ'ল y আৰু 5 ।

ওপৰত আমি আলোচনা কৰিছোঁ যে বীজগণিতীয় ৰাশি যোগ কৰোঁতে ৰাশিবোৰৰ সদৃশ পদসমূহে যোগ কৰা হয়। তেন্তে বिसদৃশ পদসমূহৰ কি হ'ব?

বিসদৃশ পদসমূহ যিদৰে আছে সেইদৰেই যোগফলত থাকি যাব অৰ্থাৎ ইয়াত y আৰু 5 বिसদৃশ পদ দুটাৰ যোগফল $y + 5$ হিচাপে থাকি যাব।

$$\begin{aligned} \text{গতিকে } (10x + y) + (2x + 5) &= (10x + 2x) + (y) + 5 \\ &= (10 + 2)x + y + 5 \\ &= 12x + y + 5 \end{aligned}$$

দুটা বা ততোধিক বীজগণিতীয় ৰাশি বিয়োগ কৰাৰ বেলিকাও আমি যোগ কৰাৰ দৰে সদৃশ পদসমূহ বিয়োগ কৰিম অৰ্থাৎ সাংখ্যিক সহগযুক্ত বা ততোধিক সদৃশ পদৰ বিয়োগফল সদৃশ পদসমূহৰ সাংখ্যিক সহগৰ বিয়োগফলৰ সমান হ'ব।

আগৰ আলোচনাৰ পৰা অনিতাৰ ককাক আৰু দেউতাকৰ বয়সৰ পাৰ্থক্য উলিয়াই চাওঁ —

$$\text{অনিতাৰ ককাকৰ বয়স} = 10x + 10$$

$$\text{দেউতাকৰ বয়স} = 6x + 5$$

$$\begin{aligned} \text{বয়সৰ পাৰ্থক্য} &= (10x + 10) - (6x + 5) \\ &= (10 - 6)x + (10 - 5) \\ &= 4x + 5 \end{aligned}$$

এতিয়া $4x + 5$ ৰাশিটোত x ৰ মান 6 বহুৱাই চাওঁ

$$4 \times 6 + 5 = 29$$

☆ $10x + y$ আৰু $2x + 5$ ৰাশি দুটা বিয়োগ কৰোঁতে সদৃশ পদ দুটা বিয়োগ কৰিব লাগিব আৰু বिसদৃশ পদ দুটা সেইদৰেই থাকি যাব।

$$\begin{aligned} (10x + y) - (2x + 5) &= (10 - 2)x + y + (-5) \\ &= 8x + y - 5 \end{aligned}$$

আমি তলত দিয়া উদাহৰণেৰে কেইটামান বীজগণিতীয় বাশিৰ যোগ আৰু বিয়োগ কৰা অভ্যাস কৰি লওঁ আহা।

উদাহৰণ : 1 $4x + 9$ আৰু $3x - 1$ যোগ কৰা

সমাধান : দুয়োটা বাশিৰ সদৃশ পদ $4x$ আৰু $3x$

একেদৰে 9 আৰু (-1)

$$\begin{aligned} \text{গতিকে দুয়োটা বাশিৰ যোগফল} &= 4x + 9 + 3x - 1 \\ &= (4x + 3x) + 9 + (-1) \\ &= 7x + 8 \end{aligned}$$

উদাহৰণ : 2 $3x + 4y + 5$ আৰু $7x + 2y + 2$ যোগ কৰা :

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : যোগফল} &= 3x + 4y + 5 + 7x + 2y + 2 \\ &= 3x + 7x + 4y + 2y + 5 + 2 \\ &= 10x + 6y + 7 \end{aligned}$$

(সদৃশ পদ $3x$ আৰু $7x$; $4y$ আৰু $2y$; 5 আৰু 2 পদসমূহ একেলগ কৰি পুনৰ সজাই লোৱা হৈছে।)

উদাহৰণ : 3 $3xy + 4y^2 + z$ আৰু $7xy + 2y^2 + 9$

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : যোগফল} &= 3xy + 4y^2 + z + 7xy + 2y^2 + 9 \\ &= 3xy + 7xy + 4y^2 + 2y^2 + z + 9 \\ &= 10xy + 6y^2 + z + 9 \end{aligned}$$

(সদৃশ পদ $3xy$ আৰু $7xy$; $4y^2$ আৰু $2y^2$ সংগ্ৰহ কৰি পুনৰ সজাই লোৱা হৈছে, ইয়াত মন কৰিবা z আৰু 9 যোগ কৰিম কিন্তু যোগফলত z আৰু 9 একেদৰেই থাকি যাব)

উদাহৰণ : 4 সদৃশ পদসমূহ একেলগ কৰা আৰু বাশিটো সৰল কৰা :

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } 2x^2 - 4xy + 7x + 3x^2 + 6x - 2xy - 2x + 3 \\ \text{বাশিসমূহ পুনৰ সজাই আমি পাওঁ} \\ &= 2x^2 + 3x^2 - 4xy - 2xy + 7x + 6x - 2x + 3 \\ &= (2 + 3)x^2 + (-4 - 2)xy + (7 + 6 - 2)x + 3 \\ &= 5x^2 - 6xy + 11x + 3 \end{aligned}$$

উদাহৰণ : 5 $7x + 5$ ৰ পৰা $2x + 3$ বিয়োগ কৰা :

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } (7x + 5) - (2x + 3) \\ &= 7x + 5 - 2x - 3 \\ &= (7x - 2x) + (5 - 3) \\ &= 5x + 2 \end{aligned}$$

উদাহৰণ : 6 $6xy + 7x + 5y$ ৰ পৰা $2xy - 2x - y$ বিয়োগ কৰা :

$$\begin{aligned} \text{সমাধান : } (6xy + 7x + 5y) - (2xy - 2x - y) \\ &= 6xy + 7x + 5y - 2xy + 2x + y \\ &= (6xy - 2xy) + (7x + 2x) + (5y + y) \\ &= 4xy + 9x + 6y \end{aligned}$$

(লক্ষ্য কৰিবা : $2xy - 2x - y$ ক আমি বন্ধনীত আবদ্ধ কৰিছোঁ আৰু বন্ধনী মুক্ত কৰোঁতে চিনৰ ওপৰত গুৰুত্ব দিছোঁ)

মন কৰিবা : কোনো এটা পদ বিয়োগ কৰা আৰু পদটোৰ বিপৰীত পদ যোগ কৰা কাৰ্য একেই। $-2x$ বিয়োগ কৰা আৰু $+2x$ যোগ কৰা, আৰু $-y$ বিয়োগ কৰা আৰু y যোগ কৰা একেই কথা।

অনুশীলনী- 12.2

1. সদৃশপদসমূহ একেলগ কৰি সৰল কৰা :

- (i) $2x + 3y - 45 + 6y - 7x + 5$
- (ii) $x^2 - 2x + y^2 + 2x^2 + 4x + y^3$
- (iii) $a - (2a - 3b) - b - (3b - 4a)$
- (iv) $x^2y + 3xy^2 + y^3 - 3x^2y + 2xy^2 - 3y^3 + 5$
- (v) $(2z^2 + 3y + 7) - (3y - 8z^2 + 1)$

2. যোগ কৰা :

- (i) $3x^2y, -2x^2y, 7x^2y, 2x^2y$
- (ii) $x + xy, 3xy + x, x - 1$
- (iii) $2x^2 + 3xy + y^2, -3x^2 + 5xy + 2y^2, x^2 - 8xy - 3y^2$
- (iv) $3x + 4y, -7x + 5y + 2, 2x + 5xy + 7$
- (v) $6xy, 7yx, 3xz, 5yz$
- (vi) $2x^2 - y^2 + 5, y^2 + 3 - x^2, x^2 + y^2 + 1$
- (vii) $x^2y^2 + xy + 1, -2x^2y^2 + 3xy - 2, 3x^2y^2 - 5xy + x$
- (viii) $3y^2 + yz, -y^2 + 2yz + z^2, z^2 + 1$

3. বিয়োগ কৰা :

- (i) $5x^2y$ ৰ পৰা $-7x^2y$
- (ii) $7xy$ ৰ পৰা $2xy$
- (iii) $2x^2 + 3xy + 4y^2$ ৰ পৰা $-x^2 - 2xy + y^2$
- (iv) $5x^2y^2 + xy + 7$ ৰ পৰা $-2x^2y^2 + 2xy + 5$
- (v) $2m + 3n$ ৰ পৰা $2m^2 - 3m + 1$
- (vi) $6pq - p^2 - q^2$ ৰ পৰা $2pq + p^2 + q^2$
- (vii) $2p - 7$ ৰ পৰা $p^2 + 1$
- (viii) $3x^2 - 2x + 1$ ৰ পৰা $-4x^2 + 5x + 3$

4. দুটা বীজগণিতীয় বাশিৰ যোগফল $5x^2 + 2x + 1$, এটা বাশি $x^2 + 5x + 7$ হ'লে আনটো বাশি উলিওৱা।

5. $7x + 3y + 1$ পাবলৈ $2x + 4y + 7$ ৰ পৰা কিমান বিয়োগ কৰিব লাগিব?

6. অনিমা, মামণি, ৰীতা আৰু পূৰবীৰ গণিতৰ পৰীক্ষাৰ ফলাফল এনে ধৰণৰ—

অনিমাতকৈ মামণিয়ে দুগুণ নম্বৰ পাইছে

ৰীতাই অনিমাতকৈ 4 নম্বৰ কম পাইছে

পূৰবীয়ে মামণিতকৈ 2 নম্বৰ বেছি পাইছে

এতিয়া চাৰিওজনীয়ে পোৱা নম্বৰৰ যোগফল বীজগণিতীয় ৰাশিত প্ৰকাশ কৰা।

7. $3x^2 + 2x + 1$ আৰু $y^2 - 4x - 2$ ৰ যোগফলৰ পৰা $2x^2 + y^2 + 7x + 3$ বিয়োগ কৰা।

8. $2x^2 + 7x$ আৰু $3x - 7$ ৰ সমষ্টিৰ পৰা $2x^2 - x$ আৰু $x^2 + 6x + 2$ ৰ সমষ্টি বিয়োগ কৰা।

9. এডৰা খেতিৰ মাটিৰ চাৰিসীমাৰ জোখ ক্ৰমে $x, \frac{x}{2}, y$ আৰু $\frac{y}{2}$ । মাটি টুকুৰাৰ পৰিসীমা কিমান?

10. নবীনৰ হাতত কেইটামান মাৰ্বল আছে। বিজয়ৰ হাতত নবীনৰ হাতত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যাৰ বৰ্গতকৈ 4টা মাৰ্বল কম আছে, অনুপৰ হাতত বিজয়ৰ হাতত থকা মাৰ্বলতকৈ 4 টা মাৰ্বল বেছি আছে, প্ৰকাশে ক'লে যে তাৰ হাতত নবীন, বিজয় আৰু অনুপৰ হাতত একেলগে থকা মাৰ্বলতকৈ 6 টা মাৰ্বল বেছি আছে। নবীন, বিজয়, অনুপ আৰু প্ৰকাশৰ হাতত থকা মাৰ্বল একেলগ কৰিলে মুঠ মাৰ্বলৰ সংখ্যা বীজগণিতীয় ৰাশিত প্ৰকাশ কৰা।

12.8 বীজগণিতীয় ৰাশিৰ মান নিৰ্ণয় (Finding the value of an Algebraic Expression):

বহু পৰিস্থিতিতে আমি বীজগণিতীয় ৰাশিবোৰৰ মান নিৰ্ণয় কৰাটো প্ৰয়োজন হৈ পৰে, তেনেক্ষেত্ৰত বীজগণিতীয় ৰাশি এটাত ব্যৱহৃত চলকৰ মান বহুৱাই ৰাশিটোৰ মান নিৰ্ণয় কৰিব পাৰোঁ।

চলকৰ মানৰ ওপৰত ৰাশিৰ মান নিৰ্ভৰ কৰে।

অৰ্থাৎ আমি ক'ব বিচাৰিছোঁ যে, বীজগণিতীয় ৰাশিৰ মান নিৰ্ণয়, ৰাশিটো গঠন কৰা চলকৰ মান বহুৱাইহে কৰিব লাগিব।

উদাহৰণ : $x = 4$ ৰ বাবে $7x - 3$ আৰু $x^2 + 5x + 9$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান : $x = 4$ বহুৱালে

$$7x - 3 = 7 \times 4 - 3 = 28 - 3 = 25$$

$x = 4$ ৰ বাবে

$$x^2 + 5x + 9 = (4)^2 + 5 \times 4 + 9 = 45$$

12.9 সূত্ৰ-বিধি আৰু চানেকি (Formulae-Rules and Patterns) :

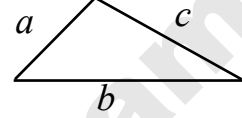
আমি গণিতৰ বিভিন্ন সূত্ৰ আৰু নিয়মৰ সহায়ত বীজগণিতীয় ৰাশি গঠন কৰি সেইবোৰক সাধাৰণ ৰূপত লিখিব পাৰোঁ। লগতে বীজগণিতীয় ৰাশিৰ ব্যৱহাৰ কৰি আমি এনে কিছুমান চানেকি গঠন কৰিব পাৰোঁ যিবোৰে বহুতো গাণিতিক সমস্যা, সাঁথৰ, সমাধান কৰাত সহায় কৰে।

12.9.1 পৰিসীমাৰ সূত্র (Formulas of Perimeter) :

- এটা ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য ক্ৰমে a , b আৰু c একক হ'লে
ত্ৰিভুজটোৰ পৰিসীমা $= (a + b + c)$ একক

সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ক্ষেত্ৰত পৰিসীমা $= a + a + a$
 $= 3a$ একক

(সমবাহু ত্ৰিভুজৰ বাহুবোৰৰ দীঘ সমান। অৰ্থাৎ $a = b = c$)



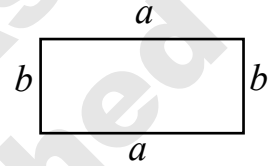
- আয়তৰ পৰিসীমা আৰু কালি (Perimeter and area of a Rectangle):

এটা আয়তৰ দীঘ $= a$ একক

আৰু প্রস্থ $= b$ একক

আয়তৰ পৰিসীমা $= 2(\text{দীঘ} + \text{প্রস্থ})$
 $= 2(a + b)$ একক

আয়তৰ কালি $= \text{দৈৰ্ঘ্য} \times \text{প্রস্থ} = a \times b = ab$ বৰ্গ একক

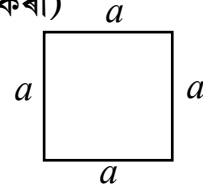


- বৰ্গৰ পৰিসীমা আৰু কালি (Perimeter and area of a Square) (নিজে কৰা)

এটা বৰ্গৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্যক a ৰে সূচিত কৰিলে

বৰ্গৰ পৰিসীমা $= ?$

বৰ্গৰ কালি $= ?$



আমি জানো যে এটা বীজগণিতীয় বাশিৰ চলকৰ মান জানিলে বাশিটোৰ মান নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি। যেনে-
আয়তৰ কালি উলিওৱা সূত্ৰটোত a আৰু b ৰ মান বহুৱালে আয়তটোৰ কালি বা পৰিসীমা উলিয়াব পাৰিম।

উদাহৰণ :

ক্রমিক নং	বাশি	চলকৰ মান	বাশিৰ মান
1	$2x^2 + 4$	$x = 3$	$2 \times 3^2 + 4 = 22$
2	$4x + 3y$	$x = 3$ $y = 2$	$4 \times 3 + 3 \times 2 = 18$
3	$x^2 + 4x + 3$	$x = -2$	$(-2)^2 + 4 \times (-2) + 3 = -1$
4	$pq^2 + p^2q + 2p + 4$	$p = 1$ $q = 2$	$1 \times (2)^2 + (1)^2 \times 2 + 2 \times 1 + 4$ $= 4 + 2 + 2 + 4 = 12$
5	$a^2 - b^2$	$a = 4$ $b = 3$	$4^2 - 3^2 = 16 - 9 = 7$

যদি আয়তৰ দীঘ $a = 4$ চে মি আৰু প্রস্থ $b = 3$ চে মি

হয়, তেন্তে আয়তৰ কালি $= a \times b$

$= 4 \times 3$ বৰ্গ চে মি

$= 12$ বৰ্গ চে মি।

12.9.2 সংখ্যা চানেকি (Number Patterns) :

আমি অযুগ্ম স্বাভাবিক সংখ্যাৰে আৰম্ভ কৰোঁ

$$\text{প্রথম অযুগ্ম স্বাভাবিক সংখ্যা} = 1$$

$$\text{দ্বিতীয় অযুগ্ম স্বাভাবিক সংখ্যা} = 3$$

$$\text{তৃতীয় অযুগ্ম স্বাভাবিক সংখ্যা} = 5$$

$$\text{চতুর্থ অযুগ্ম স্বাভাবিক সংখ্যা} = 7$$



এতিয়া যদি তোমাক 50 তম অযুগ্ম সংখ্যাটো খুব কম সময়ৰ ভিতৰত লিখিব দিয়া হয়, পাৰিবানে? সেয়া কৰিবলৈ হ'লে আমি অযুগ্ম স্বাভাবিক সংখ্যাক অইন ধৰণে প্ৰকাশ কৰিম। মন কৰিবা—

$$\left. \begin{array}{l} \text{প্রথম অযুগ্ম সংখ্যা} = 1 = 2 \times \textcircled{1} - 1 \\ \text{দ্বিতীয় অযুগ্ম সংখ্যা} = 3 = 2 \times \textcircled{2} - 1 \\ \text{তৃতীয় অযুগ্ম সংখ্যা} = 5 = 2 \times \textcircled{3} - 1 \\ \text{চতুর্থ অযুগ্ম সংখ্যা} = 7 = 2 \times \textcircled{4} - 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{'O' এই চিন কয়ি দিয়া হৈছে} \\ \text{সূক্ষ্মভাৱে পৰ্যবেক্ষণ কৰা} \end{array}$$

পঞ্চম অযুগ্ম সংখ্যাটো $2 \times \textcircled{5} - 1$ হয় নে?

এতিয়া $2 \times \textcircled{5} - 1 = 10 - 1 = 9$ (পঞ্চম অযুগ্ম সংখ্যা)

গতিকে আমি 50 তম অযুগ্ম সংখ্যাটো লিখোঁতে $= 2 \times 50 - 1$ লিখিম
 $= 100 - 1 = 99$

n তম অযুগ্ম সংখ্যা $= 2 \times n - 1 = 2n - 1$ (বীজগণিতীয় বাশি)

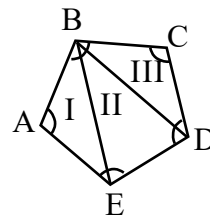
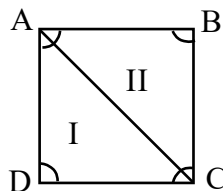
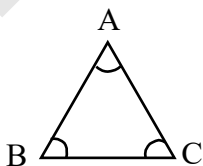
এনেদৰেই আমি প্ৰথম n টা অযুগ্ম সংখ্যাৰ চানেকি সজাব পাৰোঁ।

গতিকে প্ৰথম n টা অযুগ্ম স্বাভাবিক সংখ্যাৰ চানেকিৰ বীজগণিতীয় বাশিটো হ'ল $2n - 1$

নিজে কৰা : 1. প্ৰথম n টা যুগ্ম স্বাভাবিক সংখ্যাৰ বাবে চানেকি উলিওৱা—

2. 4, 8, 12..... সংখ্যাৰ চানেকি অৰ্থাৎ n তম পদৰ বাশিটো উলিওৱা।

জ্যামিতিৰ চানেকি (Geometrical Pattern):



$$\begin{aligned}
 \text{ABC ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণৰ সমষ্টি} &= 180^\circ \\
 \text{ABCD চতুৰ্ভুজৰ চাৰিটা কোণৰ সমষ্টি} &= \text{ত্ৰিভুজ I ৰ কোণৰ সমষ্টি} + \text{ত্ৰিভুজ II ৰ কোণৰ সমষ্টি} \\
 &= 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ \\
 \text{ABCDE পঞ্চভুজৰ কোণৰ সমষ্টি} &= \text{ত্ৰিভুজ I ৰ কোণৰ সমষ্টি} + \text{ত্ৰিভুজ II ৰ কোণৰ সমষ্টি} \\
 &\quad + \text{ত্ৰিভুজ III ৰ কোণৰ সমষ্টি} \\
 &= 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ = 540^\circ
 \end{aligned}$$

এতিয়া ষড়ভুজ, সপ্তভুজ,... বহুভুজৰ কোণৰ সমষ্টি বুজাবলৈ হ'লে চানেকি কেনেদৰে গঠন কৰিম মন কৰা।

$$\text{ত্ৰিভুজৰ কোণৰ সমষ্টি} = 180^\circ = (3 - 2) \times 180^\circ$$

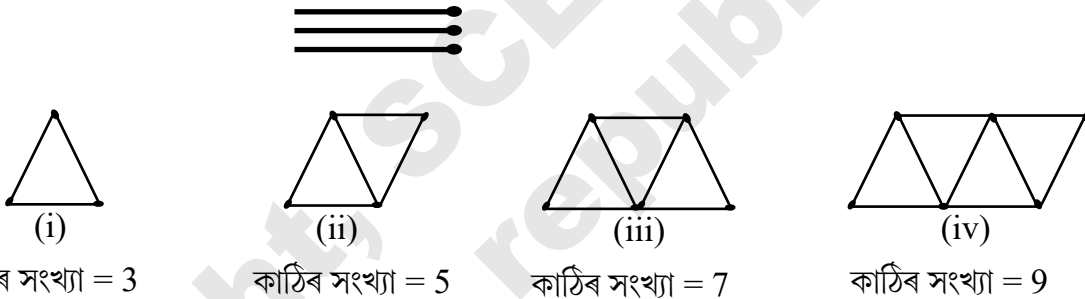
$$\text{চতুৰ্ভুজৰ কোণৰ সমষ্টি} = 360^\circ = (4 - 2) \times 180^\circ$$

$$\text{পঞ্চভুজৰ কোণৰ সমষ্টি} = 540^\circ = (5 - 2) \times 180^\circ$$

মন কৰাচোন 3, 4, 5 ইত্যাদি হৈছে বহুভুজটোৰ বাহুৰ সংখ্যা

$$\therefore n \text{ টা ভুজৰ কোণৰ সমষ্টি} = (n - 2) \times 180^\circ = 2(n - 2)90^\circ = (2n - 4)90^\circ$$

কাঠিৰ খেল (Game of stick) :



ৰীতা আৰু তপনে দিয়াচলাই কাঠিৰে ত্ৰিভুজ বনাব (চিত্ৰত দিয়া ধৰণে)

(i) ৰীতাই 3 ডাল কাঠিৰে 1 টা ত্ৰিভুজ বনালে

(ii) তপনে 5 ডাল কাঠিৰে 2 টা ত্ৰিভুজ বনালে

(iii) ৰীতাই 7 ডাল কাঠিৰে 3 টা ত্ৰিভুজ বনালে

(iv) তপনে 9 ডাল কাঠিৰে 4 টা ত্ৰিভুজ বনালে

প্ৰশ্ন : n টা ত্ৰিভুজ বনাবলৈ কিমানডাল কাঠিৰ প্ৰয়োজন হ'ব?

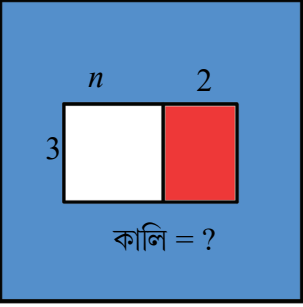
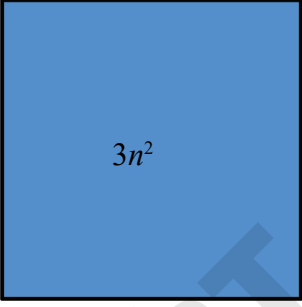
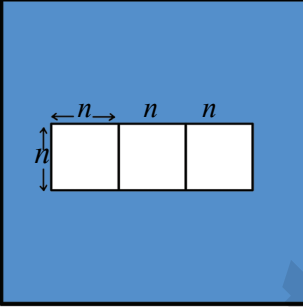
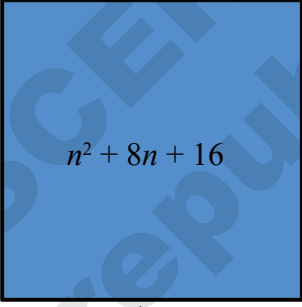
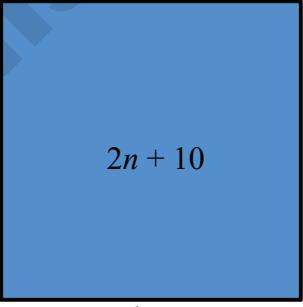
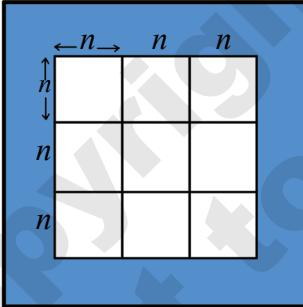
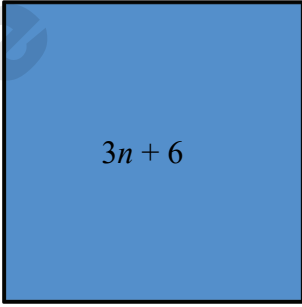
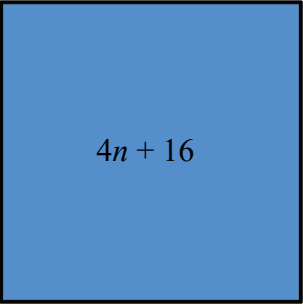
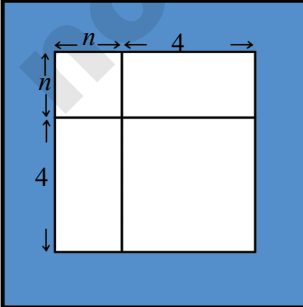
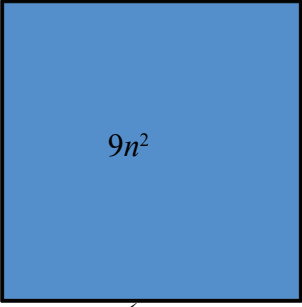
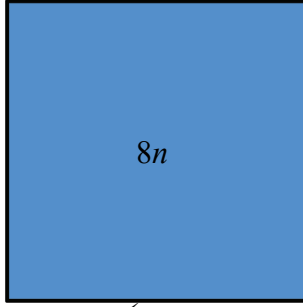
ওপৰৰ প্ৰশ্নৰ উত্তৰ পাবলৈ আমি 3, 5, 7, 9 সংখ্যাকেইটাৰ চানেকি সজাব লাগিব।

ত্ৰিভুজৰ সংখ্যা	কাঠিৰ সংখ্যা	চানেকি
1	3	$2 \times 1 + 1$
2	5	$2 \times 2 + 1$
3	7	$2 \times 3 + 1$
4	9	$2 \times 4 + 1$
n		$2n + 1$

গতিকে, n টা ত্ৰিভুজ পাবলৈ কাঠিৰ সংখ্যা হ'ব $2n + 1$

কাৰ্য : কাৰ্ডৰ খেল

শিক্ষকে কাৰ্ড বনাব আৰু ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক খেলটো বুজাই দিব (ক অংশত থকা প্ৰশ্ন কাৰ্ডৰ লগত উত্তৰ কাৰ্ড মিলাব)

প্ৰশ্নকাৰ্ড	উত্তৰ কাৰ্ড (কালি, পৰিসীমা)	
1.  কালি = ?	 $3n^2$ কাৰ্ড নং 1	 $12n$ কাৰ্ড নং 2
2. 	 $n^2 + 8n + 16$ কাৰ্ড নং 3	 $2n + 10$ কাৰ্ড নং 4
3. 	 $3n + 6$ কাৰ্ড নং 5	 $4n + 16$ কাৰ্ড নং 6
4. 	 $9n^2$ কাৰ্ড নং 7	 $8n$ কাৰ্ড নং 8

অনুশীলনী- 12.3

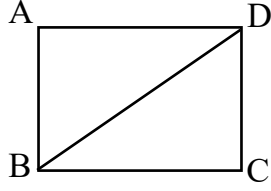
- $a = 1$ হ'লে তলৰ বীজগণিতীয় ৰাশিবোৰৰ মান নিৰ্ণয় কৰা :
 (i) $2a + 1$ (ii) $a^2 - 2a + 1$ (iii) $\frac{a+3}{4}$ (iv) $\frac{1}{2}a - 4$
 (v) $a^3 + a^2 + a - 1$
- $x = -3$ হ'লে তলৰ বীজগণিতীয় ৰাশিবোৰৰ মান নিৰ্ণয় কৰা :
 (i) $-x^2 + 4x + 3$ (ii) $2x^2 + x + 3$ (iii) $x^3 - x^2 + 1$ (iv) $3x + 1$
 (v) $\frac{x}{3} + \frac{2}{3}$
- $x = 1$ হ'লে আৰু $y = -1$ হ'লে তলত দিয়া বীজগণিতীয় ৰাশিবোৰৰ মান নিৰ্ণয় কৰা :
 (i) $x^2 + xy + y^2$ (ii) $x^2 + y^2$ (iii) $x^2 - y^2$ (iv) $x^2 + y + 1$
 (v) $3x + y$ (vi) $x^2y + xy^2 + x$
- তলৰ ৰাশিসমূহ সৰল কৰা আৰু $x = -2$ ৰ বাবে মান নিৰ্ণয় কৰা :
 (i) $x^2 + x + 7 + x + x^2 - 1$ (ii) $3(x + 4) + 2x + 1$
 (iii) $3x - (2x - 1)$ (iv) $(x^2 + x) - (2x^2 - x + 1)$
 (v) $x^3 + 2x^2 - x + 2x^2 + 2x + 1$ (vi) $x^3 - 4(x - 5)$
- তলৰ ৰাশিসমূহ সৰল কৰা আৰু মান নিৰ্ণয় কৰা যদি $x = 2$, $y = -3$ আৰু $z = -1$ হয়
 (i) $2x + y - z + 3x - 2y + z$ (ii) $xy + yz + 2x$
 (iii) $2x^2y + xy^2z + 3xyz + 6x^2y - 2xy^2z - 6xyz$
 (iv) $5 - 3x + 2y - 7x + 6y + 2 + z$
 (v) $(2x + y + z) - (z - 3y) + (2 + x) - (5 - z)$
- $x = 0$ ৰ বাবে যদি $x^2 + 2x - p + 1$ ৰ মান 6 হয় তেন্তে p ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

অনুশীলনী- 12.4

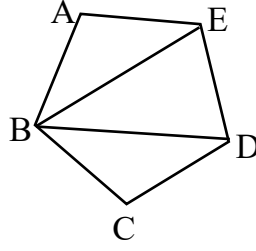
- প্ৰদত্ত বীজগণিতীয় ৰাশিৰ মানৰ তালিকাখন সম্পূৰ্ণ কৰা [অজ্ঞাত ৰাশিৰ সলনি 1, 2, 3... ব্যৱহাৰ কৰা]

	ৰাশি	পদসমূহ							
		প্ৰথম	দ্বিতীয়	তৃতীয়	চতুৰ্থ	পঞ্চম	50তম		100তম
(i)	$5n + 1$	6	11						
(ii)	$3n - 1$	2		8					
(iii)	$x^2 + 1$	2			17				
(iv)	$2x + 3$	5		9		13			203
(v)	$4n - 1$	3					199		

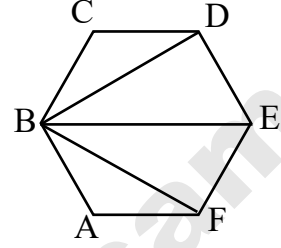
2. তলত দিয়া চিত্ৰবোৰলৈ মন কৰা :



(i)



(ii)



(iii)

- (i) নং চিত্ৰত ABCD চতুৰ্ভুজত B শীৰ্ষ বিন্দুৰ পৰা মাত্ৰ এডাল কৰ্ণ আঁকিব পাৰি।
(ii) নং চিত্ৰত ABCDE পঞ্চভুজত B শীৰ্ষ বিন্দুৰ পৰা মাত্ৰ 2 ডাল কৰ্ণ আঁকিব পাৰি।
(iii) নং চিত্ৰত ABCDEF ষড়ভুজত B শীৰ্ষ বিন্দুৰ পৰা মাত্ৰ 3 ডাল কৰ্ণ আঁকিব পাৰি।

$\therefore$ চতুৰ্ভুজৰ এটা শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা আঁকিব পৰা কৰ্ণৰ সংখ্যা = 1

পঞ্চভুজৰ এটা শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা আঁকিব পৰা কৰ্ণৰ সংখ্যা = 2

ষড়ভুজৰ এটা শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা আঁকিব পৰা কৰ্ণৰ সংখ্যা = 3

$\therefore$ সপ্তভুজত এটা শীৰ্ষ বিন্দুৰ পৰা কেইটা কৰ্ণ আঁকিব পাৰি?

n বাহুযুক্ত বহুভুজত এটা শীৰ্ষ বিন্দুৰ পৰা কেইটা কৰ্ণ আঁকিব পাৰি?

3. তলত দিয়া তালিকা আৰু $n = 1, 2, 3, 4, 5$ ৰ বাবে দিয়া মানবোৰৰ সংখ্যাৰ তলত দিয়া হৈছে। চানেকি সজোৱা (n তম পদটো লিখা।)

(a)

n	1	2	3	4	5
মান	1	4	9	16	?

চানেকিৰ সাধাৰণ n যুক্ত পদ = ?

(b)

n	1	2	3	4	5	—	n
মান	4	7	10	13	?		?

(c)

n	1	2	3	4	5	6
মান	8	10	12	14	16	?

n তম পদ = ?

আমি কি শিকিলোঁ

1. বীজগণিতীয় বাশি চলক আৰু ধ্ৰুৱকৰ যোগ-বিয়োগ-পূৰণ-হৰণ প্ৰক্ৰিয়াৰে গঠন কৰোঁ।
2. এটা বীজগণিতীয় বাশি এক-দুই বা ততোধিক পদেৰে গঠন কৰা হয়।
3. এটা পদৰ সাংখ্যিক উৎপাদকক পদটোৰ সহগ বোলা হয়।
4. এটা পদযুক্ত বাশিক একপদ বাশি, দুটা পদযুক্ত বাশিক দ্বিপদ বাশি আৰু তিনিটা পদযুক্ত বাশিক ত্ৰিপদ বাশি বোলা হয়। সামগ্ৰিকভাৱে এটা বা ততোধিক পদযুক্ত বাশিক বহুপদ বাশি বুলি কোৱা হয়।
5. একেই বীজগণিতীয় উৎপাদক থকা পদবোৰক সদৃশ পদ বুলি কোৱা হয়। বিভিন্ন বীজগণিতীয় উৎপাদক থকা পদবোৰক বিসদৃশ পদ বুলি কোৱা হয়।
6. দুটা বা ততোধিক সদৃশ পদহে যোগ নাইবা বিয়োগ কৰিব পাৰি।
7. দুটা সদৃশ পদৰ যোগফল (বিয়োগফল)টোও এটা সদৃশ পদ যাৰ সহগটো সদৃশ পদ দুটাৰ সহগৰ যোগফল (বিয়োগফল)ৰ সমান।
8. দুটা বীজগণিতীয় বাশিৰ যোগ (বিয়োগ) কৰোঁতে বাশি দুটাৰ সদৃশ পদবোৰ যোগ (বিয়োগ) কৰা হয়। বিসদৃশ পদবোৰ যেনেদৰে আছে সেইদৰেই ৰখা হয়।
9. চলকৰ মানৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰি বাশিৰ মান নিৰ্ণয় কৰা হয়।
10. বীজগণিতীয় বাশি ব্যৱহাৰ কৰি গণিতৰ নিয়ম/ সূত্ৰসমূহ সংক্ষিপ্ত আৰু সাধাৰণ ৰূপত লিখিব পাৰি। দুটা সংখ্যাৰ চানেকিৰ সাধাৰণ পদটো n যুক্ত বীজগণিতীয় বাশি।



অধ্যায়- 13

সূচক আৰু ঘাত

(Exponents and Powers)



13.1 পৃথিৱীৰ পৰা সূৰ্যটো কিমান দূৰত আছে অনুমান কৰিব পাৰিবানে?

পৃথিৱীৰ পৰা সূৰ্যৰ দূৰত্ব হ'ল 149,600,000,000 মিটাৰ। সেইদৰে শনি গ্ৰহৰ পৰা সূৰ্যৰ দূৰত্ব হ'ল 1,433,500,000,000 মিটাৰ আৰু শনি গ্ৰহৰ পৰা ইউৰেনাছ গ্ৰহৰ দূৰত্ব হ'ল 1,439,000,000,000 মিটাৰ। এই তিনিটা দূৰত্ব তুমি পঢ়িব পাৰিবানে? এই তিনিটা দূৰত্বৰ ভিতৰত কোনটো সৰু তুমি ক'ব পাৰিবানে? এইবোৰ ডাঙৰ সংখ্যা। এনে ধৰণৰ ডাঙৰ সংখ্যাবোৰ পঢ়িবলৈ কঠিন। এনেধৰণৰ ডাঙৰ সংখ্যাবোৰ তুলনা কৰিবলৈও কঠিন। ডাঙৰ সংখ্যাবোৰ সংক্ষিপ্ত বা চমু ৰূপত (Concise form) লিখিলেহে তুলনা (Compare) কৰিবলৈ সহজ হ'ব। ডাঙৰ সংখ্যাবিলাক চুটকৈ বা সংক্ষিপ্ত ৰূপত কিদৰে প্ৰকাশ কৰা হয় নিশ্চয় তোমালোকৰ জানিবলৈ ইচ্ছা গৈছে। ডাঙৰ সংখ্যাবোৰ সংক্ষিপ্ত ৰূপত প্ৰকাশ কৰিবলৈ আমি সূচক (Exponents) ব্যৱহাৰ কৰোঁ। এই অধ্যায়ত সূচকৰ প্ৰাৰম্ভিক ধাৰণাৰ বিষয়ে শিকিম।

13.2 সূচক (Exponents):

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ৰ পূৰণফল কিমান হ'ব ক'ব পাৰিবানে? পূৰণফল 64 হ'ব।

ইয়াত 2 ক 6 বাৰ পূৰণ কৰা হৈছে আৰু ইয়াৰ পূৰণফল 64 পোৱা যাব।

অৰ্থাৎ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

ইয়াত 2 ক ভূমি (Base) বোলে।

আৰু 6 ক সূচক বোলে।

2^6 ক 2 ৰ ষষ্ঠ ঘাত (Power) বোলে।

2^6 ক '2 ৰ ষষ্ঠ ঘাত' বুলি পঢ়া হয়। ইয়াক ইংৰাজীত '2 to the power 6' বুলি পঢ়া হয়। মন কৰিবা যে 2^6 হৈছে 64 ৰ সূচকীয় ৰূপ (Exponential form)।

উদাহৰণ 1 : সূচকীয় ৰূপত লিখোঁ আহা (Let us write in exponential form) —

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$ [3ক 5বাৰ পূৰণ কৰা হৈছে]

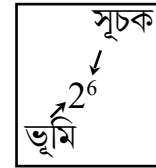
ভূমি 3 আৰু সূচক 5 হ'লে সংখ্যাটো $3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$

243 ৰ সূচকীয় ৰূপ 3^5

$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^7$ [5ক 7বাৰ পূৰণ কৰা হৈছে]

ভূমি 5 আৰু সূচক 7 হ'লে সংখ্যাটো $5^7 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 15625$

15625 ৰ সূচকীয় ৰূপ 5^7



$$10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$$

ভূমি 10 আৰু সূচক 4 হ'লে সংখ্যাটো $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$

10000 ৰ সূচকীয় ৰূপ 10^4

$$(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^4$$

আমি ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাক ভূমি হিচাপে ল'ব পাৰোঁ। যেনে : -3 ভূমি আৰু সূচক 4 হ'লে $(-3)^4$

ইয়াত (-3) ক 4 বাৰ পূৰণ কৰা হৈছে। ইয়াৰ ভূমি ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা।

$(-3)^4$ ৰ মান কিমান হ'ব ক'ব পাৰিবানে?

$$\begin{aligned} (-3)^4 &= (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \\ &= 81 \end{aligned}$$

$$\text{আকৌ } 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$$

এতিয়া $(-3)^4 = 3^4$ হ'বনে? পৰীক্ষা কৰি চোৱা।

সেইদৰে $(-3)^5 = 3^5$ হ'বনে? পৰীক্ষা কৰি চোৱা।

যদি 'a' এটা অখণ্ড সংখ্যা হয় তেন্তে a ক ভূমি হিচাপে লৈ সূচকীয় ৰূপত লিখোঁ আহা—

$$a \times a = a^2 \text{ [ইয়াক } a \text{ ৰ বৰ্গ (square) বোলে]}$$

$$a \times a \times a = a^3 \text{ [ইয়াক } a \text{ ৰ ঘন (cubed) বোলে]}$$

$$a \times a \times a \times a = a^4$$

$$a \times a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^8$$

এইবাৰ বেলেগ বেলেগ অখণ্ড সংখ্যাৰ সূচকীয় ৰূপ চাওঁ আহা—

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^3 \times 3^4$$

ইয়াত 2 সংখ্যাটো 3 বাৰ আৰু 3 সংখ্যাটো 4 বাৰ পূৰণ হৈ আছে।

$$\text{সেইদৰে } (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times 5 \times 5 \times 5 = (-3)^4 \times 5^3$$

$$(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = (-2)^3 \times (-5)^3$$

$$a \times a \times a \times a \times b \times b \times b = a^4 \times b^3$$

$$p \times p \times q \times q \times q \times q \times r \times r \times r = p^2 \times q^4 \times r^3$$

আমি আগতে উল্লেখ কৰিছো যে সূচক ব্যৱহাৰ কৰি ডাঙৰ সংখ্যাক সংক্ষিপ্ত ৰূপত লিখিব পাৰোঁ।

$$1000 = 10 \times 10 \times 10 = 10^3$$

10^3 হৈছে 1000ৰ সূচকীয় ৰূপ

$$\text{একেদৰে } 10000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$$

10^4 হৈছে 10000 ৰ সূচকীয় ৰূপ

$$100000 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^5$$

অৰ্থাৎ 1 লাখ = 10^5

কেইটামান ডাঙৰ সংখ্যাৰ সূচকীয় ৰূপ লক্ষ্য কৰা

$$1 \text{ মিলিয়ন} = 10^6$$

$$1 \text{ বিলিয়ন} = 10^9$$

$$1 \text{ কোটি} = 10^7$$

$$1 \text{ গুগ'ল(Googol)} = 10^{100} \text{ ইত্যাদি}$$

তোমালোকে পঞ্চম শ্ৰেণীত সংখ্যাৰ বিস্তাৰিত ৰূপ শিকি আহিছা।

32574ৰ বিস্তাৰিত ৰূপ কি হ'ব?

$$32574 = 3 \times 10000 + 2 \times 1000 + 5 \times 100 + 7 \times 10 + 4$$

ইয়াক $3 \times 10^4 + 2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 7 \times 10 + 4$ ধৰণেৰেও লিখিব পাৰি। ইয়াত এশ, হাজাৰ, অযুত আদিৰ সূচকীয় ৰূপ ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে।

54729ক সূচকীয় ৰূপত বিস্তাৰ কৰাচোন।

$$54729 = 5 \times 10^4 + 4 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 2 \times 10 + 9$$

একেটা পদ্ধতিৰে 125, 7632, 576ক সূচকীয় ৰূপত বিস্তাৰ কৰিবলৈ চেষ্টা কৰা। বেছি ডাঙৰ সংখ্যাৰ সূচকীয় ৰূপ তোমালোকে শেষৰফালে শিকিব পাৰিবা।

ধৰা হ'ল 81 ক সূচকীয় ৰূপত প্ৰকাশ কৰিব লাগে।

লীনাই এনেদৰে 81ক সূচকীয় ৰূপত প্ৰকাশ কৰিলে

$$81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$$

বীণাই এনেদৰে 81ক সূচকীয় ৰূপত প্ৰকাশ কৰিলে

$$81 = 9 \times 9 = 9^2$$

দুয়োটা সূচকীয় ৰূপৰ পৰা কি লক্ষ্য কৰিলা? ভূমি আৰু সূচক বেলেগ বেলেগ পালা নেকি বাৰু?

81 ৰ সূচকীয় ৰূপ দুটাৰ এটাৰ ভূমি 3 আৰু আনটোৰ ভূমি 9। সেইদৰে সূচক দুটাও বেলেগ বেলেগ। এটাৰ সূচক 4 আনটোৰ সূচক 2, গতিকে একেটা সংখ্যাকে বেলেগ বেলেগ ভূমি আৰু সূচকত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।

এইবাৰ 256 ৰ সূচকীয় ৰূপ চাওঁ আহা—

$$256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8$$

$$256 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^4$$

$$256 = 16 \times 16 = 16^2$$

ইয়াত 256 ক তিনিটা সূচকীয় ৰূপত প্ৰকাশ কৰা হৈছে।

উদাহৰণ 2 : 729 ক 3 ৰ ঘাত হিচাপে প্ৰকাশ কৰা।

সমাধান : যিহেতু 729 ক 3 ৰ ঘাত হিচাপে প্ৰকাশ কৰিবলৈ দিছে। গতিকে 729 ক 3ৰে বাৰে বাৰে হৰণ কৰিব লাগিব।

$$\begin{array}{r}
 3 \overline{) 729} \\
 3 \overline{) 243} \\
 3 \overline{) 81} \\
 3 \overline{) 27} \\
 3 \overline{) 9} \\
 3
 \end{array}$$

$$729 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6$$

উদাহৰণ 3 : 8000 ক মৌলিক সংখ্যাৰ ঘাতৰ পূৰণফল ৰূপে প্ৰকাশ কৰা।

সমাধান :

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 8000} \\
 2 \overline{) 4000} \\
 2 \overline{) 2000} \\
 2 \overline{) 1000} \\
 2 \overline{) 500} \\
 2 \overline{) 250} \\
 5 \overline{) 125} \\
 5 \overline{) 25} \\
 5
 \end{array}$$

$$\therefore 8000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 2^6 \times 5^3$$

অন্য ধৰণেও চেষ্টা কৰোঁ আহা

$$\begin{aligned}
 8000 &= 8 \times 1000 \\
 &= 2 \times 2 \times 2 \times 10 \times 10 \times 10 \\
 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \\
 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 2^6 \times 5^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8 &= 2 \times 2 \times 2 \\
 1000 &= 10 \times 10 \times 10
 \end{aligned}$$

উদাহৰণ 4 : $5^2 \times 3^4$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

$$\begin{aligned}
 \text{সমাধান : } 5^2 \times 3^4 \\
 = 5 \times 5 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 2025
 \end{aligned}$$

উদাহৰণ 5 : মান নিৰ্ণয় কৰা।

$$(-1)^3, (-1)^4, (-1)^5, (-1)^8, (-1)^7, (-1)^9$$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 (-1)^3 &= \underbrace{(-1) \times (-1) \times (-1)} \\
 &= 1 \times (-1) \\
 &= -1
 \end{aligned}$$

$$(-1)^4 = \underbrace{(-1) \times (-1)}_{=1} \times \underbrace{(-1) \times (-1)}_{=1}$$

$$= 1 \times 1$$

$$= 1$$

$$(-1)^5 = \underbrace{(-1) \times (-1)}_{=1} \times \underbrace{(-1) \times (-1)}_{=1} \times (-1)$$

$$= 1 \times 1 \times (-1)$$

$$= 1 \times (-1) = -1$$

$$\text{বা } (-1)^5 = (-1)^4 \times (-1)$$

$$= 1 \times (-1) = -1$$

$$(-1)^8 = \underbrace{(-1) \times (-1)}_{=1} \times \underbrace{(-1) \times (-1)}_{=1} \times \underbrace{(-1) \times (-1)}_{=1} \times \underbrace{(-1) \times (-1)}_{=1}$$

$$= 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$$

$$(-1)^7 = \underbrace{(-1) \times (-1)}_{=1} \times \underbrace{(-1) \times (-1)}_{=1} \times \underbrace{(-1) \times (-1)}_{=1} \times (-1)$$

$$= 1 \times 1 \times 1 \times (-1) = (-1)$$

$$(-1)^9 = \underbrace{(-1) \times (-1)}_{=1} \times \underbrace{(-1) \times (-1)}_{=1} \times \underbrace{(-1) \times (-1)}_{=1} \times \underbrace{(-1) \times (-1)}_{=1} \times (-1)$$

$$= 1 \times 1 \times 1 \times (-1)$$

$$= 1 \times (-1) = -1$$

ওপৰৰ উদাহৰণটোৰ পৰা লক্ষ্য কৰিলে দেখিবা যে (-1) ৰ সূচক যুগ্ম সংখ্যা হ'লে মান 1 হয় আৰু (-1) ৰ সূচক অযুগ্ম সংখ্যা হ'লে মান -1 হয়

অৰ্থাৎ $(-1)^{\text{যুগ্ম সংখ্যা}} = 1$

$$(-1)^{\text{অযুগ্ম সংখ্যা}} = -1$$

গতিকে $(-1)^{48} = 1$ [কাৰণ সূচক যুগ্ম সংখ্যা]

$$(-1)^{70} = 1$$
 [কাৰণ সূচক যুগ্ম সংখ্যা]

$$(-1)^{65} = -1$$
 [কাৰণ সূচক অযুগ্ম সংখ্যা]

$$(-1)^{73} = -1$$
 [কাৰণ সূচক অযুগ্ম সংখ্যা]

অনুশীলনী- 13.1

1. শুদ্ধ উত্তৰটো বাচি উলিওৱা :

(i) $(-1)^5$ ৰ মান হ'ব

(a) -1 (b) 1 (c) 5 (d) -5

(ii) $(-5)^4$ ৰ মান হ'ব

(a) -625 (b) 625 (c) 256 (d) -256

2. সূচকীয় ৰূপত প্ৰকাশ কৰা :

(i) $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

(ii) $3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2$

(iii) $(-2) \times (-2) \times (-2) \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

(iv) $b \times b \times b \times b \times b \times c \times c \times c$

(v) $a \times a \times a \times b \times b \times c \times c \times c \times c \times c$

3. মান নিৰ্ণয় কৰা :

(i) 2^7

(ii) $(-2)^7$

(iii) 3^6

(iv) $(-3)^6$

(v) $2^5 \times 4^4$

(vi) $5^2 \times 3^3$

(vii) $(-3)^2 \times (-5)^3$

4. সূচকীয় ৰূপত প্ৰকাশ কৰা :

(i) 343

(ii) 729

(iii) 2187

(iv) -2187

(v) 3125

(vi) -3125

5. তলৰ প্ৰতিটো সংখ্যাক সিহঁতৰ মৌলিক উৎপাদকৰ ঘাতৰ পূৰণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰা :

(i) 100

(ii) 300

(iii) 1000

(iv) 2700

(v) 405

(vi) 1600

6. খালী বাকচত $>$, $<$ বা $=$ চিন বহুওৱা :

(i) $(-5)^3 \square 5^3$

(ii) $(-5)^2 \square 5^2$

(iii) $(-7)^4 \square 7^4$

(iv) $(-1)^{15} \square (-1)^{10}$

(v) $(-1)^{11} \square 1^{11}$

(vi) $2^7 \square 2^6$

7. $2592 = 2^m \times 3^n$ হ'লে আৰু m আৰু n ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

8. $16875 = 3^m \times 5^n$ হ'লে আৰু m আৰু n মান নিৰ্ণয় কৰা।

13.3 সূচকৰ বিধি (Laws of Exponents)

সূচকৰ কিছুমান নিৰ্দিষ্ট বিধি বা নিয়ম আছে। এই বিধিসমূহ প্ৰয়োগ কৰি সংখ্যাবোৰৰ পূৰণ, হৰণ সহজতে কৰিব পাৰি। সূচকৰ বিধিসমূহ তলত আলোচনা কৰোঁ আহা।

13.3.1 একে ভূমি বিশিষ্ট ঘাতৰ পূৰণ (Multiplying powers with the same base):

(i) $3^2 \times 3^5$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰোঁ আহা

$$\begin{aligned} 3^2 \times 3^5 &= (3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3) \\ &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ &= 3^7 \end{aligned}$$

[পুনৰ সূচকীয় ৰূপত প্ৰকাশ কৰা হ'ল]

ইয়াত 3^2 আৰু 3^5 দুয়োটাৰে ভূমি একে (ভূমি 3)। সূচক দুটা ক্ৰমে 2 আৰু 5।

3^2 ত 2 টা 3 পূৰণ কৰা হৈছে

3^5 ত 5টা 3 পূৰণ কৰা হৈছে।

গতিকে $3^2 \times 3^5$ ত মুঠতে $2+5 = 7$ টা 3 পূৰণ কৰা হৈছে। গতিকে $3^2 \times 3^5 = 3^7$

তোমালোকে লক্ষ্য কৰিছা যে

$$\begin{aligned} 3^2 \times 3^5 &= 3^{2+5} \\ &= 3^7 \end{aligned}$$

সৌপক্ষ আৰু বাঁওপক্ষত ভূমি একে আছে। সৌপক্ষৰ সূচকৰ মান বাঁওপক্ষৰ সূচক দুটাৰ যোগফলৰ সমান।

(ii) $(-3)^4 \times (-3)^5$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰোঁ আহা

$$\begin{aligned} &= (-3)^4 \times (-3)^5 \\ &= (-3)^{4+5} \\ &= (-3)^9 \end{aligned}$$

ইয়াত সৌপক্ষ আৰু বাঁওপক্ষৰ ভূমি একে আছে। সৌপক্ষৰ সূচকৰ মান বাঁওপক্ষৰ সূচক দুটাৰ যোগফলৰ সমান।

(iii) ধৰা হ'ল a এটা অশূন্য অখণ্ড সংখ্যা

$$\begin{aligned} a^3 \times a^4 &= a^{3+4} \\ &= a^7 \end{aligned}$$

ইয়াত ভূমি একে আৰু সূচকৰ সমষ্টি $3+4 = 7$

$$\begin{aligned} \text{অৰ্থাৎ } a^3 \times a^4 &= a^{3+4} \\ &= a^7 \end{aligned}$$

(iv) ওপৰৰ উদাহৰণ কেইটাৰ দৰে এইবাৰ চাওঁ আহা

$$a^m \times a^n = (a \times a \times \dots \times a) \times (a \times a \times \dots \times a)$$

ইয়াত m টা a আছে ইয়াত n টা a আছে

$$= a \times a \times a \times \dots \times a$$

ইয়াত $m + n$ টা a আছে

$$= a^{m+n}$$

a এটা অশূন্য অখণ্ড সংখ্যা ($a \neq 0$) আৰু m আৰু n পূৰ্ণ সংখ্যা হ'লে

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

এইটো সূচকৰ এটা বিধি।

এই বিধিটো প্ৰয়োগ কৰি সৰল কৰোঁ আহা

(i) $5^3 \times 5^7 = 5^{3+7} = 5^{10}$

(ii) $(-2)^{10} \times (-2)^8 = (-2)^{10+8} = (-2)^{18}$

একে ভূমি বিশিষ্ট দুটাতকৈ বেছি সংখ্যাৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰতো এই বিধিটো প্ৰয়োগ কৰিব পাৰি।

$$(i) 7^2 \times 7^4 \times 7^5 = 7^{2+4+5} = 7^{11}$$

$$(ii) (-4)^3 \times (-4)^7 \times (-4)^2 \times (-4)^5 \\ = (-4)^{3+7+2+5} = (-4)^{17}$$

এতিয়া $3^4 \times 2^5$ ৰ ক্ষেত্ৰত ওপৰত উল্লেখ কৰা সূচকৰ বিধিটো প্ৰয়োগ কৰিব পাৰিবানে? 3^4 ৰ ভূমি 3 আৰু 2^5 ৰ ভূমি 2। অৰ্থাৎ ভূমি দুটা একে নহয়। গতিকে ওপৰৰ সূত্ৰটো প্ৰয়োগ কৰিব নোৱাৰি।

13. 3.2 একে ভূমি বিশিষ্ট ঘাতৰ হৰণ (Dividing powers with the same base):

(i) $3^6 \div 3^2$ নিৰ্ণয় কৰোঁ আহা

ইয়াত দুয়োটা ভূমি একে (ভূমি 3)। সূচক দুটা ক্ৰমে 6 আৰু 2।

$$3^6 \div 3^2 = \frac{3^6}{3^2}$$

$$= \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3} \quad (\text{ইয়াত হৰ আৰু লবক } 3 \times 3 \text{ ৰে হৰণ কৰি})$$

$$= 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= 3^4$$

এনেদৰেও চিন্তা কৰিব পাৰি যে লবৰ সূচক 6 ৰ পৰা হৰৰ সূচক 2 বিয়োগ কৰিলে 4 পোৱা যাব। এই বিয়োগফল 4য়ে হ'ব হৰণফলৰ সূচক।

$$\text{অৰ্থাৎ } 3^6 \div 3^2 = 3^4 = 3^{6-2}$$

(ii) $(-2)^5 \div (-2)^2$ নিৰ্ণয় কৰোঁ আহা

ইয়াতো দুয়োটাৰ ভূমি একে অৰ্থাৎ ভূমি -2

এতিয়া ওপৰত দেখুওৱাৰ দৰে

$$(-2)^5 \div (-2)^2 = \frac{(-2)^5}{(-2)^2}$$

$$= \frac{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)}{(-2) \times (-2)}$$

$$= (-2) \times (-2) \times (-2)$$

$$= (-2)^3$$

$$= (-2)^{5-2}$$

(iii) a এটা অশূন্য অখণ্ড সংখ্যা হ'লে $a^7 \div a^4$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰোঁ আহা—

$$\begin{aligned} a^7 \div a^4 &= \frac{a^7}{a^4} \\ &= \frac{a \times a \times a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a} \\ &= a \times a \times a \\ &= a^3 \\ &= a^{7-4} \end{aligned}$$

(iv) ওপৰৰ উদাহৰণ কেইটাৰ দৰে এইবাৰ চাওঁ আহা

$$\begin{aligned} a^m \div a^n &= \frac{a^m}{a^n} \text{ ইয়াত } m > n \text{ হ'ব লাগিব} \\ &= \frac{a \times a \times a \times \dots \times a}{a \times a \times a \times \dots \times a} \quad \begin{matrix} (m \text{ টা } a \text{ আছে}) \\ (n \text{ টা } a \text{ আছে}) \end{matrix} \\ &= a^{m-n} \end{aligned}$$



a এটা অশূন্য অখণ্ড সংখ্যা আৰু m আৰু n পূৰ্ণ সংখ্যা য'ত $m > n$ হ'লে

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

এইটোও সূচকৰ এটা বিধি।

সূচকৰ এই বিধিটো প্ৰয়োগ কৰি সৰল কৰোঁ আহা :

$$(i) 5^{20} \div 5^{12} = 5^{20-12} = 5^8 \quad (ii) (-3)^{12} \div (-3)^7 = (-3)^{12-7} = (-3)^5$$

তোমালোকে $m > n$ হ'লে $a^m \div a^n = a^{m-n}$ সূচকৰ বিধিটো পালা। এতিয়া যদি $m < n$ হয় তেন্তে কি হ'ব? চিন্তা কৰা। লব আৰু হৰৰ পৰা সম সংখ্যক a ৰে হৰণ কৰাৰ পিছত হৰত $n-m$ টা a ৰৈ যাব। এতিয়া a ৰ সূচক ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হ'ব। ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰ সূচকৰ বিষয়ে তোমালোকে অষ্টম শ্ৰেণীত শিকিব পাৰিবা।

এটা উদাহৰণ লওঁ আহা

$$(3^2)^4 \text{ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা}$$

সমাধান : $(3^2)^4$ ৰ অৰ্থ হ'ল (3^2) ক 4 বাৰ পূৰণ কৰা

$$\begin{aligned} \therefore (3^2)^4 &= 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \\ &= (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \times (3 \times 3) \\ &= 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ &= 3^8 \end{aligned}$$

$(3^2)^4$ ৰ মান অন্য ধৰণেৰে উলিয়াবলৈ চেষ্টা কৰোঁ আহা

$$\begin{aligned}\therefore (3^2)^4 &= 3^2 \times 3^2 \times 3^2 \times 3^2 && [\text{একে ভূমি বিশিষ্ট ঘাতৰ পূৰণফল}] \\ &= 3^{2+2+2+2} \\ &= 3^8\end{aligned}$$

ইয়াত লক্ষ্য কৰিলে দেখিবা যে $2+2+2+2 = 8$ অৰ্থাৎ ২ক ৪বাৰ যোগ কৰা হৈছে।

$$\text{অৰ্থাৎ } 2+2+2+2 = 2 \times 4 = 8$$

$(3^2)^4$ ৰ ক্ষেত্ৰত ৩ৰ সূচক ২

আকৌ 3^2 ৰ সূচক ২ অৰ্থাৎ ৩ৰ দুটা সূচক আছে। এটা ২ আৰু আনটো ২

$$\text{সূচক দুটাৰ পূৰণফল } 2 \times 4 = 8$$

$$\text{গতিকে } (3^2)^4 = 3^{2 \times 4} = 3^8$$

$$\text{সেইদৰে } (3^3)^5 = 3^{3 \times 5} = 3^{15}$$

$$(3^6)^4 = 3^{6 \times 4} = 3^{24}$$

$$(7^2)^8 = 7^{2 \times 8} = 7^{16}$$

ঋণাত্মক ভূমিৰ ক্ষেত্ৰতো একে নিয়ম হয়।

$$\{(-2)^5\}^3 = (-2)^{5 \times 3} = (-2)^{15}$$

$$\{(-3)^4\}^3 = (-3)^{4 \times 3} = (-3)^{12}$$

ওপৰত দেখুওৱা উদাহৰণবোৰৰ ভিত্তিত আমি লিখিব পাৰোঁ যে

যিকোনো অশূন্য অখণ্ড সংখ্যা a ৰ বাবে $(a^m)^n = a^{m \times n}$ হ'ব য'ত m আৰু n দুটা পূৰ্ণ সংখ্যা।

এতিয়া

$$\begin{aligned}(a^m)^n &= a^m \times a^m \times a^m \times a^m \dots \times a^m && [n \text{ সংখ্যক}] \\ &= a^{(m+m+m+\dots+m)} && [n \text{ সংখ্যক } m \text{ৰ সমষ্টি}] \\ &= a^{m \times n}\end{aligned}$$

এইটো সূচকৰ এটা বিধি

13.5 একে সূচকযুক্ত বিভিন্ন ভূমিৰ পদৰ পূৰণ (Multiplying different bases of same exponents):

তোমালোকে ইতিমধ্যে শিকিছা যে

$$(i) 4^3 \times 4^5 = 4^{3+5} = 4^8$$

$$(ii) 5^4 \times 5^4 = 5^{4+4} = 5^8$$

দুয়োটা উদাহৰণ লক্ষ্য কৰিলে দেখিবা যে পূৰণ কৰা পদ দুটাৰ ভূমি একে। কিন্তু সূচক একে নহ'বও পাৰে বা একে হ'বও পাৰে।

এইবাৰ আন এটা উদাহৰণ মন কৰা।

$3^4 \times 5^4$ ক সৰল কৰিব পাৰিবানে?

দুয়োটা পদৰে ভূমি বেলেগ বেলেগ। কিন্তু সূচক একে। তুমি এতিয়ালৈকে পোৱা সূচকৰ বিধি প্ৰয়োগ কৰি সৰল কৰিব পাৰিবানে?

$$\begin{aligned} 3^4 \times 5^4 &= (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5) \\ &= (3 \times 5) \times (3 \times 5) \times (3 \times 5) \times (3 \times 5) \text{ [কিয় হ'ল চিন্তা কৰা]} \\ &= 15 \times 15 \times 15 \times 15 \\ &= 15^4 \end{aligned}$$

অৰ্থাৎ $3^4 \times 5^4 = 15^4$ পালা।

পূৰণ কৰিবলগীয়া পদ দুটাৰ সূচক আৰু পূৰণফলৰ সূচক একে পালা নেকি?

পূৰণ কৰিবলগীয়া পদ দুটাৰ ভূমি 3 আৰু 5ৰ পূৰণফল 15। পদ দুটা পূৰণ কৰি পোৱা পূৰণফলৰ ভূমিও 15।

$$\text{অৰ্থাৎ } 3^4 \times 5^4 = (3 \times 5)^4 = 15^4$$

আন এটা উদাহৰণ চোৱা -

$$(-2)^5 \times 3^5 \text{ ক সৰল কৰা}$$

এই ক্ষেত্ৰটো ভূমি বেলেগ বেলেগ কিন্তু সূচক একে।

$$\begin{aligned} &(-2)^5 \times 3^5 \\ &= (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ &= \{(-2) \times 3\} \times \{(-2) \times 3\} \times \{(-2) \times 3\} \times \{(-2) \times 3\} \times \{(-2) \times 3\} \\ &= (-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6) \times (-6) \\ &= (-6)^5 \quad \text{[লক্ষ্য কৰা -6 হ'ল -2 আৰু 3ৰ পূৰণফল]} \end{aligned}$$

$$\text{অৰ্থাৎ } (-2)^5 \times 3^5$$

$$= (-2 \times 3)^5$$

$$= (-6)^5$$

$$\text{সেইদৰে } 5^3 \times 7^3 = (5 \times 7)^3 = 35^3$$

$$(-2)^7 \times 2^7 = (-2 \times 2)^7 = (-4)^7$$

$$(-3)^4 \times (-5)^4 = \{(-3) \times (-5)\}^4 = 15^4$$

যদি a আৰু b দুটা অশূন্য অখণ্ড সংখ্যা আৰু m এটা পূৰ্ণ সংখ্যা হয়

$$\text{তেন্তে } a^m \times b^m = (a \times b)^m$$

এইটোও সূচকৰ এটা বিধি

ওপৰত দেখুওৱাৰ দৰে এই বিধিটোও পৰীক্ষা কৰি চাওঁ আহা

$$\begin{aligned} a^m \times b^m &= \underbrace{(a \times a \times \dots \times a)}_{(m \text{ টা } a)} \times \underbrace{(b \times b \times \dots \times b)}_{(m \text{ টা } b)} \\ &= (a \times b) \times (a \times b) \times \dots \times (a \times b) \quad [m \text{ টা } (a \times b)] \\ &= (a \times b)^m \\ \therefore a^m \times b^m &= (a \times b)^m \end{aligned}$$

13. 6 একে সূচকযুক্ত বিভিন্ন ভূমিৰ পদৰ হৰণ (Dividing powers with the same base) :

তলৰ উদাহৰণকেইটা মন কৰাচোন

(i) $\frac{3^4}{5^4}$ ক সৰল কৰা

ইয়াত দুয়োটা পদৰ ভূমি বেলেগ বেলেগ কিন্তু সূচক একে (সূচক 4)

$$\begin{aligned} \frac{3^4}{5^4} &= \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{5 \times 5 \times 5 \times 5} \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \\ &= \left(\frac{3}{5}\right)^4 \quad [\text{সূচক 4 হৈছে}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) } \frac{a^5}{b^5} &= \frac{a \times a \times a \times a \times a}{b \times b \times b \times b \times b} \\ &= \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \\ &= \left(\frac{a}{b}\right)^5 \end{aligned}$$

সেইদৰে $\frac{(-2)^4}{3^4} = \left(\frac{-2}{3}\right)^4$

$$\frac{5^6}{(-3)^6} = \left(\frac{5}{-3}\right)^6$$

$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ ইয়াত a আৰু b অশূন্য অখণ্ড সংখ্যা আৰু n এটা পূৰ্ণ সংখ্যা।
এইটোও সূচকৰ এটা বিধি।

ওপৰৰ উদাহৰণ কেইটাত দেখুওৱাৰ দৰে সূচকৰ এই বিধিটোও প্ৰমাণ কৰিব পাৰি।

$$\begin{aligned}\frac{a^n}{b^n} &= \frac{a \times a \times \dots \times a}{b \times b \times \dots \times b} \\ &= \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b} \quad [n \text{ সংখ্যক } \frac{a}{b}] \\ &= \left(\frac{a}{b}\right)^n\end{aligned}$$

13.7 সূচক শূন্য (Numbers with exponent zero) :

5^0 ৰ মান কিমান হ'ব ক'ব পাৰিবানে?

5 ক 0 বাৰ পূৰণ কৰিব পাৰিবানে?

$$\begin{aligned}\frac{5^3}{5^3} &\text{ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰিব পাৰিবানে?} \\ \frac{5^3}{5^3} &= \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5}\end{aligned}$$

$$= 1$$

$$\text{অৰ্থাৎ } \frac{5^3}{5^3} = 1$$

$$\frac{5^3}{5^3} \text{ ৰ ক্ষেত্ৰত সূচকৰ বিধি } \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \text{ প্ৰয়োগ কৰিলে কি পাবা?}$$

$$\frac{5^3}{5^3} = 5^{3-3} = 5^0$$

$$\text{অৰ্থাৎ } 5^0 = 5^{3-3} = \frac{5^3}{5^3} = 1$$

$$\text{গতিকে } 5^0 = 1$$

$$\text{সেইদৰে } 7^0 = 1$$

$$(-2)^0 = 1$$

তোমালোকে ইতিমধ্যে পাইছা যে

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

ইয়াত $m=n$ হ'লে

$$a^m \div a^m = a^{m-m}$$

$$\frac{a^m}{a^m} = a^0$$

$\therefore a^0 = 1$, ইয়াত a এটা অশূন্য অখণ্ড সংখ্যা ($a \neq 0$)

সূচকৰ বিধিকেইটা হ'ল-

$$(i) a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$(ii) a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(iii) (a^m)^n = a^{mn}$$

$$(iv) a^n \times b^n = (a \times b)^n$$

$$(v) \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$(vi) a^0 = 1$$

উদাহৰণ ৪ :

সৰল কৰা : (i) $(3^5 \times 3^2) \div 3^3$ (ii) $\frac{2^3 \times 3^5 \times 4^2}{9 \times 8}$

সমাধান : (i) $(3^5 \times 3^2) \div 3^3$

$$= 3^{5+2} \div 3^3$$

$$= 3^7 \div 3^3$$

$$= 3^{7-3}$$

$$= 3^4$$

(ii) $\frac{2^3 \times 3^5 \times 4^2}{9 \times 8}$

$$= \frac{2^3 \times 3^5 \times (2^2)^2}{3^2 \times 2^3}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2^3 \times 3^5 \times 2^4}{3^2 \times 2^3} \\
 &= \frac{2^{3+4} \times 3^5}{2^3 \times 3^2} \\
 &= \frac{2^7 \times 3^5}{2^3 \times 3^2} \\
 &= 2^{7-3} \times 3^{5-2} \\
 &= 2^4 \times 3^3
 \end{aligned}$$

উদাহৰণ ৯ : সৰল কৰা (সূচক বিধি প্ৰয়োগ কৰি)

$$\frac{(2a^3b^2)^3 \times (3ab)^4}{2 \times 9 \times (a^2b^2)^3}$$

সমাধান :

$$\begin{aligned}
 &\frac{(2a^3b^2)^3 \times (3ab)^4}{2 \times 9 \times (a^2b^2)^3} \\
 &= \frac{2^3(a^3)^3(b^2)^3 \cdot 3^4 \cdot a^4b^4}{2 \times 3^2 \times (a^2)^3(b^2)^3} \\
 &= \frac{2^3 \times 3^4 \cdot a^{3 \times 3} b^{2 \times 3} \cdot a^4 \cdot b^4}{2 \times 3^2 \cdot a^{2 \times 3} b^{2 \times 3}} \\
 &= \frac{2^3 \times 3^4 \cdot a^9 b^6 \cdot a^4 \cdot b^4}{2 \times 3^2 \cdot a^6 b^6} \\
 &= \frac{2^3 \times 3^4 \cdot a^{9+4} \cdot b^{6+4}}{2 \times 3^2 \cdot a^6 b^6} \\
 &= \frac{2^3 \times 3^4 \cdot a^{13} b^{10}}{2 \times 3^2 \cdot a^6 b^6} \\
 &= \frac{2^3}{2} \times \frac{3^4}{3^2} \cdot \frac{a^{13}}{a^6} \cdot \frac{b^{10}}{b^6} \\
 &= 2^{3-1} \times 3^{4-2} \cdot a^{13-6} \cdot b^{10-6} \\
 &= 2^2 \times 3^2 \cdot a^7 \cdot b^4
 \end{aligned}$$



অনুশীলনী - 13.2

1. সূচকৰ বিধি প্ৰয়োগ কৰি সৰল কৰা (উত্তৰসমূহ সূচকীয় ৰূপত ৰাখিবা) :

(i) $3^5 \times 3^7 \times 3^{10}$

(ii) $(2^7 \times 2^6) \div 2^5$

(iii) $(2^0 \times 2^5 \times 2^8) \div (2^0 \times 2^6 \times 2^7)$

(iv) $(3^4)^2 \times (3^2)^3$

(v) $(16^2 \times 8^3) \div (2^5)^2$

(vi) $\frac{3 \times 7^3 \times 5^8}{21 \times 15}$

(vii) $\frac{25 \times 5^0 \times 9^4}{10 \times 9^3}$

(viii) $\frac{(2^5)^3 \times 16 \times 3^0}{(2^3)^5 \times 5^0}$

(ix) $\frac{2^3 \times 3^3}{6^2}$

(x) $\frac{5^3 \times 7^3 \times 2^3}{70^2}$

(xi) $\frac{7^5 \times 3^2 \times 6^4 \times 4}{(21)^2 \times 343 \times 2^6 \times 81}$

2. মৌলিক উৎপাদকৰ পূৰণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰা আৰু সূচকীয় ৰূপত লিখা :

(i) 768

(ii) 729

(iii) 128×625

(iv) 64×729

(v) 1000

3. সৰল কৰা :

(i) $\frac{(2a^2b^3)^3 \times (3ab^2)^4}{6^2 \times (ab)^5}$

(ii) $\frac{(a^m \times b^n)^p \times (a^p \times b^m)^n}{(a \times b)^p}$

(iii) $\frac{(ab^2)^3 \times (a^2b^3)^4 \times (a^3c^2)^3}{(a^2b^2c^2)^2}$

4. যদি $3^m = 81$ হয় তেন্তে m ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

5. শুদ্ধ নে অশুদ্ধ নিৰ্ণয় কৰা :

(i) $3a^0 = (3a)^0$

(ii) $2^3 > 3^2$

(iii) $(5^0)^4 = (5^4)^0$

(iv) $2^3 \times 3^3 = 6^5$

(v) $\frac{2^5}{3^5} = \left(\frac{2}{3}\right)^{5-5}$

(vi) $2^5 = 5^2$

13.8 ডাঙৰ সংখ্যাক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ (Expressing large number in the standard form):

পাঠ্যৰ আৰম্ভণিতে বৃহৎ সংখ্যাৰ লগতে আন বিভিন্ন সংখ্যাক সূচকীয় ৰূপত সংক্ষিপ্তকৈ কেনেদৰে সহজে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি সেই বিষয়ে আলোচনা কৰিছিলোঁ। এতিয়া আমি বৃহৎ বা ডাঙৰ সংখ্যাক প্ৰামাণিক ৰূপত (Standard form) প্ৰকাশ কৰিবলৈ শিকিম।

ডাঙৰ সংখ্যাক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰাৰ আগতে প্ৰামাণিক ৰূপনো কি বুজি লওঁ আহা। কেইটামান সংখ্যা যেনে : 81, 810, 8100, 81000, 810000, 8125, 81751, 792657, 7456 লোৱা হ'ল—

$$\begin{aligned} 81 &= \frac{81}{10} \times 10 = 8.1 \times 10 \\ 810 &= 81 \times 10 = \frac{81}{10} \times 100 = 8.1 \times 100 = 8.1 \times 10^2 \\ 8100 &= 81 \times 100 = \frac{81}{10} \times 1000 = 8.1 \times 1000 = 8.1 \times 10^3 \\ 81000 &= 81 \times 1000 = \frac{81}{10} \times 10000 = 8.1 \times 10000 = 8.1 \times 10^4 \\ 810000 &= 81 \times 10000 = \frac{81}{10} \times 100000 = 8.1 \times 100000 = 8.1 \times 10^5 \end{aligned}$$

আকৌ

$$\begin{aligned} 8125 &= \frac{8125}{1000} \times 1000 = 8.125 \times 10^3 \\ 81751 &= \frac{81751}{10000} \times 10000 = 8.1751 \times 10^4 \\ 792657 &= \frac{792657}{100000} \times 100000 = 7.92657 \times 10^5 \\ 7456 &= \frac{7456}{10} = \frac{7456}{1000} \times 100 = 7.456 \times 10^2 \end{aligned}$$

ওপৰৰ প্ৰতিটো সংখ্যাক 10 ৰ ঘাতৰ পূৰণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰা হৈছে। মন কৰিবা এই সংখ্যাবিলাকৰ প্ৰত্যেকটোৰেই দশমিক বিন্দুৰ আগত কেৱল 1 টাকৈ অখণ্ড সংখ্যা আছে।

মন কৰা যে 4786 সংখ্যাটোক আমি যদিও বিভিন্ন ৰূপত প্ৰকাশ কৰিব পাৰোঁ—

$$\begin{aligned} \text{যেনে—} \quad 4786 &= 4.786 \times 10^3 \\ 4786 &= 47.86 \times 10^2 \\ 47860 &= 478.6 \times 10^1 \end{aligned}$$

কিন্তু 47.86×10^2 নাইবা 478.6×10^1 ; 4786 ৰ প্ৰামাণিক ৰূপ নহয়,

4786ৰ প্ৰামাণিক ৰূপ হ'ব 4.786×10^3

এতিয়া মন কৰিবা, যিকোনো সংখ্যাক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰিব লাগিলে সংখ্যাটোৰ দশমিক বিন্দুৰ বাওঁফালে গণনা কৰা অংকেইটাৰ পৰা এক কমাই দিলে প্ৰামাণিক ৰূপত 10ৰ সূচক পোৱা যাব। যেনে 4786 সংখ্যাটোত কোনো দশমিক বিন্দু নাই, সেয়েহে আমি ধৰি ল'ম যে দশমিক বিন্দুটো একেবাৰে সোঁ প্ৰান্তত আছে। ($4786 = 4786.0$) তাৰ পৰা বাওঁহাতৰ স্থানৰ অংকৰ মুঠ সংখ্যা 4তকৈ 1 কমাই (বিয়োগ) দিলে $(4 - 1) = 3$ পাম। তেন্তে প্ৰামাণিক ৰূপত 10ৰ সূচক হ'ব $(4 - 1) = 3$ পাম।

$$[4786 = 4.786 \times 10^3]$$

745.6 সংখ্যাটোত দশমিক বিন্দুৰ বাওঁফালে থকা অংকৰ সংখ্যা 3। গতিকে 3ৰ পৰা 1 বিয়োগ কৰিলে বিয়োগফল 2টো প্ৰামাণিক ৰূপত 10ৰ সূচক হিচাপে পাইছোঁ। [$745.6 = 7.456 \times 10^2$]

উদাহৰণ 10 : তলৰ সংখ্যাবোৰক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰা :

- (i) 45.26 (ii) 4326.3 (iii) 6,450,000 (iv) 5265300
(v) 80,100,000,000 (vi) 7467.293 (vii) 5.256

সমাধান : (i) $45.26 = \frac{4526}{100}$
 $= \frac{4526}{1000} \times 10 = 4.526 \times 10^1$

[মন কৰিবা, 45.26 সংখ্যাটোৰ দশমিক বিন্দুৰ বাওঁফালে থকা অংকৰ সংখ্যা 2, গতিকে সংখ্যাটোৰ প্ৰামাণিক ৰূপত 10ৰ সূচকৰ সংখ্যা $2 - 1 = 1$]

$$(ii) 4326.3 = 4.3263 \times 10^3$$

[দশমিকৰ বাওঁফালে থকা অংকৰ সংখ্যা 4 গতিকে 10ৰ সূচক $4 - 1 = 3$]

$$(iii) 6,450,000 = \frac{6450000}{10^6} \times 10^6$$

$$= 6.45 \times 10^6$$

[$6450000 = 6450000.0$ অৰ্থাৎ দশমিক বিন্দুৰ বাওঁফালে 7 টা অংক আছে। গতিকে 10ৰ সূচক 6]

$$(iv) 5265300 = 5.2653 \times 10^6$$

$$(v) 80,100,000,000 = 8.01 \times 10^{10}$$

$$(vi) 7467.293 = 7.467293 \times 10^3$$

$$(vii) 5.256 = 5.256 \times 10^0$$

উদাহৰণ 11 : তুলনা কৰা (কোনটো ডাঙৰ)

$$(i) 71270000 \text{ আৰু } 695690000$$

সমাধান : $71270000 = 7.127 \times 10^7$
 $695690000 = 6.9569 \times 10^8$

10ৰ ঘাত তুলনা কৰি আমি ক'ব পাৰোঁ যে 71270000তকৈ 695690000 ডাঙৰ সংখ্যা

বৃহৎ সংখ্যাবোৰক সূচকীয় ৰূপত বিশেষকৈ প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰিলে বিজ্ঞান-কাৰিকৰী শাখাৰ লগতে বিভিন্ন ব্যৱহাৰিক ক্ষেত্ৰত ব্যৱহৃত বৃহৎ অংকৰ তথ্য সহজে মনত ৰাখিবলৈ সহায় কৰে। সেই বিষয়ে কেইটামান উদাহৰণেৰে আমি এই অধ্যায়ৰ আলোচনা সামৰিম।

আমি সৌৰজগতৰ কেইটামান তথ্যৰে আৰম্ভ কৰিছোঁ। তোমালোকে জানানে সূৰ্যৰ ভৰ কিমান? সেয়া হ'ল 1,989,100,000,000,000,000,000,000,000 কি গ্ৰা। ইমান ডাঙৰ সংখ্যা পঢ়া বা মনত ৰখা অসুবিধা—নহয় নে?

বুধ গ্ৰহৰ ভৰ (Mass) হ'ল 330,220,000,000,000,000,000,000 কি গ্ৰা

সূৰ্যৰ পৰা বুধগ্ৰহৰ গড় দূৰত্ব (Average distance) = 57,910,000 কিমি

শুক্ৰগ্ৰহৰ ভৰ = 4867000,000,000,000,000,000,000,000 কি গ্ৰা

কাৰ ভৰ বেছি বুধ নে শুক্ৰগ্ৰহৰ?

আমি ওপৰৰ ডাঙৰ সংখ্যাকেইটাক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰিলে, পঢ়িবলৈ, মনত ৰাখিবলৈ নাইবা দুটা সংখ্যাক তুলনা কৰিবলৈ সহজ হ'ব—

$$\begin{aligned} \text{সূৰ্যৰ ভৰ} &= 1,989,100,000,000,000,000,000,000,000 \text{ কি গ্ৰা} \\ &= 19891 \times 10^{26} \text{ কি গ্ৰা} \\ &= \frac{19891}{10000} \times 10^{26} \times 10000 \text{ কি গ্ৰা} \\ &= 1.9891 \times 10^{26} \times 10^4 \text{ কি গ্ৰা} \\ &= 1.9891 \times 10^{30} \text{ কি গ্ৰা} \end{aligned}$$

গতিকে 31টা অংকেৰে গঠিত বৃহৎ সংখ্যাক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰিলে সংখ্যাটো পঢ়াত আৰু বুজোঁতে সহজ হ'লনে?

$$\begin{aligned} \text{বুধগ্ৰহৰ ভৰ} &= 330,220,000,000,000,000,000,000 \text{ কি গ্ৰা} \\ &= 33022 \times 10^{19} \text{ কি গ্ৰা} \\ &= \frac{33022}{10000} \times 10^{19} \times 10000 \text{ কি গ্ৰা} \\ &= 3.3022 \times 10^{23} \text{ কি গ্ৰা} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{শুক্ৰগ্ৰহৰ ভৰ} &= 4867000,000,000,000,000,000,000,000 \text{ কি গ্ৰা} \\ &= 4867 \times 10^{21} \text{ কি গ্ৰা} \\ &= \frac{4867}{1000} \times 10^{21} \times 10^3 \text{ কি গ্ৰা} \\ &= 4.867 \times 10^{24} \text{ কি গ্ৰা} \end{aligned}$$

ওপৰৰ উদাহৰণ দুটাত বুধ আৰু শুক্ৰগ্ৰহৰ ভৰক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰাৰ পিছত 10ৰ ঘাত তুলনা কৰি তুমি অতি সহজেই ক'ব পাৰিবা যে শুক্ৰ গ্ৰহৰ ভৰ বুধ গ্ৰহৰ ভৰতকৈ বেছি।

গতিকে দুটা বৃহৎ সংখ্যাক তুলনা কৰিবলৈ হ'লে আমি সংখ্যা দুটাক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰিলে কামটো সহজ হয়।

$$\begin{aligned}\text{সূৰ্যৰ পৰা বুধ গ্ৰহৰ গড় দূৰত্ব} &= 57,910,000 \text{ কি মি} \\ &= 57910000 \text{ কি মি} \\ &= 5791 \times 10^4 \text{ কি মি} \\ &= \frac{5791}{1000} \times 10^4 \times 10^3 \text{ কি মি} \\ &= 5.791 \times 10^4 \times 10^3 \text{ কি মি} \\ &= 5.791 \times 10^7 \text{ কি মি}\end{aligned}$$

কেতিয়াবা দুটা ডাঙৰ সংখ্যাক তুলনা কৰিবলৈ হ'লে আমি সংখ্যা দুটাক সূচকীয় ৰূপত প্ৰকাশ কৰোঁতে 10ৰ ঘাত সমান কৰিলেও তুলনা কৰাত সহজ হয়। যেনে—

$$\begin{aligned}\text{সূৰ্যৰ পৰা পৃথিৱীৰ দূৰত্ব} &= 149600000 \text{ কি মি} \\ \text{সূৰ্যৰ পৰা শুক্ৰগ্ৰহৰ দূৰত্ব} &= 108200000 \text{ কি মি} \\ \text{চোৱা, সূৰ্যৰ পৰা পৃথিৱীৰ দূৰত্ব} &= 149600000 \text{ কি মি} \\ &= 1496 \times 10^5 \text{ কি মি} \\ &= \frac{1496}{100} \times 10^4 \times 10^3 \text{ কি মি} \\ &= 14.96 \times 10^7 \text{ কি মি}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{সূৰ্যৰ পৰা শুক্ৰগ্ৰহৰ দূৰত্ব} &= 108200000 \text{ কি মি} \\ &= 1082 \times 10^5 \text{ কি মি} \\ &= \frac{1082}{100} \times 10^5 \times 10^2 \text{ কি মি} \\ &= 10.82 \times 10^7 \text{ কি মি}\end{aligned}$$

যিহেতু 14.96 সংখ্যাটো 10.82 তকৈ ডাঙৰ

$\therefore 14.96 \times 10^7 > 10.82 \times 10^7$ [দুয়োটা সংখ্যাৰ সূচকীয় ৰূপত 10ৰ ঘাত সমান কৰা হৈছে]

$\therefore$ সূৰ্যৰ পৰা পৃথিৱীৰ দূৰত্ব, সূৰ্যৰ পৰা শুক্ৰগ্ৰহৰ দূৰত্বতকৈ বেছি

2011 বৰ্ষত লোকপিয়ল অনুসৰি ভাৰতবৰ্ষৰ জনসংখ্যা আছিল 1,220,000,000। প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰিলে 1.22×10^9

অনুশীলনী - 13.3

1. তলৰ সংখ্যাবোৰৰ প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰা :

- (i) 5,273,294 (ii) 7,10,021 (iii) 6,400,000 (iv) 18,129
 (v) 23961,32 (vi) 75,000,000,000 (vii) 70,010,000,000
 (viii) 45026·9 (ix) 3206·19 (x) 475000000000

2. তলৰ উক্তিৰোৰত প্ৰকাশ পোৱা সংখ্যাবোৰৰ প্ৰামাণিক ৰূপত লিখা :

- (i) চন্দ্ৰৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ 1737·1 কি মি
 (ii) পৃথিৱীৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ 6771000 মিটাৰ
 (iii) বুধ আৰু শুক্ৰগ্ৰহৰ মাজৰ দূৰত্ব 50,290,000 কি মি
 (iv) বুধ আৰু বৃহস্পতিৰ মাজৰ দূৰত্ব 720,420,000 কি মি
 (v) 1 আলোকবৰ্ষ = 9,460,700,000,000 কি মি
 (vi) 1 নভোৱিক একক (AU)=149,600,000 কি মি
 (vii) চন্দ্ৰৰ ভৰ 73490,000,000,000,000,000,000 কি গ্ৰা
 (viii) সূৰ্য্যৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ 695510 কি.মি.
 (ix) পৃথিৱীত 1,386,000,000 ঘন কিলোমিটাৰ সাগৰীয় পানী আছে
 (x) শূন্যত পোহৰৰ দ্ৰুতি 299,792,458 মিটাৰ/ছেকেণ্ড (আনুমানিক 300,000,000 মিটাৰ/ছেকেণ্ড)

3. তুলনা কৰা (কোনটো সংখ্যা ডাঙৰ) :

- (i) 57610000000000000; 576000000000000000
 (ii) $343·6 \times 10^{19}$; $·03436 \times 10^{17}$

আমি কি শিকিলোঁ

1. বৃহৎ ডাঙৰ সংখ্যাক বুজিবলৈ, পঢ়িবলৈ, তুলনা কৰিবলৈ আৰু সিহঁতৰ প্ৰক্ৰিয়া কৰাটো সহজ কৰিবলৈ হ'লে সূচক ব্যৱহাৰেৰে সংখ্যাবোৰক সংক্ষিপ্ত ৰূপত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।

2. সূচকীয় ৰূপৰ উদাহৰণ : $1024 = 2^{10}$
 $729 = 3^6$
 $625 = 5^4$
 $100,000 = 10^5$

3. সূচকীয় বিধি : সূচকীয় ৰূপত থকা সংখ্যাবোৰে মানি চলা বিধিবোৰ :
 যিকোনো অশূন্য অখণ্ড সংখ্যা a আৰু b

আৰু পূৰ্ণসংখ্যা m, n ৰ বাবে

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(ii) $a^m \div a^n = a^{m-n}$

(iii) $(a^m)^n = a^{mn}$

(iv) $a^m \times b^m = (ab)^m$

(iv) $a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

(v) $a^0 = 1$

(vi) $(-1)^{\text{যুগ্মসংখ্যা}} = 1$

(vii) $(-1)^{\text{অযুগ্মসংখ্যা}} = -1$

(viii) $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$, (m পূৰ্ণসংখ্যা)

(ix) $a^m = \frac{1}{a^{-m}}$, (m পূৰ্ণসংখ্যা)

জানি থওঁ আহাঁ

শ্ৰীনিবাস ৰামানুজন (1887-1920) এগৰাকী পৃথিৱী বিখ্যাত ভাৰতীয় গণিতজ্ঞ আছিল। 1729 সংখ্যাটো ৰামানুজন সংখ্যা হিচাবে জনা যায়। তেওঁ দেখুৱাইছিল যে এই সংখ্যাটোৱেই আটাইতকৈ সৰু সংখ্যা, যাক দুটা সংখ্যাৰ ঘনফলৰ সমষ্টি হিচাপে দুই প্ৰকাৰে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। অৰ্থাৎ,

$$1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$$

অধ্যায়-14

সমমিতি

(Symmetry)

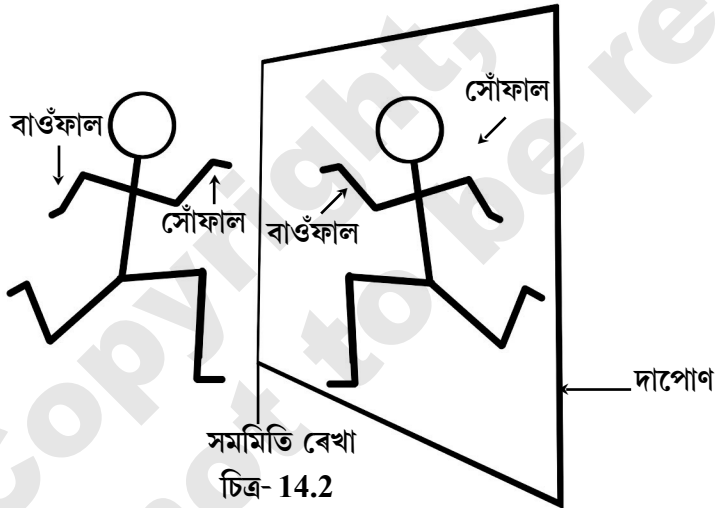


14.1 ষষ্ঠ শ্ৰেণীৰ সমমিতি পাঠত ইতিমধ্যে সমমিতিৰ বিষয়ে আমি কিছু কথা শিকি আহিছোঁ। আলোচনাৰ সুবিধাৰ বাবে উক্ত পাঠৰ গুৰুত্বপূৰ্ণ কথাবোৰ আকৌ মনত পেলাওঁ আহা।

কাগজত অঁকা চিত্ৰটো সমমিতি চিত্ৰ বোলা হয় যদি ইয়াক এনেভাৱে ভাঁজ কৰিব পৰা যায় যে ভাঁজটোৰ দুয়োফাল ওপৰা-ওপৰিকৈ জপাই দিলে চিত্ৰটোৰ অংশ দুটা পৰস্পৰ হুবহু মিলি যায়। যি ভাঁজ বা ৰেখাৰে চিত্ৰটো সমমিত হয় তাক চিত্ৰটোৰ সমমিতি ৰেখা বা সমমিতি অক্ষ (Line of symmetry) বোলা হয়। যি বিশেষ আকৃতিগত বৈশিষ্ট্যৰ বাবে চিত্ৰ এটা সমমিত হয় তাক চিত্ৰটোৰ সমমিতি বোলা হয়।



চিত্ৰ- 14.1 ভেঙিপাতৰ সমমিতি



14.2 ৰৈখিক সমমিতি (Linear symmetry):

সমমিত চিত্ৰ এটাৰ সৈতে সমমিতি ৰেখাৰ ধাৰণাটো ওতঃপ্ৰোতভাৱে জড়িত। সেইবাবে এনেধৰণৰ সমমিতিক ৰৈখিক সমমিতিও বোলা হয়। সমতল দাপোণত দেখা বস্তুৰ প্ৰতিবিস্মৰ সৈতে ৰৈখিক সমমিতিৰ সাদৃশ্য আছে। সমমিতি চিত্ৰ এটাৰ সমমিতি ৰেখাত মিলি যোৱাকৈ সমতল দাপোণ (Plain mirror) এখন থিয়কৈ ৰাখিলে দাপোণখনৰ সমুখৰ পিনে থকা চিত্ৰৰ

অংশটোৰ প্ৰতিবিস্মটো ইয়াৰ পিচ পিনে থকা অংশটোৰ সৈতে হুবহু মিলি যায়। সেইবাবে ৰৈখিক সমমিতিক দাপোণ সমমিতি (Mirror Symmetry) বা প্ৰতিফলন সমমিতি (Reflection Symmetry) বুলিও কোৱা হয়।

ৰৈখিক সমমিতি বা দাপোণ সমমিতিৰ বৈশিষ্ট্য হ'ল — সমমিতি ৰেখাই ভাগ কৰা অংশ দুটাৰ সোঁ আৰু বাওঁ অৱস্থানৰ পাৰস্পৰিক সাল-সলনি হয়। অৰ্থাৎ বস্তু এটাৰ সোঁফালৰ প্ৰতিবিস্ম প্ৰতিবিস্মটোৰ বাওঁফাল আৰু একেদৰে, বস্তুটোৰ বাওঁফালৰ প্ৰতিবিস্ম প্ৰতিবিস্মটোৰ সোঁফাল হয়।

আমাৰ চৌপাশৰ পৰিৱেশলৈ ভালদৰে চকু ফুৰালে সমমিতিৰ অলেখ উদাহৰণ দেখিবলৈ পাওঁ।
আমাৰ উদ্ভিদজগতখনলৈ চালে বহু গছ-গছনিৰ পাত, পত্ৰবিন্যাস, ফুল, ফুলৰ পাহি, ফল আদিত সমমিতি
দেখা যায়।



(i) অমিতা গছৰ পাত



(ii) অমিতা



(iii) শেৰালি গছৰ পাত



(iv) আঁহত গছৰ পাত



(v) কাঞ্চন গছৰ পাত

চিত্ৰ- 14.3

সমমিতি

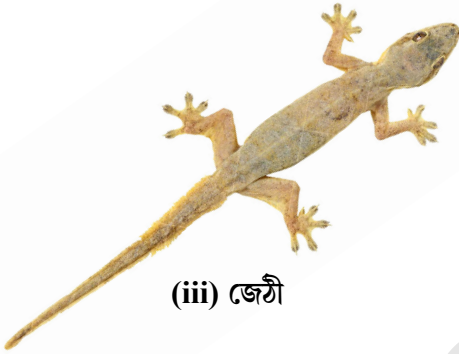
জীৱজগতলৈ চালে বিভিন্ন মাছ, কাছ, পোক, পৰুৱা, কীট-পতংগ দেখা পাও যাৰ শাৰীৰিক অৱয়বত সমমিতি বিদ্যমান।



(i) কাছ



(ii) মকৰা



(iii) জেঠী



(iv) তৰামাছ

চিত্ৰ- 14.4

প্ৰাচীন আৰু আধুনিক স্থাপত্য নিদৰ্শনসমূহৰ প্ৰায়ভাগতে সমমিতি দেখিবলৈ পোৱা যায়



(i) তাজমহল



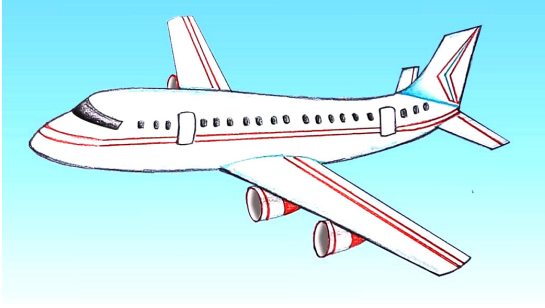
(ii) আইফেল টাৱাৰ



(iii) বাহাই মন্দিৰ

চিত্ৰ- 14.5

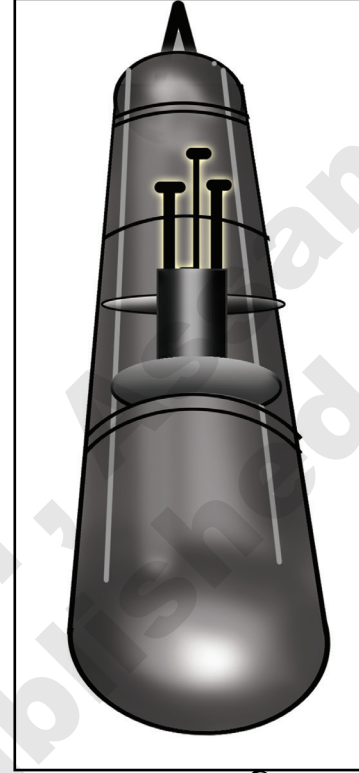
আভিযান্ত্ৰিক আৱিষ্কাৰসমূহৰ বিভিন্ন নিৰ্দেশনাতো সমমিতি দেখিবলৈ পোৱা যায়।



(i) উৰাজাহাজ



(ii) মটৰ গাড়ী



(iii) চাবমেৰিন

চিত্ৰ- 14.6

কাগজত চিয়াঁহী পেলাই বিভিন্ন ধৰণে ভাঁজ কৰি আমি সমমিতি আকৃতি তৈয়াৰ কৰিব পাৰোঁ।



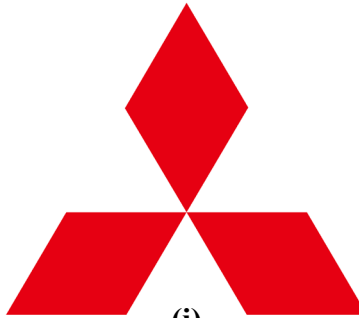
(i)



(ii)

চিত্ৰ- 14.7

কাগজ বিভিন্ন ধৰণে ভাঁজ কৰি কেঁচীৰে কাটিও নানা ধৰণৰ সমমিতি আকৃতি তৈয়াৰ কৰিব পৰা যায়।



(i)

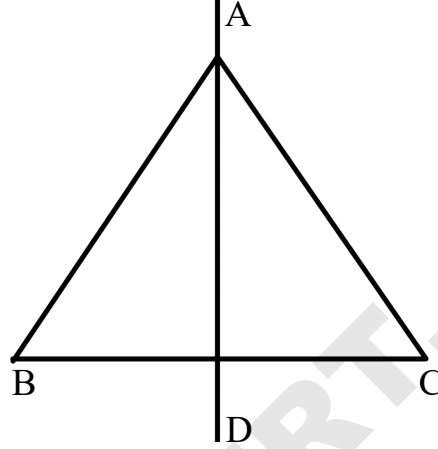
চিত্ৰ- 14.8

লেখ কাগজৰ সহায়ত অসমমিত (Asymmetrical) চিত্ৰৰ পৰাও সমমিত চিত্ৰ আঁকিব পাৰি।

তৈল কাগজ ব্যৱহাৰ কৰি যিকোনো অসমমিত চিত্ৰৰ পৰাই সমমিত চিত্ৰ প্ৰস্তুত কৰিব পাৰি।

বহুক্ষেত্ৰত একেটা সমমিত চিত্ৰৰ বাবে একাধিক সমমিতি ৰেখা থাকিব পাৰে।

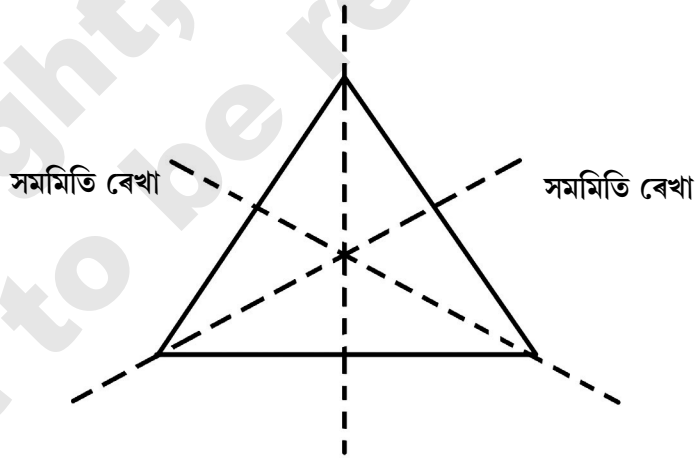
সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ সমমিতি ৰেখা এডাল (The line of symmetry in isosceles triangle is one)।



সমমিতি ৰেখা (Line of symmetry)

চিত্ৰ- 14.9 সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজৰ সমমিতি ৰেখা (Line of symmetry in isosceles triangle)

সমবাহু ত্ৰিভুজৰ সমমিতি ৰেখা তিনিডাল (Line of symmetry in equilateral triangle is three)।

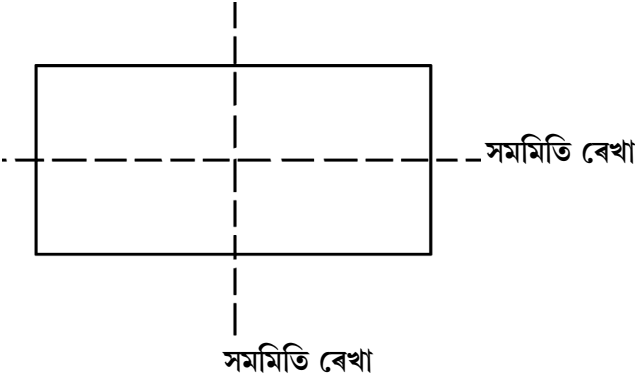


সমমিতি ৰেখা (Line of symmetry)

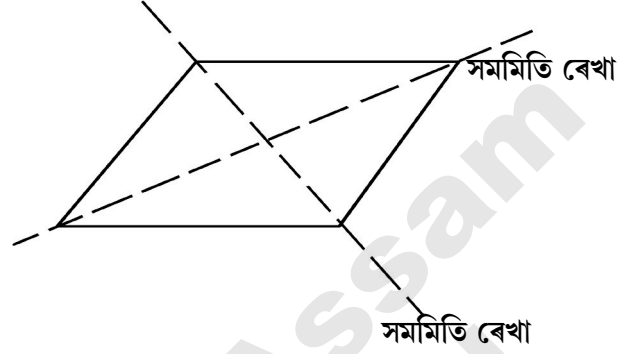
চিত্ৰ- 14.10 সমবাহু ত্ৰিভুজৰ সমমিতি ৰেখা (Line of symmetry in equilateral triangle)

সমমিতি

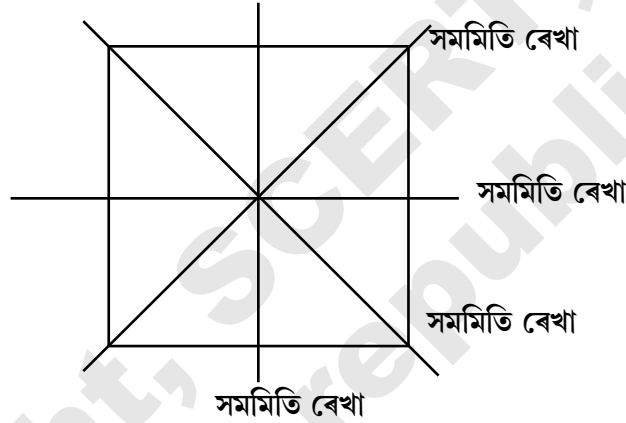
আয়ত আৰু বম্বাচৰ দুডালকৈ সমমিতি ৰেখা থাকে



চিত্ৰ- 14.11 আয়তৰ সমমিতি ৰেখা
(Line of symmetry in rectangle)



চিত্ৰ- 14.12 বম্বাচৰ সমমিতি ৰেখা
(Line of symmetry in rhombus)



চিত্ৰ- 14.13 বৰ্গৰ সমমিতি ৰেখা চাৰিডাল (Line of symmetry in square)

একেদৰে সুষম (Regular) পঞ্চভুজ (Pentagon), ষড়ভুজ (Hexagon), সপ্তভুজ (Heptagon) আদিৰ সমমিতি ৰেখা ক্ৰমে 5, 6, 7,.... ডাল।

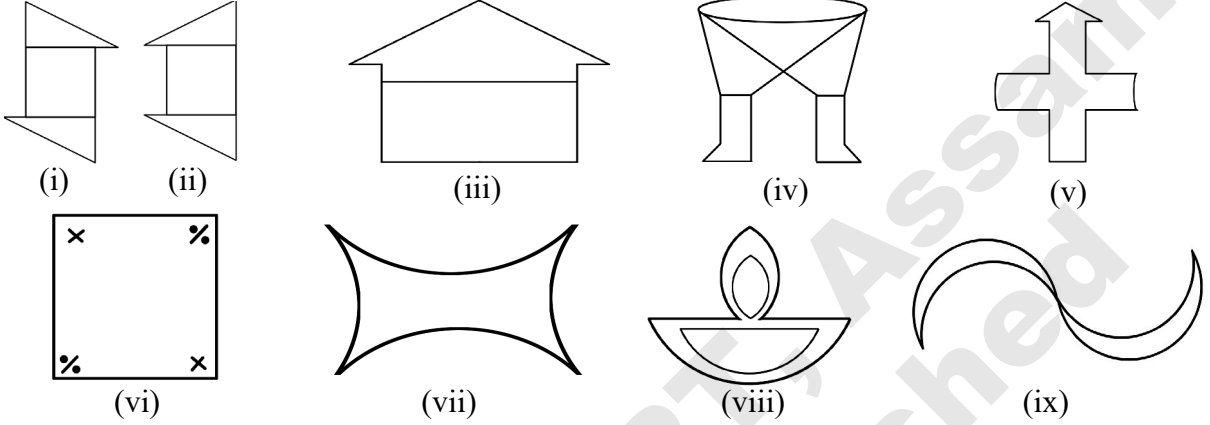
অনুশীলনী- 14.1

1. উদ্ভিদজগতত দেখিবলৈ পোৱা সমমিতিৰ পাঁচটা উদাহৰণ দিয়া।
2. তোমাৰ ঘৰত থকা সামগ্ৰীসমূহৰ পাঁচবিধৰ নাম উল্লেখ কৰা য'ত সমমিতি দেখা যায়।
3. এটা সামন্তৰিকৰ সমমিতি ৰেখা আঁকি দেখুওৱা।
4. এটা জ্যামিতিক আকৃতিৰ উদাহৰণ দিয়া যাৰ কোনো সমমিতি ৰেখা নাই।
5. এটা সুষম ষড়ভুজৰ সমমিতি ৰেখাৰ সংখ্যা কিমান? ষড়ভুজ আঁকি সমমিতিৰ ৰেখা কেইটামান দেখুওৱা।

6. বৃত্ত এটাৰ সমমিতি ৰেখাৰ সংখ্যা কিমান?

7.  চিত্ৰটোৰ সমমিতি ৰেখা কেইডাল হ'ব?

8. তলত দিয়া চিত্ৰসমূহৰ পৰা সমমিত আৰু অসমমিত চিত্ৰবোৰ বাছি উলিওৱা—



14.3 ঘূৰ্ণন সমমিতি (Rotational Symmetry) :

কিছুমান আকৃতিক কোনো ৰেখাৰে ভাঁজ কৰিলে ভাঁজৰ দুয়োফালৰ অংশ দুটা হুবহু একে থকাৰ দৰে বহু সময়ত আকৃতি এটাক কোনো বিন্দু সাপেক্ষে ঘূৰালেও পূৰ্বৰ অৱস্থানৰ সৈতে একে দেখা যায়। গতিকে বৈখিক এটা সমমিতিৰ দৰে আকৃতিৰ ঘূৰ্ণনৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল আন এক ধৰণৰ সমমিতিৰ কথাও ভাবিব পৰা যায়। এই ক্ষেত্ৰত পোনতে আমি ঘূৰ্ণনৰ বিষয়ে কিছু কথা জানি লওঁ আহা।

14.3.1 ঘড়ীৰ কাঁটাৰ ঘূৰ্ণন (Rotation of hands of the clock) :

সময়ৰ হিচাপ ৰাখিবলৈ আমি প্ৰায় সকলোৱেই হাতত ঘড়ী পিন্ধোঁ। ব্যক্তিগত ঘৰ, চৰকাৰী, বেচৰকাৰী বিভিন্ন কাৰ্যালয়ৰ দেৱালতো তোমালোকে ঘড়ী ওলোমাই ৰখা নিশ্চয় দেখিছা। এই ঘড়ীবোৰত সাধাৰণতে দুডাল কাঁটা থাকে — এডাল ঘণ্টাৰ কাঁটা আৰু আনডাল মিনিটৰ কাঁটা। দুয়োডাল কাঁটাই ঘড়ীৰ ডায়েলখনত 1ৰ পৰা 12 লৈ থকা সাংখ্যিক চিহ্ন বা তেনেধৰণৰ সময় নিৰ্দেশক অন্য কোনো চিহ্নক অতিক্ৰম কৰি ঘূৰি থাকে। দিশ আৰু ওলোটা দিশটোৰ ঘড়ীৰ কাঁটাৰ এটা বস্তু কোনো বিন্দু সাপেক্ষে ঘূৰিলে তাৰ ঘূৰ্ণনৰ দিশ বুজাবলৈ ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশ নাইবা তাৰ বিপৰীত দিশৰ সৈতে তুলনা কৰা হয়।



(i) ঘড়ীৰ চিত্ৰ

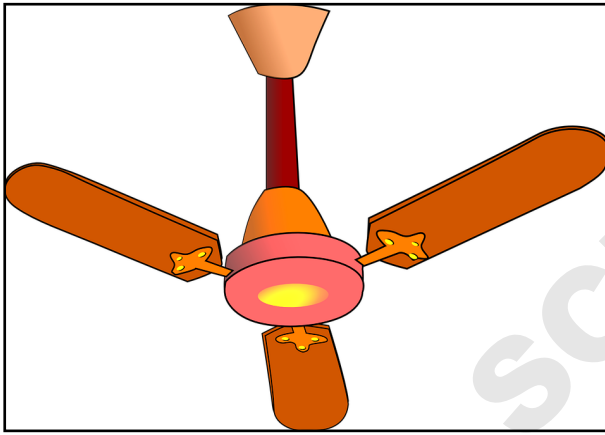


চিত্ৰ- 14.14

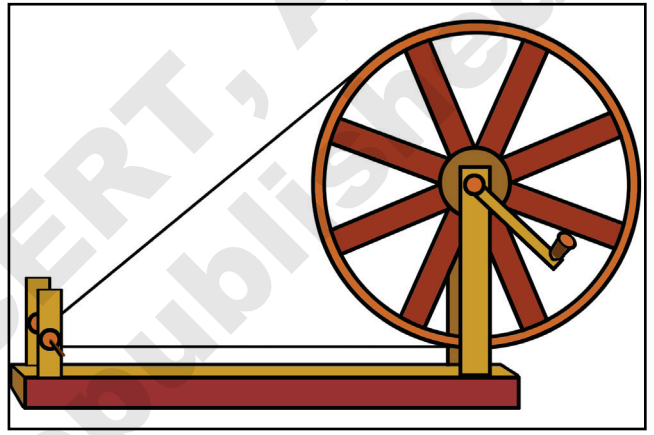
এতিয়া আমি ঘৰুৱা কামত ব্যৱহাৰ হোৱা কিছুমান সামগ্ৰীৰ ঘূৰ্ণনলৈ মন কৰোঁহক।

তোমালোকে যেতিয়া চাইকেল চলোৱা ইয়াৰ চকা দুটা, পেডেল আৰু চেইন প্ৰত্যেকেই ঘূৰিবলৈ লয়।

এইবোৰৰ ঘূৰ্ণনৰ দিশ কি? যদি চলন্ত চাইকেলখন তোমালোকে সোঁফালৰ পৰা চোৱা, দেখিবা যে চকা, পেডেল আৰু চেইন প্ৰত্যেকেই ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত ঘূৰিছে। আনহাতে, যদি ইয়াক বাওঁপিনৰ পৰা লক্ষ্য কৰা, দেখিবা, এইবোৰৰ প্ৰতিটোৱেই ঘড়ীৰ কাঁটাৰ বিপৰীত দিশত ঘূৰিছে। চলি থকা বিজুলী বিচনীলৈ লক্ষ্য কৰা। তলৰ পৰা চালে ই ঘড়ীৰ কাঁটাৰ বিপৰীত দিশত ঘূৰি থকা দেখা যায়, কিন্তু কোনো প্ৰকাৰে ইয়াক ওপৰৰ পৰা চাব পাৰিলে ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত ঘূৰা দেখা যাব। কেতিয়াবা যঁতৰত সূতা কটা দেখিছানে? যঁতৰৰ হেঙুল, চকা, মাল ডাল (চকাটো ঘূৰোৱা সূতাডাল) আৰু মন্ত্ৰাটো আটাইকে যঁতৰ চলোৱা মানুহজনে ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত ঘূৰি থকা দেখিব। কিন্তু বিপৰীত ফালৰ পৰা এইবোৰৰ ঘূৰণ ঘড়ীৰ কাঁটাৰ বিপৰীত দিশত হোৱা দেখা যাব।



(i) বিজুলী বিচনী



(ii) যঁতৰ

চিত্ৰ- 14.15

14.3.2 ঘূৰ্ণন কেন্দ্ৰ আৰু ঘূৰ্ণন কোণ (Centre of rotation and angle of rotation) :

যেতিয়া কোনো এটা বস্তুৰে ঘূৰিবলৈ লয় তেতিয়া ইয়াৰ বিভিন্ন অংশৰ অৱস্থান সলনি হয়, কিন্তু আকাৰ আৰু আকৃতি একেই থাকে। মন কৰিবা যে বস্তুটোৱে ঘূৰোঁতে কোনো এটা বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি ঘূৰে।

যিটো বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি বস্তু এটা ঘূৰে তাক বস্তুটোৰ ঘূৰ্ণন কেন্দ্ৰ বা আৱৰ্তন কেন্দ্ৰ (Centre of rotation) বোলা হয়।

আকৌ, যেতিয়া বস্তু এটাই তাৰ কোনো বিন্দু সাপেক্ষে ঘূৰে, সেই ঘূৰণ কেন্দ্ৰটোৰ বাহিৰে বস্তুটোৰ আন সকলো বিন্দুৱেই ঘূৰ্ণনৰ দিশত নিজৰ নিজৰ অৱস্থান যিকোনো বিন্দুৰ প্ৰাথমিক আৰু অন্তিম অৱস্থান দুটাই ঘূৰ্ণন কেন্দ্ৰৰ সৈতে কৰা কোণটো একে। এই কোণটোক বস্তুটোৰ ঘূৰ্ণন কোণ (Angle of rotation) বোলা হয়।

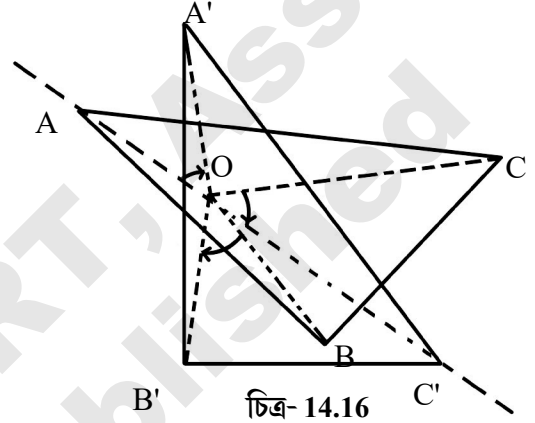
এটি সহজ কাৰ্যৰ দ্বাৰা কথাটো বুজিবলৈ চেষ্টা কৰোঁ আহ।

কাৰ্ডব'ৰ্ড এখনৰ পৰা এটা যিকোনো ত্ৰিভুজ $\triangle ABC$ কাটি উলিওৱা। ড্ৰয়িং চিট এখনত $\triangle ABC$ ক ৰাখি ইয়াৰ কোনো বিন্দু O অত পিন এটা এনেভাৱে পুতি লোৱা যাতে ড্ৰয়িং চিটখনৰ ওপৰেৰে $\triangle ABC$ ক O সাপেক্ষে ঘূৰাব পৰা যায়। $\triangle ABC$ ৰ শীৰ্ষবিন্দু A, B, C ৰ অৱস্থান অনুসৰি পেঞ্চিলেৰে ড্ৰয়িং চিটখনত একোটাকৈ ফুট দিয়া আৰু ড্ৰয়িং চিটখনতো ফুট কেইটাক যথাক্ৰমে A, B, C ৰ নামকৰণ কৰা। এতিয়া ত্ৰিভুজটোক O সাপেক্ষে

ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত ঘূৰোৱা। নতুন অৱস্থানত ত্ৰিভুজটোৰ শীৰ্ষবিন্দু A, B, C ৰ বাবে ড্ৰয়িং চিটখনত আকৌ একোটাকৈ ফুট দিয়া আৰু এইবোৰক যথাক্ৰমে A', B', C' ৰে নামকৰণ কৰা। কাৰ্ডব'ৰ্ডৰ ত্ৰিভুজটো আঁতৰাই দি $OA, OB, OC, OA', OB', OC'$ ৰেখাখণ্ড কেইটাক স্কেল আৰু পেঞ্চিলৰ সহায়ত আঁকা।

কোণ মাপকৰ সহায়ত $\angle AOA', \angle BOB', \angle COC'$ জুখি উলিওৱা। কোণবোৰ একেই পাইছানে?

কাৰ্যটোৰ পৰা বুজিব পাৰিছা যে ঘূৰণ কেন্দ্ৰ O সাপেক্ষে $\triangle ABC$ ৰ ঘূৰ্ণনৰ ফলত তিনিওটা শীৰ্ষবিন্দুৱে সমান সমান কোণত ঘূৰিছে। গতিকে, $\angle AOA' = \angle BOB' = \angle COC'$



চিত্ৰ- 14.16

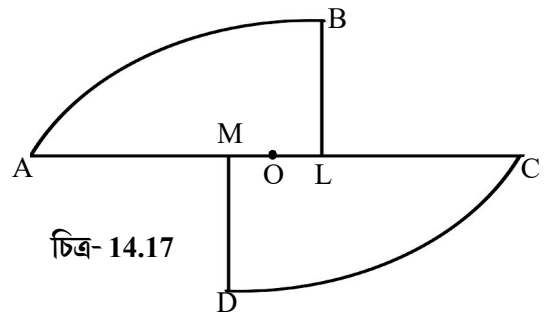
মন কৰা—

ত্ৰিভুজটোৰ শীৰ্ষবিন্দু কেইটা নলৈ O ৰ বাহিৰে অন্য যিকোনো বিন্দু ল'লেও কোণটো একেই পাবা। ইয়াত $\triangle ABC$ ৰ 360° ৰ ঘূৰ্ণন মানে ঘূৰ্ণন কেন্দ্ৰ O সাপেক্ষে ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত সম্পূৰ্ণ এপাক ঘূৰণ। গতিকে ত্ৰিভুজটোৰ শীৰ্ষবিন্দু A, B, C সহ সকলো বিন্দুৱেই ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত O ৰ চাৰিওফালে সম্পূৰ্ণ এপাক মাৰিব আৰু পূৰ্বৰ নিজ নিজ স্থানলৈ ঘূৰি আহিব। অৰ্থাৎ 360° বা সম্পূৰ্ণ এপাক ঘূৰ্ণনৰ ফলত $\triangle ABC$ পূৰ্বৰ দৰে একেই দেখা যাব।

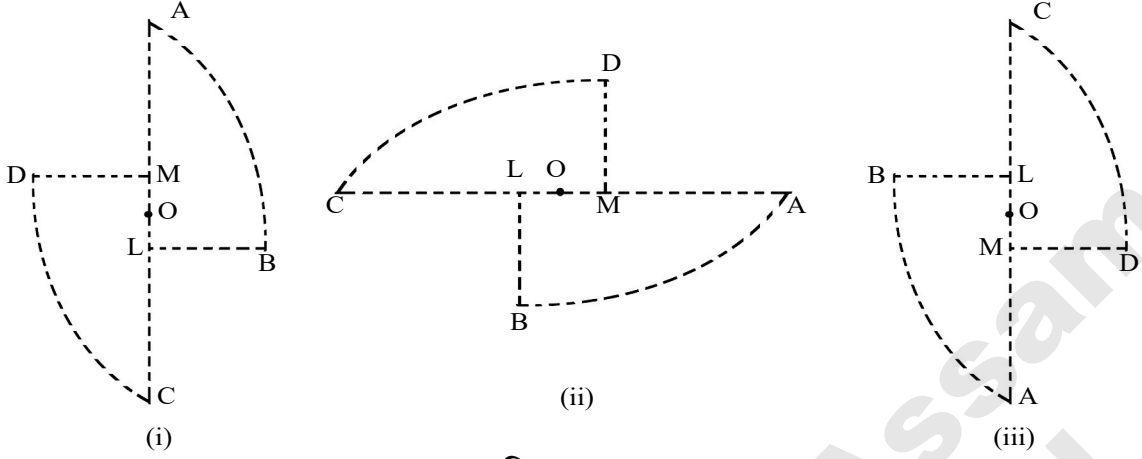
গতিকে, ত্ৰিভুজটোৰ ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম (Order of rotational symmetry) 1।

এনে কোনো চিত্ৰ বা আকৃতি আছেনে যাৰ ঘূৰণ কোণ 360° তকৈ কম হ'লেও আগৰ অৱস্থান সৈতে একে দেখা যায়?

চিত্ৰ- 14.17 মন কৰা। ই হ'ল দুখন ৱ্লেড থকা বিজুলী বিচনীৰ আৰ্হি। O বিন্দুৰে শলা এডাল সুমুৱাই ইয়াক বিভিন্ন কোণত ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত ঘূৰাই চোৱা।



চিত্ৰ- 14.17



চিত্র- 14.18

এক চতুর্থাংশ (one fourth) পাক অর্থাৎ 90° কোণত ঘূৰালে ই চিত্র (i) ত দেখাৰ দৰে হ'ব।

আধাপাক অর্থাৎ 180° কোণত ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত ঘূৰালে ইয়াক চিত্র (ii) ত দেখাৰ দৰে হ'ব। মন কৰা যে চিত্র (ii) আৰু চিত্র- 14.17 দেখাত একেই।

একেদৰে ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত তিনি চতুর্থাংশ (three fourth) পাক অর্থাৎ 270° কোণত ঘূৰালে ই চিত্র (iii) ৰ দৰে হ'ব।

শেষত, ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত সম্পূৰ্ণ এপাক অর্থাৎ 360° কোণত ঘূৰালে ই চিত্র- 14.17 ত দেখাৰ দৰে হ'ব।

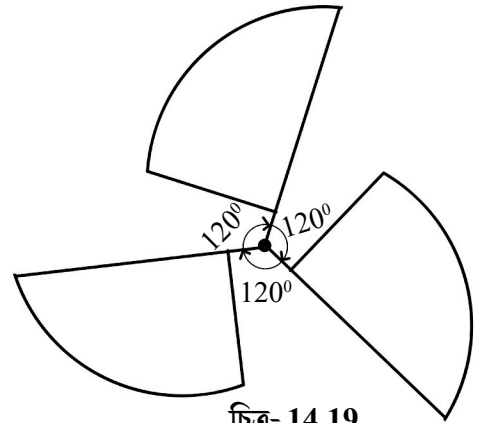
দেখা গ'ল যে, দুখন ব্লড থকা বিজুলী বিচনীখনক ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত ঘূৰালে দুটা ক্রমত অর্থাৎ আধাপাক (180°) আৰু সম্পূৰ্ণ এপাক (360°) ত ইয়াক একে দেখি।

আকৃতি এটাক যদি তাৰ কোনো বিন্দু সাপেক্ষে নিৰ্দিষ্ট কোণত ঘূৰালে দেখাত একেই থাকে তেন্তে ইয়াৰ ঘূৰণ সমমিতি থকা বুলি কোৱা হয়, লগতে সম্পূৰ্ণ এপাকত আকৃতিটোক যিমানবাৰ একে দেখি সেই সংখ্যাটোক আকৃতিটোৰ ঘূৰণ সমমিতিৰ ক্রম (Order of rotational symmetry) বোলা হয়।

আমি আলোচনা কৰা দুখন ব্লড থকা বিজুলী বিচনীখনৰ সম্পূৰ্ণ এপাক ঘূৰণত দুবাৰ অর্থাৎ দুটা ক্রমত (180° আৰু 360° ঘূৰণত) একে দেখা গৈছে। গতিকে, দুখন ব্লড থকা বিজুলী বিচনীখনৰ ঘূৰণ সমমিতিৰ ক্রম 2।

তিনিখন ব্লড থকা বিজুলী বিচনীৰ ক্ষেত্ৰত ঘূৰণ সমমিতি আছেনে? যদি আছে ইয়াৰ ঘূৰণ সমমিতিৰ ক্রম কিমান হ'ব?

চিত্র- 14.19 লৈ মন কৰা ই তিনিখন ব্লড থকা বিজুলী বিচনীৰ আৰ্হি। বিচনীখনৰ তিনিখন ব্লডৰ পাৰস্পৰিক মধ্য বৰ্তী কোণবোৰ সমান আৰু দুখন ওচৰা-ওচৰি ব্লডৰ মাজৰ কোণ হ'ল $360^\circ \div 3 = 120^\circ$ বিজুলী বিচনীখনৰ সোঁমাজৰ ধূৰাডালক আশ্ৰয় কৰি ইয়াক 120° । কোণত ঘূৰালে ব্লডকেইখনৰ অৱস্থান সলনি হ'ব যদিও দেখাত আগৰ দৰেই থাকিব। আকৌ 120° কোণত অর্থাৎ প্ৰথম অৱস্থানৰ পৰা $120^\circ + 120^\circ = 240^\circ$ কোণত ঘূৰালে ব্লডবোৰৰ অৱস্থান আকৌ সলনি হ'ব কিন্তু দেখাত আগৰ দৰেই হ'ব।



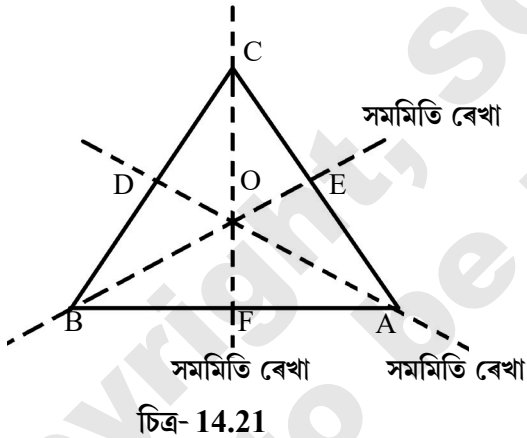
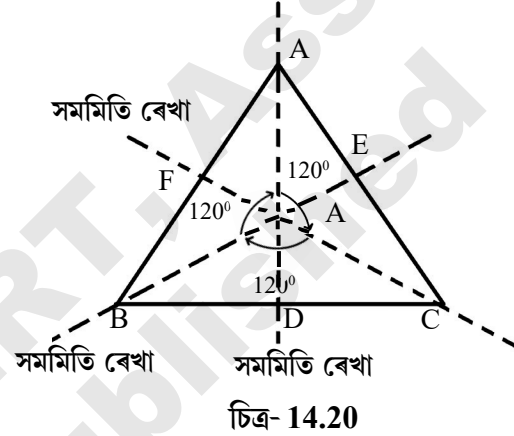
চিত্র- 14.19

পুনৰ 120° কোণত অৰ্থাৎ প্ৰথম অৱস্থানৰ পৰা $120^\circ + 120^\circ + 120^\circ = 360^\circ$ কোণত ঘূৰালে ব্লডবোৰে আৰম্ভণিৰে অৱস্থান পাব অৰ্থাৎ দেখাত একেই থাকিব।

গতিকে বিচনীখনৰ সম্পূৰ্ণ এপাকত ইয়াক তিনিবাৰ যেনে 120° , 240° আৰু 360° ঘূৰণ কোণত দেখিবলৈ একে হৈছে।

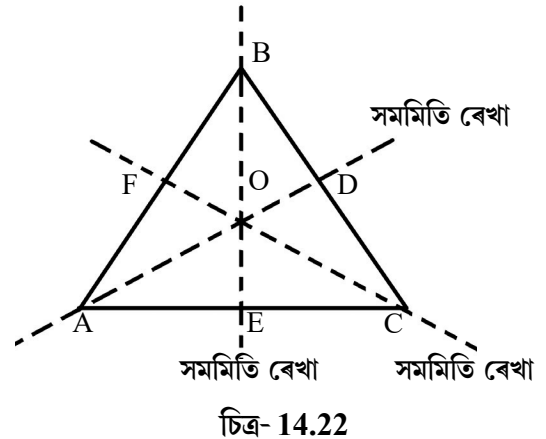
অৰ্থাৎ তিনিখন ব্লড থকা বিজুলী বিচনী এখনৰ ঘূৰণ সমমিতি আছে আৰু ইয়াৰ ঘূৰণ সমমিতিৰ ক্ৰম হ'ল 3।
এতিয়া আমি জ্যামিতিক আকৃতিৰ ঘূৰণ সমমিতি পৰীক্ষা কৰি চাওঁ হক।

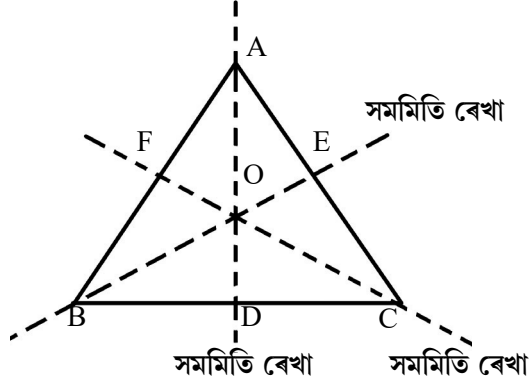
এটা সমবাহু ত্ৰিভুজ ABC লোৱা। ই এটা (বৈখিকভাৱে) সমমিত চিত্ৰ। ইয়াৰ সমমিতি অক্ষ তিনিডাল ক্ৰমে AD, BE আৰু CF এ O বিন্দুত কটাকটি কৰিছে। কোণ মাপকৰ সহায়ত জুখি চালে দেখিবা যে OA, OB আৰু OC ৰেখা তিনিটাই পাৰস্পৰিকভাৱে 120° কোণ কৰি আছে। চিত্ৰ-14.20 চোৱা।



এতিয়া এক নিৰ্দিষ্ট দিশত (যেনে ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত) O বিন্দু সাপেক্ষে ত্ৰিভুজটো 120° কোণত ঘূৰালে ইয়াক আকৌ আগৰ দৰেই দেখা যাব যদিও, ত্ৰিভুজটোৰ বিন্দুবোৰৰ আগৰ অৱস্থান সলনি হ'ব। চিত্ৰ-14.21 চোৱা।

এইবাৰ O বিন্দু সাপেক্ষে ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত ত্ৰিভুজটো আকৌ 120° অৰ্থাৎ প্ৰথম অৱস্থানৰ পৰা $120^\circ + 120^\circ = 240^\circ$ কোণত ঘূৰোৱা। বুজিব পাৰিছাই নিশ্চয়— নতুন অৱস্থানতো ত্ৰিভুজটো দেখিবলৈ আগৰ দৰেই হৈছে (চিত্ৰ 14.22)।





চিত্র- 14.23

গতিকে দেখা গ’ল, সমবাহু ত্রিভুজটোৰ O বিন্দু সাপেক্ষে ঘূৰণত মুঠ তিনিবাৰ (120° , 240° আৰু 360° ঘূৰণত) ই প্ৰথম অৱস্থানৰ সৈতে দেখিবলৈ একে হয়।

অৰ্থাৎ সমবাহু ত্রিভুজৰ ঘূৰণ সমমিতি আছে। ‘O’ সমবাহু ত্রিভুজটোৰ ঘূৰণ কেন্দ্ৰ, ঘূৰণ সমমিতিৰ কোণবোৰ 120° , 240° আৰু 360° । গতিকে, সমবাহু ত্রিভুজটোৰ ঘূৰণ সমমিতিৰ ক্ৰম 3।

সমদ্বিবাহু ত্রিভুজৰ ক্ষেত্ৰত ঘূৰণ সমমিতি কেনে হ’ব?

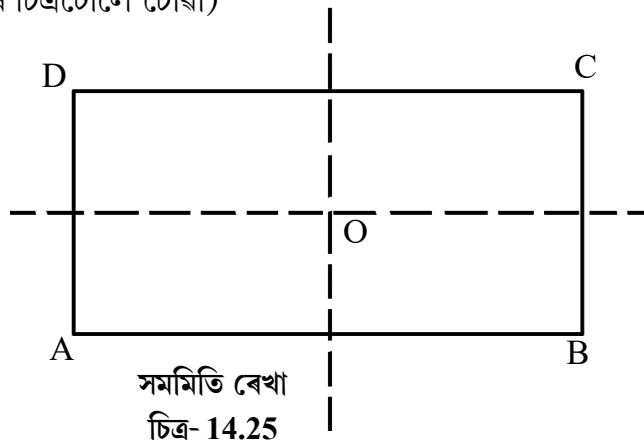
ওপৰৰ ত্রিভুজটোৰ প্ৰতিৰূপ এখন ডাঠ কাগজত আঁকি লৈ কেঁচীৰে কাটি উলিওৱা। কাটি উলিওৱা ত্রিভুজটো চিত্ৰত দিয়া ত্রিভুজটোৰ সৈতে মিলাই ইয়াৰ কোনো বিন্দুত পিন এটা পুতি লোৱা। এতিয়া ওপৰৰ ত্রিভুজটো এটা নিৰ্দিষ্ট দিশত (যেনে ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত) তলৰ ত্রিভুজটোৰ সৈতে মিলি যোৱাকৈ ঘূৰোৱা। কি দেখিলা?

তলৰ ত্রিভুজটোৰ সৈতে হুবহু মিলি যাবলৈ ওপৰৰ ত্রিভুজটো পিনটোৰ চাৰিওফালে সম্পূৰ্ণ এপাক অৰ্থাৎ 360° ঘূৰাবলগীয়া নহ’লনে? অৰ্থাৎ, সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটোৰ ঘূৰণ বা আৱৰ্তন কোণ 360° , গতিকে সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটোৰ ঘূৰণ সমমিতিৰ ক্ৰম 1।

একে কৌশল প্ৰয়োগ কৰি আয়তৰ ঘূৰণ সমমিতিৰ বিষয়ে জানিব পাৰিবা।

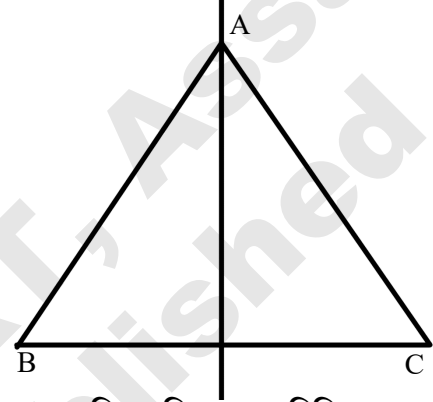
মন কৰা যে আয়ত এটা (বৈখিকভাৱে) সমমিতি চিত্ৰ।

ইয়াৰ সমমিতি ৰেখা দুডাল (তলৰ চিত্ৰটোলৈ চোৱা)



চিত্র- 14.25

O বিন্দু সাপেক্ষে ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত আকৌ এবাৰ ত্রিভুজটো 120° ঘূৰালে অৰ্থাৎ প্ৰথম অৱস্থাৰ পৰা $120^\circ + 120^\circ + 120^\circ = 360^\circ$ (সম্পূৰ্ণ এপাক) ঘূৰালে ত্রিভুজটো চিত্ৰ 14.23 দৰে। ত্রিভুজৰ এই অৱস্থানটো চিত্ৰ 14.20 দৰেই।

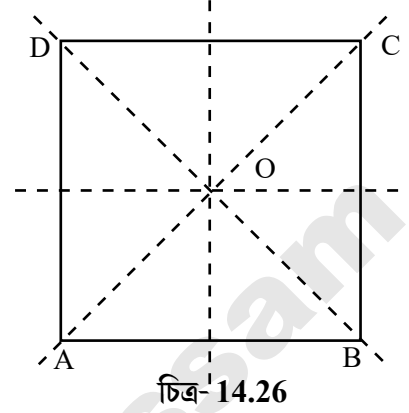


সমদ্বিবাহু ত্রিভুজৰ সমমিতি ৰেখা

চিত্র- 14.24

আবর্তন কেন্দ্ৰ বা ঘূৰণ কেন্দ্ৰ (Centre of Rotation) O সাপেক্ষে আয়তটোক কোনো নিৰ্দিষ্ট দিশত ঘূৰালে সম্পূৰ্ণ এপাকত (360°) কিমানবাৰ ইয়াক প্ৰথম অৱস্থানৰ সৈতে একে দেখা যাব? দুবাৰ নহয়নে? 180° আৰু 360° ঘূৰণ কোণত আয়তটোক প্ৰথম অৱস্থানৰ সৈতে একে দেখা যাব। গতিকে আয়তটোৰ ঘূৰণ সমমিতিৰ ক্ৰম 2।

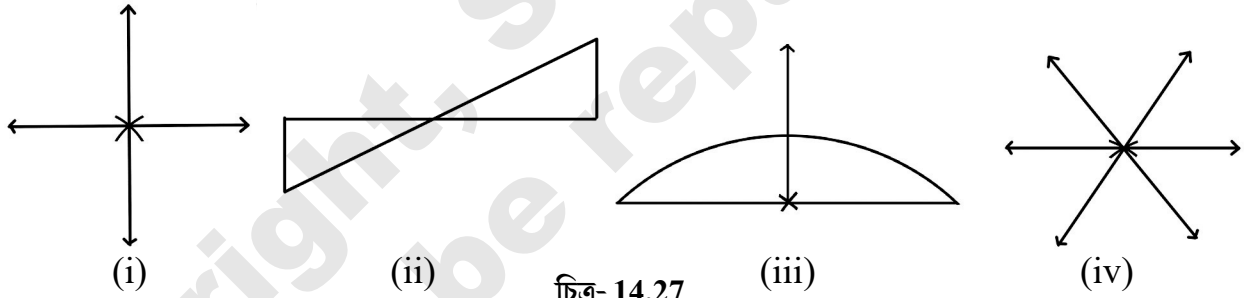
এইবাৰ বৰ্গ এটা লৈ তাৰ ঘূৰণ সমমিতি পৰীক্ষা কৰা।



বৰ্গ এক (বৈখিকভাৱে) সমমিত চিত্ৰ। ইয়াৰ সমমিতি ৰেখা চাৰিডাল (ওপৰৰ চিত্ৰটো চোৱা)। O বিন্দু সাপেক্ষে বৰ্গটোক ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত সম্পূৰ্ণ এপাক (অৰ্থাৎ 360°) ত ঘূৰালে কেইবাৰ ই প্ৰথম অৱস্থানৰ সৈতে দেখিবলৈ একে হ'ব? মন কৰা, 90° , 180° , 270° আৰু 360° ঘূৰণত বৰ্গটো প্ৰথম অৱস্থানৰ সৈতে দেখিবলৈ একে হ'ব।

গতিকে বৰ্গৰ ঘূৰণ সমমিতিৰ ক্ৰম 4 ইয়াৰ ঘূৰণ কোণবোৰ 90° , 180° , 270° আৰু 360° , O বৰ্গটোৰ ঘূৰণ বা আবর্তন কেন্দ্ৰ। তোমাৰ বন্ধুৰ সৈতে একেলগে বহি আলোচনা কৰা আৰু উলিয়াবলৈ চেষ্টা কৰা—

- সামান্তৰিক আৰু ৰম্বাচৰ ঘূৰণ সমমিতিৰ ক্ৰম কি হ'ব। এই ক্ষেত্ৰত ঘূৰণ কেন্দ্ৰ কি ল'বা?
- তলৰ চিত্ৰবোৰৰ চিহ্নিত ঘূৰণ কেন্দ্ৰ সাপেক্ষে ঘূৰণ সমমিতিৰ ক্ৰম উলিওৱা।



ঘৰে বাহিৰে বিভিন্ন ক্ষেত্ৰত আমি ঘূৰণ সমমিতিৰ বিভিন্ন উদাহৰণ দেখিবলৈ পাওঁ নহয়নে?

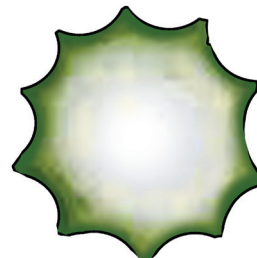
আঞ্জা খোৱা কিছুমান পাচলি যেনে — তিয়ঁহ, জিকা, তিতা কেৰেলা আদিৰ প্ৰস্থচ্ছেদ বোৰত ঘূৰণ সমমিতি লক্ষ্য কৰা যায়। নেমু, কদৈ, ৰবাব টেঙা আদিৰ প্ৰস্থচ্ছেদতো ঘূৰণ সমমিতি দেখা যায়।



তিয়ঁহৰ প্ৰস্থচ্ছেদ



তিতা কেৰেলাৰ প্ৰস্থচ্ছেদ



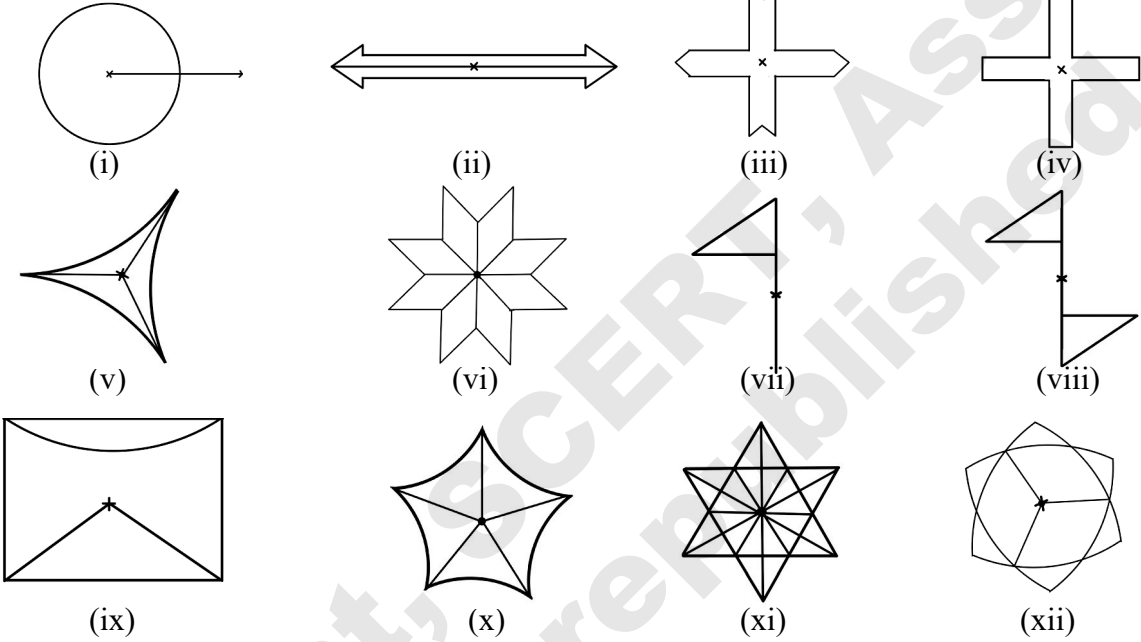
জিকাৰ প্ৰস্থচ্ছেদ

চিত্ৰ-14.28

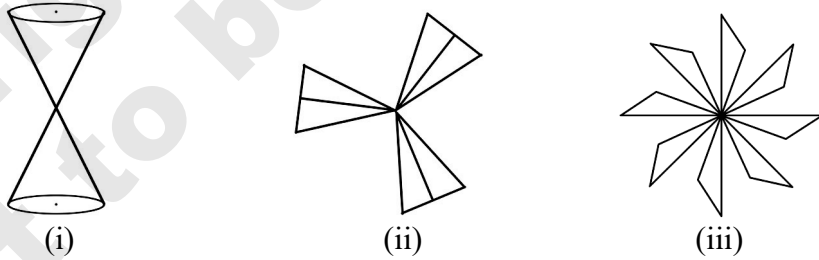
বিভিন্ন প্ৰকাৰৰ চিনামাটিৰ থাল, প্লেট আদিৰ প্ৰায়ভাগতে ঘূৰ্ণন সমমিতি থাকে।
ড্ৰয়িং ৰুমত সজাই থোৱা ফুলাম জাপি কিছুমানতো ঘূৰ্ণন সমমিতি থাকে।

অনুশীলনী- 14.2

- নিম্নোক্ত আকৃতিসমূহৰ পৰা চিহ্নিত ঘূৰ্ণন কেন্দ্ৰ সাপেক্ষে একাধিক ক্ৰমৰ ঘূৰ্ণন সমমিতি থকা আকৃতিবোৰ বাছি উলিওৱা আৰু ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰমবোৰ উল্লেখ কৰা।



- তলৰ আকৃতিবোৰৰ ঘূৰ্ণন সমমিতি পৰীক্ষা কৰা। লগতে ঘূৰ্ণন কেন্দ্ৰ, ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ কোণ আৰু ক্ৰমবোৰ উল্লেখ কৰা।



14.4 ঘূৰ্ণন আৰু ৰৈখিক সমমিতি (Rotational and Linear symmetry) :

এতিয়ালৈ কৰা আলোচনাৰ পৰা আমি দেখিলো যে সমমিতিৰ ধাৰণা দুই ধৰণে আগবঢ়াব পাৰি — ৰৈখিক সমমিতি আৰু ঘূৰ্ণন সমমিতি।

ৰৈখিক সমমিতিৰ সৈতে সমমিতি ৰেখাৰ যিদৰে সম্পৰ্ক থাকে, ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ সৈতে ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰমৰ সম্পৰ্ক থাকে।

আকৃতিসমূহৰ ৰৈখিক সমমিতিৰ সৈতে ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ কিবা সম্পৰ্ক আছেনে?

সমমিতি

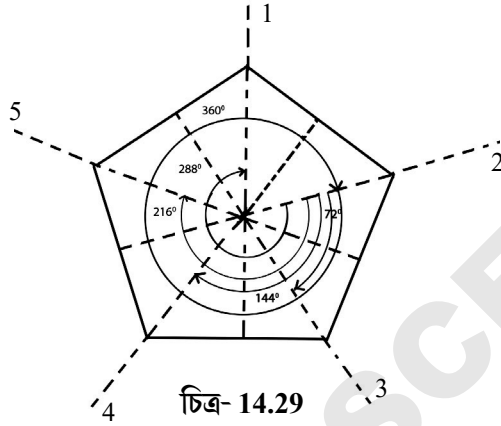
সুষম বহুভুজৰ (Regular polygon) ক্ষেত্ৰত চাও আহা— আটাইতকৈ কম সংখ্যক বাহু থকা সুষম বহুভুজটো হৈছে সমবাহু ত্ৰিভুজ। আগতেই পাই আহিছোঁ যে সমবাহু ত্ৰিভুজ এটা সমমিতি আকৃতি আৰু ইয়াৰ সমমিতি ৰেখাৰ সংখ্যা 3 ডাল।

আকৌ, সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ঘূৰ্ণন সমমিতি আছে আৰু ইয়াৰ ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম 3।

অৰ্থাৎ, সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ৰৈখিক সমমিতি আৰু ঘূৰ্ণন সমমিতি দুয়োটাই আছে আৰু ইয়াৰ সমমিতি ৰেখাৰ সংখ্যা আৰু ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম একে অৰ্থাৎ 3।

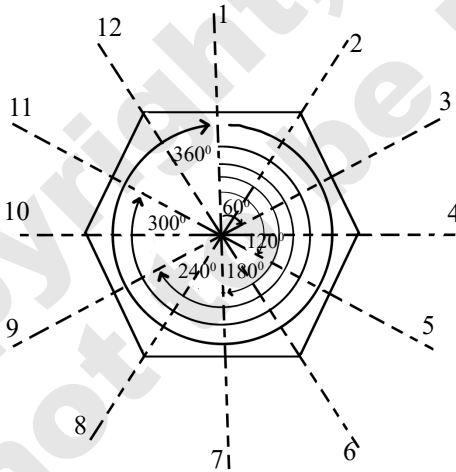
সমবাহু ত্ৰিভুজৰ ঠিক পিছৰ সুষম বহুভুজটো হ'ল বৰ্গ। বৰ্গৰ ক্ষেত্ৰতো আমি পাই আহিছোঁ যে ইয়াৰ সমমিতি ৰেখা 4 ডাল আৰু ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম 4 (ঘূৰ্ণন কোণবোৰ 90° , 180° , 270° আৰু 360°) গতিকে বৰ্গৰ সমমিতি ৰেখাৰ সংখ্যা আৰু ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম একে।

একেদৰে সুষম পঞ্চভুজৰ সমমিতি ৰেখাৰ সংখ্যা আৰু ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম একে অৰ্থাৎ 5।



চিত্ৰত 1, 2, 3, 4 আৰু 5 ৰ দ্বাৰা সমমিতি ৰেখা আৰু 72° , 144° , 216° , 288° , 360° ঘূৰ্ণন কোণ (Rotational angle) বুজোৱা হৈছে।

সুষম ষড়ভুজৰ (Regular Hexagon) সমমিতি ৰেখাৰ সংখ্যা আৰু ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম একে অৰ্থাৎ 6 একে।



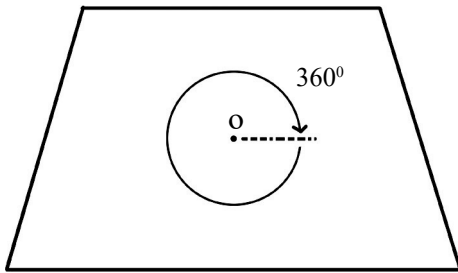
চিত্ৰত 1, 2, 3, 4, 5 আৰু 6 হ'ল সমমিতি ৰেখা আৰু ঘূৰ্ণনকোণবোৰ ক্ৰমে 60° , 120° , 180° , 240° , 300° আৰু 360°

এনেদৰে আমি দেখুৱাব পাৰোঁ যে এটা সুষম বহুভুজৰ বাহুৰ সংখ্যা যিমান, সমমিতি ৰেখাৰ সংখ্যা আৰু ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰমো সিমানেই।

বহুভুজ এটা সুষম নহ'লে ইয়াৰ বাহুৰ সংখ্যা আৰু সমমিতি ৰেখাৰ সংখ্যা সমান নহয়। কিছুমান বহুভুজ আনকি সমমিত নহ'বও পাৰে। যেনে ট্ৰেপেজিয়াম বা সামান্তৰিকৰ আকৃতি সমমিত নহয় অৰ্থাৎ উভয়ৰে সমমিতি ৰেখা নাই। কিন্তু উভয়ৰে ঘূৰ্ণন সমমিতি আছে। ট্ৰেপেজিয়ামৰ ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম 1।

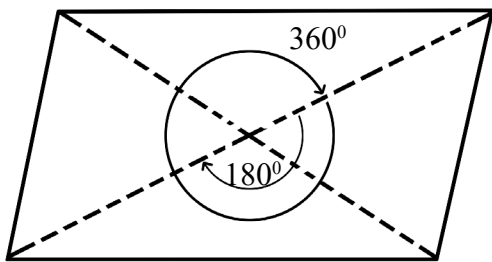
সমমিতি

সামান্তৰিকৰো ঘূৰ্ণন সমমিতি আছে আৰু ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম 2 (চিত্ৰ চোৱা)



চিত্ৰ- 14.31

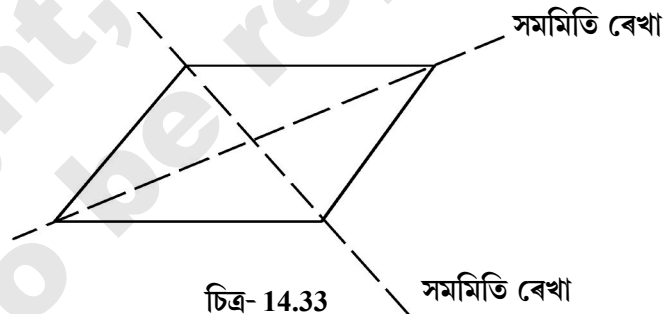
ট্ৰেপেজিয়ামটো সমমিত নহয়। ইয়াৰ সমমিতি ৰেখা নাই। কিন্তু ইয়াৰ ঘূৰ্ণন সমমিতি আছে। ঘূৰ্ণন কোণ 360° অৰ্থাৎ ট্ৰেপেজিয়ামৰ ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম 1।



চিত্ৰ- 14.32

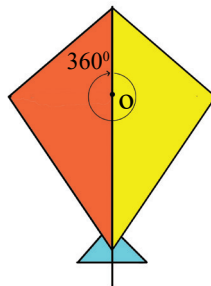
সামান্তৰিকটোৰ আকৃতি সমমিত নহয় অৰ্থাৎ ইয়াৰ সমমিতি ৰেখা নাই। কিন্তু ইয়াৰ ঘূৰ্ণন সমমিতি আছে আৰু ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম আৰু 2 ঘূৰ্ণন কোণ ক্ৰমে 180° আৰু 360°

ৰম্বছ এটা সমমিত আকৃতি। ইয়াৰ সমমিতি ৰেখাৰ সংখ্যা 2। ৰম্বছৰ ঘূৰ্ণন সমমিতি আছে আৰু ইয়াৰ ঘূৰ্ণন সমমিতি ক্ৰম 2। ঘূৰ্ণন কোণ ক্ৰমে 180° আৰু 360° ।



চিত্ৰ- 14.33

চিলা (Kite) এখন সমমিত আকৃতি। ইয়াৰ সমমিতি ৰেখা এডাল। চিলাৰ ঘূৰ্ণন সমমিতি আছে। ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম 1 আৰু ঘূৰ্ণন কোণ 360°



চিত্ৰ- 14.34

গতিকে দেখা গ'ল যে বিষম (যিবোৰ সুসম নহয়) বহুভুজৰ (Irregular polygon) ক্ষেত্ৰত সমমিতি ৰেখা আৰু ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰমৰ কোনো নিৰ্দিষ্ট সম্পৰ্ক পোৱা নাযায়।

বৃত্তৰ ক্ষেত্ৰত বৈখিক সমমিতি আৰু ঘূৰ্ণন সমমিতি কেনে হ'ব বাৰু?

সহজেই বুজিব পাৰি যে বৃত্ত এটা তাৰ যিকোনো ব্যাস সাপেক্ষেই সমমিত। অৰ্থাৎ যিকোনো ব্যাসেই বৃত্তৰ বাবে সমমিতি ৰেখা। গতিকে বৃত্তৰ অসংখ্য (Infinite) সমমিতি ৰেখা আছে।

আনহাতে, বৃত্ত এটাক কেন্দ্ৰ সাপেক্ষে যিকোনো কোণত অৱস্থানত দেখাৰ দৰে একেই থাকে। গতিকে, যিকোনো কোণেই বৃত্তৰ বাবে ঘূৰ্ণন কোণ। যিহেতু 0° আৰু 360° ৰ মাজত আমি যিকোনো পৰিমাণৰ কোণ পাব পাৰোঁ গতিকে বৃত্তৰ ঘূৰ্ণন কোণৰ সংখ্যাও অসংখ্য অৰ্থাৎ বৃত্তৰ ঘূৰ্ণন সমমিতি আছে আৰু ইয়াৰ ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম অসংখ্য।

দৈনন্দিন জীৱনত দেখিবলৈ পোৱা বিভিন্ন আকৃতিৰ ক্ষেত্ৰত বৈখিক সমমিতি, সমমিতি ৰেখা, ঘূৰ্ণন সমমিতি, ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম আদি বুজিবলৈ চেষ্টা কৰা—

তলৰ তালিকাখন নিজে পূৰ কৰা —

আকৃতি	বৈখিক সমমিতি	সমমিতি ৰেখাৰ সংখ্যা	ঘূৰ্ণন সমমিতি	ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম
W	আছে	1	আছে	1
T				
O				
↗	নাই	0	আছে	1
A				

অনুশীলনী- 14.3

- দুটা আকৃতিৰ উল্লেখ কৰা যাৰ বৈখিক আৰু ঘূৰ্ণন উভয় প্ৰকাৰৰ সমমিতি আছে।
- বৈখিকভাৱে সমমিত এনে এটি ত্ৰিভুজ আঁকা যাৰ ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম 1 তকৈ অধিক।
- বৈখিকভাৱে সমমিত নোহোৱা এনে এটি চতুৰ্ভুজ আঁকা যাৰ ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম 1 তকৈ বেছি।
- এটা চতুৰ্ভুজ আঁকা যাৰ সমমিতি ৰেখা এডাল আৰু ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম 1।
- এনে ত্ৰিভুজ আছেনে যাৰ ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম 2।
- ইংৰাজী বৰ্ণমালা S বৰ্ণটোৰ ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম কি? ইয়াৰ বৈখিক সমমিতি আছেনে?
- 3 সাংখ্যিক চিনটোৰ ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম কিমান। ইয়াৰ সমমিতি ৰেখা আছেনে?
- কাগজত 6969 লিখি লোৱা। ইয়াক এটা জ্যামিতিক আকৃতি হিচাপে গণ্য কৰি আকৃতিটোৰ ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম উলিওৱা। আকৃতিটোৰ বৈখিক সমমিতি আছেনে?
- কোনো ঘূৰ্ণন কেন্দ্ৰ সাপেক্ষে চিত্ৰ এটাক 120° ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত ঘূৰালে চিত্ৰটোক আৰম্ভণিৰ অৱস্থানত থকাৰ দৰে একে দেখি। আন কি কি কোণৰ বাবে চিত্ৰটোক পূৰ্বৰ দৰে একে দেখা যাব? চিত্ৰটোৰ ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম কিমান?

10. ঘূৰ্ণন কোণ 72° হোৱাকৈ 1তকৈ বেছি ক্ৰমৰ ঘূৰ্ণন সমমিতি থকা আকৃতি পোৱা যাবনে?
11. ঘূৰ্ণন কোণ 17° হোৱাকৈ 1তকৈ বেছি ঘূৰ্ণন সমমিতি থকা আকৃতি আছেনে?
12. নিম্নোক্ত তালিকাখন সম্পূৰ্ণ কৰা—

আকৃতি	ঘূৰ্ণন কেন্দ্ৰৰ অৱস্থান	ঘূৰ্ণন কোণবোৰ	ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম
আয়ত			
বৰ্গ			
বস্কাছ			
সামান্তৰিক			
ট্ৰেপিজিয়াম			
সুষম পঞ্চভুজ			
সমবাহু			
সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ			
বিষম বাহু ত্ৰিভুজ			
বৃত্ত			
অৰ্দ্ধবৃত্ত (Semi Circle)			

আমি কি শিকিলোঁ

1. এটা চিত্ৰ এডাল ৰেখা সাপেক্ষে সমানে ভাঁজ কৰিলে যদি চিত্ৰটোৰ এটা অংশ আনটোৰ লগত মিলি যায়, তেনেহ'লে চিত্ৰটো ৰৈখিক সমমিতিত থকা বুলি কোৱা হয়।
2. প্ৰকৃতিৰ ভিন ভিন বস্তু, যেনে গছৰ পাত, জীৱ-জন্তুৰ দৈহিক গঠন আদিত সমমিতিৰ নক্সা দেখা যায়।
3. চিত্ৰকৰ, খনিকৰ, কাৰিকৰ সকলে নিজৰ নিজৰ কামত, যেনে গাড়ী সঁজা, গহনা বনোৱা আদিত সমমিতিৰ ধাৰণা প্ৰয়োগ কৰে।
4. সুষম বহুভুজবোৰ, যেনে সমবাহু ত্ৰিভুজ, বৰ্গ, সুষম পঞ্চভুজ আদিৰ বাহুবোৰ আৰু কোণবোৰ সমান। সিহঁতৰ বহুসংখ্যক সমমিতি ৰেখা থাকে।
5. প্ৰতিটো সুষম বহুভুজৰ বাহুৰ সংখ্যা অনুযায়ী সমমিতি ৰেখা অৰ্থাৎ যিমান সংখ্যক বাহু থাকে সিমান সংখ্যক সমমিতি ৰেখা থাকে।
6. কোনো বস্তু এটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দু সাপেক্ষে ঘূৰাকে বস্তুটোৰ ঘূৰ্ণন আৰু নিৰ্দিষ্ট বিন্দুটোক ঘূৰ্ণন কেন্দ্ৰ বোলা হয়।
7. ঘূৰ্ণন ঘড়ীৰ কাঁটাৰ দিশত বা ঘড়ীৰ কাঁটাৰ বিপৰীত দিশত হ'ব পাৰে।
8. যদি কোনো এটা বস্তুৰ এটা ঘূৰ্ণনৰ পিছত বস্তুটো ঠিক একে দেখা যায় তেন্তে, আমি ইয়াৰ ঘূৰ্ণনত সমমিতি থকা বুলি কওঁ।
9. এটা সম্পূৰ্ণ পাক বা ঘূৰ্ণনত (360°) বস্তুটো যিমানবাৰ ঠিক একে দেখা যায় তাক ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম বোলা হয়।

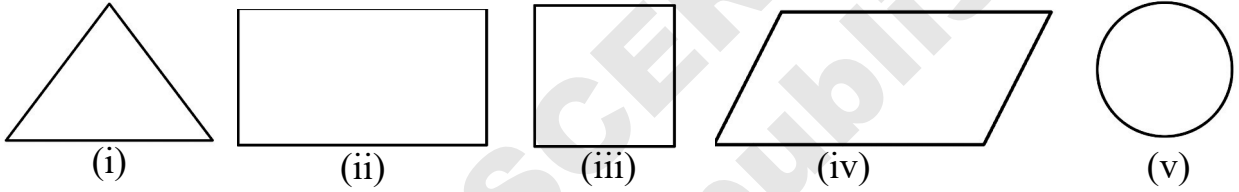
অধ্যায়-15

গোটা আকৃতিৰ দৃশ্যায়ন (Visualising Solid Shape)



15.1 আমাৰ চাৰিওফালে বিদ্যালয়তেই হওক বা ঘৰতেই হওক বিভিন্ন ধৰণৰ বস্তু দেখিবলৈ পাওঁ। উদাহৰণস্বৰূপে তোমাৰ কিতাপখন, বহীখন, চক পেঞ্চিলৰ বাকচটো ইত্যাদি। এইবিলাকৰ প্ৰত্যেকেই এডোখৰ ঠাই আগুৰি থাকে। এই বিলাক গোটা আকৃতিৰ বস্তু। ইহঁতৰ দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতা থাকে। আমি পৰিৱেশত পোৱা প্ৰতিটো গোটা বস্তুৰে তিনিটা মাত্ৰা (**Dimension**) থাকে। অন্য কথাত তিনিটা মাত্ৰা থকা বস্তুবোৰকে গোটা বস্তু বুলি কোৱা হয়।

তলৰ চিত্ৰকেইটালৈ মন কৰা —



চিত্ৰ - 15.1

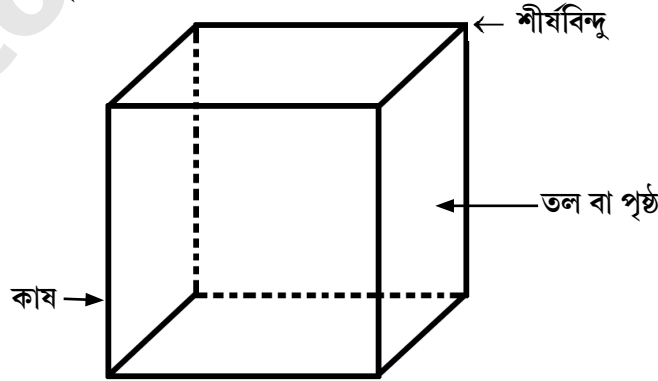
প্ৰতিটো আকৃতিয়ে তোমালোকৰ চিনাকী নহয় জানো?

এইবোৰ দ্বিমাত্ৰিক (2-dimensional) চিত্ৰ। অৰ্থাৎ ইহঁতৰ কেৱল দীঘ আৰু প্ৰস্থহে আছে। এই দ্বিমাত্ৰিক চিত্ৰবোৰক চমুকৈ 2-D বুলি কওঁ বা লিখিব পাৰোঁ।

15.2 বস্তুৰ তল, কাষ আৰু শীৰ্ষ বিন্দু (Face, Edge and Vertex of Solid Shape):

তোমালোকে আগতে বস্তুৰ তল (Face), কাষ (Edge) আৰু শীৰ্ষবিন্দুৰ (Vertex) কথা পাই আহিছা।

এবাৰ আকৌ মনত পেলাও আহাঁচোন —



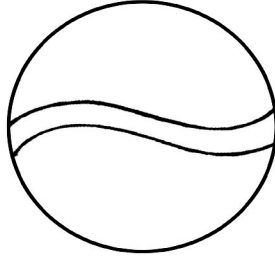
চিত্ৰ - 15.2

ওপৰৰ ঘনকটোৰ শীৰ্ষবিন্দু, কাষ আৰু তল কেইখন আছে? দলত আলোচনা কৰি উলিওৱা।

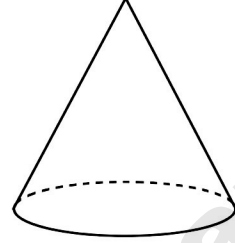
তলৰ চিত্ৰকেইটালৈ মন কৰা—



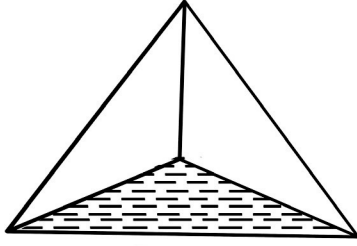
(i)



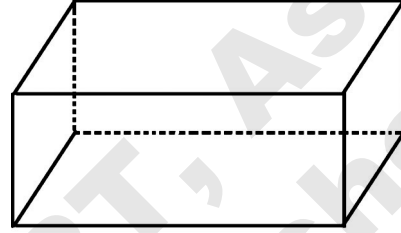
(ii)



(iii)



(iv)



(v)

চিত্ৰ - 15.3

এই চিত্ৰবোৰ কিহৰ চিত্ৰ জানানে? এইবোৰ হৈছে একাদিক্ৰমে চুঙা, গোলক, শঙ্কু, পিৰামিড আৰু আয়তীয় ঘনকৰ চিত্ৰ।

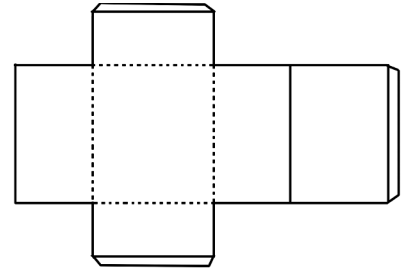
চিত্ৰত দেখুওৱা প্ৰতিটো বস্তুৱেই ঠাই আগুৰি থাকে। গতিকে ইহঁতৰ মাত্ৰা তিনিটা আছে অৰ্থাৎ এইবোৰক ত্ৰিমাত্ৰিক (3-D) চিত্ৰ বুলি কোৱা হয়।

তোমালোকে ওপৰৰ ত্ৰিমাত্ৰিক বস্তুকেইটাৰ চিত্ৰ দেখি গম পাইছা যে, এই ত্ৰিমাত্ৰিক বস্তুবোৰৰ দ্বিমাত্ৰিক তল আছে। উদাহৰণ স্বৰূপে চুঙাটোৰ (Cylinder) দুখন তল বৃত্তাকৃতিৰ (Circular)। ঠিক তেনেদৰে শঙ্কুৰ (Cone) এখন তল বৃত্তাকৃতিৰ, পিৰামিডৰ তলবোৰ ত্ৰিভুজাকৃতিৰ (Triangular) আৰু আৰু আয়তীয় ঘনকৰ (Cuboid) তলবোৰ আয়তাকৃতি (Rectangler) বা বৰ্গাকৃতিৰ (Square)। আয়তাকৃতি আৰু বৰ্গাকৃতিৰ তলবোৰ দ্বিমাত্ৰিক।

15.3 কাৰ্ডব'ৰ্ড বা আৰ্টপেপাৰৰ 3D আকৃতিৰ বস্তু সাজোঁ আহা—

দ্বিমাত্ৰিক আকৃতিৰ কিছুমান বস্তু যেনে : কাগজ, আৰ্ট পেপাৰ আদি উপযুক্তভাৱে ভাজ কৰি কাটি, ত্ৰিমাত্ৰিক আকৃতিৰ বস্তু তৈয়াৰ কৰিব পাৰি।

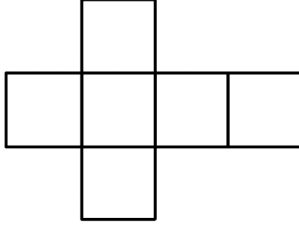
এটা জোতাৰ বাকচ বা মিঠাই অনা বাকচ তোমালোকে গোটাই লৈ কাষবোৰ কাটিলে বাকচটোৰ (আয়তীয় ঘনকটোৰ) এটা দ্বিমাত্ৰিক ৰূপ দেখা পাবা। চিত্ৰ - 15.4 ত এটা আয়তীয় ঘনকৰ দ্বিমাত্ৰিক ৰূপ দেখুওৱা হ'ল যাক উপযুক্তভাৱে ভাঁজ কৰিলে ত্ৰিমাত্ৰিক ৰূপ ল'ব।



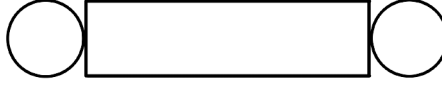
চিত্ৰ - 15.4

আয়তীয় ঘনকৰ বিভিন্ন বেলেগ বেলেগ দ্বিমাত্ৰিক আকৃতি সাজিব পাৰি। তোমালোকে দলত বেলেগ বেলেগ জোখৰ আয়তীয় ঘনক ভাঁজ কৰি দ্বিমাত্ৰিক আকৃতি সাজিবা।

ঠিক তেনেদৰে ঘনক (Cube), চুঙা আৰু শঙ্কু এটাৰ কাষবোৰ কাটিলে আমি তলত দিয়াৰ দৰে দ্বিমাত্ৰিক আকৃতি পাবোঁ।

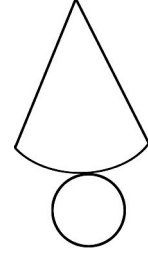


ঘনক (i)



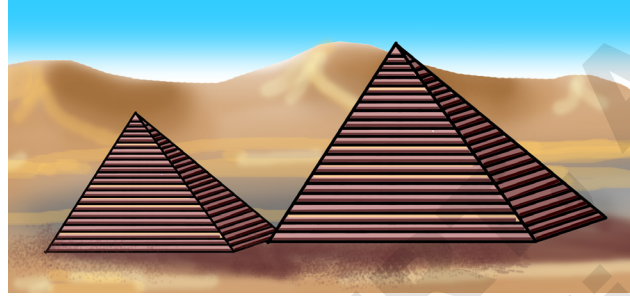
চুঙা (ii)

চিত্র - 15.5



শঙ্কু (iii)

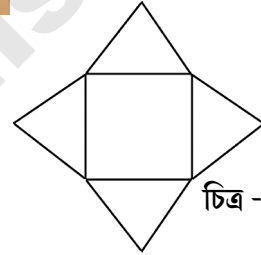
ইজিপ্তৰ পিৰামিডৰ কথা তোমালোকে সকলোৰে শুনিছা। পিৰামিড দেখাত তলত দিয়াৰ দৰে



চিত্র - 15.6

পিৰামিডৰ ভূমি বৰ্গাকৃতিৰ বা ত্ৰিভুজাকৃতিৰ হ'ব পাৰে।

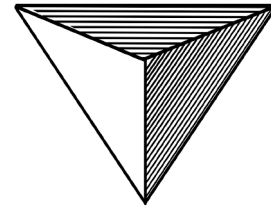
চিত্র - 15.6 ৰ বৰ্গাকৃতিৰ ভূমিৰ পিৰামিডটোৰ চাৰিওটা বাহুৰ প্ৰতিবাহুত একোটাকৈ ত্ৰিভুজ আছে (মুঠ 4 টা)। ইয়াক আমি কাগজেৰে প্ৰস্তুত কৰিলে কেনেকুৱা হ'ব চাওঁচোন আহাঁ—



চিত্র - 15.7

তোমালোকে কাগজ কাটি উপযুক্তভাৱে ভাঁজ কৰি বৰ্গাকৃতিৰ ভূমিৰ পিৰামিড সাজিব পাৰা। দেখিবা পিৰামিডটোৰ শীৰ্ষবিন্দু 5 টা, তল 5 খন আৰু কাষ 8 টা আছে।

পিৰামিড এটাৰ ভূমি যদি ত্ৰিভুজ আকৃতিৰ হয় তেতিয়া বাৰু পিৰামিডটো কেনেকুৱা হ'ব? চিত্র - 15.8 ৰ দৰে নহ'ব নে?



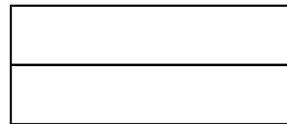
চিত্র - 15.8

চিত্র 15.7 ৰ বৰ্গাকৃতিপিৰামিডৰ তলবোৰৰ দৰে এই ত্ৰিভুজ আকৃতিৰ পিৰামিডটো কাগজত কাটি উলিয়ালে কেনেকুৱা হ'ব দলত আলোচনা কৰা। ইয়াৰ কাষ, শীৰ্ষবিন্দু আৰু তলৰ সংখ্যা কিমান হ'ব নিৰ্ণয় কৰিবা।

তোমালোকে কাগজ ভাজ কৰিও ত্ৰিভুজাকৃতিৰ পিৰামিড সাজিব পাৰা।

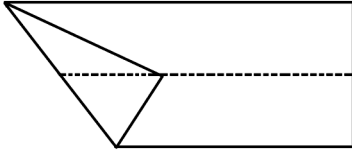


চিত্র - (i)

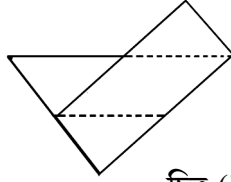


চিত্র - (ii)

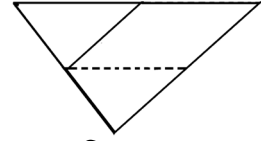
- ♦ প্ৰথমে A4 জোখৰ কাগজ এখন লোৱা (চিত্র i)
- ♦ এইবাৰ কাগজখন দীঘলে দুয়োটা কাষ লগ লগাই সমানে ভাঁজ কৰা



চিত্র (iii)

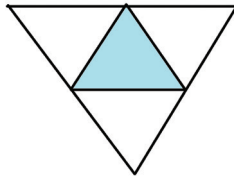


চিত্র (iv)

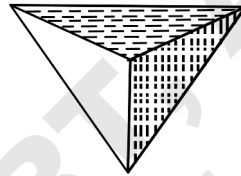


চিত্র (v)

- ♦ এতিয়া কাগজখনৰ ভাঁজটো খুলি ওপৰৰ বাওঁফালৰ চুকটো সমানে দুভাগ হোৱাকৈ আৰু বাওঁফালৰ তলৰ চুকটো কাগজখনৰ সোঁমাজৰ ভাঁজটোত মিলি যোৱাকৈ (চিত্র iii) ভাঁজ কৰা।
- ♦ এতিয়া কাগজখনৰ সোঁফালে এনেদৰে ভাঁজ কৰা যাতে কাগজখনত সোঁফালৰ তলৰ অংশখিনি বাওঁফালে ভাঁজ কৰা অংশৰ লগত মিলি যায় (চিত্র iv)।
- ♦ এইবাৰ ওপৰত সোঁফালে ওলাই থকা কাগজৰ ত্ৰিভুজাকৃতিৰ টুকুৰাটো কাগজখনৰ ভিতৰলৈ ভৰাই দিয়া (চিত্র v)।



চিত্র (vi)

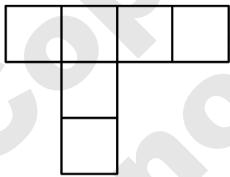


চিত্র (vii)

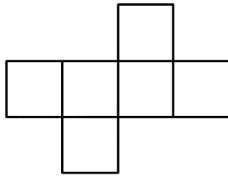
- ♦ ইয়াৰ পিছত কাগজখনৰ সোঁমাজৰ ভাঁজটোৰ তলত এটা ত্ৰিভুজ দেখিবা আৰু সেইটোৰ সমানকৈ ভাঁজ কৰিলে আন দুটা ত্ৰিভুজ পাবা, (চিত্র vi) ত দেখুৱাৰ দৰে ভাঁজ কৰিলে ত্ৰিভুজাকৃতিৰ পিৰামিডটো পাবা।
 - ♦ চেল'টেপ দি কাষকেইটা লগ লগাই দিলে ত্ৰিভুজাকৃতিৰ পিৰামিড হ'ব (চিত্র vii)।
- ত্ৰিভুজাকৃতিৰ পিৰামিডৰ তল, কাষ আৰু শীৰ্ষবিন্দু সংখ্যা যথাক্রমে 4, 6 আৰু 4 এই আকৃতিৰ পিৰামিডক চতুৰ্ভুজক (Tetrahedron) বুলিও কয়।

অনুশীলনী- 15.1

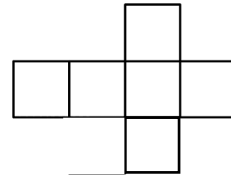
1. তলৰ বস্তুবোৰ দ্বিমাত্রিক আৰু ত্ৰিমাত্রিক হিচাপে শ্ৰেণী বিভাগ কৰা—
গোলক, বৃত্ত, আয়ত, পিৰামিড, পেঞ্চিল বাকচ, মাৰ্বল, ঘনক, চতুৰ্ভুজ, জুইশলা বাকচ
2. কাষ আৰু শীৰ্ষবিন্দু নথকা তিনিটা গোটা বস্তুৰ নাম লিখা।
3. এটা শঙ্কুত কেইটা শীৰ্ষবিন্দু থাকে?
4. ঘনক সাজিবৰ বাবে কোনকেইটা চিত্র ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰি? দলত আলোচনা কৰা।



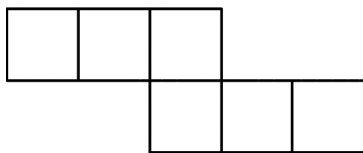
(i)



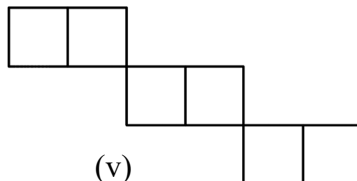
(ii)



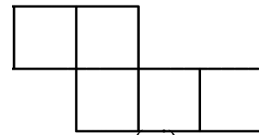
(iii)



(iv)

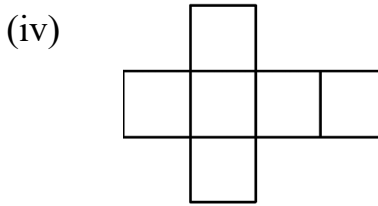
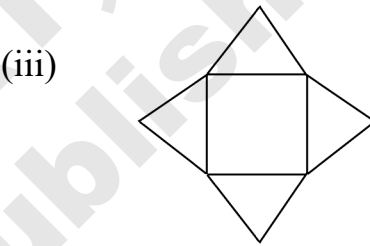
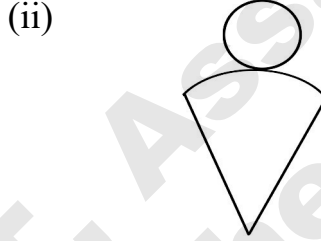
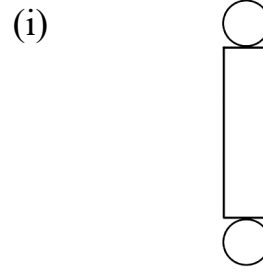
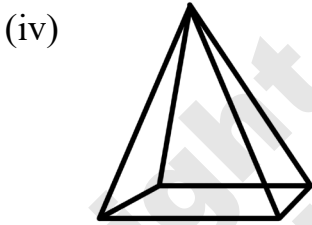
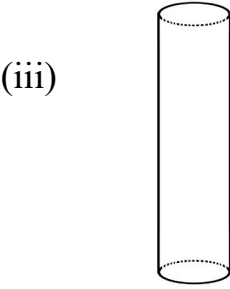
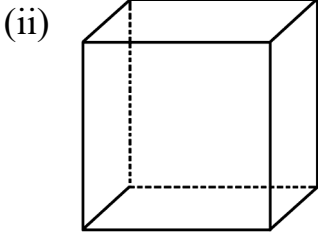
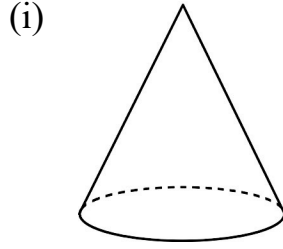


(v)

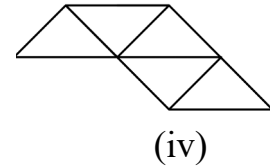
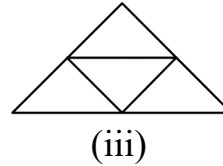
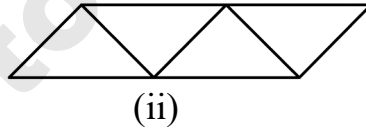
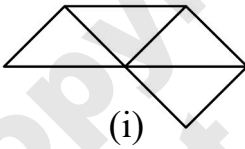


(vi)

5. বাওঁফালৰ আকৃতিৰ লগত সোঁফালৰ আকৃতিবোৰ মিলোওৱা।



6. আলোচনা কৰি চতুৰ্ভুজক সাজিব পৰা সামতলিক চিত্ৰ বিচাৰি উলিওৱা।



15.4 এখন সমতলত গোটা বস্তুৰ ছবি অংকন (Drawing solids on a Flat-Surface) —

এখন সমতল পৃষ্ঠত গোটা বস্তুৰ ছবি অংকনৰ বাবে আমি দুটা কৌশল অৱলম্বন কৰিব পাৰো—

(i) তিৰ্যক নক্সা (Oblique Sketches)

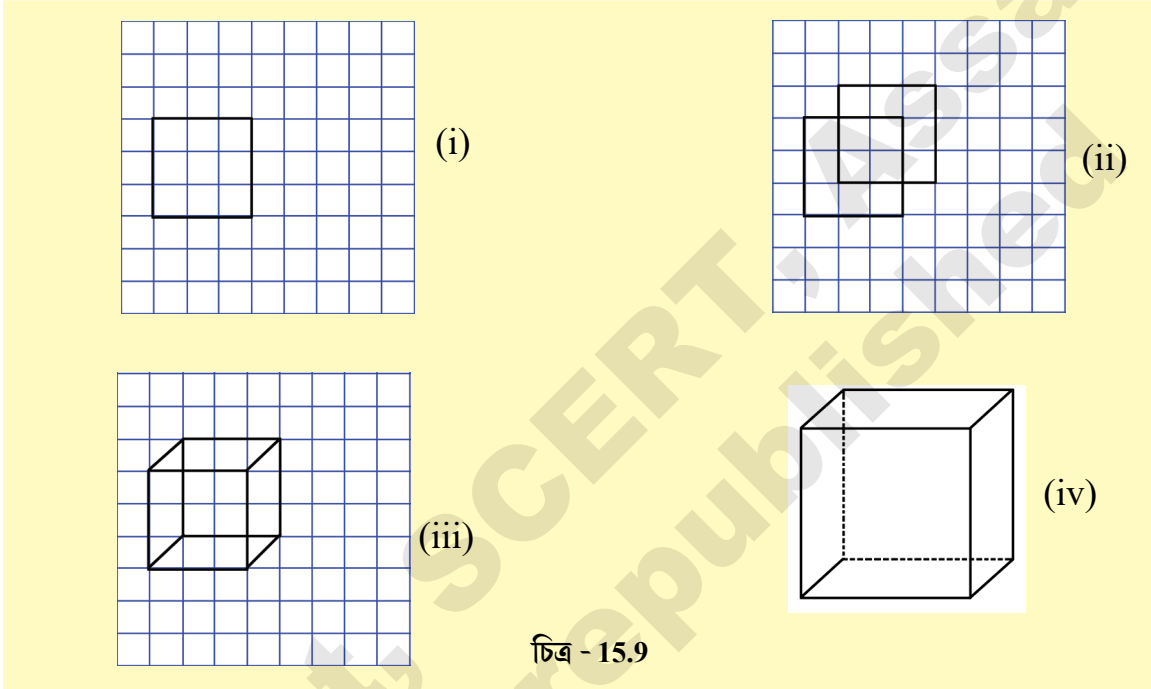
(i) সমমাত্ৰিক নক্সা (Isometric Sketches)

(i) তিৰ্যক নক্সা : তিৰ্যক নক্সাত এটা গোটা বস্তুৰ জোখ অৰ্থাৎ দীঘ, প্রস্থ, উচ্চতা বা গভীৰতা সঠিক নহ'বও পাৰে। উদাহৰণস্বৰূপে, ঘনক এটা আটাইবোৰ তল (face) বৰ্গাকৃতিৰ, কিন্তু ঘনকটোৰ তিৰ্যক নক্সাত ইয়াৰ কিছুমান তল বৰ্গাকৃতিৰ নহ'বও পাৰে। তথাপিও কিন্তু নক্সাটো এটা ঘনকৰ নক্সা যেন অনুমান হয়। এনে ধৰণৰ

ছবিকে তিৰ্যক ছবি বা নক্সা বোলা হয়।

এতিয়া এখন সমতলত এটা ঘনকৰ (cube) তিৰ্যক নক্সা কেনেদৰে অঁকা হয় চাও আহাঁ।

বৰ্গাকৃতিৰ ঘৰ থকা এখন কাগজ লোৱা হ'ল। তোমালোকে বগা কাগজত চিত্ৰত দেখুওৱা ধৰণে সৰু বৰ্গৰ ঘৰ আঁকি ল'ব পাৰা। কাগজখনত চিত্ৰ (i) ত দেখুওৱাৰ দৰে ঘনকৰ সন্মুখৰ তলখন অঁকা হ'ল। ইয়াৰ পিছত ঘনকটোৰ বিপৰীত তলখন অঁকা হ'ল চিত্ৰ (ii)। এতিয়া চিত্ৰত দেখুওৱাৰ দৰে অনুৰূপ চুকবোৰ লগ লগালে ঘনকৰ নক্সা এটা পোৱা যায় চিত্ৰ (iii)। ঘনকটোৰ লুকাই থকা কাষবোৰ ফুট ফুট চিন দি অঁকা হয় চিত্ৰ (iv)।



চিত্ৰ - 15.9

(ii) সমমাত্ৰিক নক্সা (Isometric Sketch)

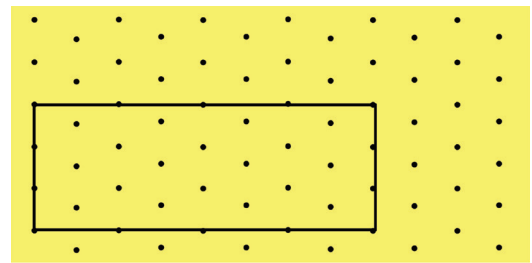
সমমাত্ৰিক নক্সাত এটা গোটা বস্তুৰ জোখ অৰ্থাৎ দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতা বা গভীৰতা সমানুপাতত থকা দেখা যায়।

এখন সমতলত এটা আয়তীয় ঘনকৰ সমমাত্ৰিক নক্সা কেনেদৰে অঁকা হয় চাওঁ আহাঁ—

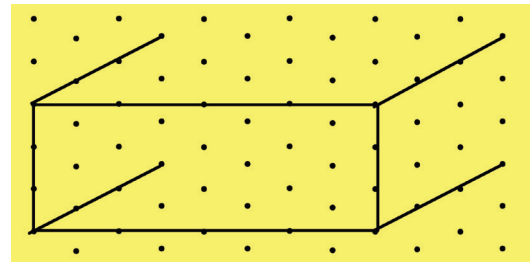
এখন কাগজত কিছুমান ফুট চিহ্ন এনেদৰে সজাই লোৱা হয় যাতে তিনিটা তিনিটা ফুট চিহ্নই কিছুমান সমবাহু ত্ৰিভুজ গঠন কৰে।

এটা আয়তীয় ঘনকৰ সমমাত্ৰিক নক্সা এটা আঁকিবলৈ চেষ্টা কৰো আহাঁ। আয়তীয় ঘনকটোৰ দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতা ক্ৰমে 4, 3 আৰু 3 একক জোখৰ।

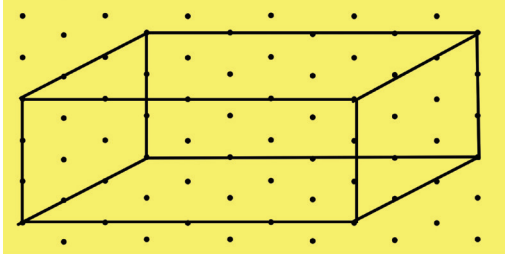
প্ৰথমে সন্মুখৰ তলখন চিত্ৰ (i) ত দেখুওৱাৰ দৰে অঁকা হ'ল যাৰ দীঘ 4 আৰু প্ৰস্থ 3 একক।



(চিত্ৰ - i)

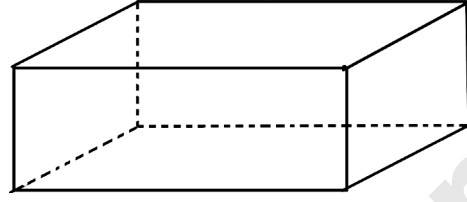


(চিত্ৰ - ii)



চিত্র (iii)

চিত্র - 15.10

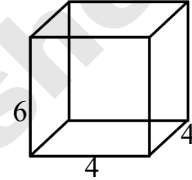


চিত্র (iv)

এতিয়া আয়তটোৰ চাৰিটা চুকৰ পৰা 3 একক দৈৰ্ঘ্যৰ চাৰিডাল সমান্তৰাল ৰেখাখণ্ড অঁকা হ'ল চিত্র (ii)। তাৰ পিছত সন্মুখৰ তলৰ বিপৰীত ফালে থকা তলখন অঁকা হ'ল। চিত্র (iii)। এনেকৈ আয়তীয় ঘনকটোৰ সমমাত্ৰিক নক্সা এটা পোৱা গ'ল।

অনুশীলনী- 15.2

- চিত্র (i) ত আয়তীয় ঘনকৰ তিৰ্যক নক্সাটো চাই এটা সমমাত্ৰিক নক্সা অঁকা।
- 5 চে মি, 3 চে মি আৰু 2 চে মি মাত্ৰাৰ এটা সমমাত্ৰিক আৰু এটা তিৰ্যক নক্সা অঁকা।
- এটা গোটা বস্তুৰ নাম লিখা যাৰ শীৰ্ষবিন্দু আৰু সমতল নাই।
- 3 চে মি, 3 চে মি আৰু 3 চে মি জোখৰ তিনিটা ঘনক, এটাৰ ওপৰত আনটো থৈ দিলে উৎপন্ন হোৱা গোটা বস্তুটোৰ নাম লিখা। গোটা বস্তুটোৰ দীঘ, প্রস্থ আৰু উচ্চতা কিমান?

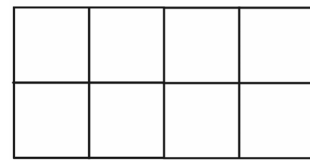
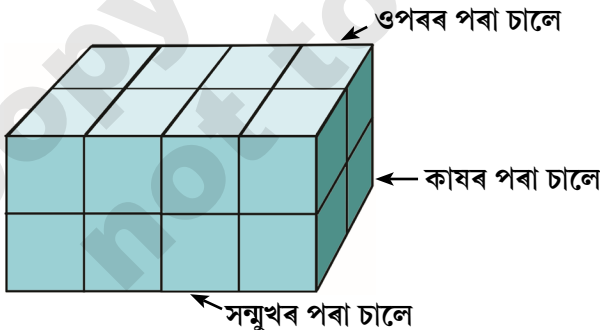


চিত্র (i)

15.5 গোটা বস্তুক বিভিন্ন দিশৰ পৰা চাও আহা (Let us have a look at solid shapes from different sides) —

গোটা বস্তু এটা বিভিন্ন দিশৰ পৰা লক্ষ্য কৰিলে বস্তুটোৰ বেলেগ বেলেগ অংশ দৃশ্যমান হয়। কেতিয়াবা কিছুমান অংশ দেখা নাযায় অৰ্থাৎ কিছুমান অংশ লুকাই থাকে।

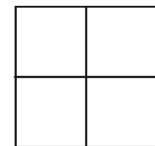
তলত ঘনকৰে গঠিত এটা বস্তুৰ সন্মুখৰ, ওপৰৰ আৰু কাষৰ দৃশ্য দেখুওৱা হৈছে।



ওপৰৰ পৰা চালে



সন্মুখৰ পৰা চালে

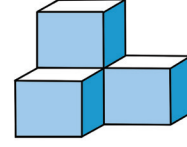


কাষৰ পৰা চালে

চিত্র - 15.11

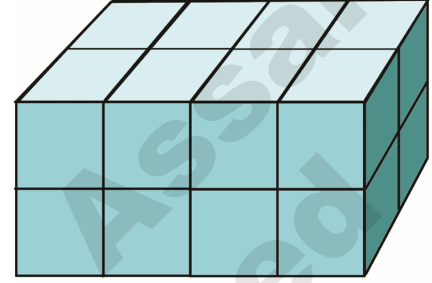
অনুশীলনী- 15.3

1. চিত্ৰ (i) লৈ মন কৰা। ইয়াত কিমানটা ঘনক আছে?



চিত্ৰ (i)

2. চিত্ৰ (ii) ত মুঠতে কেইটা ঘনক আছে? যদি এটা ঘনকৰ মাত্ৰা 2 চে.মি., 2 চে.মি., 2 চে.মি. হয় তেন্তে আয়তীয় ঘনকটোৰ মাত্ৰা কিমান?



চিত্ৰ (ii)

3. 5 টা ঘনক একেলগে ৰাখি তিনিটা বেলেগ বেলেগ দিশৰ (সন্মুখৰ দৃশ্য, ওপৰৰ দৃশ্য আৰু কাষৰ দৃশ্য) ৰ চিত্ৰ আঁকা।
4. কাষৰ পৰা 5 টা ফুট দেখাকৈ এটা লুডু ডাইচৰ ত্ৰিমাত্ৰিক চিত্ৰ আঁকা। ডাইচটো ওপৰৰ পৰা চালে কেইটা ফুট দেখা যাব। (দলত আলোচনা কৰা)
- [তোমালোকে 'লিঅ'নাৰ্ড' ডি ভিঞ্চি'ৰ নাম নিশ্চয় শুনিছা। তেওঁ ইটালীৰ বহুমুখী প্ৰতিভাৰ ব্যক্তি আছিল। তেওঁ একাধাৰে এজন বিজ্ঞানী, আৱিষ্কাৰক, চিত্ৰকৰ, গণিতজ্ঞ, সংগীতজ্ঞ, জীৱবিজ্ঞানী আদি বহুতো প্ৰতিভাৰ অধিকাৰী আছিল। বিখ্যাত মনালিছা, বিট্ৰুভিয়ান মেন, ডা লাষ্ট চাপাৰ আদি যুগমীয়া চিত্ৰ উপহাৰ দি গৈছে।]

আমি কি শিকিলোঁ

- বৃত্ত, বৰ্গ, আয়ত, ত্ৰিভুজ, চতুৰ্ভুজ হৈছে সামতলিক আকৃতি বা দ্বিমাত্ৰিক চিত্ৰৰ উদাহৰণ। ইয়াৰ মাত্ৰা দুটা, দৈৰ্ঘ্য আৰু প্ৰস্থ।
- ঘনক, আয়তীয় ঘনক, গোলক, চুঙা, পিৰামিড আদি গোটা বস্তুৰ উদাহৰণ। এই গোটা বস্তুবোৰৰ তিনিটা মাত্ৰা (দৈৰ্ঘ্য, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতা) থাকে।
- গোটা বস্তু এটাৰ বিভিন্ন ধৰণৰ সামতলিক সাজ থাকিব পাৰে। এই সাজবোৰ ভাজ কৰি গোটা আকৃতিটো বনাব পাৰি।
- গোটা আকৃতিবোৰ চেপেটা পৃষ্ঠ (কাগজ)ত আঁকিব পাৰি। ইয়াক 3D বস্তু এটাক 2D ত উপস্থাপন কৰা বুলি কয়।
- বিভিন্ন দিশৰ পৰা চালে বা লক্ষ্য কৰিলে গোটা বস্তু এটাৰ বেলেগ বেলেগ অংশ দেখা যায় আৰু গোটা বস্তুটোৰ লুকাই থকা অংশবোৰ বুজাত সহজ হয়।
- গোটা বস্তুৰ দুই ধৰণৰ নক্সা থাকে এটা তিৰ্যক নক্সা আৰু আনটো সমমাত্ৰিক নক্সা।



অনুশীলনী- 1.1

1. 17 টা, 2. ডাঙৰটো 12 আৰু সৰুটো -12,
4. -14 ৰ পৰা আৰম্ভ কৰি সোঁফালৰ যিকোনো 5টা অখণ্ড সংখ্যা
5. (i) সত্য (ii) অসত্য (iii) সত্য (iv) অসত্য (v) সত্য
9. (i) (-15) (ii) 5 (iii) 0 (iv) -8 (v) -12
10. 20 কি মি
11. 75 টকাৰ 12. 35°C 13. ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাৰে, 660 টকা
14. 23 15. 23 16. -28
18. (i) শুদ্ধ (ii) শুদ্ধ (iii) অশুদ্ধ (iv) অশুদ্ধ (v) শুদ্ধ।

অনুশীলনী- 1.2

1. (i) -10 (ii) -21 (iii) 12 (iv) 129 (v) 0
(vi) 2420 (vii) 195 (viii) -1674 (ix) -30
2. (i) সত্য (ii) অসত্য (iii) সত্য
3. (i) -3 (ii) -51 (iii) -a
4. (i) -54000 (ii) 9700 (iii) 891 (iv) 580 (v) -15000 (vi) 61,731
5. (i) 54, 000 (ii) 60, 000 (iii) 45,225
6. (i) 10, 320 (ii) 15, 900 (iii) 670 (iv) 99,000 (v) 2,820
7. (i) অশুদ্ধ (ii) শুদ্ধ (iii) শুদ্ধ (iv) অশুদ্ধ (v) অশুদ্ধ

অনুশীলনী- 1.3

1. (i) -3 (ii) -6 (iii) 9 (iv) 0 (v) 1 (vi) -4
2. (i) -24 (ii) -6 (iii) 20 (iv) 123
3. (i) -56 (ii) -25 5. (i) 30 নম্বৰ আৰু (ii) -5 নম্বৰ।
6. (i) সুমানে 8 টা (ii) জয়াই 18 টা 7. (i) 18,500 টকা লাভ (ii) 400 বেগ

অনুশীলনী-2.1

1. A. (i) 4 (ii) $1\frac{2}{5}$ (iii) $13\frac{3}{4}$ (iv) 104 (v) $19\frac{1}{4}$
- B. (i) $\frac{1}{63}$ (ii) $\frac{1}{195}$ (iii) $\frac{6}{25}$ (iv) $2\frac{2}{5}$ (v) $1\frac{13}{33}$
- C. (i) 50 (ii) $46\frac{2}{5}$ (iii) $37\frac{1}{2}$ (iv) 12 (v) 25
2. (i) $\frac{1}{35}$ (ii) $\frac{8}{15}$ (iii) $1\frac{1}{2}$ (iv) $\frac{3}{8}$ (v) $3\frac{1}{2}$
3. $\frac{2}{5}$ 4. (ii) টো সৰু 5. $\frac{3}{5} > \frac{2}{7} > \frac{4}{35}$
6. $\frac{1}{6} < \frac{2}{5} < \frac{13}{30}$ 7. ৰণজুনে 8. 30 পৃষ্ঠা 9. 160 টকা
10. 150 লিটাৰ 11. $\frac{3}{20}$ অংশ 12. 216 টা
13. (i) $\frac{3}{5}$ (ii) 7 আৰু 2 (iii) $\frac{3}{2}$ (iv) 7 আৰু 5

অনুশীলনী-2.2

1. (a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{2}{1}$ (c) $\frac{17}{8}$ (d) 1 (e) $\frac{5}{13}$
2. A. (i) 16 (ii) $46\frac{1}{2}$ (iii) $\frac{4}{3}$ (iv) $\frac{16}{3}$ (v) $\frac{12}{1}$
- B. (i) $\frac{3}{4}$ (ii) $\frac{4}{7}$ (iii) $\frac{4}{3}$ (iv) $\frac{13}{9}$ (v) $\frac{31}{49}$
- C. (i) $2\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{1}{3}$ (iii) $2\frac{8}{1}$ (iv) $1\frac{31}{84}$
3. (i) $\frac{8}{5}$ (ii) $\frac{105}{121}$ (iii) $\frac{7}{9}$ (iv) $\frac{7}{3}$ (v) 72কিমি
4. $3\frac{3}{5}$ চেমি 5. $1\frac{1}{4}$ মি 6. 6 টা 7. 3 টা
8. 5000 কিমি 9. $4\frac{1}{10}$ মি 10. (iii)

অনুশীলনী-2.3

1. (i) $3 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 5 \times \frac{1}{100}$ (ii) $3 \times 10 + 0 \times 1 + 5 \times \frac{1}{10}$
 (iii) $2 \times 100 + 3 \times 10 + 5 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 0 \times \frac{1}{100} + 5 \times \frac{1}{1000}$
 (iv) $2 \times 10000 + 3 \times 1000 + 0 \times 100 + 0 \times 10 + 5 \times 1 + 0 \times \frac{1}{10} + 0 \times \frac{1}{100} + 5 \times \frac{1}{1000}$
2. (i) 0.2 মি আৰু 0.0002 কি মি (ii) 2.67 মি আৰু 0.000267 কি মি
 (iii) 25.732 মি আৰু 0.025732 কি মি (iv) 35.4 মি আৰু 0.00354 কি মি
3. (i) 0.52 কি গ্ৰা (ii) 4.273 কি গ্ৰা (iii) 6.9205 কি গ্ৰা (iv) 2.005 কিগ্ৰা
4. (i) 0.05 টকা (ii) 5.05 টকা (iii) 55.55 কি গ্ৰা (iv) 50.50 টকা
5. (i) 0.2 (ii) 3.3 (iii) 5 (iv) 0.44
6. প্ৰাঞ্জলে, 0.03 মিটাৰ

অনুশীলনী-2.4

1. (i) 0.05 (ii) 16.2 (iii) 15.56 (iv) 64.89 (v) 93.6
2. (i) 6 (ii) 28 (iii) 570 (iv) 379 (v) 428.6
 (vi) 1254 (vii) 2234 (viii) 3952.4 (ix) 0.8 (x) 10.5
3. (i) 0.255 (ii) 0.0625 (iii) 5.5735 (iv) 18.525 (v) 220.066
 (vi) 102.0201 (vii) 0.025 (viii) 7.7765
4. 49.75 মি 5. 5.76 বৰ্গ চেমি 6. 1550 কিমি

অনুশীলনী-2.5

1. (i) 0.3 (ii) 0.08 (iii) 0.55 (iv) 15.36 (v) 6.03
 (vi) 0.99 (vii) 2.09 (viii) 28.7
2. (i) 0.09 (ii) 2.14 (iii) 0.052 (iv) 52.11 (v) 23.675
 (vi) 5.2733 (vii) 1.237 (viii) 0.0001 (ix) 0.01482

- (x) 0.0007 (xi) 0.0021 (xii) 0.22421 (xiii) 0.00006
 (xiv) 1.11305 (xv) 8.41127 (xvi) 0.0845
 3. (i) 2 (ii) 43.2 (iii) 82.35 (iv) 8235 (v) 510
 (vi) 15.175 (vii) 2804.2 (viii) 0.5
 4. 99.50 টকা 5. 43 কি মি 6. 18.65 টকা 7. 19.2 মি 8. 13.5 মিটাৰ

অনুশীলনী- 3.1

1. গড় = 5.5, প্রসাৰ = 9 2. (i) 18 (ii) 6 (iii) 12 (iv) 11
 3. 74 4. 54 গৰাকী 5. 51
 6. (i) 31কে.জি. (ii) 4 গৰাকী (iii) নাই
 7. গড় সঞ্চয় মাহে 580 টকা 8. (i) 30 গৰাকী (ii) 31 গৰাকী

অনুশীলনী-3.2

1. (i) 5 (ii) 41 2. 13 3. (i) 5 (ii) 9
 4. বহুলক = 35, মধ্যমা = 28, একে নহয়
 5. বহুলক = 14, মধ্যমা = 14, একে হয়
 6. মধ্যমান = 14.30, বহুলক = 14, মধ্যমা = 14
 7. প্রসাৰ = 45, মধ্যমান = 21.82, বহুলক = 15, মধ্যমা = 20
 8. (i) শুদ্ধ (ii) অশুদ্ধ (iii) শুদ্ধ
 9. (i) মধ্যমান = 13.55, বহুলক = 18, মধ্যমা = 18
 (ii) মধ্যমান = 15.45, বহুলক = 10, 16 আৰু 18, মধ্যমা = 16
 (iii) মধ্যমান = 19.22, বহুলক = নাই, মধ্যমা = 15

অনুশীলনী- 3.3

1. (a) (i) 60 গৰাকী (ii) 195 গৰাকী (iii) 20 গৰাকী
 (b) (i) 8 গৰাকী (ii) 65 (iii) 11 গৰাকী
 2. (i) 2015 (ii) 1800 গৰাকী

4. (i) অসমীয়া (ii) সমাজ বিজ্ঞান (iii) গণিত, সপ্তম
5. (i) 2017 (ii) 150 খন (iii) 1000 খন

অনুশীলনী- 3.4

1. (i) নিশ্চিতভাৱে ঘটিব (ii) ঘটিব পাৰে কিন্তু নিশ্চিত নহয় (iii) ঘটনাটো অসম্ভৱ
(iv) ঘটিব পাৰে কিন্তু নিশ্চিত নহয় (v) ঘটনাটো অসম্ভৱ
2. (i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{1}{4}$ 3. $\frac{1}{5}$ 4. $\frac{5}{9}$ 5. $\frac{5}{12}$

অনুশীলনী- 4.1

1. (i) $6x+5=35$ (ii) $=9$ (iii) $5x-20=5$ (iv) $7x+3=10$
(v) $\frac{x}{5}-4=2$ (vi) $4p=20$ (vii) $3x-1=2$ (viii) $\frac{x}{10}-10=40$
2. (i) এটা সংখ্যাৰ 3 গুণৰ পৰা 4 বিয়োগ কৰিলে 5 পোৱা যাব।
(ii) m ক 3 ৰে হৰণ কৰিলে হৰণ ফলৰ লগত 6 যোগ কৰিলে 11 পোৱা যাব।
(iii) এটা সংখ্যাৰ 7 গুণ 42 ৰ সমান
(iv) এটা সংখ্যাক 6 ৰে হৰণ কৰিলে 2 পোৱা যাব
(v) এটা সংখ্যাৰ 5 গুণৰ লগত 7 যোগ কৰিলে 2 পোৱা যাব
(vi) এটা সংখ্যাৰ আধাৰ পৰা 1 বিয়োগ কৰিলে 4 পোৱা যাব
3. (i) $3x+1=22$ (নিৰুপমাৰ বয়স 'x' ধৰা হৈছে)
(ii) $7x+2=72$ (অঞ্জনৰ বয়স 'x' ধৰা হৈছে)
(iii) $4a=32$ (a - বৰ্গৰ বাহুৰ দীঘ)
(iv) $20x+10(x-1)=50$ (আলুৰ পৰিমাণ 'x' কি. গ্ৰা. ধৰা হৈছে)
(v) $x+2x+3x=180^\circ$ (আটাইতকৈ সৰু কোণ 'x' ধৰা হৈছে)
4. (i) হয় (ii) নহয় (iii) হয় (iv) নহয় (v) হয়
(vi) হয় (vii) নহয় (viii) হয় (ix) হয় (x) নহয়

অনুশীলনী- 4.2

1.

	সমীকৰণ	প্ৰথম স্তৰ	সমাধান
i	$x+5 = 12$	$x + 5 - 5 = 12 - 5$	7
ii	$x - 7 = 0$	$(x - 7) + 7 = 0 + 7$	7
iii	$y - 3 = 6$	$y - 3 + 3 = 6 + 3$	9
iv	$z+6 = 5$	$z + 6 - 6 = 5 - 6$	- 1
v)	$3x = 42$	$\frac{3x}{3} = \frac{42}{3}$	14
vi	$\frac{x}{5} = 6$	$5 \times \frac{x}{5} = 5 \times 6$	30
vii	$12x = - 36$	$\frac{12x}{12} = \frac{-36}{12}$	- 3
viii	$\frac{x}{4} = \frac{3}{2}$	$\frac{x}{4} \times 4 = \frac{3}{2} \times 4$	6
ix	$7x = 35$	$\frac{7x}{7} = \frac{35}{7}$	5
x	$\frac{p}{4} = 3$	$\frac{p}{4} \times 4 = 3 \times 4$	12

2.

	সমীকৰণ	প্ৰথম স্তৰ	দ্বিতীয় স্তৰ	তৃতীয় স্তৰ	সমাধান
i	$4x+5 = 45$	$4x+5-5 = 45-5$	$\frac{4x}{4} = \frac{40}{4}$	—	$x = 10$
ii	$3x - 7 = 11$	$3x-7+7=11+7$	$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$	—	$x = 6$
iii	$\frac{2x}{3} + 5 = 7$	$\frac{2x}{3} + 5 - 5 = 7 - 5$	$\frac{2x}{3} \times 3 = 2 \times 3$	$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$	$x = 3$
iv	$\frac{4y}{5} - 7 = 5$	$\frac{4y}{5} - 7 + 7 = 5 + 7$	$\frac{4y}{5} \times 5 = 12 \times 5$	$\frac{4y}{4} = \frac{60}{4}$	$x=15$

3.

- (i) $x=6$ (ii) $x=2$ (iii) $y = 24$ (iv) $y = 20$ (v) $p = 5$
 (vi) $p = 2$ (vii) $x=3$ (viii) $x=5$ (ix) $q= 9$ (x) $x = 13$
 (xi) $x = 4$ (xii) $x= 6$ (xiii) $p=21$ (xiv) $q = 6$ (xv) $x = 1$

অনুশীলনী- 4.3

1. (i) 3 (ii) 21 (iii) 2 (iv) 6 (v) $\frac{33}{2}$ (vi) 4
(vii) 4 (viii) 16
2. অমলৰ মাৰ্বল = 13, বমেনৰ মাৰ্বল = 26 3. $\frac{3}{7}$ 4. 36 বৰ্গ চে. মি.
5. বেহানাৰ বয়স = 8 বছৰ, আৰিফুলৰ বয়স = 12 বছৰ
6. বাহুলৰ বয়স = 7, অনুপমৰ = 6 বছৰ, জাহিৰুলৰ বয়স = 9 বছৰ, 7. 10 বছৰ,
8. নবেনৰ 50, শ্ৰেয়া- 100, অনুভৱ- 95, ইৰফান- 55, পাৰুমা- 70, আৰু ৰবীন - 65
9. 23, 25, 27 10. 18, 20
11. 62 12. 15, 16, 17, 13. 15, 25 14. 96, 36
15. দীঘ = 24 মিটাৰ, প্ৰস্থ = 12 মিটাৰ,
16. অজয়ৰ বয়স = 1 বছৰ, বিজয়ৰ বয়স = 6 বছৰ
17. বমেনৰ বয়স = 10 বছৰ, বমেনৰ দেউতাকৰ বয়স = 40 বছৰ
18. এখন চকীৰ দাম = 125 টকা, এখন মেজৰ দাম = 165 টকা
19. $39^\circ, 51^\circ$

অনুশীলনী- 5.1

1. (a) 45° (b) 25° (c) 49° (d) 36°
2. $56^\circ, 34^\circ$
3. (a) 80° (b) 90° (c) 125° (d) 55°
4. $68^\circ, 112^\circ$ 5. $\angle POQ = 130^\circ, \angle QOS = 50^\circ, \angle SOP = 130^\circ,$
6. 75° 7. 90° 8. 57°
9. 29° 10. 75° 11. 150° 12. $108^\circ, 72^\circ$
13. $40^\circ, 50^\circ$ 14. (a) $x = 40^\circ, y = 140^\circ$ (b) $x = 35^\circ$
15. (a), (b) 16. (a), (c)

অনুশীলনী- 5.2

1. (a) $x = 70^\circ$, $y = 30^\circ$, $z = 80^\circ$ (b) $x = 35^\circ$
(c) $x = 80^\circ$, $y = 60^\circ$, $z = 40^\circ$ (d) $x = 80^\circ$
2. (a) 3. $x = 285^\circ$
4. (a) $x = 120^\circ$ (b) $x = 120^\circ$ (c) $x = 60^\circ$

অনুশীলনী- 5.3

1. c 2. b 3. c 4. b
5. b 6. c 7. c 8. d
9. d 10. b 11. b 12. b
13. b 14. d

অনুশীলনী- 6.1

1. 3 7. S
2. 3 8. (i) b. উন্নতি (ii) c. মধ্যমা
5. $\angle N$
6. PR

অনুশীলনী- 6.2

1. (a) অন্তঃকোণ (b) বহিঃকোণ
2. (a) 12° (b) 50° (c) 35°
(d) 50° (e) 40° (f) 30°
3. 45° 4. 140° 5. 89° 6. 90°

অনুশীলনী- 6.3

1. (a) 70° (b) 60° (c) 90° (d) 40° (e) 45°
2. (a) $x = 50^\circ$, $y = 80^\circ$ (b) $x = 60^\circ$ $y = 90^\circ$ (c) $x = 60^\circ$, $y = 60^\circ$
3. d 4. 81° 5. 70°

6. 50° , 50°
7. 45° , 90° , 45°
8. $x = 56^\circ$
9. 30° , 60° , 90°
10. 54° , 62° , 64°
11. 90° , 60° , 30°
12. (a) 70° , (b) 35°

অনুশীলনী- 6.4

1. 21cm
2. 3cm
3. 20cm
5. (d)
6. (a)

অনুশীলনী- 6.5

1. b
2. d
3. b
4. a
5. a
6. b
7. a
8. b
9. c
10. c
11. b
12. b

অনুশীলনী- 7.1

1. (a) RHS (b) SSS (c) RHS (d) RHS
(e) SSS (f) SAS (g) AAS (h) AAS বা ASA

অনুশীলনী- 7.2

1. b
2. c
3. a
4. c
5. c
6. a
7. a
8. b

অনুশীলনী- 8.1

1. (i) 10:1 (ii) 2:1 (iii) 24:7 (iv) 12:1 (v) 14:3
2. (i) নহয় (ii) হয় (iii) হয় (iv) নহয়
3. 26 টা জ্যামিতি 4. একেদামত কিনিলে 5. 16,500 টকা

অনুশীলনী- 8.2

1. (i) 60% (ii) $58\frac{1}{3}\%$ (iii) $46\frac{7}{8}\%$ (iv) 42% (v) $51\frac{1}{2}\%$
2. (i) 80% (ii) 575% (iii) 8% (iv) 3210% (v) 0.4%
3. (i) $\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{8}{25}$ (iii) $\frac{1}{200}$ (iv) $\frac{29}{40}$ (v) $1\frac{4}{5}$
4. (i) 0.18, $\frac{9}{50}$ (ii) 0.25, $\frac{1}{4}$ (iii) 0.60, $\frac{3}{5}$
(iv) 0.425, $\frac{17}{40}$ (v) 0.56, $\frac{14}{25}$
5. (i) 40% (ii) 55% (iii) 38% (iv) 12% (v) 225%
6. (i) 18:25 (ii) 3:80 (iii) 7:5000 (iv) 8:125 (v) 23:500
8. (i) $33\frac{1}{3}\%$ (ii) 90% (iii) 5%
9. (i) 10 (ii) 180 টকা (iii) 1 কিমি (iv) 18 মিনিট
10. 250 11. 700 12. 40% 13. 50 বা 40 বেছি 14. (i) 120 বৰ্গ মি (ii) 20%

অনুশীলনী- 8.3

1. (a) 150 টকা লাভ, 50% (b) 5,500 টকা লাভ, 55%
(c) 1,500 টকা লোকচান, 30% (d) 120 টকা লোকচান, 30%
2. (i) $6\frac{2}{3}\%$ 3. 24% লোকচান 4. 13,650 টকা 5. 8% লোকচান
6. 20,000 টকা 7. 4,750 টকা 8. 1,200 টকা
9. 2,400 টকা 10. 18,750 টকা 11. 495 টকা

অনুশীলনী- 9.1

1. শুদ্ধ - (i) (ii) (iv) (vi) (vii) (viii)

2. (i) $-\frac{12}{15}$, $-\frac{16}{20}$, $-\frac{20}{25}$ ইত্যাদি

(ii), (iii), (iv), (v) নিজে কৰিবা

3. (i) হয় (ii) নহয়

4. (i) 40 (ii) 10

5. (i) $-2\frac{1}{2}$ (ii) $-\frac{1}{2}$ (iii) $-\frac{5}{9}$ (iv) $2\frac{3}{7}$ (v) $-\frac{9}{5}$

6. (a) $-\frac{2}{4}$ (b) $-\frac{2}{5}$ (c) $-\frac{7}{4}$ (d) $\frac{-2}{-3}$

7. (i) $0, \frac{-49}{30}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ (ii) $-\frac{10}{16}, \frac{-9}{16}, \frac{1}{16}, \frac{2}{16}, 0$ {তোমালোকে বেলেগ ও পাবা পাবা}

9. (i) $-\frac{31}{5}, 0$

10. (i) 0 (ii) 1

অনুশীলনী-9.2

1. (a) $\frac{13}{16}$ (b) $-\frac{19}{42}$ (c) $-\frac{-7}{3}$
(d) $\frac{1}{9}$ (e) $\frac{-68}{105}$ (f) $\frac{-49}{30}$ (g) $-7\frac{20}{21}$

2. (i) $2\frac{2}{14}$ (ii) 1 (iii) $1\frac{8}{9}$
(iv) $-1\frac{8}{21}$ (v) $-1\frac{58}{105}$ (vi) $-7\frac{1}{9}$ (vii) $9\frac{2}{9}$

3. (i) $-\frac{5}{7}$ (ii) $\frac{6}{55}$ (iii) $\frac{1}{4}$ (iv) $-\frac{54}{55}$
(v) $\frac{+7}{78}$ (vi) $\frac{4}{5}$ (vii) $\frac{6}{7}$ (viii) $\frac{-3}{5}$

4. (i) 5 (ii) $-1\frac{2}{3}$ (iii) $1\frac{2}{3}$ (iv) -9
(v) $\frac{1}{9}$ (vi) -9 (vii) $-7\frac{1}{2}$ (viii) 1

5. (i) $\frac{8}{9}$ (ii) 1 (iii) শুদ্ধ (iv) শুদ্ধ
(v) শুদ্ধ (vi) $\frac{-7}{3}$

অনুশীলনী- 11.1

1. (i) 70 বৰ্গ চেমি (iv) 13 চেমি
(ii) 20 চেমি (v) 1'05 চেমি
(iii) 37'50 বৰ্গ চেমি (vi) 5'8 ডেচি মি
2. (i) H = 8 চেমি (ii) A = 321 বৰ্গ মি
(iii) B = 28 চেমি (iv) 800 চেমি (v) 2'1 চেমি
5. 1'125 বৰ্গ মি 6. 72 বৰ্গ মি 7. 10 চেমি
8. 27 বৰ্গ চেমি, 7'2 চেমি 9. (i) 30 বৰ্গ চেমি (ii) 4'62 (প্রায়) চেমি
10. 60 বৰ্গ মি 11. (i) 98 বৰ্গ চেমি (ii) 70 বৰ্গ চেমি (iii) 168 বৰ্গ চেমি
12. 5'5 চেমি 13. 136 বৰ্গ চেমি 14. 24 মি
15. 1'5 চেমি 16. 210000 বৰ্গ চেমি
17. 48 বৰ্গ চেমি, 12 চেমি 18. 7 চেমি 19. 8 চেমি 20. 3 চেমি

অনুশীলনী- 11.2

1. (a) 88 চেমি (b) 176 মিমি (c) 132 চেমি
2. 4,840 টকা 3. 25'70 চেমি 4. 150 পাক 5. 3846'50 চেমি
6. 32 মিমি 7. 14 চেমি, 11 চেমি 8. 92400 চেমি
9. 94'29 (প্রায়) মিটাৰ 10. 37'68 চেমি

অনুশীলনী- 11.3

1. (i) (a) (ii) (c)
2. (a) 78'57 (প্রায়) বৰ্গ চেমি (b) 66'50 বৰ্গ চেমি (c) 95'07 (প্রায়) বৰ্গ চেমি
3. (a) 7 চেমি, 14 চেমি, (b) 5 চেমি, 10 চেমি,
4. 211'95 টকা 5. 3850 বৰ্গ চেমি
6. (a) বৰ্গৰ কালি 1936 বৰ্গ চেমি (b) বৃত্তৰ কালি বৰ্গৰ কালিতকৈ 528 বৰ্গ চেমি বেছি হ'ব
বৃত্তৰ কালি 2464 বৰ্গ চেমি
7. $13\frac{5}{7}$ বৰ্গ চেমি, 19'62 বৰ্গ চেমি 8. 210'38 বৰ্গ চেমি

9. ব্যাসার্ধ 5 চেমি, কালি 78.5 বৰ্গ চেমি
 10. 23.44 বৰ্গ চেমি
 11. পৰিসীমা (33+21) চেমি, কালি 173.25 বৰ্গ চেমি
 12. পৰিধি 22 চেমি
 13. (i) 116 বৰ্গ মি, (ii) 31,360 টকা, 14. (i) $(60 - 1 = 59)$ বৰ্গ মি, (ii) 33,640 টকা,
 15. $24\frac{6}{7}$ বৰ্গ মি, 16. 24.8 বৰ্গ মি, 17. (i) 63 বৰ্গ মি, (ii) 12,600 টকা

উত্তৰমালা : 12.1

1. (i) $x^2 + 2$ (ii) $a + b$ (iii) $x - 7$ (iv) $y - z$ (v) $x^2y + z$
 (vi) $\frac{1}{2}xy$ (vii) $yz - (y + z)$ (viii) $\frac{x}{y} + z$ (ix) $3x + z$
 (x) $\frac{x+6}{3}$ (xi) $(5x)^2$ (xii) $5x^2$
 2. (i) $5n + 10$ (ii) 50 3. mn

4.	ৰাশি	পদ	উৎপাদক	বৃক্ষচিত্ৰ
a)	$y + 7$	y 7	y 7	
b)	$x^2 + 2x + 3$	x^2 $2x$ 3	x, x $2, x$ 3	
c)	$2x^2 + 3xy + 4y^2$	$2x^2$ $3xy$ $4y^2$	$2, x, x$ $3, x, y$ $4, y, y$	
d)	$7x + 5$	$7x$ 5	$7, x$ 5	
e)	$xy - x + 1$	xy $-x$ 1	x, y $-1, x$ 1	
f)	$3x^2y - 4xy^2$	$3x^2y$ $-4xy^2$	$3, x, x, y$ $-4, x, y, y$	

	বাশি	পদ	উৎপাদক	বৃক্ষচিত্র
g	$3x^2 - x^2 + 1$	$3x^3$ $-x^2$ 1	$2, x, x, x$ $-1, x, x$ 1	
h	$xz + z$	xz z	x, z z	
i	$-2mn + m^2 - 3n^2$	$-2mn$ m^2 $-3n^2$	$-2, m, n$ m, n $-3, n, n$	
j	$-7x^2 + 3x^2y^3 + 5x^2y^2 - y$	$-7x^2$ $3x^2y^3$ $5x^2y^2$ $-y$	$-7, x, x$ $3, x, x, y, y, y$ $5, x, x, y, y$ $-1, y$	

5. a)

	বাশি	পদ যিটো প্রবন্ধক নহয়	সাংখ্যিক সহগ
i	$zx + 3y$	$2x$ $3y$	2 3
ii	$mn + 3$	mn	1
iii	$2ab - a + b$	$2ab$ $-a, b$	2 -1 1
iv	$2x^2y - 4xy^2 + 7$	$2x^2y$ $-4xy^2$	2 -4
v	$3x^3 - 7x^2 + y$	$3x^3y$ $-7x^2$ y	3 -7 1

(b)

	ৰাশি	উৎপাদক যুক্তপদ	x ৰ সহগ
i	xy^3+1	xy^3	1
ii	$2x+y+1$	$2x$	2
iii	$3xy^2+xy+x$	$3xy^2, xy, x$	3, 1, 1
iv	$7xz-z$	$7xz$	7
v	$y-x+z$	$-x$	-1

(c)

	ৰাশি	b^2 যুক্ত পদ	b^2 ৰ সহগ
(i)	ab^2+9	ab^2	a
(ii)	ab^2+a^2b+3a	ab^2	a
(iii)	$-b^2+3a^2b-5b^2$	$-b^3; -5b^2$	$-b; -5$

6. (i) দ্বিপদ (ii) একপদ (iii) একপদ (iv) ত্ৰিপদ (v) দ্বিপদ
(vi) দ্বিপদ (vii) দ্বিপদ (viii) ত্ৰিপদ (ix) দ্বিপদ (x) একপদ

- 7.(a) (i) সদৃশ (ii) বিসদৃশ (iii) সদৃশ (iv) বিসদৃশ (v) বিসদৃশ
(vi) সদৃশ (vii) বিসদৃশ (viii) সদৃশ (ix) সদৃশ (x) সদৃশ

(b) $ab^2, 7ab^2, -ab^2, 3ab^2 \rightarrow$ সদৃশপদ

$xy^2, 4xy^2 \rightarrow$ সদৃশপদ

$-2x, 3x, 40x \rightarrow$ সদৃশপদ

$y^3, 3y^3 \rightarrow$ সদৃশপদ

$a^2b^2, 2a^2b^2 \rightarrow$ সদৃশপদ

$m^2n, -m^2n \rightarrow$ সদৃশপদ

অনুশীলনী- 12.2

- (i) $-5x + 9y - 40$ (ii) $3x^2 + 2x + y^2 + y^3$ (iii) $3a - 6$
(iv) $-2x^2 + y + 5xy^2 - 2y^3 + 5$ (v) $10z^2 + 6$
- (i) $10 - x^2y$ (ii) $3x + 4xy - 1$ (iii) 0 (iv) $-2x + 9y + 5xy + 9$
(v) $13xy + 3xz + 5yz$ (vi) $2x^2 + y^2 + 9$ (vii) $2x^2y^2 - xy + x - 1$
(viii) $2y^2 + 3yz + 2z^2 + 1$
- (i) $12 - x^2y$ (ii) $5xy$ (iii) $x^2 + 5xy^2 + 3y^2$ (iv) $7x^2y^2 - xy + 2$

- (v) $-2m^2+5m+3r-1$ (vi) $-2p^2+4pq-2q^2$ (vii) $-p^2+2-8$
 (viii) $-x^2-7x-2$
4. $4x^2-3x-6$ (5) $-5x+y+6$ (6) $6x-2$ (অনিমাৰ বয়স (x) ধৰা হৈছে)
 7. x^2-9x-4 (8) $-x^2+5x-9$ (9) $\frac{3}{2}x+\frac{4}{3}y$
 10. $4x^2+2x-2$ (নবীনৰ হাতত x টা মাৰ্বল থকা বুলি ধৰা হৈছে)

অনুশীলনী- 12.3

1. (i) 3 (ii) 0 (iii) 1 (iv) $\frac{-7}{2}$ (v) 2
 2. (i) -18 (ii) 18 (iii) -35 (iv) -8 (v) $-\frac{1}{3}$
 3. (i) 1 (ii) 2 (iii) 0 (iv) 1 (v) 2 (vi) 1
 4. (i) $2x^2+2x+6; 10$ (ii) $5x+3; 3$ (iii) $x+1; -1$ (iv) $3x^2+2x-1; 7$
 (v) $x^3+4x^2+z+1; 7$ (vi) $x^3-4x+20; 20$
 5. (i) $5x-y; 13$ (ii) $xy+yz+2x; 1$
 (iii) $3x^2y-xy^2z-3xyz; -60$ (iv) $-10x+8y+z+7; -38$
 (v) $3x+4y+z-3; -10$
 6. $p = -5$

অনুশীলনী-12.4

1. (i) 16, 21, 26, 251, 501
 (ii) 5, 11, 14, 149, 299
 (iii) 5, 10, 26, 2501, 10001
 (iv) 7, 11, 103
 (v) 7, 11, 15, 19, 399
2. সপ্তভুজত এটা শীৰ্ষ বিন্দুৰ পৰা 4টা বৰ্গ আঁকিব পাৰি
 n বাহুযুক্ত বহুভুজত এটা শীৰ্ষবিন্দুৰ পৰা $(n-3)$ টা বৰ্গ আঁকিব পাৰি
3. (a) $25, n^2$ (b) $16, 3n+1$ (c) $18, 2(n+3)$

অনুশীলনী - 13.1

- (i) (a) -1 (ii) (b) 625
- (i) 5^5 (ii) $3^2 \times 2^3$ (iii) $(-2)^3 \times 3^4$ (iv) $b^5 \times c^3$ (v) $a^3 \times b^2 \times c^5$
- (i) 128 (ii) -128 (iii) 729 (iv) 729 (v) 8192
(vi) 675 (vii) -1125
- (i) 7^3 (ii) 3^6 (iii) 3^7 (iv) $(-3)^7$ (v) 5^5
(vi) $(-5)^5$
- (i) $2^2 \times 5^2$ (ii) $2^2 \times 3 \times 5^2$ (iii) $2^3 \times 5^3$ (iv) $2^2 \times 3^3 \times 5^2$
(v) $3^4 \times 5$ (vi) $2^6 \times 5^2$
- (i) $<$ (ii) $=$ (iii) $=$ (iv) $<$ (v) $<$ (vi) $>$
- (i) $m = 5$ $n = 4$ 8. $m = 3$ $n = 4$

অনুশীলনী- 13.2

- (i) 3^{22} (ii) 2^8 (iii) 1 (iv) 3^{14}
(v) 2^7 (vi) $\frac{7^2 \times 5^7}{3}$ (vii) $\frac{5 \times 3^2}{2}$
(viii) 2^4 (ix) 2×3 বা (6) (x) $2 \times 5 \times 7$ বা (70) (xi) 1
- (i) $2^8 \times 3$ (ii) 3^6 (iii) $2^7 \times 5^4$ (iv) $2^6 \times 3^6$ (v) $2^3 \times 5^3$
- (i) $2 \times 3^{2-} a^5 \times b^{14}$ (ii) $a^{mp+pn-p} \times b^{np+mn-p}$ (iii) $a^{16}.b^{14}.c^2$
- $m = 4$
- (i) অশুদ্ধ (ii) অশুদ্ধ (iii) শুদ্ধ (iv) অশুদ্ধ
(v) অশুদ্ধ (vi) অশুদ্ধ

অনুশীলনী- 13.3

- (i) 5.273294×10^6 (ii) 7.10021×10^5 (iii) 6.4×10^9
(iv) 1.8129×10^4 (v) 2.396132×10^6 (vi) 7.5×10^{10}
(vii) 7.001×10^{10} (viii) 4.50269×10^4 (ix) 3.20619×10^3
(x) 4.75×10^{11}

2. (i) 1.7371×10^3 কিমি (ii) 6.7771×10^6 মি (iii) 5.029×10^7 কিমি
 (iv) 7.2042×10^8 (v) 9.4607×10^{12} (vi) 1.496×10^8 কিমি
 (vii) 7.349×10^{22} কিগ্ৰা (viii) 6.9551×10^5 (ix) 1.386×10^9 ঘন কিমি
 (x) 2.99792458×10^8 মিটাৰ /ছেকেণ্ড
3. (i) $5.761 \times 10^{16} > 5.76 \times 10^{17}$ (ii) $343.6 \times 10^{19} > 0.03436 \times 10^{17}$

অনুশীলনী - 14.1

1. (i) কচুপাত, (ii) আঁহতৰ পাত, (iii) বেঙেনাৰ পাত, (iv) লাওপাত, (v) শেৰালি ফুলৰ পাত। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে অন্য উদাহৰণো দিব পাৰে।
2. (i) কাহী, (ii) বাতি, (iii) কাঁচৰ গিলাচ, (iv) পেট, (v) কেৰাহী। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে অন্য উদাহৰণো দিব পাৰে।
4. বিষমবাহু ত্ৰিভুজ 5. 6 ডাল 6. অসংখ্য
7. দুডাল 8. সমমিত আকৃতিকেইটা (ii), (iii), (iv), (vii), (viii)
 অসমমিত আকৃতিকেইটা (i), (v), (vi), (ix)

অনুশীলনী - 14.2

1. ঘূৰ্ণন সমমিতি ক্ৰম : (i) 1, (ii) 2, (iii) 2, (iv) 4, (v) 3, (vi) 8,
 (vii) 1, (viii) 2, (ix) 1, (x) 5, (xi) 6, (xii) 3
2. (i) ঘূৰ্ণন কেন্দ্ৰ চিত্ৰটোৰ ওপৰ আৰু তলৰ অংশ দুটাৰ সোঁমাজৰ বিন্দুটো, ঘূৰ্ণন কোণ 180° , সমমিতিৰ ক্ৰম 2,
 (ii) ঘূৰ্ণন কেন্দ্ৰ অংশ তিনিটাৰ সোঁমাজৰ বিন্দুটো, ঘূৰ্ণন কোণ 120° , সমমিতিৰ ক্ৰম 3
 (iii) ঘূৰ্ণন কেন্দ্ৰৰ সোঁমাজৰ বিন্দুটো, ঘূৰ্ণন কোণ 45° , সমমিতিৰ ক্ৰম 8

অনুশীলনী - 14.3

1. বস্কাছ আৰু আয়ত 2. সমবাহু ত্ৰিভুজ 3. সামান্তৰিক
4. চিলা 5. ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম 2 হ'ব পৰা ত্ৰিভুজ নাই
6. S ৰ ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম 2, বৈখিক সমমিতি নাই
7. 3 ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম 1, সমমিতিৰ বেখা এডাল
8. 6969 ৰ ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম 2, বৈখিক সমমিতি নাই

9. চিত্ৰটোত 120° , 240° আৰু 360° ঘূৰ্ণন কোণত একে দেখা যাব। গতিকে ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম 3
10. 72° ঘূৰ্ণন কোণ হোৱাকৈ 1 তকৈ বেছি ক্ৰমৰ ঘূৰ্ণন সমমিতি থকা আকৃতি সুষম পঞ্চভুজ
11. 17° ঘূৰ্ণন কোণ হোৱাকৈ 1 তকৈ বেছি ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম থকা আকৃতি পোৱা নাযাব
12. নিম্নোক্ত তালিকাখন সম্পূৰ্ণ কৰা—

আকৃতি	ঘূৰ্ণন কেন্দ্ৰৰ অৱস্থান	ঘূৰ্ণন কোণবোৰ	ঘূৰ্ণন সমমিতিৰ ক্ৰম
আয়ত	দুই কৰ্ণৰ ছেদবিন্দু	180° , 360°	2
বৰ্গ	দুই কৰ্ণৰ ছেদবিন্দু	90° , 180° , 270° , 360°	4
বৰ্গ	দুই কৰ্ণৰ ছেদবিন্দু	180° , 360°	2
সামান্তৰিক	সামান্তৰিক দুই কৰ্ণৰ ছেদবিন্দু	180° , 360°	2
ট্ৰেপিজিয়াম	দুই কৰ্ণৰ ছেদবিন্দু (অন্য বিন্দুও ল'ব পাৰি)	360°	1
সুষম পঞ্চভুজ	কৰ্ণৰ ছেদবিন্দু	72° , 144° , 216° , 288° , 360°	5
সমবাহু	বাহুৰ লম্ব দ্বিখণ্ডকবোৰৰ ছেদবিন্দু	120° , 240° , 360°	3
সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ	ত্ৰিভুজটোৰ যিকোনো বিন্দু	360° ,	1
বিষম বাহু ত্ৰিভুজ	ত্ৰিভুজটোৰ যিকোনো বিন্দু	360° ,	1
বৃত্ত	বৃত্তৰ কেন্দ্ৰ	অসীম সংখ্যক	অসীম
অৰ্ধবৃত্ত	অৰ্ধবৃত্তটোৰ যিকোনো বিন্দু	360° ,	1

অনুশীলনী- 15.1

1. দ্বিমাত্রিক — বৃত্ত, আয়ত, চতুৰ্ভুজ
ত্ৰিমাত্রিক — গোলক, পিৰামিড, পেঞ্চিল বাকচ, মাৰ্বল, ঘনক, জুইশলা বাকচ
2. গোলক, ফুটবল, কমলা (ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে অন্য উদাহৰণো দিব পাৰে।)
3. এটা

অনুশীলনী- 15.2

3. বল
4. আয়তীয় ঘনক, 3 চে মি দীঘ, 3 চে মি প্ৰস্থ, 9 চে মি উচ্চতা

অনুশীলনী- 15.3

1. 4 টা ঘনক
2. 16 টা, দৈৰ্ঘ্য = 8 চে মি দীঘ, প্ৰস্থ = 4 চে মি প্ৰস্থ, উচ্চতা = 4 চে মি উচ্চতা

সংখ্যাৰ সৈতে ধেমালি

1. এটা বিচিত্ৰ সংখ্যা 142857, এই সংখ্যাটো যে লৈ কিমান খেলা।

আহাচোন আমিও অলপ ধেমালি কৰোঁ।

(i) 142857 ক 7 ৰে পূৰণ কৰিলে পাওঁ

$$142857 \times 7 = 999999$$

(ii) 142857ক তিনিটা অংকৰ থূপ কৰি যোগ কৰিলে পাওঁ

$$142 + 857 = 999$$

(iii) 142857ৰ অংকবোৰ ক্ৰমে সৰুৰ পৰা ডাঙৰলৈ আৰু ডাঙৰৰ পৰা সৰুলৈ সজাই যি দুটা সংখ্যা পাম সিহঁত দুটাক যোগ কৰিলে পাওঁ

$$124578 + 875421 = 999999$$

(iv) $999 \ 999 \ 999 \ 999 \div 7 = 142857 \ 142857$

(v) 142857 সংখ্যাটোৰ অংকবোৰৰ সমষ্টি 27, 142857 সংখ্যাটো 27 ৰে বিভাজ্য।

2. পেলিনড্ৰম সংখ্যা :

কিছুমান সংখ্যা বাওঁফালৰ পৰা বাসোঁফালৰ পৰা পঢ়িলে একে হয়। সেইবোৰকেই পেলিনড্ৰম সংখ্যা বোলা হয়।

$$11^2 = 121$$

$$11^3 = 1331$$

$$111^2 = 12321$$

$$111^3 = 1367631$$

$$1111^2 = 1234321$$

$$11^4 = 14641$$

_____ নিজে কৰা

$$202^2 = \text{নিজে কৰা}$$

$$101^2 = 10201$$

$$10101^2 = 102030201$$

$$1001^2 = 1002001$$

$$1001001^2 = \text{_____ নিজে কৰা}$$

দুটা অংক বিশিষ্ট সংখ্যাৰ অংকবোৰৰ যোগফল 10 হ'লে তাক 99, 999, 9999 ৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফলবোৰ পেলিনড্ৰম সংখ্যা হয়।

$$19 \times 99 = 1881$$

$$19 \times 999 = 18981$$

$$28 \times 99 = 2772$$

$$28 \times 999 = 27972$$

$$37 \times 99 = 3663$$

$$37 \times 999 = 36963$$

$$46 \times 99 = 4554$$

নিজে কৰা.....

$$55 \times \text{_____} = 5445$$

$$64 \times \text{_____} \text{ নিজে কৰা}$$

$$73 \times \text{_____} \text{ নিজে কৰা}$$

$$82 \times \text{_____} \text{ নিজে কৰা}$$

$$91 \times \text{_____} \text{ নিজে কৰা}$$

$$19 \times 9999 = 189981$$

$$28 \times 9999 = 279972$$

$$37 \times 9999 = 369963$$

$$\text{নিজে কৰা.....}$$

$$19 \times 99999 = 1899981$$

$$28 \times 99999 = 2799972$$

$$\text{নিজে কৰা.....}$$

☆ 10ৰ পৰা 1000ৰ ভিতৰৰ মৌলিক সংখ্যাবোৰৰ ভিতৰত বিপৰীত মৌলিকবোৰ হ'ল—

11 → 11,	13 → 31,	17 → 71,
37 → 73,	79 → 97,	101 → 101,
107 → 701,	113 → 311,	157 → 751,
167 → 761,	179 → 971,	181 → 181,
191 → 191,	337 → 733,	347 → 743,
353 → 353,	359 → 953,	373 → 373,
383 → 383,	389 → 983,	709 → 907,
727 → 727,	739 → 937,	759 → 759,
769 → 967,	787 → 787,	797 → 797,
919 → 919,	929 → 929,	

ইয়াত 12 যোৰ পেলিনড্ৰম মৌলিক সংখ্যাও আছে।

☆ কিছুমান সংখ্যা আছে সংখ্যা দুটাৰ যোগফল যিমান হয় পূৰণফল যোগফলৰ বিপৰীত ক্ৰম হয়।

$9 + 9 = 18$	$9 \times 9 = 81$
$24 + 3 = 27$	$24 \times 3 = 72$
$47 + 2 = 49$	$47 \times 2 = 94$
$497 + 2 = 499$	$497 \times 2 = 994$

আৰু কিছুমান উলিওৱা

☆ সংখ্যাটো ওলোটােলে বৰ্গও ওলটে

$12^2 = 144$	$21^2 = 441$
$13^2 = 169$	$31^2 = 961$
$112^2 = 12544$	$211^2 = 44521$

কিছুমান নিজে উলিওৱা

☆ তলৰ সংখ্যা দুটালৈ মন কৰা, সংখ্যা দুটা পূৰণ কৰিলে যিমান পাবা, সংখ্যা দুটাক ওলোটাই পূৰণ কৰিলে পূৰণফলো ওলটে

$$312 \times 221 = 68952$$

$$213 \times 122 = 25986$$

☆ চাৰিটা অংকবিশিষ্ট সংখ্যা এটাৰ সহস্ৰ স্থানৰ অংক যদি একক স্থানৰ অংকতকৈ ডাঙৰ হয় আৰু শতক অংক দহক স্থানৰ অংকতকৈ সৰু হয়

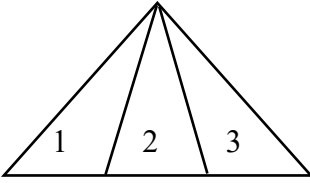
$$\begin{array}{r}
 7362 \\
 - 2637 \\
 \hline
 4725 \\
 + 5274 \\
 \hline
 9999
 \end{array}$$

সদায়েই এনেধৰণৰ ঘটনা ঘটিবলৈ কেবাটাও অংক নিজে কৰি চোৱা।

☆ অযুতৰ অংক এককৰ অংকতকৈ ডাঙৰ, সহস্ৰৰ অংক শতকৰ অংকৰ সমান হ'লে কি হয় চোৱা।

$$\begin{array}{r}
 94467 \\
 - 76449 \\
 \hline
 18018 \\
 + 81081 \\
 \hline
 99099
 \end{array}$$

ত্ৰিভুজৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰোঁ আহা :



তলৰ চিত্ৰটোলৈ লক্ষ্য কৰাচোন। এই চিত্ৰটোত মুঠতে কেইটা ত্ৰিভুজ আছে।
গণি উলিয়াব পাৰিবানে?

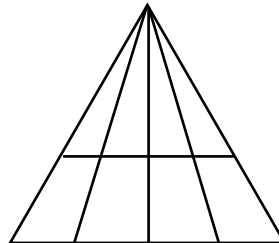
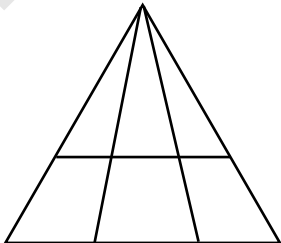
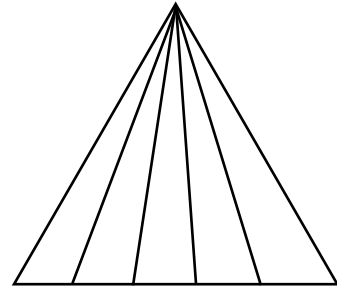
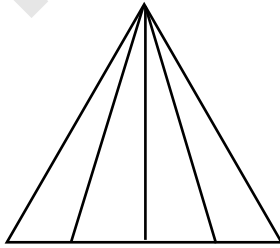
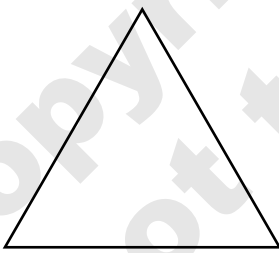
তোমালোকে চিত্ৰটোত দেখুওৱাৰ দৰে 1, 2 আৰু 3 ৰে নামকৰণ কৰা। এতিয়া সংখ্যাকেইটা যোগ কৰা।

$$1 + 2 + 3 = 6$$

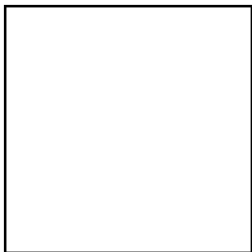
তোমালোকে চিত্ৰটোত মুঠতে 6 টা ত্ৰিভুজ দেখিবলৈ পাবা।

$$\text{মুঠ ত্ৰিভুজৰ সংখ্যা} = 1 + 2 + 3 = 6$$

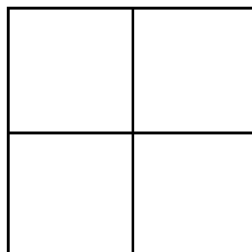
তলৰ চিত্ৰকেইটাৰ পৰা মুঠ ত্ৰিভুজৰ সংখ্যা উলিওৱা।



বৰ্গ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰোঁ আহা :



কোনো ভাগ নাই
বৰ্গ 1 টা



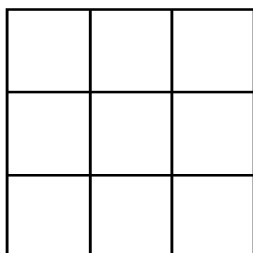
দীঘে আৰু পথালিয়ে দুটাকৈ ভাগ

☆ একক বৰ্গ 4 টা

☆ 4 টা বৰ্গ যুক্ত বৰ্গ 1 টা

মুঠ বৰ্গ = $4 + 1 = 5$ টা

সূত্র = $2^2 + 1^2 = 5$



দীঘে আৰু পথালিয়ে তিনিটাকৈ ভাগ

☆ একক বৰ্গ 9 টা

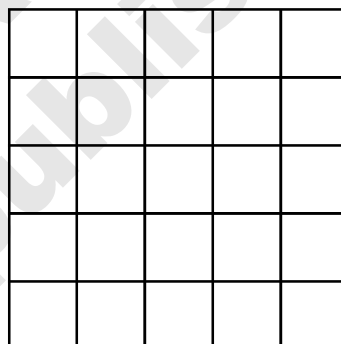
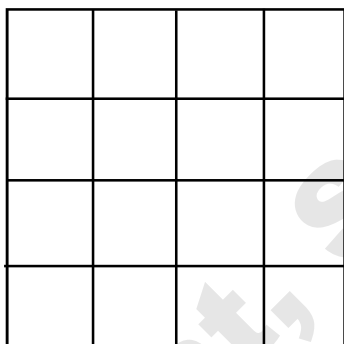
☆ 4 টা বৰ্গ যুক্ত বৰ্গ 4 টা

☆ 9 টা বৰ্গ যুক্ত বৰ্গ 1 টা

∴ মুঠ বৰ্গ = $9 + 4 + 1 = 14$ টা

সূত্র = $3^2 + 2^2 + 1^2 = 14$

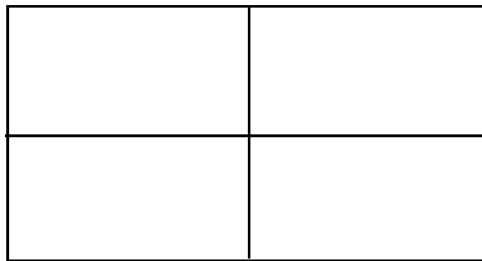
মুঠ বৰ্গৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা :



আয়তৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰোঁ আঁহা :



কোনো ভাগ নাই
আয়ত 1 টা



দীঘে-পথালিয়ে দুভাগকৈ

☆ একক আয়ত 4 টা

☆ 2 আয়ত যুক্ত আয়ত 4 টা

☆ 4 আয়ত যুক্ত আয়ত 1 টা

মুঠ আয়ত = $4 + 4 + 1 = 9$ টা

সূত্র = $(1 + 2)^2 = 3^2 = 9$

মুঠ আয়তৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা

মুঠ আয়তৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা

দীঘে তিনি ভাগ, পথালিয়ে দুভাগ

☆ একক আয়ত 6 টা

☆ 2 আয়ত যুক্ত আয়ত = $4 + 3 = 7$ টা

☆ 3 আয়ত যুক্ত আয়ত 2 টা

☆ 4 আয়ত যুক্ত আয়ত = 2 টা

☆ 6 আয়ত যুক্ত আয়ত = 1 টা

মুঠ আয়ত = $6 + 7 + 2 + 2 + 1 = 18$ টা

সূত্র = $(1 + 2 + 3)(1 + 2) = 6 \times 3 = 18$

মুঠ আয়তৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা

মুঠ আয়তৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা

পূৰণৰ তালিকা চাই খালী ঠাই পূৰ কৰা :

- (i) $999 \times 1 = 0999$ (ii) $9999 \times 1 = 09999$
 $999 \times 2 = 1998$ $9999 \times 2 = 19998$
 $999 \times 3 = 2997$ $9999 \times 3 =$
 $999 \times 4 = 3 \text{ ---} 6$ $9999 \times 4 =$
 $999 \times 5 = \text{---} \text{---} 5$ $9999 \times 5 =$
 $999 \times 6 = \text{---} \text{---} \text{---}$ $9999 \times 6 =$
 $999 \times 7 = \text{---} \text{---} \text{---}$ $9999 \times 7 =$
 $999 \times 8 = \text{---} \text{---} \text{---}$ $9999 \times 8 =$
 $999 \times 9 = 8991$ $9999 \times 9 =$

- (iii) 256×432

			4	3	2	
			0	0	0	2
			8	6	4	
		2	0	1	1	5
		2	4	1	1	0
				8	2	6
11	0	5	9	2		

গতিকে

$$256 \times 432 = 110592$$

এই পদ্ধতিটোক গোমূত্রিকা পদ্ধতি বোলে।

গোমূত্রিকা পদ্ধতিৰে পূৰণ কৰি চোৱা :

- (i) 916×623 (ii) 457×156

বিয়োগ কৰাৰ আনন্দ :

☆ 987654321 ৰ পৰা 123456789 বিয়োগ কৰি বিয়োগফল নিৰ্ণয় কৰা। উত্তৰটো কি পালা। 1ৰ পৰা 9 লৈ আটাইকেইটা অংক বিয়োগফলটোত আছেনে?

☆ হৰণৰ আনন্দ :

$$333 \ 333 \div 3003$$

$$666 \ 666 \div 6006$$

হৰণফল কিমান পালা? প্ৰত্যেকটো হৰণফলৰ মৌলিক উৎপাদক নিৰ্ণয় কৰাচোন। প্ৰত্যেকৰে মৌলিক উৎপাদক 7, 11, 13 নহয়নে?

☆ পূৰণৰ আনন্দ :

123456789 ক্ৰমে 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81 ৰে পূৰণ কৰি পূৰণফলবোৰক সজোৱা।

শিকন ফলাফল

ছাত্র-ছাত্রীয়ে —

- ◆ দুটা অখণ্ড সংখ্যাৰ পূৰণ আৰু হৰণ কৰিব পাৰিব।
- ◆ ভগ্নাংশৰ হৰণ আৰু পূৰণ কেনেদৰে কৰে ব্যাখ্যা কৰিব পাৰিব। উদাহৰণস্বৰূপে, $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ ক $\frac{4}{5}$ ৰ $\frac{2}{3}$ হিচাপে বুজিব। আকৌ $\frac{1}{2}$ হ'বলৈ কেইটা $\frac{1}{4}$ লাগিব? $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ ৰ সহায়ত ব্যাখ্যা কৰিব পাৰিব।
- ◆ ভগ্নাংশ / দশমিক ভগ্নাংশৰ পূৰণ আৰু হৰণৰ অংক কৰোঁতে নিয়মবোৰ ব্যৱহাৰ কৰিবলৈ জানিব।
- ◆ পৰিমেয় সংখ্যাৰ লগত জড়িত দৈনন্দিন জীৱনৰ সমস্যাবোৰ সমাধান কৰিব পাৰিব।
- ◆ পূৰণ আৰু হৰণেৰে ডাঙৰ সংখ্যাৰ সমস্যা সমাধান কৰোঁতে সংখ্যাৰ সূচকীয় ৰূপ (exponential forms) ব্যৱহাৰ কৰিব জানিব আৰু সমাধান কৰিব পাৰিব।
- ◆ দৈনন্দিন জীৱনৰ সমস্যাবোৰ সৰল সমীকৰণৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰি সমাধান কৰিব পাৰিব।
- ◆ বীজগাণিতিক ৰাশিবোৰৰ যোগ আৰু বিয়োগ কৰিব পাৰিব।
- ◆ অনুপাতত থকা পৰিমাণবোৰৰ পাৰ্থক্য জানিব। উদাহৰণস্বৰূপে, $\frac{15}{45}$ আৰু $\frac{40}{120}$ এই অনুপাত দুটা যে সমান আৰু 15, 45, 40, 120 ক সমানুপাতত থকা বুলি যে কোৱা হয় জানিব।
- ◆ শতাংশক সাধাৰণ ভগ্নাংশ আৰু দশমিক ভগ্নাংশলৈ, দশমিক ভগ্নাংশ আৰু সাধাৰণ ভগ্নাংশক শতাংশলৈ প্ৰকাশ কৰা সমস্যামূলক অংকবোৰ সমাধান কৰিবলৈ শিকিব।
- ◆ সৰল সূতৰ অংকবোৰত শতকৰা লাভ / লোকচান আৰু সূতৰ হাৰ নিৰ্ণয় কৰিবলৈ জানিব।
- ◆ কোণবিলাকক সৰল ৰৈখিক, পূৰক, সম্পূৰক, সন্নিহিত আৰু বিপ্ৰতীপ কোণ হিচাপে শ্ৰেণীবিভাজন কৰিবলৈ শিকিব আৰু এটা কোণৰ জোখ দিয়া থাকিলে আনটো কোণৰ জোখ উলিয়াবলৈ পাৰিব।
- ◆ দুডাল ৰেখাক এডাল ছেদকে ছেদ কৰোঁতে উৎপন্ন হোৱা বিভিন্ন কোণৰ যোৰ (pairs of angles) বিলাকৰ ধৰ্মৰ সত্যাসত্য নিৰূপণ কৰিব পাৰিব।
- ◆ এটা ত্ৰিভুজৰ দুটা কোণৰ জোখ দিয়া থাকিলে তৃতীয় কোণটোৰ জোখ উলিয়াবলৈ জানিব।
- ◆ বাহু-বাহু-বাহু (SSS), বাহু-কোণ-বাহু (SAS), কোণ-বাহু-কোণ (ASA) আৰু সমকোণ-অতিভুজ-বাহু (RHS) সাপেক্ষে ত্ৰিভুজৰ সৰ্বাংগসমতা ব্যাখ্যা কৰিবলৈ জানিব।
- ◆ স্কেল আৰু কম্পাছ ব্যৱহাৰ কৰি এটা বহিঃস্থ বিন্দুৰ পৰা এডাল সৰল ৰেখাৰ সমান্তৰালকৈ আন এডাল সৰল ৰেখা আৰু ত্ৰিভুজ অংকন কৰিবলৈ জানিব।
- ◆ একক বৰ্গৰ জালি / লেখ কাগজ ব্যৱহাৰ কৰি এটা বন্ধ আকৃতিৰ কালি উলিয়াবলৈ জানিব।
- ◆ আয়ত আৰু বৰ্গই আগুৰি থকা যিকোনো ঠাইৰ কালি নিৰ্ণয় কৰিবলৈ শিকিব।
- ◆ পৰিৱেশত পোৱা সমমিতি আৰু ঘূৰ্ণন সমমিতি থকা বস্তু বা চিত্ৰ চিনাক্ত কৰিব পাৰিব।
- ◆ দৈনন্দিন জীৱন সম্বন্ধীয় বিভিন্ন তথ্যৰ পৰা ছাত্র-ছাত্রীসকলে মধ্যমান (mean), মধ্যমা (median) আৰু বহুলক (mode) নিৰ্ণয় কৰিব পাৰিব।
- ◆ বাস্তৱ জীৱনৰ লগত জড়িত বিভিন্ন উদাহৰণ যেনে - এটা শ্ৰেণীত থকা বিভিন্ন উচ্চতাৰ ছাত্র-ছাত্রীৰ সংখ্যা বা মুদ্ৰা এটা টছ কৰিলে কিমান বাৰ মুণ্ড (head) বা পুছ (tail) পৰিব সেই বিভিন্নতা (variability) বোৰ জানিব পাৰিব।
- ◆ দণ্ড চিত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি বিভিন্ন তথ্য যেনে গ্ৰীষ্মকাল আৰু শীতকালৰ বিদ্যুতৰ খৰচৰ তুলনা বা এখন ক্ৰিকেট খেলত প্ৰথম 10 অ'ভাৰত এটা দলে কৰা ৰাণৰ সংখ্যা ইত্যাদিৰ ব্যাখ্যা কৰিব পাৰিব।

পথ দুৰ্ঘটনাৰ পৰা ৰক্ষা পাবলৈ ল'বলগীয়া কিছুমান সাৱধানতা



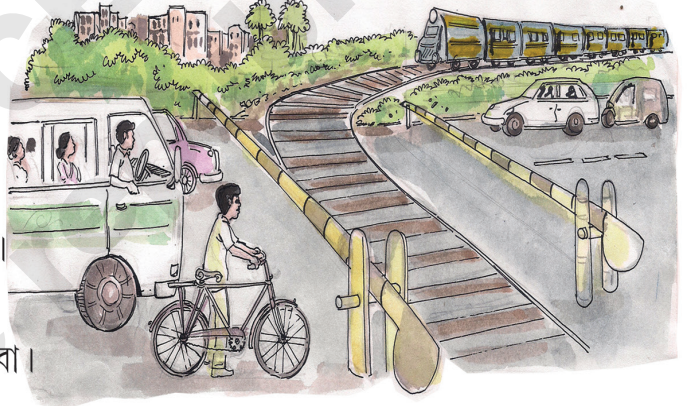
ৰাস্তাত যাওঁতে—

- খোজ কাঢ়োঁতে সদায় নিজৰ বাওঁহাতে যাবা।
- ৰাস্তা পাৰ হওঁতে সোঁৱে-বাঁৱে চাই পাৰ হ'বা।
- ৰাস্তাত ফুটপাথ থাকিলে সদায় ফুটপাথেৰে খোজ কাঢ়িবা।
- 'জেব্রা চিন' থকা ৰাস্তা পাৰ হওঁতে সদায় জেব্রা চিন অঁকা ঠাইৰ ওপৰেদি খোজ কাঢ়ি পাৰ হ'বা।
- ৰাতি টৰ্চ লাইট ব্যৱহাৰ কৰিবা।
- চাইকেল চলাওতে দুজন উঠি নাযাবা।



ৰে'ল ক্ৰছিং পাৰ হওঁতে—

- ৰে'ল ক্ৰছিঙৰ বন্ধ গেট পাৰ হৈ যাত্ৰা নকৰিবা।
- ৰে'ল গাড়ীখন পাৰ হৈ নোযোৱালৈকে ৰে'লপথ পাৰ নহ'বা।
- ৰে'ল ক্ৰছিঙৰ দুয়োফালৰ গেট নদঙালৈকে ৰে'লপথ পাৰ নহ'বা।



বাহুত যাত্ৰা কৰোঁতে—

- বাহুত সাৱধানে উঠিবা।
- বাহিৰলৈ থু-খেকাৰ নেপেলাবা।
- হাত-ভৰি বা মূৰ থিৰিকীৰে বাহিৰলৈ নুলিয়াবা।
- বাছখন সম্পূৰ্ণৰূপে ৰখাৰ পিছতহে উঠা-নমা কৰিবা।
- বাছৰ পৰা নামোতে দুয়োদিশ ভালদৰে চাই ল'বা।
- যাত্ৰীৰ সংখ্যা বেছি হলে শাৰী পাতি উঠিবা।
- বাছৰ পাওদানিত উঠি যাত্ৰা নকৰিবা।



ৰাস্তাত খোজ কাঢ়োঁতে বা পাৰ হওঁতে শিশু, বৃদ্ধ বা শাৰীৰিকভাৱে বাধাগ্ৰস্ত ব্যক্তিক সহায় কৰাটো আমাৰ দায়িত্ব আৰু কৰ্তব্য।

নিৰ্মল অসম গঢ়োঁ আহা

স্বচ্ছতাৰ অভিমুখে এখোজ



স্বচ্ছ জীৱন, সুস্থ জীৱন।
মোৰ জীৱনেই দেশৰ জীৱন।



পেলনীয়া বস্তু ডাষ্টবিন বা গাঁতত পেলাব লাগে।
ঘৰ বা স্কুল পৰিষ্কাৰ-পৰিচ্ছন্ন কৰি ৰখাৰ লগতে চুবুৰি আৰু
চৌপাশ পৰিষ্কাৰ কৰাৰো প্ৰয়োজন।