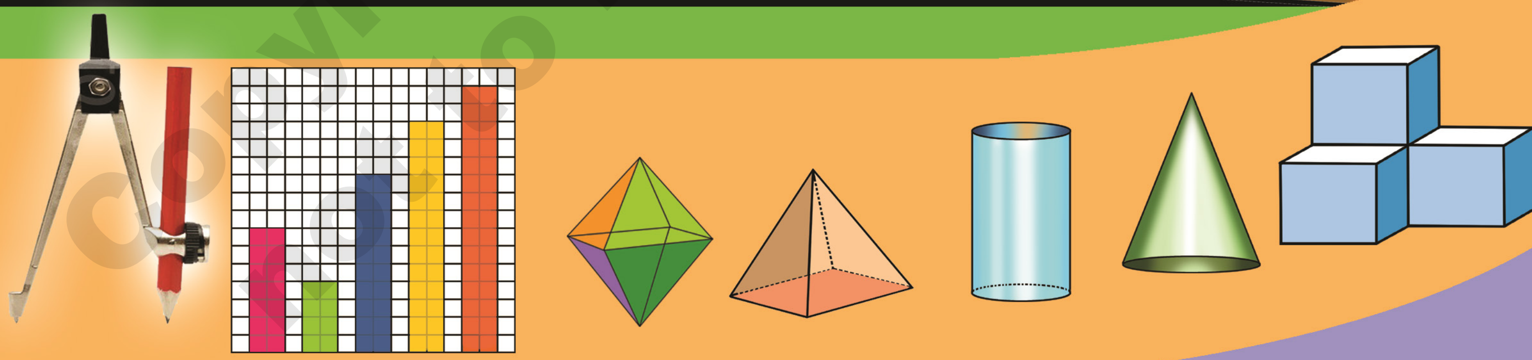
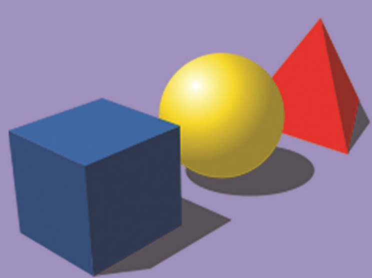
গণিত

D3U6T4

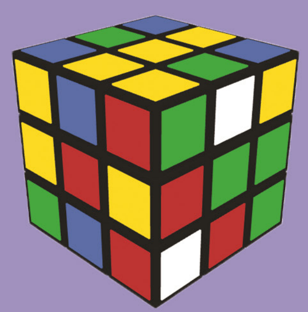
অষ্টম শ্ৰেণীৰ বাবে





প্ৰাথমিক শিক্ষা বিভাগ

অসম চৰকাৰ



পাঠ্যপুথিত সন্নিবিষ্ট QR ক'ডৰ ব্যৱহাৰৰ নিৰ্দেশনাৱলীঃ

মোবাইলত QR ক'ড ব্যৱহাৰ কৰি ডিজিটেল বিষয়বস্তু কিদৰে পাব পাৰিব ঃ

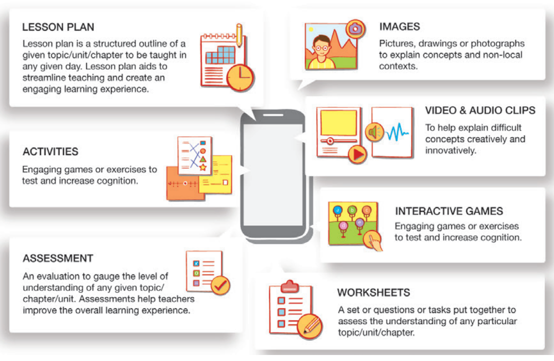
1. পাঠ্যপুথিত থকা QR ক'ড scan কৰিবলৈ QR ক'ডৰ আইকনটোত টিপক।
2. QR ক'ডত কেন্দ্ৰ কৰি মোবাইলটো স্থিৰ কৰি ৰাখক।
3. সফলভাৱে scan কৰিলে QR ক'ডত সম্পৰ্কিত হৈ থকা বিষয়বস্তুৰ তালিকাখন পাব।

ডেস্কটপত ডায়েল (DIAL) ক'ড ব্যৱহাৰ কৰি ডিজিটেল বিষয়বস্তু কিদৰে পাব পাৰিব ঃ

1. QR ক'ডৰ তলত থকা 6 টা অংকবিশিষ্ট সংখ্যাটোক ডায়েল (DIAL) ক'ড বুলি কোৱা হয়।
2. আপোনাৰ ব্ৰাউজাৰত diksha.gov.in/AS/get টাইপ কৰক।
3. ডায়েল ক'ডটো চাৰ্চ বাৰডালত টাইপ কৰক।
4. উপলব্ধ বিষয়বস্তুৰ তালিকাখন চাওক আৰু যিকোনো নতুন বিষয়বস্তুত ক্লিক কৰক।

VALUE ADDED BENEFITS OF USING DIGITAL CONTENT

Energized textbooks provide easy access to a wide range of educational material to create an engaging learning experience. Each chapter in the textbook has QR codes which when scanned with the DIKSHA app, displays state curated content for that particular chapter.



Copyright SCERT Assam
not to be republished

গণিত

অষ্টম শ্ৰেণীৰ বাবে

D3U6T4

প্ৰস্তুতকৰণ

ৰাজ্যিক শিক্ষা-গৱেষণা আৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ, অসম

কাহিলিপাৰা, গুৱাহাটী-১৯

নাম :...

বিদ্যালয়ৰ নাম :..

শ্ৰেণী : .... ৰোল নং :.....................

অসম ৰাজ্যিক পাঠ্যপুথি প্ৰণয়ন আৰু প্ৰকাশন নিগম লিমিটেড, গুৱাহাটী

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

GANIT : Aastham Srenir Babe : A textbook in Mathematics for class-VIII in Assamese medium developed by SCERT, Assam and approved by the Government of Assam vide letter No. .... dated Dispur the .... and Published by the Assam State Textbook Production and Publication Corporation Limited, Guwahati.

FREE TEXTBOOK

All rights reserved : No reproduction in any form of this book, in whole or in part (except for brief quotation in critical articles or reviews) may be made without written authorization from the copyright authorities.

© : State Council of Educational Research and Training, Assam

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

প্ৰথম প্ৰকাশ ঃ ২০২০

ঃ অসম চৰকাৰৰ অৰ্থ সাহায্যত বিনামূলীয়াকৈ বিতৰণৰ বাবে প্ৰকাশিত পাঠ্যপুথি।

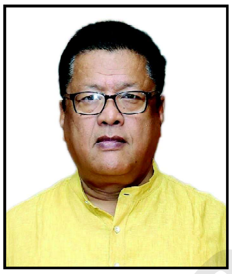
প্ৰকাশক ঃ অসম ৰাজ্যিক পাঠ্যপুথি প্ৰণয়ন আৰু প্ৰকাশন নিগম লিমিটেড, গুৱাহাটী

মুদ্ৰক ঃ

ডাঃ ৰনোজ পেগু, এম. বি. বি. এছ
মন্ত্ৰী, অসম

সত্যমেব জয়তে

শিক্ষা, ভৈয়াম জনজাতি আৰু
পিছপৰা শ্ৰেণী কল্যাণ বিভাগ



শুভেচ্ছাবাণী...

বিদ্যায়তনিক শিক্ষাৰ প্ৰধান আহিলা হৈছে পাঠ্যপুথি। পাঠ্যপুথিৰ মাজেৰেই ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে জ্ঞানৰ অন্বেষণ কৰে। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলেই আমাৰ ৰাজ্যৰ তথা আমাৰ দেশৰ ভৱিষ্যতৰ মূল সম্বল। মানৱ সভ্যতাৰ ধাৰা শিক্ষাৰ দ্বাৰাই প্ৰভাৱান্বিত হয়। এই উপলব্ধিৰেই বৰ্তমান চৰকাৰে শিক্ষা ক্ষেত্ৰত সৰ্বাধিক গুৰুত্ব আৰোপ কৰিছে।

বৰ্তমানৰ ৰাজ্য চৰকাৰে শিক্ষা গ্ৰহণৰ ক্ষেত্ৰত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে সফলতা অৰ্জন আৰু জীৱনৰ লক্ষ্য পূৰণ তথা ৰাজ্যৰ কল্যাণৰ হেতুকে আগুৱাই যোৱাৰ বাবে বিভিন্ন অভিলাষী আঁচনি ৰূপায়ণ কৰি আছে। 'প্ৰজ্ঞান ভাৰতী'ৰ অধীনস্থ বিনামূলীয়া পাঠ্যপুথিৰ অধীনত 'ক' শ্ৰেণীৰ পৰা দ্বাদশ শ্ৰেণীলৈ বিনামূলীয়া পাঠ্যপুথিৰ অবিৰত যোগান ধৰি আহিছে। ২০২০ চনৰ পৰা আমাৰ চৰকাৰে এই আঁচনি স্নাতক শ্ৰেণী পৰ্য্যন্ত সম্প্ৰসাৰিত কৰি আহিছে। সমগ্ৰ ৰাজ্যত উচ্চতৰ মাধ্যমিক আৰু স্নাতক শ্ৰেণীত নামভৰ্তিকৰণৰ মাচুল ৰেহাইৰ ঘোষণাৰে এক যোগাত্মক পদক্ষেপ লৈ থকা হৈছে। সমাজৰ আৰ্থিকভাৱে পিছপৰা পৰিয়ালৰ শিক্ষাৰ্থীলৈ হাইস্কুল শিক্ষান্ত আৰু উচ্চতৰ মাধ্যমিক পৰীক্ষাৰ মাচুল ৰেহাই দিয়াৰ ব্যৱস্থা কৰি থকা হৈছে। লগতে মাধ্যমিক স্তৰতো ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক সমবেশ (ইউনিফৰ্ম) যোগান ধৰাৰ বাবে চৰকাৰে ব্যৱস্থা লৈছে। 'আনন্দৰাম বৰুৱা আঁচনি'ৰ জৰিয়তে হাইস্কুল শিক্ষান্ত পৰীক্ষাত উত্তীৰ্ণ হোৱা মেধাৱী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক 'লেপ্‌টপ্' বা তাৰ বিনিময়ত আৰ্থিক অনুদান আগবঢ়োৱা হৈছে।

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ শিক্ষা গ্ৰহণৰ বাট সেন্দুৰীয়া কৰি তোলাৰ মহান উদ্দেশ্য সাৰোগত কৰি ৰূপায়ণ কৰি অহা 'প্ৰজ্ঞান ভাৰতী' আঁচনিৰ অন্তৰ্ভুক্ত বিনামূলীয়া পাঠ্যপুথি যোগানৰ দৰে পৱিত্ৰ কৰ্মযজ্ঞ সম্পাদন কৰাৰ ক্ষেত্ৰত অৰিহণা যোগোৱা ৰাজ্যিক শিক্ষা-গৱেষণা আৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ, অসম মাধ্যমিক শিক্ষা পৰিষদ, অসম উচ্চতৰ মাধ্যমিক শিক্ষা সংসদ তথা অসম ৰাজ্যিক পাঠ্যপুথি প্ৰণয়ন আৰু প্ৰকাশন নিগমৰ কৰ্মতৎপৰতাক মই শলাগ লৈছো। শিক্ষাৰ্থীসকলে নিৰলস জ্ঞান আহৰণৰ যজ্ঞত আত্মনিয়োগ কৰি ৰাষ্ট্ৰৰ সম্পদৰূপে নিজকে গঢ়ি তুলিব বুলি মই আশা ৰাখি আন্তৰিকতাৰে শুভেচ্ছা জ্ঞাপন কৰিলো।

(ডাঃ ৰনোজ পেগু)
শিক্ষামন্ত্ৰী, অসম

Copyright SCERT, Assam
not to be republished

পাতনি

১৯৮৬ চনৰ ৰাষ্ট্ৰীয় শিক্ষানীতিত উল্লেখ কৰা শিশুকেন্দ্ৰিক শিক্ষা পদ্ধতিৰ সফল ৰূপায়ণৰ লগতে প্ৰাথমিক শিক্ষাক সাৰ্বজনীন কৰাৰ ক্ষেত্ৰত বিদ্যালয়সমূহত পাঠ্যপুথিৰ এক গুৰুত্বপূৰ্ণ ভূমিকা আছে। এই কথাকে সাৰোগত কৰি ৰাজ্যিক শিক্ষা-গৱেষণা আৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ অসমে, অসম চৰকাৰৰ নিৰ্দেশ সাপেক্ষে সময়ে সময়ে প্ৰাথমিক স্তৰৰ পাঠ্যপুথিসমূহ প্ৰস্তুত আৰু পুনৰীক্ষণ কৰি আহিছে। অসম চৰকাৰৰ নিৰ্দেশ অনুযায়ী ২০২০ চনৰ শৈক্ষিক বৰ্ষৰ পৰা প্ৰচলন হ'ব পৰাকৈ প্ৰাথমিক বিদ্যালয়ৰ অষ্টম শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাবে **'গণিত'** (অষ্টম শ্ৰেণীৰ বাবে) পাঠ্যপুথিখন প্ৰস্তুত কৰি উলিয়াইছে। এই পুথিখন 'ৰাষ্ট্ৰীয় কেৰিকুলাম ৰূপৰেখা, ২০০৫'ৰ আধাৰত প্ৰাথমিক পৰ্যায়ৰ বাবে প্ৰস্তুত কৰা ৰাজ্যিক পাঠ্যক্ৰম আৰু শেহতীয়াকৈ ৰাষ্ট্ৰীয় শৈক্ষিক অনুসন্ধান আৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ, নতুন দিল্লীৰ দ্বাৰা প্ৰস্তুত কৰা 'শিকনৰ ফলাফল' (Learning Outcome)ৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি প্ৰস্তুত কৰা হৈছে।

গণিতৰ প্ৰাথমিক ধাৰণাবোৰ আয়ত্ত কৰাওঁতে শিশুসকলে যাতে সক্ৰিয়ভাৱে অংশগ্ৰহণ কৰিব পাৰে তাৰ প্ৰতি লক্ষ্য ৰাখি এই পাঠ্যপুথিখনত পৰিৱেশ ভিত্তিক ক্ৰিয়া-কলাপ সন্নিবিষ্ট কৰা হৈছে। পাঠ্যপুথিৰ পাঠসমূহৰ আদান-প্ৰদানৰ ক্ষেত্ৰত শিক্ষকসকলে পাৰ্যমানে বাস্তৱ বস্তুৰ সহায় লৈ শিকন প্ৰক্ৰিয়া আনন্দদায়ক কৰিব বুলি আশা কৰা হ'ল।

পাঠভিত্তিক অধিক জ্ঞান আহৰণৰ বাবে এই কিতাপখনৰ পাঠসমূহত Q. R. ক'ড (Quick Response Code) সন্নিবিষ্ট কৰা হৈছে। Q.R. ক'ড ব্যৱহাৰৰ ক্ষেত্ৰত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক শিক্ষক আৰু অভিভাৱকে সহায় কৰিব।

পাঠ্যপুথিখন প্ৰস্তুত কৰোঁতে বিভিন্ন ক্ষেত্ৰত জড়িত অধ্যাপক, বিষয় বিশেষজ্ঞ, শিক্ষক-প্ৰশিক্ষক, শিক্ষক-শিক্ষয়িত্ৰী আৰু পুনৰীক্ষকৰ প্ৰতি কৃতজ্ঞতা জ্ঞাপন কৰিলোঁ। লগতে অসম গণিত শিক্ষায়তনৰ সভাপতি, সম্পাদক প্ৰমুখ্যে পাঠ্যপুথিৰ লগত জড়িত বিষয়ববীয়াসকলকো তেওঁলোকৰ সহায় আৰু সহযোগিতাৰ বাবে ধন্যবাদ জনালোঁ।

সদাশয় শিক্ষাপ্ৰেমী ৰাইজৰ গঠনমূলক দিহা-পৰামৰ্শই ভৱিষ্যতে পুথিখনৰ সংশোধনত বৰঙণি যোগাব বুলি আশা কৰিলোঁ।

নিৰদা দেৱী

(ড° নিৰদা দেৱী)
সঞ্চালক
ৰাজ্যিক শিক্ষা-গৱেষণা আৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ, অসম
কাহিলিপাৰা, গুৱাহাটী-৭৮১০১৯

Copyright SCERT, Assam
not to be republished

সূচীপত্ৰ

অধ্যায় | পৃষ্ঠা নং

অধ্যায়		পৃষ্ঠা নং
1	পৰিমেয় সংখ্যা (Rational Numbers)	1-24
2	এটা চলকযুক্ত এক ঘাতৰ সমীকৰণ (First Degree Equation in One Variable)	25-44
3	চতুৰ্ভুজ (Quadrilaterals)	45-69
4	ব্যৱহাৰিক জ্যামিতি (Practical Geometry)	70-81
5	তথ্যৰ ব্যৱহাৰ (Uses of Data)	82-102
6	বৰ্গ আৰু বৰ্গমূল (Squares and Square Roots)	103-119
7	ঘন আৰু ঘনমূল (Cube and Cube Roots)	120-128
8	পৰিমাণৰ তুলনা (Comparing Quantities)	129- 155
9	বীজগণিতীয় ৰাশি আৰু অভেদসমূহ (Algebraic Expressions and Identities)	156- 172
10	গোটা আকৃতিৰ দৃশ্যায়ন (Visualization of Solid Shapes)	173- 181
11	পৰিমিতি (Mensuration)	182- 208
12	সূচক আৰু ঘাত (Exponents and Powers)	209- 223
13	প্ৰত্যক্ষ আৰু ব্যস্ত সমানুপাত (Direct and Indirect Proportion)	224- 238
14	বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ (Factorisation of Algebraic Expressions)	239- 258
15	লেখৰ সৈতে পৰিচয় (Introduction to Graphs)	259- 277
16	সংখ্যাৰ সৈতে ধেমালি (Fun with Numbers)	278- 297
	উত্তৰমালা (Answers)	298- 314

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

—ঃ অষ্টম শ্ৰেণীৰ গণিতৰ শিকনৰ ফলাফল ঃ—

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে—

- চানেকিৰ সহায়ত পৰিমেয় সংখ্যাৰ যোগ, বিয়োগ, পূৰণ আৰু হৰণ সম্বন্ধীয় ধৰ্মবোৰ সাধাৰণীকৰণ কৰিব পাৰিব।
- দুটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ মাজত থকা পৰিমেয় সংখ্যাবোৰ উলিয়াবলৈ শিকিব।
- 2, 3, 4, 5, 6, 9 আৰু 11ৰ বিভাজ্যতাৰ নিয়মবোৰ প্ৰমাণ কৰি চাব জানিব।
- বিভিন্ন পদ্ধতিৰে সংখ্যাৰ বৰ্গ, ঘন, বৰ্গমূল আৰু ঘন মূল নিৰ্ণয় কৰিবলৈ শিকিব।
- সূচকীয় ৰূপত থকা সমস্যাবোৰ সমাধান কৰিব জানিব।
- চলক ব্যৱহাৰ কৰি পাজল (puzzles) আৰু দৈনন্দিন জীৱনৰ সমস্যাবোৰ সমাধান কৰিবলৈ শিকিব।
- বীজগাণিতিক ৰাশিবোৰ পূৰণ কৰিবলৈ শিকিব। উদাহৰণস্বৰূপে, $(2x - 5)(3x^2 + 7)$ক বিস্তাৰ কৰিবলৈ শিকিব।
- দৈনন্দিন জীৱনৰ বিভিন্ন সমস্যা সমাধান কৰোতে বিভিন্ন বীজগাণিতিক অভেদবোৰ ব্যৱহাৰ কৰিবলৈ শিকিব।
- ৰেহাই মূল্য, চক্ৰবৃদ্ধি সুত, লাভ-লোকচান আদি সম্বন্ধীয় সমস্যাবিলাকত শতাংশৰ ধাৰণা প্ৰয়োগ কৰিবলৈ শিকিব। উদাহৰণস্বৰূপে, যেতিয়া এটা বস্তুৰ চিহ্নিত মূল্য আৰু প্ৰকৃত ৰেহাই মূল্য দিয়া থাকে তেতিয়া শতকৰা ৰেহাই নিৰ্ণয় কৰোতে বা এটা লেনদেনত যেতিয়া কিনাদাম আৰু লাভ দিয়া থাকে তেতিয়া শতকৰা লাভ নিৰ্ণয় কৰোতে শতাংশৰ ধাৰণা প্ৰয়োগ কৰিব পাৰিব।
- প্ৰত্যক্ষ আৰু ব্যস্ত সমানুপাতৰ সমস্যাবোৰ সমাধান কৰিব পাৰিব।
- কোণৰ ধৰ্ম ব্যৱহাৰ কৰি এটা চতুৰ্ভুজৰ কোণ সম্বন্ধীয় সমস্যাবোৰ সমাধান কৰিব পাৰিব।
- সামন্তৰিকৰ বিভিন্ন ধৰ্মবোৰ পৰীক্ষা কৰি সত্যাসত্য নিৰ্ণয় কৰিব জানিব আৰু যুক্তিৰে এইবোৰৰ মাজৰ সম্পৰ্ক প্ৰতিষ্ঠা কৰিব জানিব।
- ত্ৰিমাত্ৰিক আকৃতিবোৰ এখন সমতল পৃষ্ঠত যেনে, এখিলা কাগজ বা ব্লেকব'ৰ্ডত দেখুৱাব পাৰিব।
- চানেকিৰ সহায়ত অয়লাৰৰ সম্বন্ধ (Euler's relation) টো প্ৰমাণ কৰি চাব পাৰিব।
- কম্পাছ আৰু চিধা বা পোন কাষ ব্যৱহাৰ কৰি বিভিন্ন ধৰণৰ চতুৰ্ভুজ অংকন কৰিবলৈ জানিব।
- ট্ৰেপিজিয়াম আৰু আন বহুভুজ আকৃতিবোৰৰ কালি বৰ্গাকৃতিৰ জালিû লেখ কাগজ ব্যৱহাৰ কৰি উলিয়াব পাৰিব আৰু আৰু সূত্ৰৰ সহায়ত সত্যাসত্য নিৰূপণ কৰিব পাৰিব।
- বহুভুজৰ কালি নিৰ্ণয় কৰিব পাৰিব।
- আয়তীয় ঘনক আৰু চিলিণ্ডাৰ জাতীয় বস্তুৰ পৃষ্ঠভাগৰ কালি আৰু আয়তন নিৰ্ণয় কৰিবলৈ জানিব।
- দণ্ডচিত্ৰ আৰু পাইচিত্ৰ অংকন কৰি ব্যাখ্যা কৰিব জানিব।
- পূৰ্বতে পোৱা তথ্য বা আগতে ঘটা ঘটনাৰ ভিত্তিত যেনে, ডাইচ আৰু মুদ্ৰা বাৰে বাৰে দলিয়াই ভৱিষ্যতে হ'ব পৰা ঘটনাৰ সম্ভাৱনাৰ ওপৰত আনুমানিক সিদ্ধান্ত ল'বলৈ শিকিব।

Copyright SCERT, Assam
not to be republished

অধ্যায়-1

পৰিমেয় সংখ্যা
(Rational Numbers)

J6D8F3

1.1 অমৰ, অৰুণ আৰু আমীৰে মিলিজুলি তেওঁলোকৰ প্ৰত্যেকে নিজৰ ঘৰৰ বজাৰ কৰে। এনেদৰে লগলাগি বজাৰ কৰিলে পাইকাৰী মূল্যতে বস্তু কিনিব পাৰি। পিছত খৰচ হোৱা পইচা সমানে ভগাই লয়। এবাৰ বজাৰ কৰোঁতে তেওঁলোকে 3টা জাতিলাও 65 টকাত, তিনিযোৰ কণী 60 টকাৰে আৰু এক ডজন কল 55 টকাতে কিনিলে। তেওঁলোকে গাইপতি হিচাপ কৰি উলিয়ালে, জাতিলাওত $\frac{65}{3}$ টকা; কণীত যোৱে 20 টকা আৰু কলত $\frac{55}{3}$ টকাকৈ পৰিল।

আন এটা উদাহৰণ চাওঁ আহা—

শ্ৰীনগৰত এটা সপ্তাহত নিম্নতম উষ্ণতা আছিল এনে ধৰণৰ ঃ

$-7^oC, -4^oC, -1^oC, -5^oC, -8^oC, -10^oC, -6^oC$

গতিকে, সপ্তাহটোৰ গড় তাপমাত্ৰা হ'ব—

$$\frac{(-7^0C)+(-4^0C)+(-1^0C)+(-5^0C)+(-8^0C)+(-10^0C)+(-6^0C)}{7}$$

$$=\frac{-(7^0C+4^0C+1^0C+5^0C+8^0C+10^0C+6^0C)}{7}$$

$$=\frac{-41^0C}{7}$$

এতিয়া তোমালোকৰ মনত প্ৰশ্ন নিশ্চয় উঠিছে যে $\frac{65}{3}$, $\frac{55}{3}$, $\frac{-41}{7}$ সংখ্যাবোৰ কি সংখ্যা? স্বাভাৱিক সংখ্যা নে পূৰ্ণ সংখ্যা নে অখণ্ড সংখ্যা নে অইন কিবা সংখ্যা?

আহাচোন আমি এনে ধৰণৰ সংখ্যাৰ বিষয়ে আলোচনা কৰোঁ। ওপৰৰ সংখ্যাবোৰৰ 65, 55 ,–41, 3, 7

Copyright SCERT
not to be republished

একো একোটা অখণ্ড সংখ্যা। আমি যদি দুটা অখণ্ড সংখ্যাক p আৰু qৰে চিহ্নিত কৰোঁ তেন্তে $\frac{65}{3}$, $\frac{55}{3}$ আৰু $\frac{-41}{7}$ প্ৰত্যেকটো সংখ্যাই $\frac{p}{q}$ আৰ্হিৰ। নহয়নে বাৰু? $\frac{50}{3}$ ত $p = 50, q = 3$, $\frac{-41}{7}$ত $p = -41, q = 7$ ইত্যাদি। এইখিনিতে এটা কথা মন কৰিবলগীয়া যে যদিও p আৰু q অখণ্ড সংখ্যা, কিন্তু q কেতিয়াও 0 হ'ব নোৱাৰে কিয়নো 0 ৰে হৰণ সংজ্ঞাবদ্ধ নহয়। গতিকে,

যিবোৰ সংখ্যাক $\frac{p}{q}$ আৰ্হিত লিখিব পৰা যায়, য'ত p আৰু q অখণ্ড সংখ্যা আৰু $q \neq 0$, সেই সংখ্যাবোৰক 'পৰিমেয় সংখ্যা' (Rational Number) বোলে।

যেনে— $\frac{3}{4}, \frac{11}{-8}, \frac{-19}{6}, \frac{235}{1106}, \frac{-51}{193}$ ইত্যাদি।

কাৰ্য (Activity) তোমালোকে প্ৰত্যেকেই 5 টাকৈ পৰিমেয় সংখ্যাৰ উদাহৰণ লিখি শিক্ষক-শিক্ষয়িত্ৰীক দেখুওৱা।

জানি থওঁ আহাঁ (Let us know) সকলো অখণ্ড সংখ্যাক আমি $\frac{p}{q}$ আৰ্হিত লিখিব পাৰোঁ। যেনে —

$$6 = \frac{12}{2} \text{ বা } \frac{30}{5} \text{ বা } \frac{72}{12}$$

$$-8 = \frac{-24}{3} \text{ বা } \frac{-48}{6} \text{ বা } \frac{-56}{7}$$

$$0 = \frac{0}{17} \text{ বা } \frac{0}{21} \text{ ইত্যাদি।}$$

গতিকে সকলোবোৰ অখণ্ড সংখ্যাই পৰিমেয় সংখ্যা।

দলত আলোচনা কৰা (Discuss in group): প্ৰয়োজন সাপেক্ষে প্ৰতি—উদাহৰণ দিবা।

(i) সকলো পৰিমেয় সংখ্যাই অখণ্ড সংখ্যা হয়নে?

(ii) সকলো স্বাভাৱিক সংখ্যাই পৰিমেয় সংখ্যা হয়নে?

(iii) সকলো পৰিমেয় সংখ্যাই স্বাভাৱিক সংখ্যা হয়নে?

(iv) পূৰ্ণ সংখ্যাবোৰ জানো পৰিমেয় সংখ্যা হ'ব?

তোমালোকে ইতিমধ্যে পাই আহিছা যে দশমিক সংখ্যাবোৰক ভগ্নাংশত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। যেনে

$0.7 = \frac{7}{10}$, $0.93 = \frac{93}{100}$, $-2.367 = \frac{-2367}{1000}$ ইত্যাদি।

অৰ্থাৎ দশমিক বিন্দুৰ সীমিত স্থানলৈ প্ৰসাৰিত কৰিব পৰা সংখ্যাবোৰক $\frac{p}{q}$ আৰ্হিত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। আনহাতে দশমিক বিন্দুৰ পিছত অসীমলৈ প্ৰসাৰিত, কিন্তু পৌনঃপুনিক দশমিক সংখ্যাবোৰকো $\frac{p}{q}$ আৰ্হিত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।

Copyright: SCERT, Assam not to be republished

যেনে—

$$0.33333............... = \frac{1}{3}$$

$$0.142857142857.............. = \frac{1}{7}$$ ইত্যাদি।

গতিকে অসীমলৈ বিস্তাৰিত পৌনঃপুনিক দশমিক সংখ্যাবোৰো পৰিমেয় সংখ্যা। আনহাতে আন কিছুমান সংখ্যা আছে যিবোৰ দশমিকৰ পিছৰ সংখ্যাবোৰ অসীমলৈ বিস্তাৰিত হয়, কিন্তু পৌনঃপুনিক নহয় (non-terminating, non-repeating decimal)। এনেকুৱা সংখ্যাবোৰক $\frac{p}{q}$ আৰ্হিৰে প্ৰকাশ কৰিব নোৱাৰি। গতিকে এই সংখ্যাবোৰ পৰিমেয় নহয়। যেনে 0.319782714......., 3.14976108....., 0.101100111000.... ইত্যাদি।

ধনাত্মক আৰু ঋণাত্মক পৰিমেয় সংখ্যা (Positive and Negative Rational Numbers):

এটা পৰিমেয় সংখ্যা $\frac{p}{q}$ ৰ $(q \neq 0)$ যদি p আৰু q উভয়ে ধনাত্মক অথবা উভয়ে ঋণাত্মক, তেন্তে সংখ্যাটোক **ধনাত্মক পৰিমেয় সংখ্যা (Positive Rational Number)** বোলা হয়।

যেনে— $\frac{8}{9}, \frac{7}{12}, \frac{-9}{-11}$ ইত্যাদি, কিয়নো —

$$\frac{-9}{-11} = \frac{(-1)\times(-9)}{(-1)\times(-11)} = \frac{9}{11}$$

আনহাতে, পৰিমেয় সংখ্যা $\frac{p}{q}$ ৰ $(q \neq 0)$ যদি p বা q ৰ যিকোনো এটা ঋণাত্মক আৰু আনটো ধনাত্মক হয় তেন্তে $\frac{p}{q}$ ক এটা **ঋণাত্মক পৰিমেয় সংখ্যা (Negative Rational Number)** বোলা হয়।

যেনে $\frac{-7}{8}, \frac{8}{-9}, \frac{-11}{236}$ ইত্যাদি।

এটা মন কৰিবলগীয়া কথা এয়ে যে **পৰিমেয় সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত হৰটো আমি ঋণাত্মক নাৰাখো**। যেনে —

$$\frac{8}{-9} = \frac{(-1)\times 8}{(-1)\times(-9)} = \frac{-8}{9}$$

$$\frac{13}{-219} = \frac{(-1)\times 13}{(-1)\times(-219)} = \frac{-13}{219}$$ ইত্যাদি।

1.2 পৰিমেয় সংখ্যাৰ বিধি (Properties of Rational Numbers):

তোমালোকে ইতিমধ্যে অখণ্ড সংখ্যাৰ মৌলিক প্ৰক্ৰিয়াসমূহ তথা সিহঁতৰ বিধিবোৰ পাই আহিছা। এতিয়া পৰিমেয় সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰতো বিধিসমূহৰ বিষয়ে আলোচনা কৰোঁ আহাঁ।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

1.2.1 আৱদ্ধতা বিধি (Closure Property)

(i) যোগৰ ক্ষেত্ৰত আৱদ্ধতা বিধি (Closure Property Under Addition)ঃ

$\frac{2}{5}$ আৰু $\frac{-1}{5}$ দুটা পৰিমেয় সংখ্যা লোৱা হ'ল

এই দুটা সংখ্যা যোগ কৰোতে $\frac{2}{5}+(\frac{-1}{5})=\frac{2+(-1)}{5}=\frac{1}{5}$, এটা পৰিমেয় সংখ্যা পালো।

সেইদৰে, 6 আৰু 4 পৰিমেয় সংখ্যা দুটাৰ যোগ কৰাতো দেখা গ'ল 6 + 4 = 10 এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

আকৌ (– 9) আৰু (– 5) পৰিমেয় সংখ্যা দুটাৰ ক্ষেত্ৰতো (– 9) + (– 5) = – 14 এটা পৰিমেয় সংখ্যা পোৱা গ'ল।

গতিকে দেখা গ'ল **দুটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ যোগফল সদায় এটা পৰিমেয় সংখ্যা।**

আমি এইদৰেও ক'ব পাৰো যে, a আৰু b যিকোনো দুটা পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে $(a + b)$ ও এটা পৰিমেয় সংখ্যা হয়।

যিহেতু আমি দুটা পৰিমেয় সংখ্যাক যোগ কৰি আন এটা পৰিমেয় সংখ্যা পাওঁ, গতিকে আমি ক'ম যে পৰিমেয় সংখ্যাসমূহ যোগ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে আৱদ্ধ। পৰিমেয় সংখ্যাৰ এই গুণটোক আমি যোগ সাপেক্ষে আৱদ্ধতা বিধি বুলি কওঁ।

কাৰ্য তলৰ সংখ্যাবোৰৰ যোগফলবোৰে আৱদ্ধতা বিধি মানি চলেনে নচলে নিজে কৰি চোৱা ঃ

(a) $\frac{2}{3}$, 6 (b) $\frac{1}{8}, \frac{3}{4}$ (c) $-\frac{2}{7}, \frac{3}{4}$ (d) $\frac{-1}{7}$, $\frac{-1}{3}$

(ii) বিয়োগৰ ক্ষেত্ৰত আৱদ্ধতা বিধি (Closure Property Under Subtraction)ঃ

বিয়োগৰ ক্ষেত্ৰত আৱদ্ধতা বিধি মানি চলেনে নচলে উদাহৰণৰ সহায়ত কৰি চাওঁ আহা —

পৰিমেয় সংখ্যা $\frac{3}{7}$ ৰ পৰা $\frac{-2}{5}$ পৰিমেয় সংখ্যাটো বিয়োগ কৰিলে $\frac{3}{7}-(\frac{-2}{5})=\frac{15+14}{35}=\frac{29}{35}$ এটা পৰিমেয় সংখ্যা পোৱা গ'ল।

একেদৰে 16 – 14 = 2, এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

14 – 19 = – 5, এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

আকৌ, $(-2)-\frac{5}{6} = \frac{-2\times6-5}{6}$

$=\frac{-12-5}{6} = \frac{-17}{6}$ এটা পৰিমেয় সংখ্যা। ইত্যাদি

প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে আমি একোটা পৰিমেয় সংখ্যা পালো।

তোমালোকে আন পৰিমেয় সংখ্যা লৈও একেদৰে কৰি চাব পাৰা।

∴ আমি ক'ব পাৰো যে **দুটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ বিয়োগফল এটা পৰিমেয় সংখ্যা।**

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অৰ্থাৎ a আৰু b দুটা পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে $(a - b)$ ও এটা পৰিমেয় সংখ্যা।
গতিকে, পৰিমেয় সংখ্যাসমূহ বিয়োগ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে আৱদ্ধ।

কাৰ্য তলৰ সংখ্যাবোৰ বিয়োগ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে আৱদ্ধ হয় নে?

(a) $-6, -9$ (b) $3, \frac{-11}{7}$ (c) $\frac{-1}{4}, \frac{1}{3}$ (d) $\frac{-1}{3}, \frac{-1}{2}$

(iii) পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত আৱদ্ধতা বিধি (Closure Property Under Multiplication)ঃ

এতিয়া পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত কি হয় চাওঁচোন —

$\frac{2}{7}$ আৰু $\frac{-11}{5}$ দুটা পৰিমেয় সংখ্যা লোৱা হ'ল।

এতিয়া, $\frac{2}{7} \times \frac{-11}{5} = \frac{2 \times (-11)}{7 \times 5} = \frac{-22}{35}$, এটা পৰিমেয় সংখ্যা পালো।

ঠিক তেনেকৈ

$(-2) \times 0 = 0$ এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

$11 \times 11 = 121$ পৰিমেয় সংখ্যা ইত্যাদি।

প্ৰতিবাৰতে দুটা পৰিমেয় সংখ্যা পূৰণ কৰি পৰিমেয় সংখ্যাই পালো।
তোমালোকে আন পৰিমেয় সংখ্যা লৈয়ো একেদৰে কৰি চাব পাৰা।
গতিকে **দুটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ পূৰণফল এটা পৰিমেয় সংখ্যা।**
এই ক্ষেত্ৰত ক'ব পাৰো যে a আৰু b পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে $(a \times b)$ ও এটা পৰিমেয় সংখ্যা হয়।
এতেকে **পৰিমেয় সংখ্যাসমূহ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত আৱদ্ধ ।**

কাৰ্য তলৰ সংখ্যাবোৰ পূৰণ সাপেক্ষে আৱদ্ধ হয় নে?

(a) $-5, -11$ (b) $13, \frac{-11}{7}$ (c) $\frac{-1}{4}, \frac{4}{5}$ (d) $\frac{-14}{3}, \frac{-15}{7}$

(iv) হৰণৰ ক্ষেত্ৰত আৱদ্ধতা বিধি (Closure Property Under Division)ঃ

$\frac{2}{6} \div \frac{1}{2} = \frac{2}{6} \times \frac{2}{1} = \frac{4}{6}$ এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

$(-4) \div (-2) = 2$ ও এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

$\frac{0}{2} = 0$, এটা পৰিমেয় সংখ্যা।

কিন্তু $6 \div 0$ অৰ্থহীন

দেখা গ'ল দুটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ হৰণফল সদায় এটা পৰিমেয় সংখ্যা নহ'বও পাৰে।
অৰ্থাৎ a আৰু b দুটা পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে $(a \div b)$ পৰিমেয় সংখ্যা নহ'বও পাৰে।
গতিকে পৰিমেয় সংখ্যাসমূহ হৰণৰ ক্ষেত্ৰত আৱদ্ধ নহয়।
কিন্তু **শূন্যক বাদ দি পৰিমেয় সংখ্যাবোৰ হৰণৰ ক্ষেত্ৰত আৱদ্ধ।**

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

কাৰ্য তলৰ সংখ্যাবোৰ হৰণৰ ক্ষেত্ৰত আৱদ্ধ হয়নে কৰি চোৱা —

(a) 4 , 16 (b) – 49, 7 (c) $-\frac{2}{7}, \frac{3}{4}$ (d) $-\frac{1}{8}, \quad -\frac{1}{7}$

1.2.2 ক্ৰম বিনিময় বিধি (Commutative Property)

এই বিধিৰ কাৰণেও আমি কিছুমান উদাহৰণৰ পৰীক্ষা কৰিম।

(i) যোগৰ ক্ষেত্ৰত ক্ৰম বিনিময় বিধি (Commutative Property Under Addition)ঃ

$\frac{3}{5}$ আৰু $(\frac{-2}{7})$ পৰিমেয় সংখ্যা দুটা লৈ যোগ কৰোঁতে $\frac{3}{5}+(\frac{-2}{7})=\frac{21-10}{35}=\frac{11}{35}$ পালো।

সেইদৰে $\frac{-2}{7}+\frac{3}{5}=\frac{-2\times5}{7\times5}+\frac{3\times7}{5\times7}=\frac{-10+21}{35}=\frac{11}{35}$

$\therefore$ দেখা গ'ল $\frac{3}{5}+\frac{(-2)}{7}=\frac{(-2)}{7}+\frac{3}{5}$

সেইদৰে 3 + 2 = 5 = 2 + 3

(– 6) + (– 5) = – 11 = (– 5) + (– 6)

তোমালোকে আন পৰিমেয় সংখ্যা লৈয়ো একেদৰে কৰি চাব পাৰা। কি পালা?

দেখা গ'ল যে দুটা পৰিমেয় সংখ্যা যিকোনো ক্ৰমতে যোগ কৰিলেও যোগফল একে হ'ব।

গতিকে আমি এইদৰে ক'ব পাৰো যে,

a আৰু b যিকোনো দুটা পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে $a + b = b + a$

অৰ্থাৎ **পৰিমেয় সংখ্যাসমূহে যোগ সাপেক্ষে ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি চলে।**

কাৰ্য তলৰ সংখ্যাবোৰে যোগৰ ক্ষেত্ৰত ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি চলেনে কৰি চোৱা —

(a) 26, 37 (b) – 48, – 17 (c) $\frac{12}{7}$, 0

(ii) বিয়োগৰ ক্ষেত্ৰত ক্ৰম বিনিময় বিধি (Commutative Property Under Subtraction)ঃ

যোগৰ দৰে দুটা পৰিমেয় সংখ্যা যিকোনো ক্ৰমত বিয়োগ কৰোঁ আহাঁ —

$\frac{2}{3}-\frac{7}{4}=\frac{8-21}{12}=\frac{-13}{12}$

$\frac{7}{4}-\frac{2}{3}=\frac{21-8}{12}=\frac{13}{12}$

$\therefore \frac{2}{3}-\frac{7}{4}\neq\frac{7}{4}-\frac{2}{3}$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

আন দুটা পৰিমেয় সংখ্যা বিয়োগ কৰি চাওঁ আহাঁ —

$4 - 3 = 1$

$3 - 4 = -1$

$\therefore\ 4 - 3 \neq 3 - 4$

দেখা গ'ল যে পৰিমেয় সংখ্যাসমূহ যিকোনো ক্ৰমত বিয়োগ কৰিলে বিয়োগফল সমান নহয়।

গতিকে, a আৰু b যিকোনো দুটা পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে $a - b \neq b - a$

অৰ্থাৎ **পৰিমেয় সংখ্যাসমূহে বিয়োগৰ ক্ষেত্ৰত ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি নচলে।**

কাৰ্য তলৰ সংখ্যাবোৰে বিয়োগৰ ক্ষেত্ৰত ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি চলেনে কৰি চোৱা —

(a) $-3, -6$ (b) $-15, 15$ (c) $\frac{1}{4}, \frac{3}{5}$

(iii) পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত ক্ৰম বিনিময় বিধি (Commutative Property Under Multiplication) ঃ

কেইটামান উদাহৰণৰ সহায়ত পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি চলেনে নচলে চাওঁ আহা —

$2 \times 0 = 0 = 0 \times 2$

$3 \times (-2) = -6 = (-2) \times 3$

সেইদৰে, $\frac{2}{3} \times \left(\frac{-5}{7}\right) = \frac{-10}{21}$

$\left(\frac{-5}{7}\right) \times \frac{2}{3} = \frac{-10}{21}$

$\therefore \frac{2}{3} \times \left(\frac{-5}{7}\right) = \left(\frac{-5}{7}\right) \times \frac{2}{3}$

গতিকে দেখা গ'ল দুটা পৰিমেয় সংখ্যা যিকোনো ক্ৰমত পূৰণ কৰিলে পূৰণফল সমান হয়।

গতিকে, এনেদৰেও ক'ব পাৰো যে পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত a আৰু b যিকোনো দুটা পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে

$$a \times b = b \times a$$

গতিকে, **পৰিমেয় সংখ্যাসমূহে পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি চলে।**

কাৰ্য তলৰ সংখ্যাবোৰে পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি চলেনে কৰি চোৱা —

(a) $4, -7$ (b) $-5, -9$ (c) $\frac{5}{3}, 1$ (d) $\frac{3}{7}, \frac{-4}{5}$

(iv) হৰণৰ ক্ষেত্ৰত ক্ৰম বিনিময় বিধি (Commutative Property Under Division) ঃ

এইক্ষেত্ৰত দুটা পৰিমেয় সংখ্যা এটাই আনটোক যিকোনো ক্ৰমত হৰণ কৰিলে কি পাম মন কৰাচোন

$\frac{2}{5} \div \frac{4}{15} = \frac{2}{5} \times \frac{15}{4} = \frac{30}{20}$

$\frac{4}{15} \div \frac{2}{5} = \frac{4}{15} \times \frac{5}{2} = \frac{20}{30}$

$\therefore\ \frac{2}{5} \div \frac{4}{15} \neq \frac{4}{15} \div \frac{2}{5}$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

সেইদৰে,

$$4 \div 2 = 2, \qquad 2 \div 4 = \frac{2}{4}$$
$$4 \div 2 \neq 2 \div 4$$

তেনেদৰে, $(-6) \div 2 = -3, \qquad 2 \div (-6) = \frac{2}{-6}$
$$(-6) \div 2 \neq 2 \div (-6)$$

দেখা গ'ল যিকোনো দুটা পৰিমেয় সংখ্যা যিকোনো ক্ৰমত হৰণ কৰিলে হৰণফল একে নহয়। ওপৰত কোৱাৰ দৰে হৰণৰ ক্ষেত্ৰতো a আৰু b যিকোনো দুটা পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে

$$a \div b \neq b \div a$$

গতিকে **পৰিমেয় সংখ্যাসমূহ হৰণৰ ক্ষেত্ৰত ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি নচলে।**

কাৰ্য তলৰ সংখ্যাবোৰে হৰণৰ ক্ষেত্ৰত ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি চলেনে কৰি চোৱা —

(a) 3, 15 (b) – 5, 17 (c) $\frac{7}{4}$, 1

1.2.3 সহযোগ বিধি (Associative Property)

যিকোনো তিনিটা স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ a, b আৰু c ৰ ক্ষেত্ৰত তোমালোকে পাই আহিছা যে

$(a + b) + c = a + (b + c)$।

এতিয়া পৰিমেয় সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত চাওঁ আহাচোন সহযোগ বিধি প্ৰযোজ্য হয় নে?

(i) যোগৰ ক্ষেত্ৰত সহযোগ বিধি (Associative Property Under Addition): যোগৰ ক্ষেত্ৰত সহযোগ বিধি মানি চলেনে জানিবলৈ কেইটামান পৰিমেয় সংখ্যা লৈ কৰি চাওঁ আহা —

$$\left\{\frac{3}{4}+\left(\frac{-2}{3}\right)\right\}+\frac{5}{6}$$
$$=\left\{\frac{9+(-8)}{12}\right\}+\frac{5}{6}$$
$$=\frac{1}{12}+\frac{5}{6}$$
$$=\frac{1+10}{12}$$
$$=\frac{11}{12}$$

আকৌ, $\frac{3}{4}+\left\{\left(\frac{-2}{3}\right)+\frac{5}{6}\right\}$

$$=\frac{3}{4}+\left\{\left(\frac{-4+5}{6}\right)\right\}$$
$$=\frac{3}{4}+\frac{1}{6}$$
$$=\frac{9+2}{12}$$
$$=\frac{11}{12}$$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

দেখা গ'ল

$$\left\{\frac{3}{4}+\frac{(-2)}{3}\right\}+\frac{5}{6}=\frac{3}{4}+\left\{\frac{(-2)}{3}+\frac{5}{6}\right\}$$

সেইদৰে,

$(3 + 4) + 5 = 7 + 5 = 12$
$3 + (4 + 5) = 3 + 9 = 12$
$\therefore\ (3 + 4) + 5 = 3 + (4 + 5)$

ঠিক তেনেকৈ,

$\{(-3) + 2\} + (-5)$
$= (-1) + (-5)$
$= -6$

$(-3) + \{2 + (-5)\}$
$= (-3) + (-3)$
$= -6$

দেখা গ'ল

$\{(-3) + 2\} + (-5) = (-3) + \{2 + (-5)\}$

$\therefore\ a, b, c$ তিনিটা পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে

$(a + b) + c = a + (b + c)$

গতিকে, **পৰিমেয় সংখ্যাসমূহে যোগৰ ক্ষেত্ৰত সহযোগ বিধি মানি চলে।**

কাৰ্য তলৰ সংখ্যাবোৰে যোগৰ ক্ষেত্ৰত সহযোগ বিধি মানি চলেনে কৰি চোৱা

(a) $7, -5, 6$ (b) $7, \frac{1}{5}, 0$ (c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$

(ii) বিয়োগৰ ক্ষেত্ৰত সহযোগ বিধি (Associative Property Under Subtraction)ঃ

বিয়োগৰ ক্ষেত্ৰত সহযোগ বিধি মানি চলে নে জানিবলৈ কেইটামান পৰিমেয় সংখ্যা লৈ কৰি চাওঁ আহা—

$$\left\{-\frac{2}{5}-\frac{7}{10}\right\}-\frac{1}{2}$$
$$=\left\{\frac{-4-7}{10}\right\}-\frac{1}{2}$$
$$=\frac{-11}{10}-\frac{1}{2}$$
$$=\frac{-11-5}{10}$$
$$=\frac{-16}{10}$$

আকৌ, $\left(\frac{-2}{5}\right)-\left\{\frac{7}{10}-\frac{1}{2}\right\}$

$$=\left(\frac{-2}{5}\right)-\left\{\frac{7-5}{10}\right\}$$
$$=\left(\frac{-2}{5}\right)-\frac{2}{10}$$
$$=\frac{-4-2}{10}$$
$$=\frac{-6}{10}$$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

$$\therefore \left\{-\frac{2}{5}-\frac{7}{10}\right\}-\frac{1}{2} \neq -\frac{2}{5}-\left\{\frac{7}{10}-\frac{1}{2}\right\}$$

সেইদৰে,

$(6-4)-2 = 2-2 = 0$
$6-(4-2) = 6-2 = 4$
$\therefore (6-4)-2 \neq 6-(4-2)$

ঠিক তেনেকৈ,

$\{(-2)-(-3)\}-(-1)$
$= 1-(-1)$
$= 2$

$(-2)-\{(-3)-(-1)\}$
$= (-2)-(-2)$
$= 0$

দেখা গ'ল

$$\{(-2)-(-3)\}-(-1) \neq (-2)-\{(-3)-(-1)\}$$

এতিয়া আমি ক'ব পাৰো যে,

a, b, c তিনিটা পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে

$(a-b)-c \neq a-(b-c)$

গতিকে, **পৰিমেয় সংখ্যাই বিয়োগত সহযোগ বিধি মানি নচলে।**

কাৰ্য তলৰ সংখ্যাবোৰে বিয়োগৰ ক্ষেত্ৰত সহযোগ বিধি মানি চলেনে কৰি চোৱা

(a) $7, -5, 6$ (b) $7, \frac{1}{5}, 0$ (c) $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$

(iii) পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত সহযোগ বিধি (Associative Property Under Multiplication)ঃ

পূৰণৰ ক্ষেত্ৰতো আগৰ দৰে কিছুমান পৰিমেয় সংখ্যা লৈ সহযোগ বিধি মানি চলে নে চাওঁ আহা

$\left\{\left(-\frac{7}{9}\right)\times\frac{2}{5}\right\}\times\frac{7}{3}$
$= \frac{-14}{45}\times\frac{7}{3}$
$= \frac{-98}{135}$

$\left(-\frac{7}{9}\right)\times\left\{\frac{2}{5}\times\frac{7}{3}\right\}$
$= \left(-\frac{7}{9}\right)\times\frac{14}{15}$
$= \frac{-98}{135}$

এইক্ষেত্ৰত দেখা গ'ল

$$\left\{\left(\frac{-7}{9}\right)\times\frac{2}{5}\right\}\times\frac{7}{3} = \left(\frac{-7}{9}\right)\times\left\{\frac{2}{5}\times\frac{7}{3}\right\}$$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

সেইদৰে,

$(3 \times 4) \times 5 = 12 \times 5 = 60$ । আনহাতে, $3 \times (4 \times 5) = 3 \times 20 = 60$

$\therefore (3 \times 4) \times 5 = 3 \times (4 \times 5)$

আকৌ, $(-9) \times \{(-6) \times 4\} = (-9) \times (-24) = 216$

$\{(-9) \times (-6)\} \times 4 = 54 \times 4 = 216$

$\therefore (-9) \times \{(-6) \times 4\} = \{(-9) \times (-6)\} \times 4$

তোমালোকে আন পৰিমেয় সংখ্যা লৈও একেদৰে কৰি চাব পাৰা।

গতিকে প্ৰতিটো উদাহৰণৰ পৰা আমি ক'ব পাৰো যে,

a, b, c তিনিটা যিকোনো পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

$\therefore$ **পৰিমেয় সংখ্যাই পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত সহযোগ বিধি মানি চলে।**

কার্য তলৰ সংখ্যাবোৰে পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত সহযোগ বিধি মানি চলেনে কৰি চোৱা —

(a) 12, –11, 7 (b) – 5, – 4, – 3 (c) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$

(iv) হৰণৰ ক্ষেত্ৰত সহযোগ বিধি (Associative Property Under Division)ঃ

তিনিটা পৰিমেয় সংখ্যা লৈ হৰণৰ ক্ষেত্ৰত সহযোগ বিধিটো মানি চলেনে চাওঁ আহা —

$$\left\{\frac{2}{3} \div \frac{1}{5}\right\} \div \left(\frac{-2}{5}\right)$$
$$= \left\{\frac{2}{3} \times \frac{5}{1}\right\} \div \left(\frac{-2}{5}\right)$$
$$= \frac{10}{3} \div \left(\frac{-2}{5}\right)$$
$$= \frac{10}{3} \times \left(\frac{5}{-2}\right)$$
$$= \frac{25}{-3}$$
$$= \frac{-25}{3}$$

$$\frac{2}{3} \div \left\{\frac{1}{5} \div \left(\frac{-2}{5}\right)\right\}$$
$$= \frac{2}{3} \div \left(\frac{1}{5} \times \frac{5}{-2}\right)$$
$$= \frac{2}{3} \div \left(\frac{-5}{10}\right)$$
$$= \frac{2}{3} \times \frac{-10}{5}$$
$$= \frac{-4}{3}$$

$$\therefore \left\{\frac{2}{3} \div \frac{1}{5}\right\} \div \left(\frac{-2}{5}\right) \neq \frac{2}{3} \div \left\{\frac{1}{5} \div \left(\frac{-2}{5}\right)\right\}$$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

সেইদৰে, $(6 \div 3) \div 2 = 2 \div 2 = 1$ আৰু, $6 \div (3 \div 2) = 6 \div \frac{3}{2} = 6 \times \frac{2}{3} = \frac{12}{3} = 4$

$\therefore (6 \div 3) \div 2 \neq 6 \div (3 \div 2)$

গতিকে আমি কম যে **হৰণৰ ক্ষেত্ৰত পৰিমেয় সংখ্যাসমূহে সহযোগ বিধি মানি নচলে।**

a, b, c তিনিটা পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে

$(a \div b) \div c \neq a \div (b \div c)$

কাৰ্য তলৰ সংখ্যাবোৰে হৰণৰ ক্ষেত্ৰত সহযোগ বিধি মানি চলেনে কৰি চোৱা

(a) $6, -2, -3$ (b) $\frac{2}{7}, \frac{5}{6}, 8$ (c) $-\frac{4}{5}, 8, -\frac{7}{9}$

ওপৰৰ আলোচনাৰ পৰা আমি পৰিমেয় সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত কি শিকিলো

আৱদ্ধতা বিধি	যোগ, বিয়োগ আৰু পূৰণত আৱদ্ধ হৰণত আৱদ্ধ নহয়
বিনিময় বিধি	যোগ আৰু পূৰণত মানি চলে বিয়োগ আৰু হৰণত মানি নচলে
সহযোগ বিধি	যোগ আৰু পূৰণত মানি চলে বিয়োগ আৰু হৰণত মানি নচলে

1.2.4 বিতৰণ বিধি (Distributive Law)

তোমালোকে ইতিমধ্যে অখণ্ড সংখ্যাৰ বিতৰণ বিধি পাই আহিছা। a, b, c তিনিটা অখণ্ড সংখ্যাৰ বাবে $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ পৰিমেয় সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত এই বিতৰণ বিধি চাওঁ আহা।

$\frac{3}{4}, \frac{-2}{5}, \frac{5}{6}$ তিনিটা পৰিমেয় সংখ্যা

এতিয়া,

$$\frac{3}{4} \times \left\{\frac{-2}{5} + \frac{5}{6}\right\}$$

$$= \frac{3}{4} \times \left\{\frac{-2 \times 6}{5 \times 6} + \frac{5 \times 5}{6 \times 5}\right\}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{13}{30}$$

$$= \frac{3 \times 13}{4 \times 30} = \frac{39}{120}$$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

আকৌ, $\frac{3}{4}\times\left(\frac{-2}{5}\right)+\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}$

$=\frac{-6}{20}+\frac{15}{24}$

$=\frac{-36+75}{120}$

$=\frac{39}{120}$

$$\begin{array}{r|l} 4 & 20,\ 24 \\ \hline & 5,\ \ 6 \end{array}$$

ল.সা.গু. = $4\times5\times6$

$= 120$

দেখা গ'ল

$$\frac{3}{4}\times\left[\frac{-2}{5}+\frac{5}{6}\right]=\frac{3}{4}\times\left(\frac{-2}{5}\right)+\frac{3}{4}\times\left(\frac{5}{6}\right)$$

তোমালোকে যিকোনো তিনিটা পৰিমেয় সংখ্যা লৈও বিতৰণ ধৰ্ম মানি চলেনে চাব পৰা।

গতিকে a, b, c যিকোনো তিনিটা পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে

$$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$$

সেইদৰে,

$$a\times(b-c)=a\times b-a\times c$$

এই বিধিটোক যোগ আৰু বিয়োগ সাপেক্ষে পূৰণৰ বিতৰণ বিধি বা চমুকৈ বিতৰণ বিধি বুলি কোৱা হয়।

কাৰ্য তলৰ পৰিমেয় সংখ্যাকেইটাই যোগ আৰু বিয়োগ সাপেক্ষে বিতৰণ বিধি মানি চলেনে কৰি চোৱা।

$-\frac{3}{4}, \frac{2}{3}$ আৰু $\frac{5}{6}$

1.3 যোগাত্মক অভেদ (Additive Identity)

$0 + 2 = 2 = 2 + 0$

$0 + (-5) = (-5) = (-5) + 0$

$\frac{2}{3}+0=\frac{2}{3}=0+\frac{2}{3}$

$\left(\frac{-5}{7}\right)+0=-\frac{5}{7}=0+\left(\frac{-5}{7}\right)$

গতিকে, শূন্যৰ লগত যিকোনো পৰিমেয় সংখ্যা যোগ কৰিলে যোগফল সেই পৰিমেয় সংখ্যাটোৰেই হয়।

অৰ্থাৎ a যিকোনো এটা পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে,

$a + 0 = a = 0 + a$

শূন্য(0) ক যোগৰ ক্ষেত্ৰত অভেদ বুলি কোৱা হয়।

শূন্য হ'ল **যোগাত্মক অভেদ (Additive Identity)** ।

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

1.4 গুণাত্মক অভেদ (Multiplicative Identity)

যিকোনো পৰিমেয় সংখ্যাৰ সৈতে 1ৰ পূৰণফল চাওঁচোন

$5 \times 1 = 5 = 1 \times 5$

$(-3) \times 1 = -3 = 1 \times (-3)$

$\frac{5}{6} \times 1 = \frac{5}{6} = 1 \times \frac{5}{6}$

$\left(\frac{-3}{2}\right) \times 1 = \frac{-3}{2} = 1 \times \left(\frac{-3}{2}\right)$

যিকোনো পৰিমেয় সংখ্যাক 1 ৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফল সেই সংখ্যাটোৱেই হয়।

অৰ্থাৎ, যিকোনো এটা পৰিমেয় সংখ্যা a ৰ বাবে

$a \times 1 = a = 1 \times a$

1 ক পৰিমেয় সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত **গুণাত্মক অভেদ (Multiplicative Identity)** বুলি কোৱা হয়।

1.5 যোগাত্মক বিপৰীত (Additive Inverse)

দুটা সংখ্যাৰ যোগফল শূন্য হ'লে সংখ্যা দুটাৰ এটাক আনটোৰ **যোগাত্মক বিপৰীত (Additive Inverse)** বুলি কোৱা হয়।

যেনে $3 + (-3) = 0$ গতিকে 3 ৰ যোগাত্মক বিপৰীত -3

বা, ওলোটাকৈ -3ৰ যোগাত্মক বিপৰীত হৈছে 3

$(-5) + 5 = 0$

$\frac{2}{3} + (\frac{-2}{3}) = 0$

গতিকে -5 ৰ যোগাত্মক বিপৰীত 5 আৰু $\frac{2}{3}$ ৰ যোগাত্মক বিপৰীত $-\frac{2}{3}$

গতিকে, a যিকোনো এটা পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে

$a + (-a) = 0 = (-a) + a$

$(-a)$ ক a ৰ যোগাত্মক বিপৰীত বা a ক $(-a)$ ৰ যোগাত্মক বিপৰীত বুলি কোৱা হয়।

0 ৰ যোগাত্মক বিপৰীত 0।

কাৰ্য

$\frac{6}{9}$ ৰ যোগাত্মক বিপৰীত কি হ'ব লিখা [ ]

$\frac{-11}{15}$ ৰ যোগাত্মক বিপৰীত কি হ'ব লিখা [ ]

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

1.6 গুণাত্মক বিপৰীত (Multiplicative Inverse)

দুটা সংখ্যাৰ পূৰণফল 1 হ'লে সংখ্যা দুটাৰ এটাক আনটোৰ গুণাত্মক বিপৰীত বুলি কোৱা হয়।
উদাহৰণস্বৰূপে

$7\times\frac{1}{7} = 1$ নাইবা $\frac{1}{7}\times 7 = 1$ গতিকে, 7ৰ গুণাত্মক বিপৰীত $\frac{1}{7}$ বা $\frac{1}{7}$ ৰ গুণাত্মক বিপৰীত 7

ঠিক তেনেকৈ

$(-5)\times\left(\frac{1}{-5}\right)=1$ নাইবা $\left(\frac{1}{-5}\right)\times(-5)=1$ অৰ্থাৎ -5 ৰ গুণাত্মক বিপৰীত $\frac{1}{-5}$

বা, $\frac{1}{-5}$ ৰ গুণাত্মক বিপৰীত -5

আকৌ, $\frac{3}{5}\times\frac{5}{3}=1=\frac{5}{3}\times\frac{3}{5}$ গতিকে, $\frac{3}{5}$ ৰ গুণাত্মক বিপৰীত $\frac{5}{3}$ বা $\frac{5}{3}$ ৰ গুণাত্মক বিপৰীত $\frac{3}{5}$

সেইদৰে ,

$\left(-\frac{3}{7}\right)\times\left(-\frac{7}{3}\right) = 1 = \left(-\frac{7}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{7}\right)$ গতিকে $-\frac{3}{7}$ ৰ গুণাত্মক বিপৰীত $-\frac{7}{3}$

বা, $-\frac{7}{3}$ ৰ গুণাত্মক বিপৰীত $-\frac{3}{7}$

অৰ্থাৎ, a যিকোনো এটা অশূন্য পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে $\frac{1}{a}$ ক a ৰ গুণাত্মক বিপৰীত বা a ক $\frac{1}{a}$ ৰ গুণাত্মক বিপৰীত বুলি কোৱা হয়। গুণাত্মক বিপৰীতৰ সমাৰ্থক শব্দ **প্ৰতিক্ৰম (Reciprocal)** ।
1 ৰ প্ৰতিক্ৰম হ'ল 1।

কাৰ্য তোমাৰ সহপাঠীৰ লগত আলোচনা কৰি তলৰ প্ৰশ্ন কেইটাৰ উত্তৰ লিখা।

6 ৰ গুণাত্মক বিপৰীত ☐

(– 9) ৰ গুণাত্মক বিপৰীত ☐

$\frac{2}{3}$ ৰ গুণাত্মক বিপৰীত ☐

$\frac{-5}{7}$ ৰ গুণাত্মক বিপৰীত ☐

$\frac{1}{7}$ ৰ গুণাত্মক বিপৰীত ☐

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 1 ঃ সংখ্যাৰ বিধি ব্যৱহাৰ কৰি মান নিৰ্ণয় কৰা

$$\frac{2}{5}\times\frac{-2}{7}-\frac{1}{12}-\frac{3}{7}\times\frac{2}{5}$$

সমাধান ঃ

$$\frac{2}{5}\times\frac{-2}{7}-\frac{1}{12}-\frac{3}{7}\times\frac{2}{5}$$

$$=\left(\frac{2}{5}\times\frac{-2}{7}-\frac{3}{7}\times\frac{2}{5}\right)-\frac{1}{12}$$

$$=\frac{2}{5}\times\left(\frac{-2}{7}-\frac{3}{7}\right)-\frac{1}{12} \qquad \text{(বিতৰণ বিধি)}$$

$$=\frac{2}{5}\times\left(\frac{-2-3}{7}\right)-\frac{1}{12}$$

$$=\frac{2}{5}\times\left(\frac{-5}{7}\right)-\frac{1}{12}$$

$$=\frac{-2}{7}-\frac{1}{12}$$

$$=\frac{-24-7}{84} \qquad \text{(7 আৰু 12 ৰ ল.সা.গু. 84)}$$

$$=\frac{-31}{84}$$

উদাহৰণ 2 ঃ $-2\times\frac{5}{7}$ ৰ যোগাত্মক বিপৰীত সংখ্যাটো লিখা

সমাধান ঃ $-2\times\frac{5}{7}$ ৰ যোগাত্মক বিপৰীত সংখ্যাটো হ'ল $+\left(2\times\frac{5}{7}\right)=2\times\frac{5}{7}=\frac{10}{7}$

নাইবা, এনেদৰেও কৰিব পাৰি

$-2\times\frac{5}{7}=\frac{-10}{7}$ ৰ যোগাত্মক বিপৰীত সংখ্যাটো হ'ল $\frac{10}{7}$

উদাহৰণ 3 ঃ $2\times\frac{-6}{7}$ ৰ গুণাত্মক বিপৰীত সংখ্যাটো লিখা

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

সমাধান ঃ $2 \times \left(\frac{-6}{7}\right) = \frac{2 \times (-6)}{7} = -\frac{12}{7}$

$\therefore -\frac{12}{7}$ ৰ গুণাত্মক বিপৰীত $-\frac{7}{12}$

অনুশীলনী 1.1 (Exercise)

1. তলত দিয়াবোৰ সত্য নে অসত্য বিচাৰ কৰা ঃ
   - (i) পৰিমেয় সংখ্যাই যোগ আৰু পূৰণৰ বিনিময় বিধি মানি চলে।
   - (ii) পৰিমেয় সংখ্যাই বিয়োগ আৰু হৰণৰ ক্ষেত্ৰত সহযোগ বিধি মানি চলে।
   - (iii) পৰিমেয় সংখ্যা বিয়োগত আৱদ্ধ নহয়।
   - (iv) শূন্যৰ প্ৰতিক্ৰম নাই।
   - (v) 0 টো পৰিমেয় সংখ্যা।
   - (vi) $\frac{3}{2} \times \frac{5}{6} \times \frac{4}{7} = \frac{4}{7} \times \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}$
   - (vii) $\frac{5}{9} \times \left(\frac{1}{3} + \frac{7}{3}\right) = \frac{5}{9} \times \frac{1}{3} + \frac{7}{3}$
   - (viii) $\frac{7}{12} - \frac{3}{7} + \frac{11}{12} = \frac{7}{12} - (\frac{3}{7} + \frac{11}{12})$
   - (ix) $\frac{-3}{11} \times \frac{2}{9} = \frac{-3}{11}$
   - (x) $\frac{4}{9}\left(\frac{11}{12} + \frac{-5}{6}\right) = \frac{4}{9} \times \frac{11}{12} + \frac{4}{9} \times \left(\frac{-5}{6}\right)$

2. যোগাত্মক বিপৰীত সংখ্যাবোৰ লিখা।

   (i) $\frac{-7}{9}$ (ii) 3 (iii) $\frac{-2}{8}$

   (iv) $\frac{19}{-7}$ (v) $\frac{-a}{c}$

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

3. $-\frac{20}{11}$ আৰু $\frac{5}{6}$ ৰ যোগাত্মক বিপৰীত সংখ্যা দুটা লিখা।

4. গুণাত্মক বিপৰীত সংখ্যাবোৰ লিখা।

(i) -13 (ii) $\frac{-4}{9}\times\frac{-2}{7}$ (iii) $-2\times\frac{2}{5}$

(iv) -1 (v) $\frac{2n}{5}$

5. $-1\frac{2}{3}$ ৰ গুণাত্মক বিপৰীত $\frac{5}{3}$ হয়নে? যুক্তি দিয়া।

6. 1 ৰ গুণাত্মক আৰু যোগাত্মক বিপৰীত কি কি?

7. $\frac{-4}{9}$ আৰু $\frac{11}{16}$ ৰ গুণাত্মক বিপৰীত সংখ্যা দুটা লিখা।

8. তলৰ সংখ্যা দুটাৰ প্ৰতিক্ৰম লিখা।

(i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{-5}{12}$

9. প্ৰতিক্ৰমৰ লগত একে হোৱা পৰিমেয় সংখ্যা কি কি?

10. $\frac{-25}{26}$ ক $\frac{5}{13}$ ৰ প্ৰতিক্ৰমেৰে পূৰণ কৰা।

11. কি বিধি প্ৰয়োগ হৈছে লিখা।

(i) $\frac{-3}{5}\times\frac{-2}{7}=\frac{-2}{7}\times\frac{-3}{5}$ (ii) $\frac{-4}{5}+0=\frac{-4}{5}=0+\frac{-4}{5}$ (iii) $\frac{2}{9}\times1=1\times\frac{2}{9}=\frac{2}{9}$

12. সংখ্যাৰ বিধি ব্যৱহাৰ কৰি মান নিৰ্ণয় কৰা।

(i) $\frac{6}{7}+\frac{2}{5}+\frac{2}{7}+\frac{1}{5}$

(ii) $670\times\frac{7}{11}+670\times\frac{1}{3}$

(iii) $\frac{7}{5}\times\left(\frac{-3}{8}\right)+\frac{3}{4}\times\frac{7}{5}$

(iv) $-\frac{5}{9}\left(\frac{-27}{15}+\frac{36}{25}\right)$

(v) $\frac{2}{3}+\frac{3}{3}-\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

(vi) $\frac{4}{7}\times\left(\frac{-5}{9}\right)+\frac{4}{7}\times\frac{1}{5}$

(vii) $\frac{2}{3}\times(\frac{-5}{7})-\frac{1}{6}\times\frac{3}{7}+\frac{1}{14}\times\frac{2}{3}$

13. তলৰ সংখ্যাকেইটাই যোগ আৰু পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত সহযোগ বিধি মানি চলেনে কৰি চোৱা

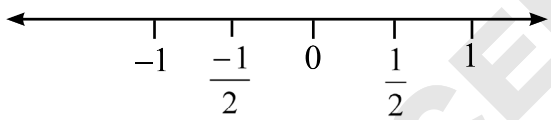
$-\frac{2}{3}, \frac{3}{8}$ আৰু $\frac{4}{5}$

14. এটা উদাহৰণৰ দ্বাৰা দেখুওৱা যে পৰিমেয় সংখ্যা হৰণৰ ক্ষেত্ৰত আৱদ্ধ নহয়।

1.7 সংখ্যাৰেখাত পৰিমেয় সংখ্যাৰ উপস্থাপন (Representation of Rational Numbers on the Number Line)

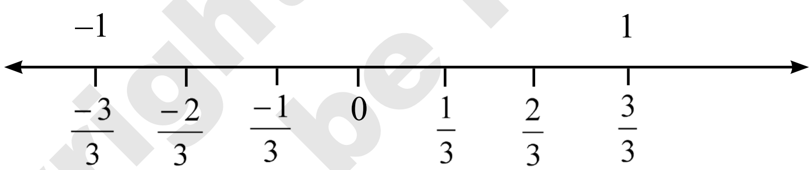
অখণ্ড সংখ্যাসমূহক যিদৰে সংখ্যাৰেখাত দেখুওৱা হৈছে সেইদৰে পৰিমেয় সংখ্যাবোৰকো সংখ্যাৰেখাত দেখুৱাব পাৰি।

(i) তলৰ সংখ্যাৰেখাডাল মন কৰা



সংখ্যাৰেখাত 0 আৰু 1 বুজোৱা বিন্দু দুটাৰ সোঁমাজৰ বিন্দুটোক $\frac{1}{2}$ ৰে চিহ্নিত কৰা হৈছে। অৰ্থাৎ 0 আৰু 1 বুজোৱা বিন্দু দুটাৰ মাজৰ ৰেখাখণ্ডক সমানে দুভাগ কৰা হৈছে। সেইদৰে –1 আৰু 0 ৰ মাজৰ ৰেখাখণ্ডক সমানে দুভাগ পোৱা বিন্দুটোক $-\frac{1}{2}$ ৰে চিহ্নিত কৰা হৈছে।

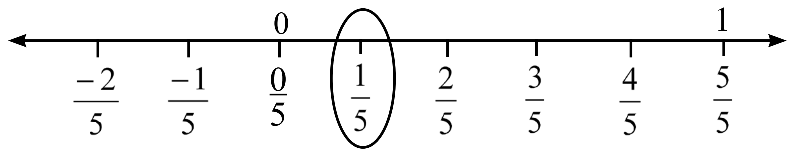
(ii)



সংখ্যাৰেখাত 0 আৰু 1 ৰ মাজৰ ৰেখাখণ্ডক সমানে তিনিভাগ কৰা বিন্দু দুটাক $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ ৰে চিহ্নিত কৰা হৈছে। সেইদৰে –1 আৰু 0 ৰ ৰেখাখণ্ডক সমানে 3 ভাগ কৰি ক্ৰমে $-\frac{1}{3}$ আৰু $-\frac{2}{3}$ ৰে চিহ্নিত কৰা হৈছে।

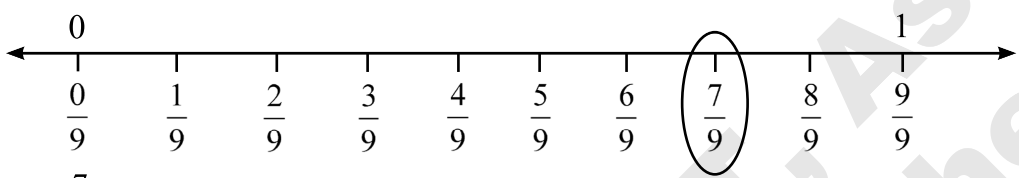
(iii) সংখ্যাৰেখাত $\frac{1}{5}$ দেখুৱাবলৈ 0 আৰু 1 ৰ মাজৰ ৰেখাখণ্ডক সমান সমান 5 টা ভাগক ভাগ কৰিব লাগিব। পাঁচভাগ কৰা বিন্দু চাৰিটাক 0 ৰ পৰা ক্ৰমে $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}$ আৰু $\frac{4}{5}$ ৰে চিহ্নিত কৰা হৈছে।

Copyright SCERT, Assam not to be republished



এনেদৰে 0 আৰু 1 ৰ মাজৰ যিকোনো পৰিমেয় সংখ্যাক সংখ্যাৰেখাত দেখুৱাব পৰা যায়। এনেবোৰ পৰিমেয় সংখ্যাৰ হৰটোৱে সংখ্যাৰ প্ৰথম একক দূৰত্বক (0 ৰ পৰা 1 লৈ) কিমানটা সমান ভাগত ভাগ কৰিব লাগিব সেইটো নিৰ্দেশ কৰে।

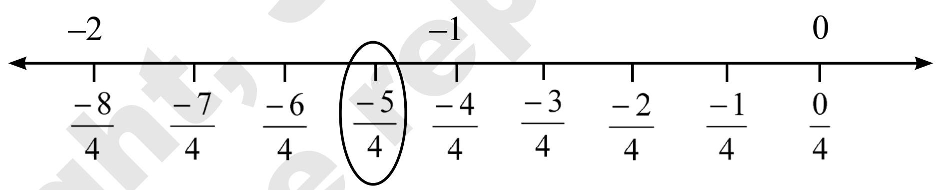
উদাহৰণ 1 ঃ $\frac{7}{9}$ ক সংখ্যাৰেখাত উপস্থাপন



$\frac{7}{9}$ ত হৰ 9

সংখ্যাৰেখাৰ 0 আৰু 1 বুজোৱা বিন্দু দুটাৰ মাজৰ ৰেখাখণ্ডক সমানে 9 ভাগ কৰা হ'ল। 7 ভাগ হোৱা স্থানত $\frac{7}{9}$ ৰে প্ৰকাশ কৰা হৈছে।

উদাহৰণ 2 ঃ $\frac{-5}{4}$ ক সংখ্যাৰেখাত উপস্থাপন



কাৰ্য তলত দিয়া সংখ্যাবোৰ সংখ্যাৰেখাত উপস্থাপন কৰা।

$\frac{2}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{-2}{5}$, $\frac{-1}{4}$, $\frac{-7}{9}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{-9}{5}$

1.8 দুটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ মাজৰ পৰিমেয় সংখ্যা (Rational Numbers Between Two Rational Numbers)

তলৰ কথাখিনি ভালদৰে মন কৰা।

2 আৰু 5 ৰ মাজৰ স্বাভাৱিক সংখ্যা 3 আৰু 4

- 3 আৰু 3 ৰ মাজৰ অখণ্ড সংখ্যা - 2, - 1, 0, 1 আৰু 2

আকৌ, $\frac{5}{11}$ আৰু $\frac{9}{11}$ ৰ মাজত $\frac{6}{11}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{8}{11}$ যিকোনো তিনিটা পৰিমেয় সংখ্যা আছে।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

ইয়াত

$\frac{5}{11}$ ক $\frac{5\times10}{11\times10}=\frac{50}{110}$ আৰু

$\frac{9}{11}$ ক $\frac{9\times10}{11\times10}=\frac{90}{110}$ লিখিব পৰা যায়।

এতিয়া $\frac{51}{110}, \frac{52}{110}, \frac{53}{110}$ ...... $\frac{89}{110}$ এই পৰিমেয় সংখ্যাকেইটাও $\frac{50}{110}$ আৰু $\frac{90}{110}$ ৰ মাজত আছে।

অৰ্থাৎ $\frac{5}{11}$ আৰু $\frac{9}{11}$ ৰ মাজত আছে.

একেদৰে

$$\frac{5}{11}=\frac{50}{110}=\frac{50\times10}{110\times10}=\frac{500}{1100}$$

$$\frac{9}{11}=\frac{90}{110}=\frac{90\times10}{110\times10}=\frac{900}{1100}$$ এনেদৰে লিখিব পৰা যায়।

ইয়াত $\frac{501}{1100}, \frac{502}{1100}$, ... $\frac{899}{1100}$ এই সংখ্যাকেইটা $\frac{500}{1100}$ আৰু $\frac{900}{1100}$ ৰ মাজত আছে।

এই আটাইবোৰ সংখ্যা $\frac{5}{11}$ আৰু $\frac{9}{11}$ সংখ্যা দুটাৰ মাজত আছে। এনেদৰে এই সংখ্যা দুটাৰ মাজত আৰু বহুতো সংখ্যা উলিয়াব পাৰি।

গতিকে, দেখা গ'ল **দুটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ মাজত অসংখ্য পৰিমেয় সংখ্যা আছে**।

মন কৰা (Observe)ঃ দুটা স্বাভাৱিক বা অখণ্ড সংখ্যাৰ মাজত অসংখ্য স্বাভাৱিক বা অসংখ্য অখণ্ড সংখ্যা নাথাকে। এই সংখ্যা সীমিত।

উদাহৰণ 1 ঃ $\frac{-3}{5}$ আৰু $\frac{2}{7}$ ৰ মাজৰ কেইটামান পৰিমেয় সংখ্যা উলিওৱা।

সমাধান ঃ প্ৰথমে সংখ্যা দুটাক একে হৰবিশিষ্ট সংখ্যালৈ পৰিৱৰ্তন কৰিব লাগিব।

$$\frac{-3}{5}=\frac{-3\times7}{5\times7}=\frac{-21}{35}$$

$$\frac{2}{7}=\frac{2\times5}{7\times5}=\frac{10}{35}$$ (5 আৰু 7 ৰ ল.সা.গু. = 35)

$\frac{-3}{5}$ আৰু $\frac{2}{7}$ ৰ মাজৰ কেইটামান পৰিমেয় সংখ্যা হ'ল $\frac{-20}{35}, \frac{-19}{35}$, ..., $\frac{9}{35}$

কাৰ্য $-\frac{5}{6}$ আৰু $\frac{3}{8}$ ৰ মাজৰ কেইটামান পৰিমেয় সংখ্যা লিখা।

Copyright SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 2 ঃ – 3 আৰু – 1 ৰ মাজত কিমান পৰিমেয় সংখ্যা আছে চাওঁ আহা।

সমাধান ঃ – 3 আৰু – 1 ৰ মাজত থকা অখণ্ড সংখ্যা হ'ল – 2

কিন্তু, – 3 আৰু – 1 ৰ মাজত অসংখ্য পৰিমেয় সংখ্যা পোৱা যাব।

$$\frac{-3}{1}=\frac{-3\times10}{1\times10}=\frac{-30}{10}$$

$$\frac{-1}{1}=\frac{-1\times10}{1\times10}=\frac{-10}{10}$$

$\frac{-29}{10}, \frac{-28}{10}, ..., \frac{-11}{10}$ এই সংখ্যাসমূহ – 3 আৰু – 1 ৰ মাজত আছে। আমি ইয়াতকৈও বেছি পৰিমেয় সংখ্যা পাব পাৰোঁ। যেনে—

$$-3=\frac{-30}{10}=\frac{-30\times10}{10\times10}=\frac{-300}{100}$$

$$-1=\frac{-10}{10}=\frac{-10\times10}{10\times10}=\frac{-100}{100}$$

– 3 আৰু – 1 ৰ মাজত $\frac{-299}{100}, \frac{-298}{100}, ..., \frac{-102}{100}, \frac{-101}{100}$

এনেদৰে দুটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ মাজত অসংখ্য পৰিমেয় সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি।

এই পদ্ধতিৰ উপৰিও **গড় বা মধ্যমান (average or mean) নিৰ্ণয় পদ্ধতি**ৰেও দুটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ মাজৰ পৰিমেয় সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰিব পৰা যায়। তলৰ উদাহৰণেৰে দেখুওৱা হ'ল।

উদাহৰণ 3 ঃ মধ্যমান বা গড় উলিওৱা পদ্ধতিৰে $\frac{1}{3}$ আৰু $\frac{1}{5}$ ৰ মাজৰ দুটা পৰিমেয় সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ $\frac{1}{3}$ আৰু $\frac{1}{5}$ ৰ মধ্যমান বা গড়

$$=\frac{\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{5}\right)}{2}=\frac{4}{15}$$

$\frac{4}{15}$ টো $\frac{1}{3}$ আৰু $\frac{1}{5}$ ৰ মাজত থাকিব।

পুনৰ $\frac{4}{15}$ আৰু $\frac{1}{3}$ ৰ মধ্যমান বা গড় নিৰ্ণয় কৰিব লাগিব।

$$=\left(\frac{1}{3}+\frac{4}{15}\right)\div2=\frac{3}{10}$$

© SCERT, Assam not to be republished

$\frac{4}{15}$ আৰু $\frac{1}{3}$ ৰ মাজৰ সংখ্যা $\frac{3}{10}$

$\frac{1}{5}$ আৰু $\frac{1}{3}$ ৰ মাজৰ দুটা সংখ্যা $\frac{4}{15}$ আৰু $\frac{3}{10}$

এনেদৰে পুনৰ দুটা সংখ্যাৰ মাজত ($\frac{1}{3}$ আৰু $\frac{3}{10}$) মধ্যমান লৈ $\frac{1}{3}$ আৰু $\frac{1}{5}$ ৰ মাজৰ পৰিমেয় সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰিব পৰা যায়।

a আৰু b দুটা পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে $\frac{a+b}{2}$ ও a আৰু b ৰ মাজত থকা এটা পৰিমেয় সংখ্যা হ'ব, য'ত $a < \frac{a+b}{2} < b$

অনুশীলনী 1.2

1. তলত দিয়া সংখ্যাকেইটা সংখ্যাৰেখাত বহুওৱা।

   (i) $\frac{9}{5}$ (ii) $\frac{-2}{13}$ (iii) $\frac{-5}{7}$ (iv) $\frac{-1}{3}$ (v) $\frac{3}{2}$

2. তলত দিয়া সংখ্যাবিলাকৰ মাজৰ যিকোনো 5 টাকৈ পৰিমেয় সংখ্যা লিখা।

   (i) $\frac{-3}{5}$ আৰু $\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{-2}{3}$ আৰু $\frac{5}{3}$

   (iii) -5 আৰু -4 (iv) $\frac{-2}{-3}$ আৰু $\frac{3}{7}$

3. $\frac{-2}{5}$ তকৈ ডাঙৰ আৰু $\frac{1}{2}$ তকৈ সৰু যিকোনো 5 টা পৰিমেয় সংখ্যা উলিওৱা।

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

আমি কি শিকিলোঁ ?
(What Have We Learnt ?)

1. $\frac{p}{q}$ এটা পৰিমেয় সংখ্যা, য'ত p আৰু q অখণ্ড সংখ্যা আৰু $q \neq 0$
2. সকলোবোৰ অখণ্ড সংখ্যাই পৰিমেয় সংখ্যা।
3. পৌনঃপৌনিক দশমিক সংখ্যাবোৰ পৰিমেয় সংখ্যা।
4. পৰিমেয় সংখ্যাসমূহ যোগ বিয়োগ আৰু পূৰণ প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে আবদ্ধ।
5. শূন্যক বাদ দি পৰিমেয় সংখ্যাবোৰ হৰণৰ ক্ষেত্ৰত আবদ্ধ।
6. পৰিমেয় সংখ্যাসমূহে যোগ আৰু পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি চলে। কিন্তু বিয়োগ আৰু হৰণৰ ক্ষেত্ৰত ক্ৰম বিনিময় বিধি মানি নচলে।
7. পৰিমেয় সংখ্যাই যোগ আৰু পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত সহযোগ বিধি মানি চলে, কিন্তু বিয়োগ আৰু হৰণৰ ক্ষেত্ৰত সহযোগ বিধি মানি নচলে।
8. শূন্য (0) ক পৰিমেয় সংখ্যাৰ যোগাত্মক অভেদ আৰু এক (1) ক পৰিমেয় সংখ্যাৰ গুণাত্মক অভেদ বুলি কোৱা হয়।
9. দুটা সংখ্যাৰ যোগফল শূন্য হ'লে সংখ্যা দুটাৰ এটাক আনটোৰ যোগাত্মক বিপৰীত বুলি কোৱা হয়।
10. দুটা সংখ্যাৰ পূৰণফল 1 হ'লে সংখ্যা দুটাৰ এটাক আনটোৰ গুণাত্মক বিপৰীত বুলি কোৱা হয়।
11. a, b আৰু c যিকোনো তিনিটা পৰিমেয় সংখ্যা হ'লে

    $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

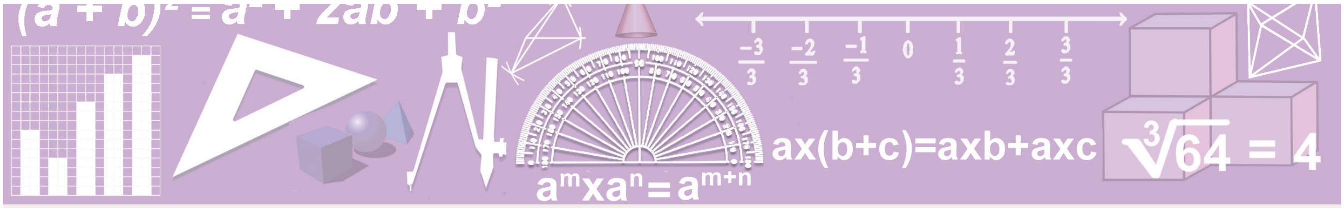
    সেইদৰে,

    $a \times (b - c) = a \times b - a \times c$

    এই ধৰ্মটোক যোগ আৰু বিয়োগৰ সাপেক্ষে পূৰণৰ বিতৰণ বিধি বা চমুকৈ বিতৰণ বিধি বুলি কোৱা হয়।
12. পৰিমেয় সংখ্যাবোৰক সংখ্যাৰেখাত দেখুৱাব পাৰি।
13. দুটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ মাজত অসংখ্য পৰিমেয় সংখ্যা থাকে।

❑❑❑

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished



অধ্যায় -2

এটা চলকযুক্ত এক ঘাতৰ সমীকৰণ

(First Degree Equations in One Variable)

F4Y7H9

2.1 শিক্ষকে শ্ৰেণীকোঠাত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক কিছুমান বীজগণিতীয় ৰাশিৰ (Algebraic Expression) উদাহৰণ দিবলৈ ক'লে। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে কৈ গ'ল আৰু শিক্ষকে কৃষ্ণফলকত (Black Board) লিখি গৈ থাকিল। ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে কি উদাহৰণ দিলে চাওঁ আহাচোন।

x,	$y + 3$,	$3y - 11$,
$x^2 + 3$,	$2m - \frac{11}{6}$	$3x + 4y$,
$x^2 - 5x + 6$,	$p^3 + 3p^2 - 8$,	$5l + 7m - 11$,
$3x^2 - 7y + 8z$	$ax + b$	$px^3 + qy + 4$,
$6x - 7y + 5z$		

শিক্ষকগৰাকীয়ে ৰাশিবোৰৰ পৰা দুখন তালিকা সাজিলে

তালিকা- 1	তালিকা- 2
$x,\ \ y + 3,\ 3y - 11,\ \ x^2 + 3$ $2m - \frac{11}{6},\ \ \ x^2 - 5x + 6,$ $p^3 + 3p^2 - 8,\ \ ax + b$	$3x + 4y,\ \ \ 5l + 7m - 11$ $3x^2 - 7y + 8z,\ \ \ px^3 + qy + 4$ $6x - 7y + 5z$

তালিকা দুখন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলক ভালদৰে মন কৰিবলৈ দিলে আৰু তেওঁলোকক তলৰ প্ৰশ্নসমূহ সুধিলে—

শিক্ষক ঃ তালিকা-1ৰ ৰাশিবোৰৰ মাজত কিবা মিল আছে নে?

ৰমেন ঃ প্ৰত্যেকটো ৰাশিৰ চলকৰ সংখ্যা 1

শিক্ষক ঃ কি কি চলক ব্যৱহাৰ হৈছে ক'ব পাৰিবানে?

নিশা ঃ x, y, m আৰু p

শিক্ষক ঃ ইয়াৰ উপৰি বেলেগ চলক (Variable) থাকিব পাৰে নে?

ৰুবিনা ঃ পাৰে ছাৰ। যেনে- $5z + 8$, $9t - 17$ বীজগণিতীয় ৰাশি দুটাত ক্ৰমে z আৰু t দুটা চলক।

শিক্ষক ঃ তালিকা-1 আৰু তালিকা-2ৰ মাজত কিবা পাৰ্থক্য বিচাৰি পাইছা নেকি?

নাফিচা ঃ 2 নং তালিকাখনৰ ৰাশিবোৰত 2 টা চলক আছে।

শিক্ষক ঃ প্ৰত্যেকতে 2 টা চলক আছেনে?

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

জেনী ঃ নাই ছাৰ, কিছুমানত 2 টাতকৈও বেছি আছে।

শিক্ষক ঃ বঢ়িয়া। 1 নং তালিকাখনত থকা ৰাশিবোৰ এক চলকযুক্ত বীজগণিতীয় ৰাশি। আনহাতে, 2 নং তালিকাখনত থকা বীজগণিতীয় ৰাশিবোৰ হৈছে একাধিক চলকযুক্ত। অৰ্থাৎ বীজগণিতীয় ৰাশিবোৰ এটা বা একাধিক চলকযুক্তও হ'ব পাৰে।

শিক্ষকে এইবাৰ তালিকা দুখনত থকা বীজগণিতীয় ৰাশিবোৰৰ ঘাতবোৰ লক্ষ্য কৰিবলৈ দিলে। $x^2 - 5x + 6$ ৰাশিৰ x^2 পদটোত x **ভূমি (Base)**, **2 সূচক (Exponent)**। আমি x^2ক xৰ **দ্বিতীয় ঘাত** বুলি পঢ়োঁ। ঠিক তেনেকৈ p^3 পদটোত p ভূমি, 3 সূচক। p^3ক আমি pৰ তৃতীয় ঘাত বোলো। ইত্যাদি।

x^{2} (2 → সূচক; x ↓ ভূমি)

শিক্ষক ঃ 1 নং তালিকাখনত থকা বীজগণিতীয় ৰাশিবোৰৰ চলকৰ সৰ্বোচ্চ ঘাত কি ক'ব পাৰিবানে?

ৰুমী ঃ x ৰাশিটোত x ৰ সৰ্বোচ্চ ঘাত 1

$y + 3$ ৰাশিটোত y ৰ সৰ্বোচ্চ ঘাত 1

$x^2 - 5x + 6$ ৰাশিটোত x ৰ সৰ্বোচ্চ ঘাত 2

$p^3 + 3p^2 - 8$ ৰাশিটোত p ৰ সৰ্বোচ্চ ঘাত 3

শিক্ষক ঃ বীজগণিতীয় ৰাশি এটাৰ চলকৰ সৰ্বোচ্চ ঘাতটোক বীজগণিতীয় ৰাশিটোৰ **মাত্ৰা (Degree)** বোলা হয়। এতিয়া তোমালোকে 1নং তালিকাখনৰ পৰা একমাত্ৰাযুক্ত বীজগণিতীয় ৰাশিবোৰ বাছি উলিয়াব পাৰিবা নে?

দীক্ষিতা ঃ পাৰিম ছাৰ। $x, y + 3, \ 2m - \frac{11}{6}, \ ax + b$

শিক্ষক ঃ এনে ৰাশিবোৰক **এক চলকযুক্ত এক ঘাতৰ বীজগণিতীয় ৰাশি (Algebraic expression in one variable)**বোলে। তোমালোকে 2 নং তালিকাখনৰ পৰা এক চলকযুক্ত এক ঘাতৰ বীজগণিতীয় ৰাশি বিচাৰি পাবা নে?

নিশা ঃ নাপাওঁ ছাৰ। কাৰণ, ইয়াত চলকৰ সংখ্যা একাধিক।

শিক্ষক ঃ ঠিকেই কৈছা। আমি এক চলকযুক্ত এক ঘাতৰ বীজগণিতীয় ৰাশি বিচাৰি নাপাওঁ। কিন্তু আমি দুটা বা ততোধিক চলকযুক্ত এক ঘাতৰ ৰাশি তালিকাখনত বিচাৰি পাওঁ।

যেনে— $3x + 4y, 5l + 7m - 11, 6x - 7y + 5z$

কাৰ্য তোমালোকে 3-4 জনীয়া দল হৈ লোৱা। প্ৰতিটো দলে 10 টাকৈ বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উদাহৰণ দিয়া। এই উদাহৰণবোৰৰ পৰা এটা চলকযুক্ত এক ঘাতৰ বীজগণিতীয় ৰাশিবোৰ বাছি উলিওৱা।

2.2 এটা চলকযুক্ত এক ঘাতৰ সমীকৰণ (First degree equation in one variable)

সমস্যা এটাৰ বীজগণিতীয় ৰূপ হ'ল সমীকৰণ। তোমালোকে ইতিমধ্যে $3x - 7 = 9$, $y - 9 = 16$, $4z + 7 = 27$ ইত্যাদি আগৰ শ্ৰেণীত পাই আহিছা। এইবোৰ একো একোটা সমীকৰণ **(Equation)**।

$3x - 7 = 9$ — x ↑ চলক **(Variable)**, $=$ ↑ সমতা **(Equality)**

$4z + 7 = 27$ — z ↑ চলক, $=$ ↑ সমতা

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

এই ধৰণৰ সমীকৰণবোৰেই হৈছে এটা চলকযুক্ত এক ঘাতৰ সমীকৰণ। উদাহৰণস্বৰূপে,

(i) $2x = 12$

(ii) $3x = x+5$

(iii) $ax + b = c$, য'ত a, b, c ধ্ৰুৱক

(iv) $5m = p^2$, য'ত p ধ্ৰুৱক

(v) $2y - 7 = 8y$ ইত্যাদি

নিজে চেষ্টা কৰা (Try Yourself)

তলৰ সমীকৰণবোৰৰ পৰা এটা চলকযুক্ত এক ঘাতৰ সমীকৰণবোৰ চিনাক্ত কৰা ঃ (a, b, c, p, q ধ্ৰুৱক)

(i) $5x + 3y - 7 = 9$ (ii) $5m - 8 = 0$ (iii) $5 = 3l$

(iv) $x^2 - 9y + 11 = 9$ (v) $ax^2 + bx + c = 0$ (vi) $px + q = 10$

(vii) $a^2x + b = 0$ (viii) $ax^2 + b = 0$ (ix) $y = 0$

(x) $z = p^3$ (xi) $3y + 8 = 3y - 2$ (xii) $5z = -z + 6$

2.3 এটা চলকৰ এক ঘাতৰ সমীকৰণৰ সমাধান (Solution of equation of first degree in one variable)

ইতিমধ্যে তোমালোকে শিকি আহিছা যে এক ঘাতৰ সমীকৰণৰ চলকৰ কোনো নিৰ্দিষ্ট মানৰ বাবে সমীকৰণৰ বাওঁপক্ষ সোঁপক্ষৰ সমান হয়। চলকৰ সেই নিৰ্দিষ্ট মানকেই সমীকৰণটোৰ **বীজ** বা **মূল** (Root) বোলা হয়।

সমীকৰণটোৰ পৰা চলকৰ সেই মানটো উলিওৱা কাৰ্যকে সমীকৰণটো **সমাধান** (Solution) কৰা বুলি কোৱা হয়।

তদুপৰি সপ্তম শ্ৰেণীত আলোচনা কৰি আহিছা যে সমীকৰণৰ সমাধান কৰোঁতে চলকযুক্ত ৰাশিবোৰ সমতাৰ বাওঁপক্ষত ৰাখি আন ৰাশিবোৰ সমতাৰ সোঁপক্ষলৈ পক্ষান্তৰ কৰা হয়। তাৰ বাবে আমি তলৰ প্ৰক্ৰিয়াসমূহৰ (প্ৰয়োজন অনুসাৰে) সহায় লওঁ।

(i) দুয়োপক্ষত একেটা সংখ্যা যোগ কৰা।

(ii) দুয়োপক্ষৰে পৰা একেটা সংখ্যাকে বিয়োগ কৰা।

(iii) দুয়োপক্ষক একেটা সংখ্যাৰে পূৰণ কৰা।

(iv) দুয়োপক্ষক একেটা অশূন্য (non-zero) সংখ্যাৰে হৰণ কৰা।

তলৰ উদাহৰণকেইটা মন কৰা ঃ

উদাহৰণ 1 ঃ **সমাধান কৰা** $x - 3 = 6$

বা, $x - 3 + 3 = 6+3$ [দুয়োপক্ষৰ লগত 3 যোগ কৰি]

বা, $x = 9$

নিৰ্ণেয় সমাধান ঃ $x = 9$

Copyright SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 2 ঃ সমাধান কৰা $\frac{y}{7} = 2$

সমাধান ঃ দুয়োপক্ষক 7 ৰে পূৰণ কৰি,

$$\frac{y}{7} \times 7 = 2 \times 7$$

বা, $y = 14$

উদাহৰণ 3 ঃ সমাধান কৰা $\frac{3x}{4} + 3 = 5$

সমাধান ঃ $\frac{3x}{4} + 3 - 3 = 5 - 3$ [দুয়োপক্ষৰ পৰা 3 বিয়োগ কৰি]

বা, $\frac{3x}{4} = 2$

বা, $\frac{3x}{4} \times 4 = 2 \times 4$ [দুয়োপক্ষক 4 ৰে পূৰণ কৰি]

বা, $3x = 8$

বা, $\frac{3x}{3} = \frac{8}{3}$ [দুয়োপক্ষক 3 ৰে হৰণ কৰি]

বা, $x = \frac{8}{3}$

উদাহৰণ 4 ঃ সমাধান কৰা $3x + 4 = 22$

সমাধান ঃ সমীকৰণটোৰ সমতাৰ বাবে তথা অজ্ঞাত ৰাশিটোক সমতাৰ বাওঁফালে ৰাখিবলৈ দুয়োপক্ষৰ পৰা 4 বিয়োগ কৰিলে পাম

$$3x + 4 - 4 = 22 - 4$$

অথবা $3x = 18$

অজ্ঞাত ৰাশি x ৰ লগত 3 পূৰণ হৈ আছে। x ৰ মান নিৰ্ণয় কৰিবৰ বাবে দুয়োপক্ষক 3 ৰে হৰণ (পূৰণৰ ওলোটা) কৰি পাওঁ

$$\frac{3x}{3} = \frac{18}{3}$$

অথবা $x = 6$

উদাহৰণ 5 ঃ সমাধান কৰা $6x - 8 = 20$

সমাধান ঃ দুয়োপক্ষত 8 যোগ কৰি,

$$6x - 8 + 8 = 20 + 8$$

বা, $6x = 28$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

বা, $\frac{6x}{6} = \frac{28}{6}$ [দুয়োপক্ষক 6 ৰে হৰণ কৰি]

বা, $x = \frac{28}{6}$

বা, $x = \frac{28 \div 2}{6 \div 2}$ [2 হৈছে 28 আৰু 6 ৰ গ.সা.উ.]

$= \frac{14}{3}$

ইতিমধ্যে তোমালোকে 5 টাকৈ উদাহৰণ মন কৰিলা। প্ৰত্যেকটো উদাহৰণতে অজ্ঞাত ৰাশিৰ (অৰ্থাৎ চলকৰ) মান নিৰ্ণয় কৰা হৈছে অৰ্থাৎ সমাধান কৰা হৈছে।

উদাহৰণ 6 ঃ উদাহৰণ 4 ৰ সমাধানটো শুদ্ধ হৈছেনে চাওঁ আহা।

সমাধান ঃ প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ বাওঁপক্ষত xৰ মান 6 বহুৱালে পাওঁ

বাওঁপক্ষ $= 3x + 4$

$= 3 \times 6 + 4$

$= 18 + 4$

$= 22$

= সোঁপক্ষ

$\therefore$ $3x + 4 = 22$ ৰ সমাধান 6

উদাহৰণ 7 ঃ $6x - 8 = 20$ ৰ সমাধান $\frac{14}{3}$ হয়নে?

সমাধান ঃ প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ বাওঁপক্ষত x ৰ মান $\frac{14}{3}$ বহুৱালে পাওঁ,

বাওঁপক্ষ $= 6x - 8$

$= 6 \times \frac{14}{3} - 8$

$= 2 \times 14 - 8$

$= 28 - 8 = 20$ = সোঁপক্ষ

$\therefore$ $6x - 8 = 20$ ৰ সমাধান $\frac{14}{3}$

উদাহৰণ 8 ঃ $2x - 3 = x + 6$ ৰ সমাধান 9 হয়নে?

সমাধান ঃ প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ বাওঁপক্ষ আৰু সোঁপক্ষত x ৰ মান 9 বহুৱাই পাওঁ,

বাওঁপক্ষ	সোঁপক্ষ
বাওঁপক্ষ $= 2x - 3$	সোঁপক্ষ $= x + 6$
$= 2 \times 9 - 3$	$= 9 + 6$
$= 18 - 3$	$= 15$
$= 15$	

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

দেখা গ'ল, বাওঁপক্ষ = সোঁপক্ষ

$\therefore$ $x = 9$, $2x - 3 = x + 6$ ৰ সমাধান হয়।

উদাহৰণ 9 ঃ $2x - 3 = 5 - x$ ৰ 3 সমাধান হয়নে?

সমাধান ঃ প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ বাওঁপক্ষ আৰু সোঁপক্ষত xৰ মান 3 বহুৱাই পাওঁ

বাওঁপক্ষ $= 2x - 3$	সোঁপক্ষ $= 5 - x$
$= 2 \times 3 - 3$	$= 5 - 3$
$= 6 - 3$	$= 2$
$= 3$	

যিহেতু, বাওঁপক্ষ $\neq$ সোঁপক্ষ।

গতিকে 3, $2x - 3 = 5 - x$ ৰ সমাধান নহয়। তোমালোকে সমীকৰণটোৰ শুদ্ধ সমাধানটো উলিওৱা আৰু ইয়াৰ সত্যাপন কৰা।

উদাহৰণ 10 ঃ সমাধান কৰা $\frac{3}{4}x + 5 = 15 - 3x$

সমাধান ঃ $\frac{3}{4}x + 5 = 15 - 3x$

বা, $\frac{3}{4}x + 3x + 5 = 15$ [মন কৰা যে সোঁপক্ষৰ $-3x$ টো বাওঁফাললৈ আহি $+3x$ হ'ল। অৰ্থাৎ সমীকৰণৰ '=' চিনৰ এটা পক্ষৰ পৰা আনটো পক্ষলৈ পদ পক্ষান্তৰ কৰিলে ধনাত্মক পদ ঋণাত্মক হয় আৰু ঋণাত্মক পদ ধনাত্মক হয়]

বা, $\left(\frac{3}{4} + 3\right)x + 5 = 15$

বা, $\left(\frac{3 + 12}{4}\right)x + 5 = 15$

বা, $\frac{15x}{4} + 5 = 15$

বা, $\frac{15x}{4} = 15 - 5$ [বাওঁপক্ষত থকা 5ক সোঁপক্ষলৈ পক্ষান্তৰ কৰাত -5 হৈছে]

বা, $\frac{15x}{4} = 10$

বা, $15x = 10 \times 4$ [দুয়োপক্ষক 4 ৰে পূৰণ কৰি]

বা, $15x = 40$

বা, $x = \frac{40}{15}$ [দুয়োপক্ষক 15 ৰে হৰণ কৰি]

বা, $x = \frac{8}{3}$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

এই সমাধানটোত দেখা গ'ল যে,

কোনো এটা সমীকৰণ সমাধান কৰোঁতে সমীকৰণটোত থকা কোনো ৰাশি বা পদ সোঁপক্ষৰ পৰা বাওঁপক্ষলৈ আৰু বাওঁপক্ষৰ পৰা সোঁপক্ষলৈ নিওঁতে সিহঁতৰ চিনৰ পৰিৱৰ্তন ঘটে। অৰ্থাৎ—

যোগ (+)ৰ ঠাইত বিয়োগ (–) আৰু বিয়োগ (–)ৰ ঠাইত যোগ (+) হয়।

এইদৰে যিকোনো সমীকৰণত থকা ৰাশি বা পদসমূহৰ চিনৰ সলনি কৰি বাওঁপক্ষৰ পৰা সোঁপক্ষলৈ আৰু সোঁপক্ষৰ পৰা বাওঁপক্ষলৈ পক্ষান্তৰ কৰি সমাধান **(Solution by transposition)** কৰা হয়।

কেইটামান উদাহৰণৰ সহায়ত পক্ষান্তৰ প্ৰক্ৰিয়াটো ভালদৰে বুজি লওঁ আহা।

উদাহৰণ 11 ঃ সমাধান কৰা $2(x-3) = \frac{3}{5}(x+4)$

সমাধান ঃ $2(x-3) = \frac{3}{5}(x+4)$

বা, $5 \times 2\,(x-3) = 3\,(x+4)$

বা, $10\,(x-3) = 3(x+4)$

বা, $10x - 30 = 3x + 12$

বা, $10x - 3x = 12 + 30$

বা, $7x = 42$

বা, $x = \frac{42}{7}$

বা, $x = 6$

$\therefore$ নিৰ্ণেয় সমাধান $x = 6$

সত্যাপন ঃ

বাওঁপক্ষ $= 2(x-3)$
$= 2(6-3)$
$= 2 \times 3$
$= 6$

সোঁপক্ষ $= \frac{3}{5}(x+4)$
$= \frac{3}{5}(6+4)$
$= \frac{3}{5} \times 10 = 3 \times 2 = 6$

$\therefore$ বাওঁপক্ষ = সোঁপক্ষ

$\therefore$ $x = 6$, প্ৰদত্ত সমীকৰণটোৰ সমাধান।

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

উদাহৰণ 12 ঃ সমাধান কৰা $\frac{y}{5}+\frac{y-2}{3}=2$

সমাধান ঃ $\frac{y}{5}+\frac{y-2}{3}=2$

বা, $\frac{3\times y}{3\times 5}+\frac{5\times(y-2)}{5\times 3}=2$

বা, $\frac{3y+5(y-2)}{15}=2$

বা, $3y + 5(y - 2) = 2 \times 15$

বা, $3y + 5y - 10 = 30$

বা, $8y - 10 = 30$

বা, $8y = 30 + 10$

বা, $y = \frac{40}{8}$

বা, $y = 5$

কার্য ওপৰৰ উদাহৰণটো সত্যাপন (verification) কৰি চোৱা

উদাহৰণ 13 ঃ সমাধান কৰা $\frac{2}{3}a = \frac{3}{8}a + \frac{7}{12}$

সমাধান ঃ দুয়োপক্ষক 24ৰে পূৰণ কৰি

বা, $24 \times \frac{2}{3}a = 24 \times \frac{3}{8}a + 24 \times \frac{7}{12}$ [24 হৈছে 3, 8 আৰু 12ৰ ল.সা.গু.]

বা, $8 \times 2a = 3 \times 3a + 2 \times 7$

বা, $16a = 9a + 14$

বা, $16a - 9a = 14$

বা, $7a = 14$

বা, $a = \frac{14}{7}$

অথবা, $a = 2$

উদাহৰণ 14 ঃ সমাধান কৰা $2-\frac{1}{3}\left[3x-3-\frac{1}{4}\{7x+7-(5x-5)\}\right] = 11 - 2x$

সমাধান ঃ $2-\frac{1}{3}\left[3x-3-\frac{1}{4}\{7x+7-(5x-5)\}\right] = 11 - 2x$

বা, $2-\frac{1}{3}\left[3x-3-\frac{1}{4}\{7x+7-5x+5\}\right] = 11 - 2x$

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

বা, $2-\frac{1}{3}\left[3x-3-\frac{1}{4}\{2x+12\}\right]=11-2x$

বা, $2-\frac{1}{3}\left[3x-3-\frac{1}{2}x-3\right]=11-2x$

বা, $2-\frac{1}{3}\left[3x-\frac{1}{2}x-3-3\right]=11-2x$

বা, $2-\frac{1}{3}\left[\frac{5}{2}x\text{-}6\right]=11\text{-}2x$

বা, $2-\frac{5}{6}x+2=11-2x$

বা, $-\frac{5}{6}x+4=11-2x$

বা, $-\frac{5}{6}x+2x=11-4$

বা, $\left(-\frac{5}{6}+2\right)x=7$

বা, $\left(\frac{-5+12}{6}\right)x=7$

বা, $\frac{7}{6}x=7$

বা, $x=7\div\frac{7}{6}$

বা, $x=7\times\frac{6}{7}$

বা, $x=6$

উদাহৰণ 15 ঃ সমাধান কৰা $\frac{5x+4}{2x-10}=\frac{3}{7}$

সমাধান ঃ $(2x-10)$ ৰে উভয় পক্ষক পূৰণ কৰি পাওঁ

$$5x+4=(2x-10)\times\frac{3}{7}$$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

দুয়োপক্ষক 7 ৰে পূৰণ কৰি পাওঁ

বা, $7 \times (5x + 4) = (2x - 10) \times 3$

বা, $35x + 28 = 6x - 30$

বা, $35x = 6x - 30 - 28$

বা, $35x = 6x - 58$

বা, $35x - 6x = -58$

বা, $29x = -58$

বা, $x = -\frac{58}{29}$

$x = -2$

2.4 বজ্ৰগুণন প্ৰক্ৰিয়াৰ ব্যৱহাৰ (Application of 'Cross-multiplication' process)

তোমালোকে ইতিমধ্যে সমানুপাতত পাই আহিছা যে $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ হ'লে $ad = bc$ হয়। ঠিক তেনেদৰে বীজগণিতীয় ৰাশিৰ ক্ষেত্ৰতো আমি এইধৰণে পাব পাৰো $\frac{A}{B} \times \frac{C}{D}$ বা, $A \times D = B \times C$ । তেতিয়া ওপৰৰ সমীকৰণ $\frac{5x+4}{2x-10} = \frac{3}{7}$ ৰ পৰা পোনে পোনে $7(5x+4) = 3(2x-10)$ লিখি সমাধান কৰিব পাৰো। এই প্ৰক্ৰিয়াটোক বজ্ৰগুণন প্ৰক্ৰিয়া **(Cross-multiplication process)** বুলি জনা যায়।

উদাহৰণ 16 ঃ সমাধান কৰা $\frac{8p-5}{2p-3} = \frac{2}{3}$

সমাধান ঃ $\frac{8p-5}{2p-3} = \frac{2}{3}$

বা, $3 \times (8p - 5) = 2 \times (2p - 3)$ [বজ্ৰগুণন প্ৰক্ৰিয়াৰ সহায়ত]

বা, $24p - 15 = 4p - 6$

বা, $24p - 4p = -6 + 15$ [15 আৰু $4p$ পক্ষান্তৰ কৰি]

বা, $20p = 9$

বা, $p = \frac{9}{20}$

Copyright SCERT, Assam
not to be republished

অনুশীলনী 2.1

1. তলত দিয়া সমীকৰণবোৰ সমাধান কৰা ঃ

(i) $4x + 5 = 21$ (ii) $17y - 3 = 48$ (iii) $-8 + 2x = -4$

(iv) $\frac{6x}{7} = 42$ (v) $\frac{6y}{11} = \frac{54}{99}$ (vi) $3x = 180 + 6x$

(vii) $2x + 3 = x + 4$ (viii) $2 - 5x = 3x - 9$ (ix) $5(p - 3) = 3(p + 2)$

(x) $\frac{3}{4y} = -9$ (xi) $\frac{4x}{5} + 1 = \frac{7}{15}$ (xii) $\frac{17x}{3} - \frac{16}{9} = 2$

2. তলৰ প্ৰত্যেকটো সমীকৰণ লগতে চলকৰ কিছুমান মান দিয়া হৈছে। এই মানবোৰৰ ভিতৰত কোনটো মান সমীকৰণটোৰ সমাধান হ'ব নিৰ্ণয় কৰা।

(i) $2x - 4 = 0; x = 1, 2, -2$ (ii) $11y + 5 = -6; y = 0, 1, -1$

(iii) $\frac{3y}{5} = 3; y = 3, -3, 5$ (iv) $x + 5 = 7 - x; x = 1, -1, 2$

(v) $2x + \frac{1}{3} = 1; x = \frac{1}{-2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$ (vi) $10p - 4 = 4(2p + 1); p = 2, 4, -4$

3. তলৰ সমীকৰণবোৰ সমাধান কৰা আৰু ফলাফলৰ শুদ্ধতা পৰীক্ষা কৰা (Verify your result) ঃ

(i) $\frac{x}{3} - \frac{x-1}{2} = 1$ (ii) $\frac{n}{6} - \frac{2}{3} = \frac{n}{3} + \frac{5}{6}$

(iii) $2x + 7 - \frac{6x}{5} = 10 - \frac{5x}{2}$ (iv) $\frac{2y}{5} - \frac{3}{2} = \frac{y}{2} + 1$

(v) $\frac{x}{7} + \frac{x-4}{3} = 2$ (vi) $\frac{2x + (3x+1) + (4x+2)}{3} = 13$

(vii) $\frac{x-3}{2} - \frac{x-1}{5} = \frac{2x-3}{5}$ (viii) $0.25(5x - 4) = 0.05(10x - 5)$

(ix) $0.5y + \frac{5y}{6} = 21 + 0.75y$ (x) $\frac{10x+7}{4x} = 2$

(xi) $\frac{x-9}{x-4} = \frac{2}{3}$ (xii) $\frac{2y-3}{2y} = -\frac{1}{8}$

(xiii) $\frac{p}{2p+6} = \frac{3}{8}$ (xiv) $\frac{5x+2}{6x-2} = \frac{2}{3}$

(xv) $\frac{3(2+x) - 5(2x-3)}{5-3x} = 9$ (xvi) $\frac{0.4b - 2}{1.5b + 15} = \frac{2}{3}$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

2.5 এটা চলকৰ এক ঘাতৰ সমীকৰণৰ প্ৰয়োগ (Application of first degree equation in one variable)

এটা চলকৰ সমীকৰণ গঠন কৰি বাস্তৱ পৰিস্থিতিৰ লগত সম্পৰ্ক থকা কিছুমান সমস্যা কেনেকৈনো সমাধান কৰিব পাৰি শিকোঁ আহা।

উদাহৰণ 1 ঃ এটা সংখ্যাৰ 5 গুণৰ লগত 10 যোগ কৰিলে যোগফল 65 হয়। সংখ্যাটো কি?

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল সংখ্যাটো x

সংখ্যাটোৰ 5 গুণ = $5x$

ইয়াৰ লগত 10 যোগ কৰিলে আমি পাওঁ $(5x + 10)$

প্ৰশ্নমতে $(5x + 10)$ হয়গৈ 65 ৰ সমান।

গতিকে আমি সমীকৰণটো এইদৰে গঠন কৰিব পাৰোঁ।

$5x + 10 = 65$

x ৰ মান উলিয়াবলৈ এতিয়া সমীকৰণটো সমাধান কৰিব লাগিব।

$5x + 10 = 65$

বা, $5x = 65 - 10$

বা, $5x = 55$

বা, $x = 11$

∴ নিৰ্ণেয় সংখ্যাটো হ'ল 11

উদাহৰণ 2 ঃ দেউতাকৰ বৰ্তমান বয়স কবিতাৰ বয়সৰ 4 গুণ। 8 বছৰৰ পাছত দুয়োৰে বয়সৰ সমষ্টি হ'ব 86 বছৰ। দুয়োৰে বৰ্তমান বয়স নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল কবিতাৰ বৰ্তমান বয়স = x বছৰ

∴ দেউতাকৰ বৰ্তমান বয়স = $4x$ বছৰ

8 বছৰৰ পাছত কবিতাৰ বয়স হ'ব = $(x + 8)$ বছৰ

আৰু দেউতাকৰ বয়স হ'ব = $(4x + 8)$ বছৰ

প্ৰশ্নমতে, $(x + 8) + (4x + 8) = 86$

বা, $x + 8 + 4x + 8 = 86$

বা, $x + 4x + 8 + 8 = 86$

বা, $5x + 16 = 86$

বা, $5x = 86 - 16$

বা, $5x = 70$

বা, $x = \frac{70}{5}$

অথবা $x = 14$

∴ কবিতাৰ বৰ্তমান বয়স হৈছে 14 বছৰ

আৰু দেউতাকৰ বৰ্তমান বয়স হৈছে $4 \times 14 = 56$ বছৰ।

Copyright: SCERT, Assam not to be republished

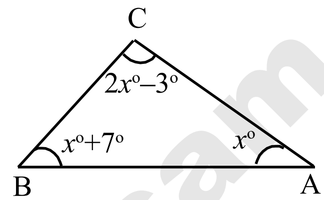
উদাহৰণ 3 ঃ ABC ত্ৰিভুজৰ $\angle B$ কোণটো $\angle A$ কোণৰ মাপতকৈ 7^o বেছি আৰু $\angle C$ কোণৰ মাপ $\angle A$ কোণৰ মাপৰ দুগুণতকৈ 3^o কম। তিনিওটা কোণৰ মাপ উলিওৱা।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল, $\angle A$ কোণৰ মাপ $= x^o$

$\therefore$ $\angle B$ কোণৰ মাপ $= x^o + 7^o$

$\angle C$ কোণৰ মাপ $\angle A$ কোণৰ মাপৰ দুগুণতকৈ 3^o কম।

$\therefore$ $\angle C$ কোণৰ মাপ $= 2x^o - 3^o$



ত্ৰিভুজৰ তিনিওটা কোণৰ সমষ্টি 180^O

$\therefore$ $x + (x + 7) + (2x - 3) = 180$

বা, $x + x + 7 + 2x - 3 = 180$

বা, $x + x + 2x + 7 - 3 = 180$

বা, $4x + 4 = 180$

বা, $4x = 180 - 4$

বা, $4x = 176$

বা, $x = \dfrac{176}{4}$

বা, $x = 44$

$\therefore$ $\angle A$ কোণৰ মাপ $= 44^o$

$\angle B$ কোণৰ মাপ $= x^o + 7^o$

$= 44^o + 7^o$

$= 51^o$

আৰু $\angle C$ কোণৰ মাপ $= 2x^o - 3^o$

$= 2 \times 44^o - 3^o$

$= 88^o - 3^o$

$= 85^o$

উদাহৰণ 4 ঃ দুটা অংকবিশিষ্ট এটা সংখ্যাৰ অংক দুটাৰ যোগফল 5 । যদি অংক দুটাৰ স্থান সাল সলনি কৰা হয়, তেন্তে নতুনকৈ পোৱা সংখ্যাটো মূল সংখ্যাটোতকৈ 27 বেছি। মূল সংখ্যাটো উলিওৱা।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল, এককৰ ঘৰৰ অংকটো x

$\therefore$ দহকৰ ঘৰৰ অংকটো হ'ল $= 5 - x$

সংখ্যাটো হ'ব $= 10 \times (5 - x) + x$

মনত পেলোৱা
$54 = 5 \times 10 + 4$
$95 = 9 \times 10 + 5$

অংক দুটাৰ স্থান সালসলনি কৰিলে নতুন সংখ্যাটো হ'ব $10 \times x + (5 - x)$

দিয়া আছে, নতুন সংখ্যাটো মূল সংখ্যাটোতকৈ 27 বেছি।

$\therefore$ $10 \times (5 - x) + x + 27 = 10 \times x + (5 - x)$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

বা, $50 - 10x + x + 27 = 10x + 5 - x$

বা, $-9x - 9x = 5 - 77$

বা, $-18x = -72$

বা, $x = \frac{72}{18}$

বা, $x = 4$

∴ এককৰ ঘৰৰ অংকটো হ'ল 4

আৰু দহকৰ ঘৰৰ অংকটো হ'ল $5 - 4 = 1$

∴ মূল সংখ্যাটো হ'ল $= 1 \times 10 + 4$

$= 10 + 4$

$= 14$

উদাহৰণ 5 ঃ এডাল দণ্ডৰ $\frac{1}{4}$ অংশ বোকাত, আধা অংশ পানীত আৰু 0.75 মিটাৰ পানীৰ ওপৰত আছে। দণ্ডডালৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল দণ্ড ডালৰ দৈৰ্ঘ্য $= x$ মিটাৰ

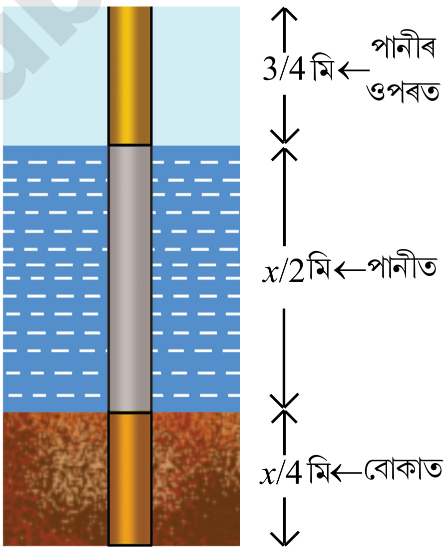
∴ বোকাত থকা অংশ $= \frac{x}{4}$ মিটাৰ

পানীত থকা অংশ $= \frac{x}{2}$ মিটাৰ

আৰু পানীৰ ওপৰত থকা অংশ $= 0.75$ মিটাৰ

$= \frac{75}{100}$ মিটাৰ

$= \frac{3}{4}$ মিটাৰ



প্ৰশ্নমতে, $\frac{x}{4} + \frac{x}{2} + \frac{3}{4} = x$

বা, $\frac{x}{4} + \frac{x}{2} - x = -\frac{3}{4}$

বা, $\frac{x + 2x - 4x}{4} = -\frac{3}{4}$

বা, $\frac{-x}{4} = -\frac{3}{4}$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

বা, $\frac{-x}{4} \times (-4) = -\frac{3}{4} \times (-4)$

বা, $x = 3$

∴ দণ্ড ডালৰ দৈৰ্ঘ্য = 3 মিটাৰ

উদাহৰণ 6 ঃ দুই বাই-ভনী অলি আৰু মিলিৰ বৰ্তমান বয়সৰ অনুপাত 5 : 4। এতিয়াৰ পৰা 6 বছৰৰ আগত তেওঁলোকৰ বয়সৰ অনুপাত আছিল 3 : 2। তেওঁলোকৰ বৰ্তমান বয়স কিমান উলিওৱা।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল অলি আৰু মিলিৰ বৰ্তমান বয়স ক্ৰমে $5x$ বছৰ আৰু $4x$ বছৰ।

6 বছৰৰ আগত অলিৰ বয়স আছিল $(5x - 6)$ বছৰ

6 বছৰৰ আগত মিলিৰ বয়স আছিল $(4x - 6)$ বছৰ

যিহেতু তেওঁলোকৰ বয়সৰ অনুপাত 6 বছৰৰ আগত 3 : 2 আছিল, সেয়ে আমি তলত দিয়া সমীকৰণটো গঠন কৰিব পাৰোঁ।

$$\frac{5x-6}{4x-6} = \frac{3}{2}$$

বা, $2(5x - 6) = 3(4x - 6)$

বা, $10x - 12 = 12x - 18$

বা, $10x = 12x - 18 + 12$

বা, $10x - 12x = -6$

বা, $-2x = -6$

বা, $2x = 6$ [দুয়োপক্ষক (– 1) ৰে পূৰণ কৰি]

অথবা $x = \frac{6}{2} = 3$

∴ অলিৰ বৰ্তমান বয়স হৈছে = (5 × 3) বছৰ = 15 বছৰ

মিলিৰ বৰ্তমান বয়স হৈছে = (4 × 3) বছৰ = 12 বছৰ

উদাহৰণ 7 ঃ এটা ভগ্নাংশৰ লব হৰতকৈ 5 বেছি। যদি লব আৰু হৰৰ উভয়ৰ লগত 4 যোগ কৰা হয়, তেন্তে ভগ্নাংশটো হয়গৈ $\frac{6}{5}$। সমীকৰণ গঠন কৰি ভগ্নাংশটো নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল,

ভগ্নাংশটোৰ হৰ = x

∴ ভগ্নাংশটোৰ লব = $x + 5$

∴ ভগ্নাংশটো হ'ব = $\frac{x+5}{x}$

লব আৰু হৰৰ উভয়ৰ লগত 4 যোগ কৰিলে ভগ্নাংশটো হয় $\frac{6}{5}$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

∴ আমি গঠন কৰিবলগীয়া সমীকৰণটো হ'ল

$$\frac{x+5+4}{x+4} = \frac{6}{5}$$

অথবা, $\frac{x+9}{x+4} = \frac{6}{5}$

বা, $5(x + 9) = 6(x + 4)$

বা, $5x + 45 = 6x + 24$

বা, $5x - 6x = 24 - 45$

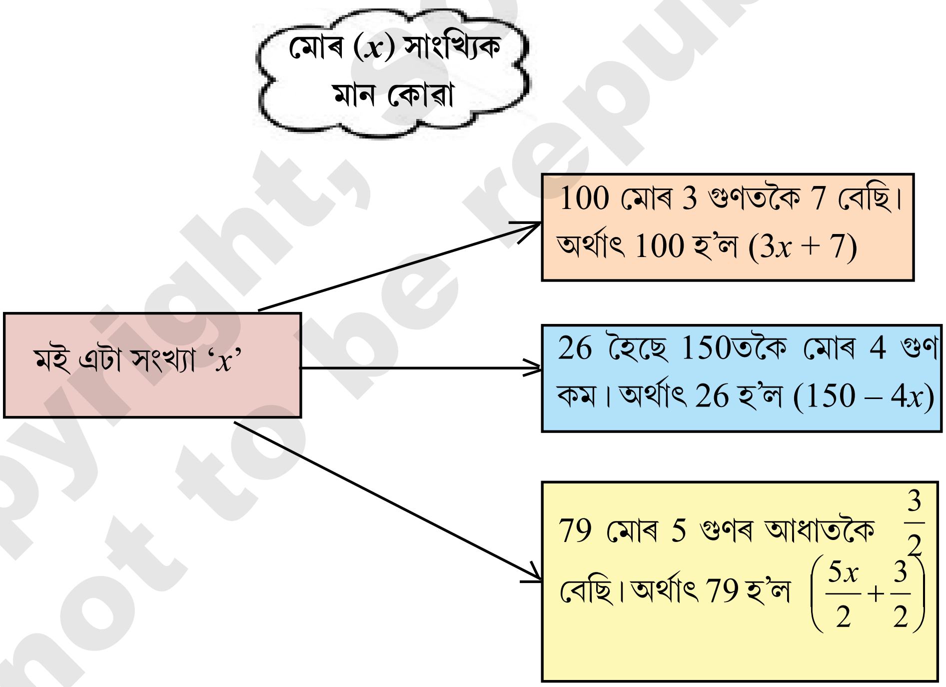
বা, $-x = -21$

অথবা, $x = 21$

∴ ভগ্নাংশটোৰ হৰ = 21

আৰু ভগ্নাংশটোৰ লব = $x + 5 = 21 + 5 = 26$

∴ ভগ্নাংশটো হৈছে = $\frac{26}{21}$



Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অনুশীলনী 2.2

সমাধান কৰা ঃ

1. দুটা সংখ্যা 5 : 7 অনুপাতত আছে। ডাঙৰ সংখ্যাটোতকৈ সৰু সংখ্যাটো 12 কম। সংখ্যা দুটা উলিওৱা।
2. তিনিটা ক্ৰমিক যুগ্ম সংখ্যাৰ যোগফল 48। সংখ্যাকেইটা উলিওৱা।
3. যদি 17500 টকা তিনিজন মানুহক 1 : 2 : 4 অনুপাতত ভগাই দিয়া হয়, তেন্তে প্ৰত্যেকে কিমানকৈ টকা পালে?
4. এখন আয়তাকাৰ খেলপথাৰৰ পৰিসীমা 280 মিটাৰ আৰু ইয়াৰ দীঘ প্ৰস্থৰ দুগুণতকৈ 2 মিটাৰ বেছি। খেলপথাৰখনৰ দীঘ আৰু প্ৰস্থ উলিওৱা।
5. দুটা অংকবিশিষ্ট সংখ্যা এটাৰ এককৰ স্থানৰ অংকটো 5। সংখ্যাটো অংক দুটাৰ যোগফলৰ 5 গুণ হ'লে সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰা।
6. এটা বিষমবাহু ত্ৰিভুজৰ প্ৰথম বাহু তৃতীয় বাহুতকৈ 2 চে মি বেছি আৰু দ্বিতীয় বাহু তৃতীয় বাহুৰ দুগুণতকৈ 5 চে মি কম। ত্ৰিভুজটোৰ পৰিসীমা যদি 29 চে মি হয়, তেন্তে তিনিওডাল বাহুৰ জোখ উলিওৱা।
7. এটা সংখ্যাৰ ছয়গুণ, সংখ্যাটোৰ লগত 12 যোগ কৰি পোৱা যোগফলৰ তিনিগুণৰ সমান হয়। সংখ্যাটো উলিওৱা।
8. তিনিটা ক্ৰমিক স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ যোগফল 45। সংখ্যাকেইটা উলিওৱা।
9. ঊৰ্ধ্বক্ৰমত থকা তিনিটা ক্ৰমিক অখণ্ড সংখ্যাক ক্ৰমে 2, 3 আৰু 4 ৰে পূৰণ কৰি পোৱা সংখ্যাকেইটাৰ যোগফল 119। সংখ্যাকেইটা উলিওৱা।
10. 20 বছৰৰ পাছত স্মিতাৰ বয়স বৰ্তমান বয়সৰ 5 গুণতকৈ 4 বছৰ কম হ'ব। স্মিতাৰ বৰ্তমান বয়স কিমান?
11. ৰাজৰ বৰ্তমান বয়স ৰশ্মিৰ বৰ্তমান বয়সৰ দুগুণ। দহ বছৰ আগতে তেওঁৰ বয়স ৰশ্মিৰ বয়সৰ তিনিগুণ আছিল। তেওঁলোকৰ বৰ্তমান বয়স উলিওৱা।
12. ৰাণুয়ে তাইৰ হাতত থকা 500 টকীয়া নোটখন ওচৰৰ দোকান এখনত খুচুৰা কৰিবলৈ গ'ল। দোকানীজনে তাইক কেইখনমান 50 টকীয়া আৰু কেইখনমান 20 টকীয়া মুঠ 19 খন নোট দিলে। ৰাণুয়ে প্ৰত্যেকৰে কেইখনকৈ নোট পালে?
13. এখন নাটকত শিশুৰ বাবে প্ৰতিটো টিকটৰ দাম 100 টকা আৰু প্ৰাপ্তঃবয়স্ক ব্যক্তিৰ বাবে প্ৰতিটো টিকটৰ দাম 250 টকা। 50 জন ব্যক্তিৰ পৰা সৰ্বমুঠ 8600 টকা সংগ্ৰহ কৰা হ'ল। তেওঁলোকৰ মাজত শিশুৰ সংখ্যা কিমান আছিল?
14. এটা সংখ্যাৰ $\frac{4}{5}$ অংশ সংখ্যাটোৰ $\frac{2}{3}$ অংশতকৈ 6 বেছি। সংখ্যাটো কি?
15. এনে এটা পৰিমেয় সংখ্যা উলিওৱা যাক $\frac{4}{3}$ ৰে পূৰণ কৰি পোৱা পূৰণফলৰ পৰা $\frac{2}{5}$ বিয়োগ কৰিলে $-\frac{8}{15}$ পাবা।
16. দুখন বাছ পৰস্পৰ 575 কি মি দূৰত্বত থকা দুখন ঠাইৰ পৰা একে সময়তে ইখনে সিখনৰ ফালে যাত্ৰা আৰম্ভ কৰিলে। এখন বাছৰ বেগ প্ৰতি ঘণ্টাত 60 কি মি আৰু আনখনৰ বেগ প্ৰতি ঘণ্টাত 55 কি মি। বাছ দুখনৰ লগ লাগিবলৈ কিমান সময় লাগিব?

Copyright SCERT, Assam
not to be republished

17. এজন মানুহে বজাৰত তেওঁৰ হাতত থকা মুঠ টকাৰ $\frac{1}{4}$ অংশৰে পাচলি, $\frac{3}{5}$ অংশৰে ফল-মূল আৰু $\frac{1}{8}$ অংশৰে মিঠাই কিনিলে। হাতত বাকী থকা 8 টকা বাছ ভাড়া দিলে। তেওঁ মুঠ কিমান টকা লৈ বজাৰলৈ গৈছিল?
18. এনে এটা ভগ্নাংশ উলিওৱা য'ত হৰ লবতকৈ 4 বেছি হয়। যদিহে লবৰ লগত 6 যোগ আৰু হৰৰ পৰা 6 বিয়োগ কৰা তেন্তে ভগ্নাংশটো $\frac{11}{3}$ হয়।
19. এটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ হৰ লবতকৈ 5 বেছি। যদি লবটো 1 আৰু হৰটো 3 কমাই দিয়া হয়, তেন্তে নতুন পৰিমেয় সংখ্যাটো $\frac{1}{4}$ হয়। পৰিমেয় সংখ্যাটো উলিওৱা।
20. মাক ৰোহনতকৈ 25 বছৰ ডাঙৰ। 8 বছৰৰ পাছত ৰোহন আৰু মাকৰ বয়সৰ অনুপাত হ'ব 4 : 9। দুয়োৰে বৰ্তমান বয়স উলিওৱা।
21. মনদ্বীপে এখন গাড়ী 8% লাভত ৰক্তিমক বিক্ৰী কৰিলে। ৰক্তিমে 5400 টকা দি গাড়ীখন মেৰামতি কৰিলে। তাৰ পিছত তেওঁ নৃপেনক 113400 টকাত একো লাভ লোকচান নোহোৱাকৈ বিক্ৰী কৰিলে। মনদ্বীপে গাড়ীখন কিমান দামত কিনিছিল?
22. বিদ্যালয় সপ্তাহত এখন বিদ্যালয়ৰ মুঠ ছাত্ৰৰ এক পঞ্চমাংশই 100 মিটাৰ দৌৰ আৰু এক তৃতীয়াংশই 200 মিটাৰ দৌৰত অংশগ্ৰহণ কৰিছে। 200 মিটাৰ আৰু 100 মিটাৰ দৌৰত অংশগ্ৰহণ কৰা ছাত্ৰৰ পাৰ্থক্যৰ দুগুণৰ সমান ছাত্ৰই 4×100 মিটাৰ দৌৰত অংশগ্ৰহণ কৰিছে। বাকী থকা 15 জন ছাত্ৰই খেল উপভোগ কৰিছে। খেলপথাৰখনত মুঠ কিমান ছাত্ৰ আছে?

Copyright : SCERT, Assam not to be republished

বহুবিকল্প প্ৰশ্ন [Multiple Choice Questions (MCQ)]

শুদ্ধ উত্তৰটো বাছি উলিওৱা ঃ

1. তলত দিয়া সমীকৰণবোৰৰ ভিতৰত এটা চলকৰ এক ঘাতৰ সমীকৰণটো হৈছে
   (a) $\frac{2}{x}=\frac{x}{2}$ (b) $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}=1$ (c) $\frac{x}{3}+\frac{x}{5}=\frac{1}{4}$ (d) $x^2+2x-5=c$
2. 'এটা সংখ্যাৰ লগত 15 যোগ কৰিলে সংখ্যাটো 40 হয়।' এই উক্তিৰ সমীকৰণটো হৈছে
   (a) $15x = 40$ (b) $x - 15 = 40$ (c) $x + 15 = 40$ (d) $\frac{x}{15} = 40$
3. 'এটা সংখ্যাৰ পৰা 8 বিয়োগ কৰিলে সংখ্যাটো – 15 হয়'। এই উক্তিৰ সমীকৰণটো হৈছে
   (a) $x + 8 = -15$ (b) $x - 8 = 15$ (c) $x + 8 = 15$ (d) $x - 8 = -15$
4. $x \div 4 = 8$ ৰ বীজটো হ'ল
   (a) 12 (b) 32 (c) 4 (d) – 12

5. $8x - \frac{20}{7} = 4x$ ৰ বীজটো হ'ল

(a) $-\frac{5}{7}$ (b) $\frac{5}{7}$ (c) $\frac{10}{7}$ (d) $\frac{20}{21}$

6. $x = 0$ ৰ বীজ হ'ব

(a) 0 (b) 4 (c) 2 (d) কোনো বীজ নাই

7. y এটা অযুগ্ম সংখ্যা। y ৰ ঠিক আগৰ অযুগ্ম সংখ্যাটো হ'ল

(a) $y-1$ (b) $y-2$ (c) $y-3$ (d) $y-4$

8. দুটা অংকযুক্ত সংখ্যা এটাৰ এককৰ ঘৰৰ অংকটো 4 আৰু দহকৰ অংকটো যদি y হয়, তেন্তে সংখ্যাটো হ'ল

(a) $10y-4$ (b) $10-40y$ (c) $10+40y$ (d) $10y+4$

9. সমীকৰণ $8x - 15 = 9 - 4x$ ৰ বীজ হ'ল

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

10. $\frac{5x}{3} = 30$ হ'লে x ৰ মান হ'ল

(a) 15 (b) 9 (c) 18 (d) 12

11. 'কোনো এটা সংখ্যাৰ $\frac{2}{3}$ অংশ তাৰ $\frac{3}{4}$ অংশতকৈ 5 কম'। এই উক্তিৰ সমীকৰণটো হ'ল

(a) $\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}x = 5$ (b) $\frac{2}{3}x = \frac{3}{4}x - 5$ (c) $\frac{2}{3}x - 5 = \frac{3}{4}x$ (d) $\frac{3}{4}x - 5 = -\frac{2}{3}x$

12. এযোৰ পূৰক কোণৰ এটা কোণ আনটো কোণতকৈ 20° বেছি। সৰু কোণটোৰ মাপ হ'ল

(a) 90° (b) 45° (c) 55° (d) 35°

13. এযোৰ সম্পূৰক কোণৰ ডাঙৰ কোণটো সৰু কোণৰ দুগুণ। ডাঙৰ কোণটো হ'ল

(a) 180° (b) 120° (c) 90° (d) 60°

14. $bx = 0$ হ'লে x ৰ মান হ'ব

(a) 0 (b) b (c) – b (d) $\frac{1}{b}$

15. $\frac{m}{2} = -7$ হ'লে x ৰ মান হ'ব

(a) 9 (b) –9 (c) –14 (d) 14

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

শিক্ষকৰ সহায়ত সমাধান কৰি আনন্দ লোৱা ঃ

বৰ্তমান নলবাৰী জিলাৰ বেলশৰৰ দণ্ডিৰাম দত্ত নামৰ এগৰাকী লোকে এশবছৰ পূৰ্বেই (1918 খ্ৰী) অসমৰ বহু ঠাই ঘূৰি অসমীয়া 'কৌতুক আৰু কাইথেলী অংক' নামে গ্ৰন্থ প্ৰকাশ কৰে। তাৰে এটা অংক— যিটোৰ পৰা এটা সৰল সমীকৰণ হয়। তেখেতে সংগ্ৰহ কৰা অংকটো এই— ক'লৈ যোৱাহে এশ ভাই ?— আমিতো এশ নহয়। আহিছো যিমান আহিব সিমান আৰু আহিব তাৰ আধা, তাৰ পিছত আহিব তাৰ আধা আৰু তোমাৰে সৈতে এশ হ'ম।'

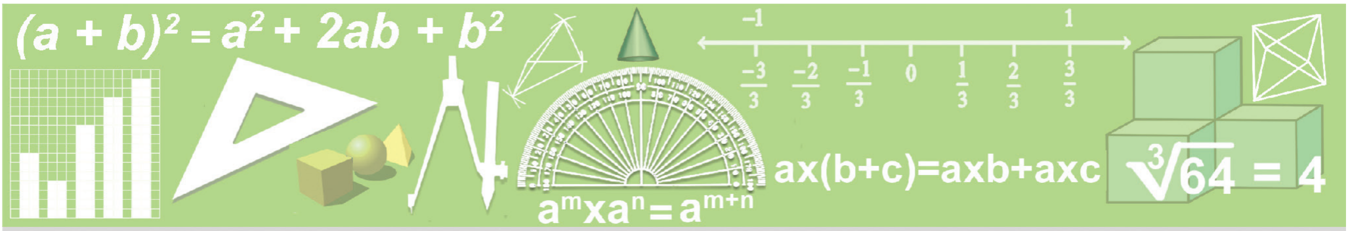
আমি কি শিকিলোঁ ?

1. সমীকৰণ এটাৰ চলকৰ কোনো নিৰ্দিষ্ট মানৰ বাবে বাওঁপক্ষ আৰু সোঁপক্ষ সমান হয়। সেই নিৰ্দিষ্ট মানকেই উক্ত সমীকৰণটোৰ বীজ বা মূল (Root) বোলা হয়।
2. সমীকৰণ সমাধান কৰিবলৈ যাওঁতে চলকযুক্ত ৰাশিবোৰ সমতাৰ বাওঁপক্ষত ৰাখি আন ৰাশিবোৰ সমতাৰ সোঁপক্ষলৈ পক্ষান্তৰ কৰা হয়। তাৰ বাবে আমি প্ৰয়োজন অনুসৰি তলৰ প্ৰক্ৰিয়াৰ আটাইবোৰ বা কোনো প্ৰক্ৰিয়াৰ সহায় লওঁ —

   (i) দুয়োপক্ষত একোটা সংখ্যা যোগ
   (ii) দুয়োপক্ষৰে পৰা একেটা সংখ্যাকে বিয়োগ
   (iii) দুয়োপক্ষক একেটা সংখ্যাৰে পূৰণ
   (iv) দুয়োপক্ষক একেটা অশূন্য সংখ্যাৰে হৰণ
3. সমীকৰণ সমাধান কাৰোতে ওপৰৰ প্ৰক্ৰিয়াবোৰ ব্যৱহাৰ নকৰি সহজাত প্ৰয়োজন সাপেক্ষে সমীকৰণত থকা ৰাশি বা পদসমূহৰ চিনৰ সলনি কৰি বাওঁপক্ষৰ পৰা সোঁপক্ষলৈ আৰু সোঁপক্ষৰ পৰা বাওঁপক্ষলৈ পক্ষান্তৰ কৰিব পাৰি। এইদৰে পদ বা ৰাশি পক্ষান্তৰ কৰিলে ধনাত্মক ৰাশি বা পদটো ঋণাত্মক হয়। আনহাতে ঋণাত্মক ৰাশি বা পদটো ধনাত্মক হয়।
4. বজ্ৰগুণন প্ৰক্ৰিয়াৰে সমীকৰণ সমাধান, যদি $\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$ তেন্তে, $A \times D = B \times C$, ইয়াত A, B, C আৰু D সমীকৰণ এটাৰ পদ বা ৰাশি।
5. এক ঘাতৰ সমীকৰণ গঠন কৰি দৈনন্দিন জীৱনত সন্মুখীন হোৱা বিভিন্ন সমস্যা সমাধান কৰিব পাৰি।

❑❑❑

Copyright SCERT Assam not to be republished



অধ্যায়-3

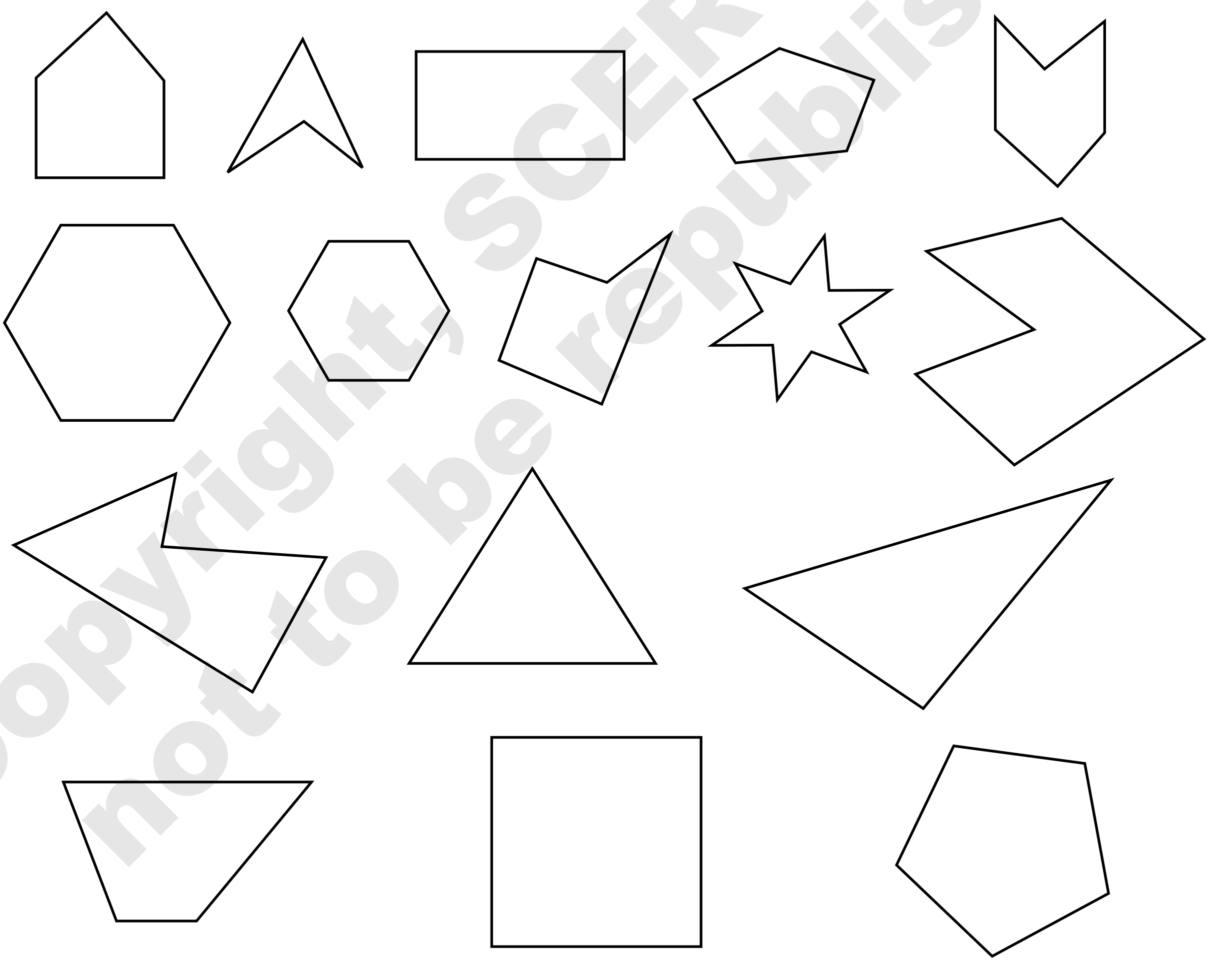
চতুৰ্ভুজ
(Quadrilaterals)

L5A1B5

তোমালোকে ত্ৰিভুজৰ ধাৰণা পাই আহিছা। ত্ৰিভুজৰ তিনিটা বাহু আৰু তিনিটা কোণ থাকে।

আমি এই অধ্যায়ত তিনিটাতকৈ অধিক ৰেখাখণ্ডৰে গঠিত সৰল বন্ধ চিত্ৰৰ বিষয়ে আলোচনা আগবঢ়াম। তলৰ চিত্ৰবোৰ মন কৰাচোন —

3.1 বহুভুজ (Polygons) ঃ



চিত্ৰ - 3.1

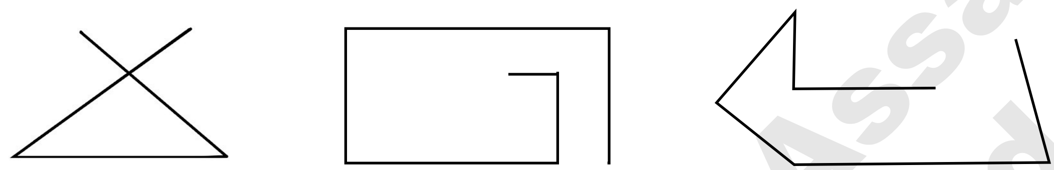
Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

চিত্ৰবোৰৰ পৰা কি মন কৰিলা ?

— চিত্ৰবোৰ সমতলীয়।
— চিত্ৰবোৰ ৰেখাখণ্ডৰে গঠিত আৰু ৰেখাৰ সংখ্যা সসীম।
— চিত্ৰবোৰ সৰল আৰু বন্ধ।

এনেদৰে সসীম সংখ্যক ৰেখাখণ্ডৰে গঠিত এটা সৰল বন্ধ সমতলীয় চিত্ৰক বহুভুজ (Polygon) বোলা হয়।

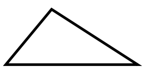
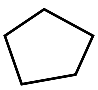
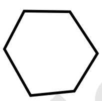
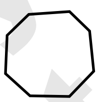
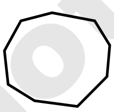
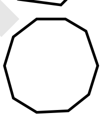
তলৰ চিত্ৰবোৰ বহুভুজ নহয় কাৰণ (i) চিত্ৰটো সৰল নহয়। আনহাতে (ii) আৰু (iii) চিত্ৰ দুটা বন্ধ নহয়।



(i) (ii) (iii)

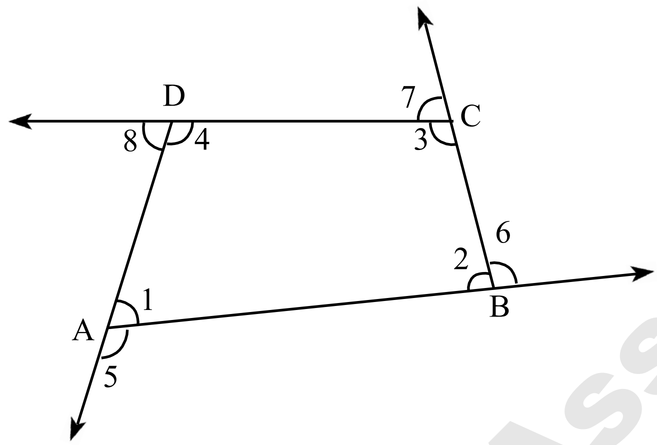
3.2 বহুভুজৰ নামকৰণ (Classification of polygons)

বহুভুজবোৰৰ বাহুৰ সংখ্যা বা শীৰ্ষবিন্দুৰ সংখ্যা অনুসৰি নামকৰণ কৰোঁ আহা—

চিত্ৰ	বাহু/শীৰ্ষবিন্দুৰ সংখ্যা	নাম
	3	ত্ৰিভুজ (Triangle)
	4	চতুৰ্ভুজ (Quadrilateral)
	5	পঞ্চভুজ (Pentagon)
	6	ষড়ভুজ (Hexagon)
	7	সপ্তভুজ (Heptagon)
	8	অষ্টভুজ (Octagon)
	9	নৱভুজ (Nonagon)
	10	দশভুজ (Decagon)

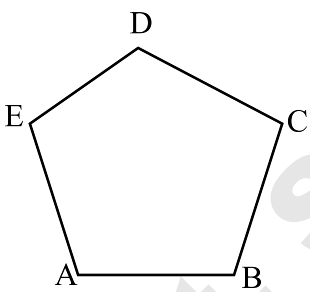
Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

3.3 বহুভুজৰ অন্তঃকোণ/বহিঃকোণ (Interior/exterior angles of a polygon)

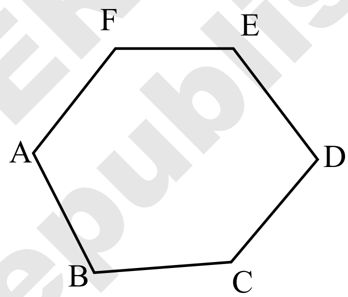


ABCD চতুৰ্ভুজটোৰ ক্ষেত্ৰত $\angle 1, \angle 2, \angle 3$ আৰু $\angle 4$ অন্তঃকোণ আৰু $\angle 5, \angle 6, \angle 7$ আৰু $\angle 8$ বহিঃকোণ।

কাৰ্য তলত দিয়া পঞ্চভুজ আৰু ষড়ভুজৰ অন্তঃকোণ আৰু বহিঃকোণবোৰ চিনাক্ত কৰা। প্ৰয়োজন সাপেক্ষে যিকোনো বাহু বঢ়াই ল'বা।

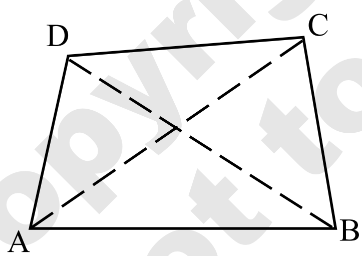


পঞ্চভুজ

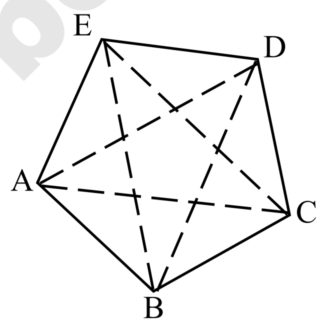


ষড়ভুজ

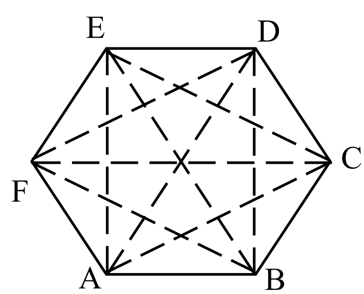
3.4 বহুভুজৰ কৰ্ণ (Diagonals of polygon)



ABCD চতুৰ্ভুজৰ A আৰু C শীৰ্ষবিন্দু সংযোগ কৰি AC আৰু B আৰু D শীৰ্ষবিন্দু সংযোগ কৰি BD চতুৰ্ভুজটোৰ কৰ্ণ পোৱা যায়।



ABCDE পঞ্চভুজৰ AC, AD, BE, BD, EC ৰেখাখণ্ডকেইটা পঞ্চভুজটোৰ কৰ্ণ।



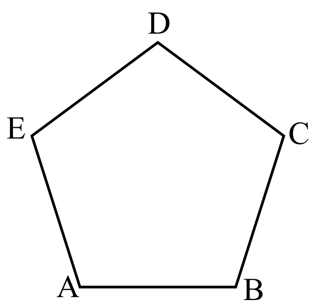
ABCDEF ষড়ভুজৰ AC, AD, AE, BF, BE, BD, CF, CE, DF ৰেখাখণ্ডবোৰ ষড়ভুজটোৰ কৰ্ণ।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

আগৰ পৃষ্ঠাৰ চিত্ৰকেইটা মন কৰিলে আমি ক'ব পাৰোঁ যে বহুভুজৰ সন্নিহিত নোহোৱা দুটা শীৰ্ষবিন্দুক সংযোগ কৰি পোৱা ৰেখাখণ্ডবোৰ বহুভুজৰ কৰ্ণ।

3.5 বহুভুজৰ সন্নিহিত বাহু আৰু সন্নিহিত কোণ (Adjacent sides and adjacent angles of a polygon)

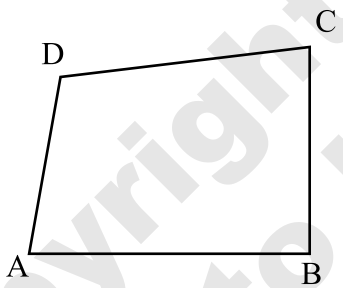
তোমালোকে আগৰ পাঠত পাই আহিছা যে এটা উমৈহতীয়া বাহু থকা দুটা কোণক **সন্নিহিত কোণ (Adjacent Angle)** বোলা হয়। বহুভুজৰ ক্ষেত্ৰত এটা উমৈহতীয়া বাহু থকা দুটা কোণক সন্নিহিত কোণ হিচাপে লোৱা হয়। একেদৰে এটা উমৈহতীয়া কৌণিক বিন্দু থকা দুটা বাহুক বহুভুজৰ **সন্নিহিত বাহু (Adjacent Side)** হিচাপে লোৱা হয়।

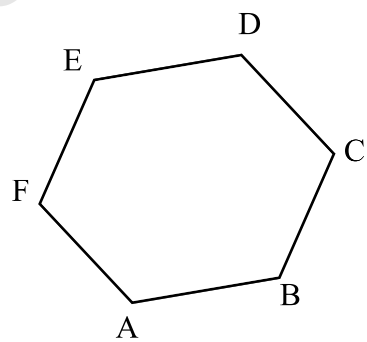


এটা বহুভুজৰ এটা বাহু য'ত শেষ হয় তাতে আন এটা বাহু আৰম্ভ হয় সেই দুটা বাহু সন্নিহিত বাহু। কাষৰ চিত্ৰটোত AB আৰু BC সন্নিহিত বাহু BC আৰু CD ; CD আৰু DE ; DE আৰু EA ; EA আৰু AB সন্নিহিত বাহু। একেটা বাহুৰ প্ৰান্তত থকা কোণবোৰক সন্নিহিত কোণ বোলে। কাষৰ চিত্ৰটোত $\angle A$ আৰু $\angle B$, $\angle B$ আৰু $\angle C$, $\angle C$ আৰু $\angle D$, $\angle D$ আৰু $\angle E$, $\angle E$ আৰু $\angle A$ যথাক্ৰমে সন্নিহিত কোণ।

নিজে চেষ্টা কৰা (Try yourself)

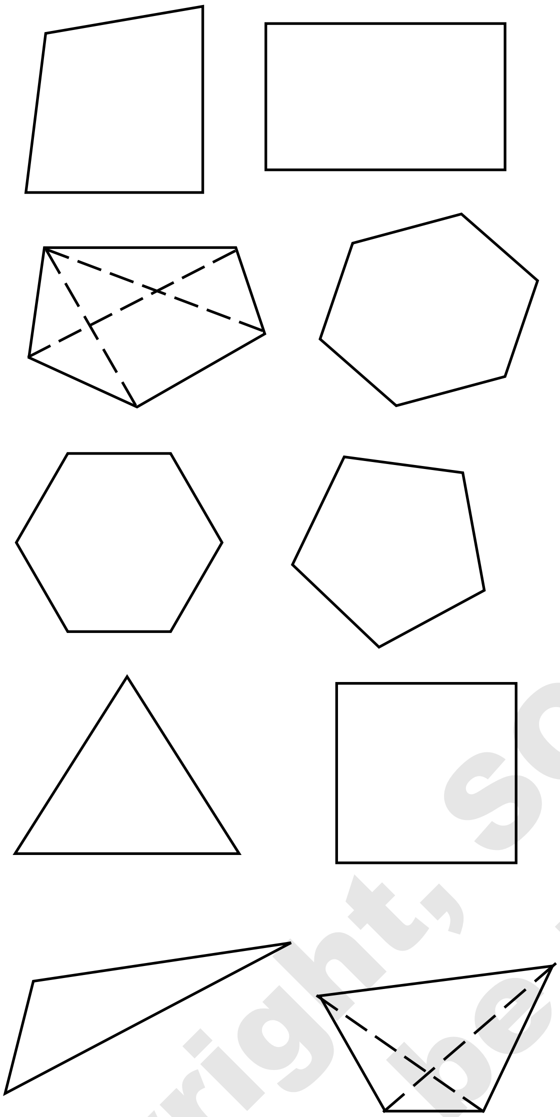
তলত দিয়া চতুৰ্ভুজ আৰু ষড়ভুজ দুটাৰ সন্নিহিত বাহু আৰু সন্নিহিত কোণৰ যোৰবোৰ চিনাক্ত কৰা।



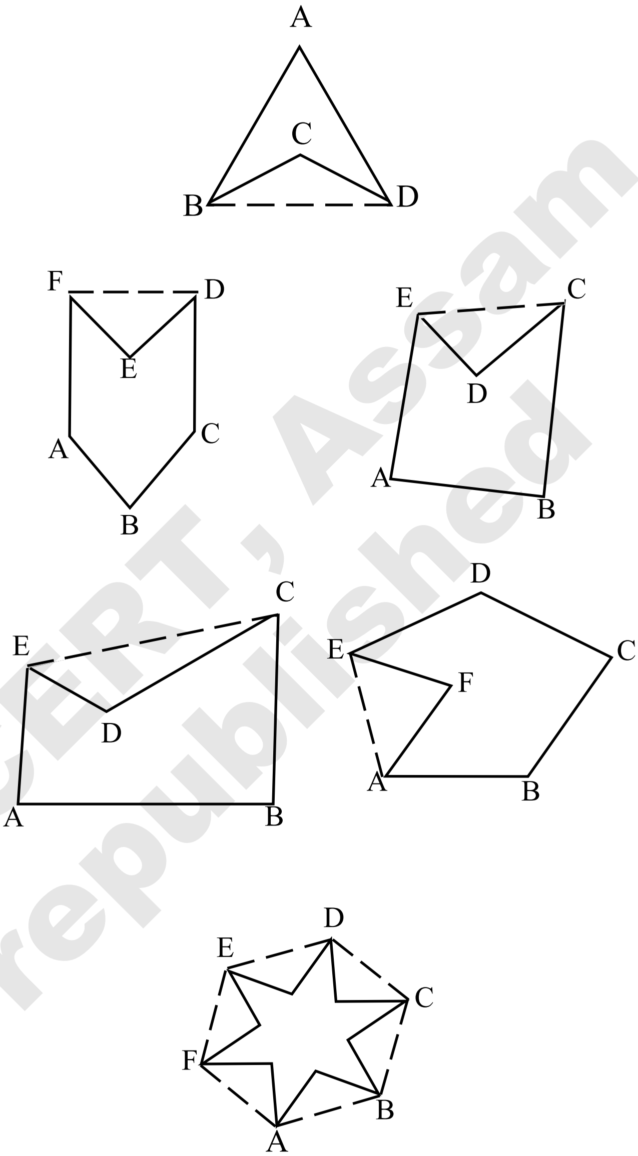


Copyright, SCERT, Assam not to be republished

3.6 উত্তল বহুভুজ আৰু অৱতল বহুভুজ (Convex and concave polygon)



চিত্ৰ 3 (*a*)
উত্তল বহুভুজ



চিত্ৰ 3 (*b*)
অৱতল বহুভুজ

উত্তল বহুভুজ(Convex polygon)

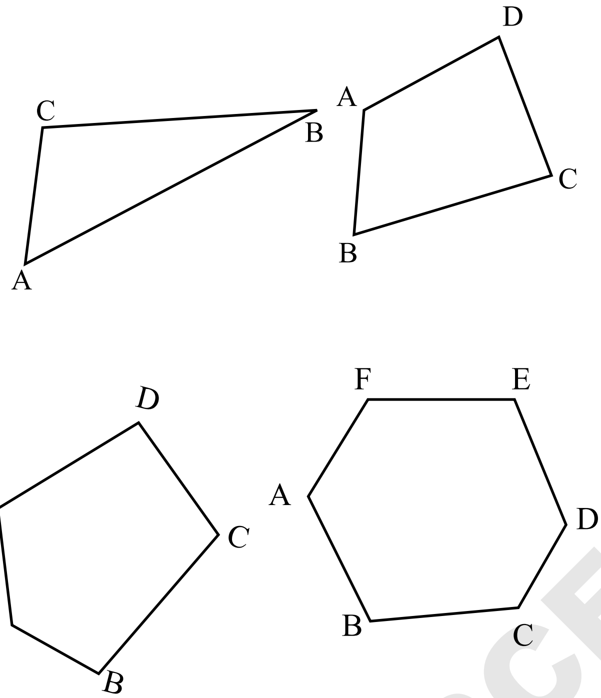
☆ অন্তঃকোণৰ মান 180°তকৈ কম।
☆ কৰ্ণ বহুভুজৰ ভিতৰফালে থাকিব।

অৱতল বহুভুজ (Concave polygon)

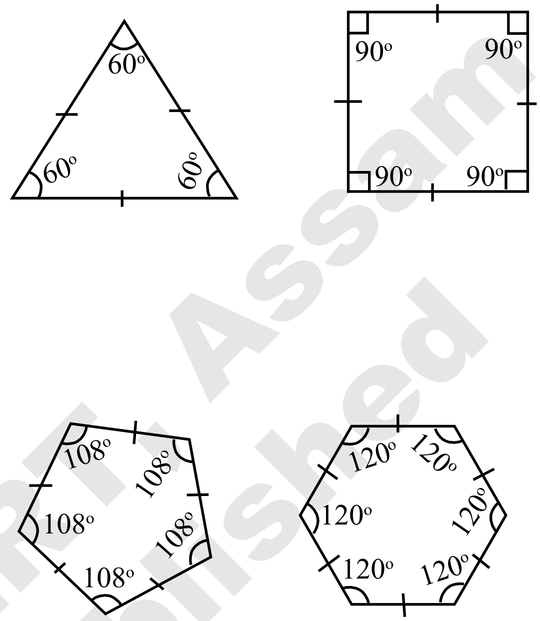
☆ কমেও এটা অন্তঃকোণৰ মান 180°তকৈ বেছি হ'ব।
☆ কমেও এডাল কৰ্ণ বাহিৰফালে থাকিব।

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

আকৌ চিত্ৰ 3 (a) ৰ উত্তল বহুভুজবোৰকো আমি বিশেষ ধৰ্ম অনুসৰি নামকৰণ কৰিব পাৰোঁ। চোৱাচোন



এই উত্তল বহুভুজবোৰত বাহুৰ দীঘ অসমান আৰু অন্তঃ কোণবোৰো সমান নহয়। এনেবোৰক **বিষমবাহু বহুভুজ** (Irregular polygon) বোলা হয়।



এই উত্তল বহুভুজবোৰৰ প্ৰতিটো বাহুৰ দীঘ সমান আৰু প্ৰতিটো কোণৰ মানও সমান। এনেবোৰ উত্তল বহুভুজক সুষম বহুভুজ (Regular polygon) বোলা হয়।

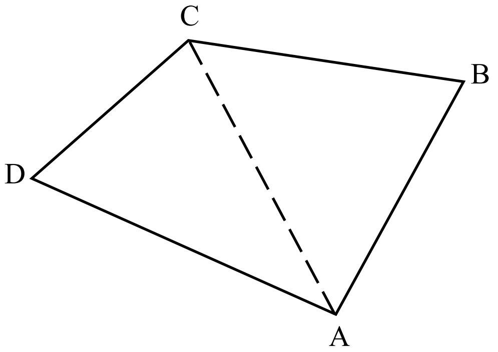
আমি এই অধ্যায়ৰ পৰৱৰ্তী আলোচনাত বহুভুজ বুলিলে উত্তল বহুভুজকেই বুজিম।

3.7 বহুভুজৰ কোণৰ মাপৰ সমষ্টি (Sum of the measure of angles of a polygon)

ত্ৰিভুজৰ তিনিটা কোণৰ সমষ্টি 180°। এতিয়া, ত্ৰিভুজৰ কোণৰ এই ধৰ্ম ব্যৱহাৰ কৰি যিকোনো বহুভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি উলিয়াম। মন কৰা—

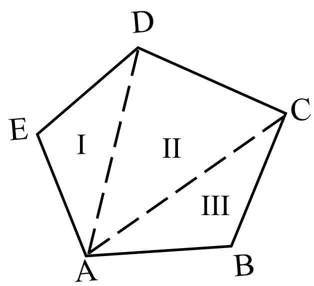
Copyright SCERT, Assam not to be republished

1. চতুৰ্ভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি —



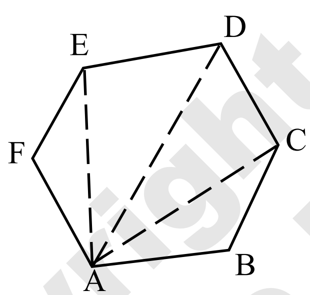
ABCD চতুৰ্ভুজৰ AC কৰ্ণই চতুৰ্ভুজটোক দুটা ত্ৰিভুজ ADC আৰু ABCত বিভক্ত কৰিছে। গতিকে ABCD চতুৰ্ভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি = ADC ত্ৰিভুজৰ অন্তঃ কোণৰ সমষ্টি + ABC ত্ৰিভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি = $180^o + 180^o = 360^o$

2. পঞ্চভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি



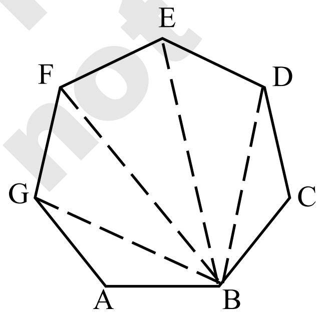
ABCDE পঞ্চভুজটোত A বিন্দুৰ পৰা টনা কৰ্ণ AD আৰু AC য়ে পঞ্চভুজটোক AED, ADC আৰু ABC তিনিটা ত্ৰিভুজত বিভক্ত কৰিছে। গতিকে পঞ্চভুজ ABCDE ৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি = তিনিটা ত্ৰিভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি = $180^o + 180^o + 180^o$
$= 3 \times 180^o = 540^o$

3. ষড়ভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি



ABCDEF ষড়ভুজটোত A বিন্দুৰ পৰা টনা কৰ্ণ AE, AD, AC ইয়ে ষড়ভুজটোক AFE, AED, ADC, ACB চাৰিটা ত্ৰিভুজত বিভক্ত কৰে। গতিকে ABCDEF ষড়ভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি = চাৰিটা ত্ৰিভুজৰ অন্তঃ কোণৰ সমষ্টি = $180^o + 180^o + 180^o + 180^o$
$= 4 \times 180^o = 720^o$

4. সপ্তভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি



ABCDEFG সপ্তভুজটোত B বিন্দুৰ পৰা টনা চাৰিটা কৰ্ণ BD, BE, BF আৰু BG য়ে সপ্তভুজটোক পাঁচটা ত্ৰিভুজত বিভক্ত কৰিছে। গতিকে সপ্তভুজটোৰ অন্তঃ কোণৰ সমষ্টি = $5 \times 180^o = 900^o$ (কিয় ?)

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

কার্য একেধৰণে অষ্টভুজ, নৱভুজ আৰু দশভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি উলিওৱা।

এতিয়া বহুভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টিৰ চানেকি (Pattern) বনাবলৈ যত্ন কৰিম যাৰ দ্বাৰা বহুভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টিৰ সূত্ৰ হিচাপে ব্যৱহাৰ কৰি যিকোনো সংখ্যক বাহু সম্পন্ন বহুভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি উলিয়াব পৰা যাব।

বহুভুজ	বাহুৰ সংখ্যা	অন্তঃকোণৰ সমষ্টি	চানেকি
ত্ৰিভুজ	3	180°	$(3-2)\times 180^\circ$
চতুৰ্ভুজ	4	360°	$(4-2)\times 180^\circ$
পঞ্চভুজ	5	540°	$(5-2)\times 180^\circ$
ষড়ভুজ	6	720°	$(6-2)\times 180^\circ$
সপ্তভুজ	7	900°	$(7-2)\times 180^\circ$
অষ্টভুজ	8	”	”
নৱভুজ	9	”	”
দশভুজ	10	”	”
n বাহু সম্পন্ন বহুভুজ	n	.....	$(n-2)\times 180^\circ$ $= (n-2)\times 2\times 90^\circ$ $= (2n-4)\times 90^\circ$

গতিকে এটা n বাহু সম্পন্ন বহুভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি $(2n-4)\times 90^\circ$ হ'ব।

যদি বহুভুজটো সুষম হয় তেন্তে প্ৰতিটো অন্তঃকোণৰ মাপ $\left(\frac{2n-4}{n}\right)\times 90^\circ$

[∵ n বাহু সম্পন্ন বহুভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি $(2n-4)\times 90^\circ$ আৰু সুষম বহুভুজৰ ক্ষেত্ৰত কোণৰ মাপ সমান সেয়েহে সুষম বহুভুজৰ প্ৰতিটো অন্তঃকোণৰ জোখ $\left(\frac{2n-4}{n}\right)\times 90^\circ$]

উদাহৰণ 1 ঃ 12 টা বাহু সম্পন্ন এটা সুষম বহুভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি উলিওৱা।

সমাধান ঃ $n = 12$, গতিকে অন্তঃকোণৰ সমষ্টি $(2\times 12-4)\times 90^\circ = 1800^\circ$

উদাহৰণ 2 ঃ 15 টা বাহু বিশিষ্ট এটা বহুভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি 2340° হ'লে বহুভুজটোৰ প্ৰতিটো অন্তঃকোণৰ মাপ উলিওৱা।

সমাধান ঃ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি $= 2340^\circ$

বাহুৰ সংখ্যা $= 15$

গতিকে প্ৰতিটো অন্তঃকোণৰ মাপ $= \frac{2340^\circ}{15} = 156^\circ$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 3 ঃ এটা সুষম বহুভুজৰ প্ৰতিটো অন্তঃকোণৰ মাপ 160^{o} হ'লে বহুভুজৰ বাহুৰ সংখ্যা উলিওৱা।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল বহুভুজটোৰ বাহুৰ সংখ্যা $= n$

$\therefore$ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি $= (2n - 4) \times 90^{o}$

প্ৰতিটো অন্তঃকোণৰ মাপ $= \left(\dfrac{2n-4}{n}\right) \times 90^{o}$

প্ৰশ্নমতে, $\left(\dfrac{2n-4}{n}\right) \times 90^{o} = 160^{o}$

বা, $\left(\dfrac{2n-4}{n}\right) = \dfrac{160}{90}$

বা, $18n - 36 = 16n$

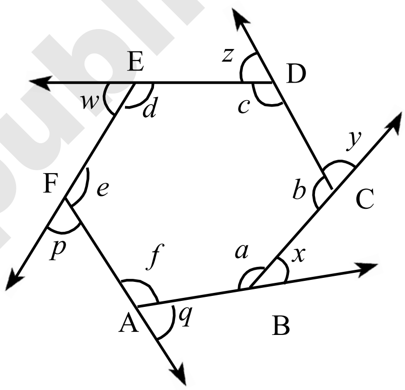
বা, $2n = 36$

বা, $n = 18$

$\therefore$ বাহুৰ সংখ্যা $= 18$

3.8 বহুভুজৰ বহিঃকোণৰ মাপৰ সমষ্টি (Sum of the measure of the exterior angles)

আমি এতিয়া এটা বিশেষ বহুভুজ যেনে ষড়ভুজৰ বহিঃকোণৰ সমষ্টি জুখিবলৈ চেষ্টা কৰিম। ABCDEF এটি ষড়ভুজ। ষড়ভুজটোৰ বহিঃকোণটোৰ সমষ্টি অৰ্থাৎ $\angle x + \angle y + \angle z + \angle w + \angle p + \angle q$ কিমান?



বহুভুজটো আঁকোতে $\overrightarrow{AB}$ ৰ দিশত গতি কৰি B বিন্দুত $\overrightarrow{BC}$ ৰ দিশত গতি কৰোতে আমি $\angle x$ কোণ ঘূৰি C বিন্দুত উপনীত হৈ আকৌ $\angle y$ কোণ ঘূৰি D বিন্দুত উপনীত হ'ম।

আকৌ $\angle z$ কোণ ঘূৰি E বিন্দুত $\angle w$ কোণ ঘূৰি F বিন্দুত $\angle p$ কোণ ঘূৰি A বিন্দুত উপনীত হৈ $\angle q$ কোণ ঘূৰিলেহে $\overrightarrow{AB}$ ৰ দিশত পুনৰাই ঘূৰি আহিম, হয়নে? তেতিয়া হ'লে আটাইকেইটা কোণ ঘূৰিলে এটা সম্পূৰ্ণ এপাক ঘূৰণ নহ'ল নে? অৰ্থাৎ 360^{o} কোণ ঘূৰা হ'ল নে?

$\overrightarrow{AB}$ ক বঢ়াই দিয়াত $\overline{BC}$ ৰ লগত x বহিঃকোণ উৎপন্ন হ'ল। সেইদৰে বহিঃকোণ y, z, w, p আৰু q পোৱা গ'ল। গতিকে, $\angle x + \angle y + \angle z + \angle w + \angle p + \angle q = 360^{o}$।

বৈকল্পিকভাৱে,

$\angle x + \angle y + \angle z + \angle w + \angle p + \angle q$

$= 180^{0} - \angle a + 180^{0} - \angle b + 180^{0} - \angle c + 180^{0} - \angle d + 180^{0} - \angle e + 180^{0} - \angle f$

$= 1080^{0} - (\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f)$

$= 1080^{0} - (6 - 2) \times 180^{0}$

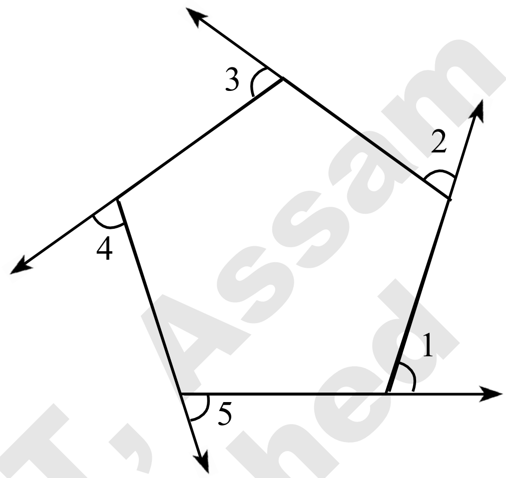
$= 1080^{0} - 720^{0} = 360^{0}$

Copyright SCERT, Assam
not to be republished

গতিকে $\angle x + \angle y + \angle z + \angle w + \angle p + \angle q = 360^o$। বহুভুজটোৰ বাহুৰ সংখ্যা যিয়েই নহওঁক **যিকোনো বহুভুজৰ বহিঃকোণৰ সমষ্টি 360º।**

কাৰ্য এটা সুষম বহুভুজৰ প্ৰতিটো বহিঃকোণ সমান হয় নে তলৰ কাৰ্যটোৰ পৰা পৰীক্ষা কৰা।

1. কাষৰ সুষম পঞ্চভুজৰ প্ৰতিটো অন্তঃকোণৰ পৰিমাণ কিমান হ'ব?
2. $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = \angle 5$ হ'বনে? কিয়?
3. প্ৰতিটো বহিঃকোণৰ জোখ কিমান হ'ব?



উদাহৰণ 5 ঃ এটা সুষম বহুভুজৰ বাহুৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা যাৰ প্ৰতিটো বহিঃস্থ কোণৰ জোখ 36^o হয়।

সমাধান ঃ আটাইকেইটা বহিঃকোণৰ জোখৰ সমষ্টি $= 360^o$

প্ৰতিটো বহিঃকোণ $= 36^o$

$\therefore$ বহিঃকোণৰ সংখ্যা $= \frac{360}{36} = 10$

$\therefore$ বহুভুজটোৰ বাহুৰ সংখ্যা $= 10$

উদাহৰণ 6 ঃ এনে এটা সুষম বহুভুজ পাব পাৰিনে যাৰ প্ৰতিটো বহিঃস্থ কোণৰ জোখ

(i) 24^o (ii) 22^o (iii) 40^o

সমাধান ঃ (i) বহিঃস্থ কোণৰ জোখৰ সমষ্টি $= 360^o$

প্ৰতিটো বহিঃকোণ $= 24^o$

বহিঃকোণৰ সংখ্যা $= \frac{360}{24} = 15$

সুষম বহুভুজ পাব পাৰি আৰু বাহুৰ সংখ্যা $= 15$

(ii) বহিঃস্থ কোণৰ জোখৰ সমষ্টি $= 360^o$

প্ৰতিটো বহিঃকোণ $= 22^o$

বহিঃকোণৰ সংখ্যা $= \frac{360}{22} = 16.36$

বহিঃকোণৰ সংখ্যা দশমিক সংখ্যা হ'ব নোৱাৰে।

গতিকে সুষম বহুভুজ পাব নোৱাৰি।

(iii) একেদৰে কৰিব পাৰি।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ ঃ এনে এটা সুষম বহুভুজ পাব পাৰিনে যাৰ প্ৰতিটো অন্তঃকোণৰ জোখ

(i) 24^o (ii) 70^o (iii) 135^o

সমাধান ঃ (i) সুষম বহুভুজৰ প্ৰতিটো অন্তঃকোণৰ জোখ= $\left(\frac{2n-4}{n}\right)\times 90^o$, n = বাহুসংখ্যা

$$\therefore \left(\frac{2n-4}{n}\right)\times 90^o = 24$$

বা, $\left(\frac{2n-4}{n}\right) = \frac{24}{90}$

বা, $180n - 360 = 24n$

বা, $156n = 360$

বা, $n = \frac{360}{156} = 2\frac{48}{156}$

কিন্তু, বাহুৰ সংখ্যা ভগ্নাংশ হ'ব নোৱাৰে।

গতিকে, প্ৰতিটো অন্তঃকোণ 24^o হোৱা সুষম বহুভুজ পোৱাটো সম্ভৱ নহয়।

নাইবা

প্ৰতিটো অন্তঃকোণ = 24^o

$\therefore$ বহিঃস্থকোণ = 156^o যি 360^oৰ ভাজক নহয়, গতিকে সুষম বহুভুজ পাব নোৱাৰি।

(ii) একেদৰে কৰিব পাৰি।

উদাহৰণ ঃ (i) এটা সুষম বহুভুজৰ আটাইতকৈ সৰু অন্তঃস্থ কোণৰ জোখ কি হ'ব পাৰে আৰু কিয়?

(ii) এটা সুষম বহুভুজৰ আটাইতকৈ ডাঙৰ বহিঃকোণৰ জোখ কিমান হ'ব পাৰে আৰু কিয়?

সমাধান ঃ (i) যিহেতু আটাইতকৈ কম সংখ্যক বাহু সম্পন্ন বহুভুজটো হ'ল ত্ৰিভুজ। গতিকে সুষম ত্ৰিভুজ অৰ্থাৎ সমবাহু ত্ৰিভুজৰ প্ৰতিটো অন্তঃকোণ 60^o য়ে হ'ল এটা সুষম বহুভুজৰ আটাইতকৈ সৰু অন্তঃকোণৰ পৰিমাণ।

(ii) একে যুক্তিত আটাইতকৈ ডাঙৰ বহিঃকোণৰ জোখ 120^o।

অনুশীলনী 3.1

1. নিম্নলিখিত বহুভুজবোৰ আঁকা,

   (i) উত্তল ষড়ভুজ (ii) অৱতল সপ্তভুজ (iii) অৱতল পঞ্চভুজ

2. নিম্নলিখিত উত্তল বহুভুজবোৰ আঁকা আৰু প্ৰত্যেকটোৰ কৰ্ণ চিহ্নিত কৰি মুঠকৰ্ণৰ সংখ্যা লিখা।

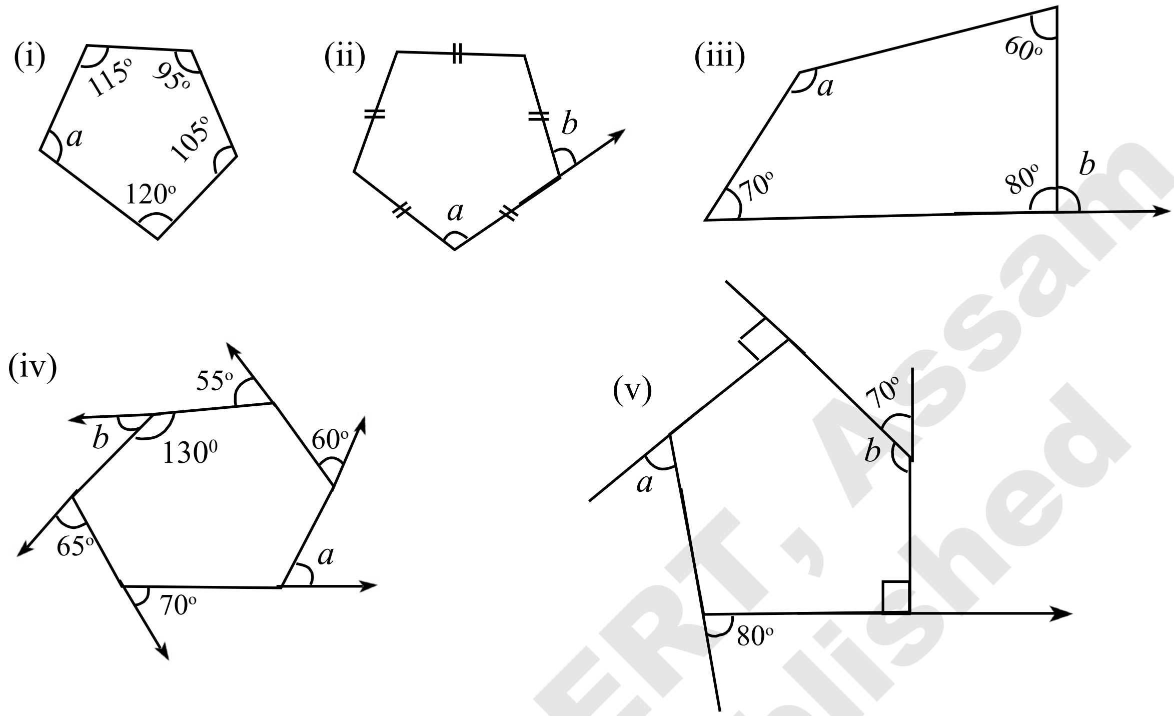
   (i) সুষম ষড়ভুজ (ii) অষ্টভুজ (iii) নৱভুজ (iv) দশভুজ

3. নিম্নলিখিত সুষম বহুভুজবোৰ আঁকা, প্ৰত্যেকটোৰ কোণৰ সমষ্টি উলিওৱা আৰু বহুভুজবোৰৰ প্ৰতিটো কোণৰ পৰিমাণ কিমান হ'ব উলিওৱা।

   (i) সুষম ষড়ভুজ (ii) সুষম নৱভুজ (iii) 12 সংখ্যক বাহু থকা সুষম বহুভুজ

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

4. তলৰ চিত্ৰবোৰৰ *a, b* কোণৰ জোখ উলিওৱা



5. এটা সুষম বহুভুজৰ এটা বহিঃকোণৰ জোখ 30° হ'লে বহুভুজৰ বাহুসংখ্যা কিমান?

6. 20টা বাহু বিশিষ্ট এটা সুষম বহুভুজৰ প্ৰতিটো বহিঃকোণৰ জোখ কিমান হ'ব?

7. তলত একোটা সুষম বহুভুজৰ অন্তঃকোণৰ জোখ দিয়া আছে। বহুভুজকেইটাৰ বাহুৰ সংখ্যা উলিওৱা।

   (i) 120° (ii) 144° (iii) 156° (iv) 135° (v) 165°

8. তলত দিয়া সংখ্যাবোৰ বহুভুজৰ বাহুৰ সংখ্যা হ'লে প্ৰতিটো বহুভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি উলিওৱা।

   (i) 12 (ii) 14 (iii) 20 (iv) 24 (v) 25

9. তলৰ উক্তিবোৰ সঁচা নে মিছা, যুক্তিসহকাৰে লিখা

   (i) এটা সুষম বহুভুজৰ প্ৰতিটো বহিঃকোণৰ জোখ 25° হ'ব নোৱাৰে।

   (ii) এটা সুষম বহুভুজৰ প্ৰতিটো অন্তঃকোণৰ জোখ 1° হ'ব পাৰে।

   (iii) এটা সুষম বহুভুজৰ আটাইতকৈ ডাঙৰ বহিঃকোণ 90°

   (iv) এটি সুষম বহুভুজৰ আটাইতকৈ ডাঙৰ অন্তঃকোণ 180°

   (v) এটি সুষম বহুভুজৰ আটাইতকৈ সৰু অন্তঃকোণ 60°

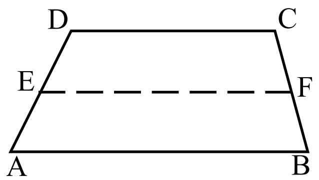
Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

3.9 চতুৰ্ভুজৰ বিশেষ নামকৰণ (Kinds of quadrilateral)

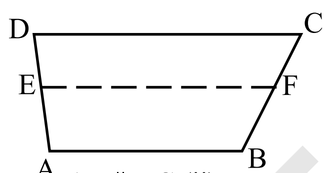
এটা চতুৰ্ভুজৰ বাহু আৰু কোণবোৰৰ বিভিন্ন ধৰ্ম অনুসৰি বিভিন্ন ধৰণে নামকৰণ কৰা হয়।

1. ট্ৰেপিজিয়াম (Trapezium)

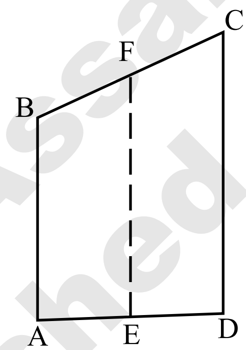
তলৰ চতুৰ্ভুজবোৰ ভালদৰে মন কৰিলে দেখিবা যে চতুৰ্ভুজবোৰৰ যিকোনো এযোৰ বিপৰীত বাহু সমান্তৰাল—



AB || DC (i)



AB || DC (ii)



BA || CD (iii)

যি চতুৰ্ভুজৰ এযোৰ বিপৰীত বাহু সমান্তৰাল সেই চতুৰ্ভুজক ট্ৰেপিজিয়াম বুলি কোৱা হয়। সমান্তৰাল বাহু দুটাক ভূমি বাহু বুলিও কোৱা হয়।

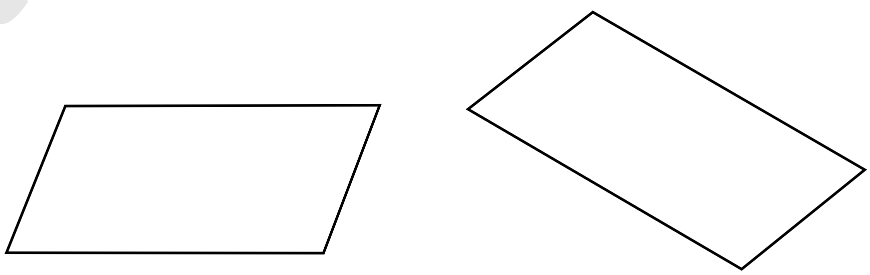
কাৰ্য ঃ এটা ট্ৰেপিজিয়াম ABCD আঁকি লোৱা

(i) কোণবোৰ জুখি চোৱা। কোণবোৰৰ মাজত কিবা সম্পৰ্ক উলিয়াব পাৰিবানে?

(ii) জুখি চোৱা, $EF = \frac{1}{2}(AB + DC)$ হয় নে?

2. সামান্তৰিক (Parallelogram)

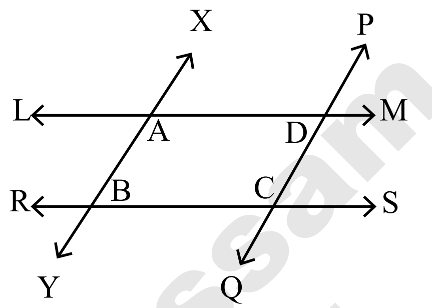
যিবোৰ চতুৰ্ভুজৰ দুয়োযোৰ বিপৰীত বাহু সমান্তৰাল তেনে চতুৰ্ভুজক সামান্তিৰক বোলা হয়।



Copyright, SCERT, Assam not to be republished

কাৰ্য

কাষৰ চিত্ৰত LM আৰু RS এযোৰ সমান্তৰাল ৰেখা। আন এযোৰ সমান্তৰাল ৰেখা XY আৰু PQ-এ চিত্ৰত দেখুওৱাৰ দৰে A, B, C আৰু D বিন্দুত কটাকটি কৰিছে।



ABCD ক সামান্তৰিক বুলিব পাৰি নে? এতিয়া

(i) AB, BC, CD আৰু AD বাহুৰ দীঘ স্কেলেৰে জোখা আৰু বহীত লিপিবদ্ধ কৰা। বাহুৰ মাপবোৰৰ মাজত কিবা সম্বন্ধ বিচাৰি পাইছানে?

(ii) কোণমাপক যন্ত্ৰৰ (Protractor) সহায় লৈ $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ আৰু $\angle D$ ৰ জোখ বহীত লিখি লোৱা।

(iii) $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ কোণবোৰৰ মাজত কিবা সম্বন্ধ বিচাৰি পাইছা নে?

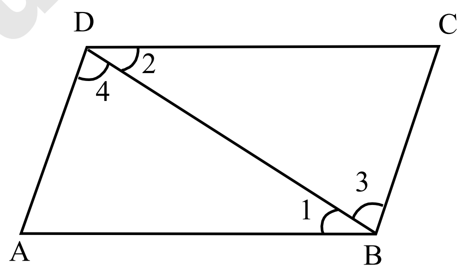
(iv) ABCD সামান্তৰিকটোৰ সন্নিহিত কোণবোৰ চিনাক্ত কৰা আৰু এই কোণবোৰৰ মাজত যদি কিবা সম্বন্ধ আছে, সেয়া উলিয়াবলৈ যত্ন কৰা।

3.9.2.1 সামান্তৰিকৰ ধৰ্ম (Properties of parallelogram)

ধৰ্ম 1. সামান্তৰিকৰ বিপৰীত বাহুবোৰ সমান দৈৰ্ঘ্যৰ ।
(Opposite sides of a parallelogram are equal)

সত্যাপন ঃ ABCD সামান্তৰিকৰ B আৰু D বিন্দু সংযোগ কৰি BD কৰ্ণ অঁকা হ'ল।

AB || DC গতিকে $\angle 1 = \angle 2$ আৰু AD || BC গতিকে $\angle 3 = \angle 4$ [একান্তৰ কোণ]



ΔABD আৰু ΔBDCত

$\angle 1 = \angle 2$, BD সাধাৰণ বাহু আৰু $\angle 3 = \angle 4$

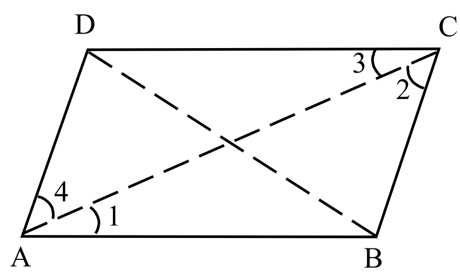
গতিকে কোণ-বাহু-কোণ (ASA) চৰ্ত মতে,

$\Delta BAD \cong \Delta DCB$

গতিকে AB = DC আৰু AD = BC

ধৰ্ম 2 . সামান্তৰিকৰ বিপৰীত কোণবোৰ সমান।
(The opposite angles of a parallelogram are of equal measure)

সত্যাপন ঃ ABCD সামন্তৰিকৰ দুডাল কৰ্ণ AC আৰু BD অঁকা হ'ল।



$\therefore$ ΔABC আৰু ΔADC ত্ৰিভুজ দুটাত

$\angle 1 = \angle 3$ [একান্তৰ কোণ]

AC বাহু সাধাৰণ বাহু

$\angle 2 = \angle 4$ [একান্তৰ কোণ]

$\therefore$ কোণ-বাহু-কোণ চৰ্ত (ASA) মতে

$\Delta ABC \cong \Delta CDA$

$\therefore$ $\angle B = \angle D$ [সৰ্বাংগসম ত্ৰিভুজৰ অনুৰূপ অংশ]

একেদৰে প্ৰমাণ কৰিব পৰা যাব যে, $\angle A = \angle C$

মন কৰা ঃ তোমালোকৰ আগৰ কাৰ্যটোত, $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ হৈছিল নে?

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

ধৰ্ম 3. **সামান্তৰিকৰ সন্নিহিত কোণবোৰ সম্পূৰক।**
(The adjacent angles in a parallelogram are suplementary)

সত্যাপণ ঃ ABCD সামান্তৰিকত AB || DC আৰু AD ছেদক

$\therefore$ $\angle A + \angle D = 180^{o}$

[সমান্তৰাল ৰেখাৰ ছেদকৰ একেফালে থকা অন্তঃকোণবোৰৰ সমষ্টি 180^{o}]

অৰ্থাৎ $\angle A$ আৰু $\angle D$ কোণ দুটা সম্পূৰক।

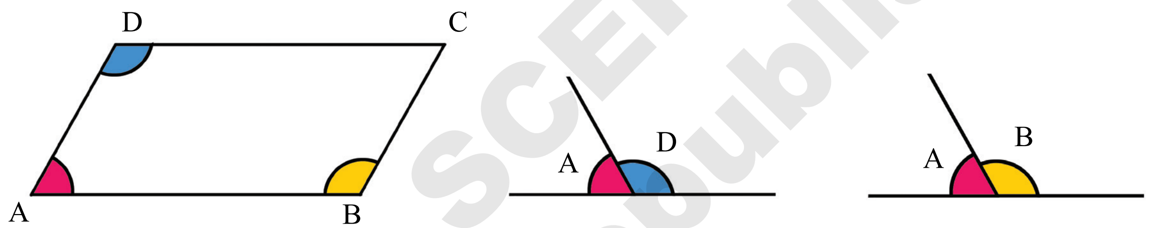
একেদৰে প্ৰতিযোৰ সন্নিহিত কোণৰ ক্ষেত্ৰত এটা আনটোৰ সম্পূৰক।

কাৰ্য

1. কাগজ এখিলাৰ পৰা ABCD সামান্তৰিক কাটি লোৱা।
2. সামান্তৰিকটোৰ পৰা A, B আৰু D কোণকেইটা কাটি উলিওৱা। এতিয়া এডাল সৰলৰেখাত প্ৰথমে A আৰু B মিলাই আৰু পাছত A আৰু D মিলাই চোৱা। কি দেখিলা?

$\angle A + \angle D = 180^{o}$

$\angle A + \angle B = 180^{o}$ হয় নে?



ধৰ্ম 4. **সামান্তৰিকৰ কৰ্ণকেইডাল সিহঁতৰ ছেদবিন্দুত পৰস্পৰ সমদ্বিখণ্ডিত হয়।**
(The diagonals of a parallelogram bisect each other at the point of intersection)

সত্যাপন ঃ ABCD সামান্তৰিকত AC আৰু BD কৰ্ণই O বিন্দুত ছেদ কৰে।

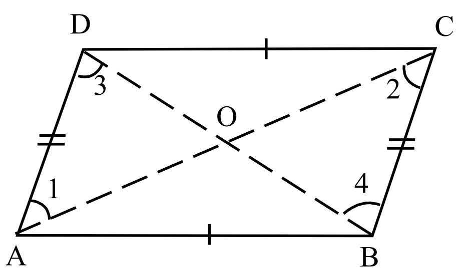
দেখুৱাব লাগে যে AO = CO আৰু BO = DO.

ΔAOD আৰু ΔBOC ত্ৰিভুজ দুটাৰ

$\angle 1 = \angle 2$ [একান্তৰ কোণ]

AD = BC [সামান্তৰিকৰ বিপৰীত বাহু]

$\angle 3 = \angle 4$ [একান্তৰ কোণ]



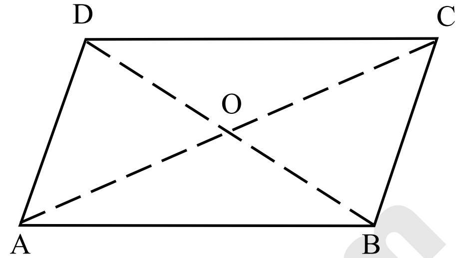
গতিকে কোণ-বাহু-কোণ চৰ্তমতে

$\Delta\ AOD \cong \Delta\ BOC$

$\therefore$ AO = CO আৰু BO = DO

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

কার্য কাগজৰ পৰা ABCD কাটি উলিওৱা। AC আৰু BD কৰ্ণৰে সামান্তৰিকটো ভাঁজ কৰা। দেখিবা ভাঁজ দুটা এটা বিন্দুত লগ লাগিছে। এতিয়া এই বিন্দুটোৰ পৰা কৌণিক বিন্দুবোৰৰ দৈৰ্ঘ্য জুখি উলিওৱা আৰু কি পালা আলোচনা কৰা।



সামান্তৰিকৰ ধৰ্ম

(i) বিপৰীত বাহুবোৰ সমান্তৰাল আৰু সমান দৈৰ্ঘ্যৰ

(ii) বিপৰীত কোণবোৰ সমান জোখৰ

(iii) সন্নিহিত কোণবোৰ সম্পূৰক

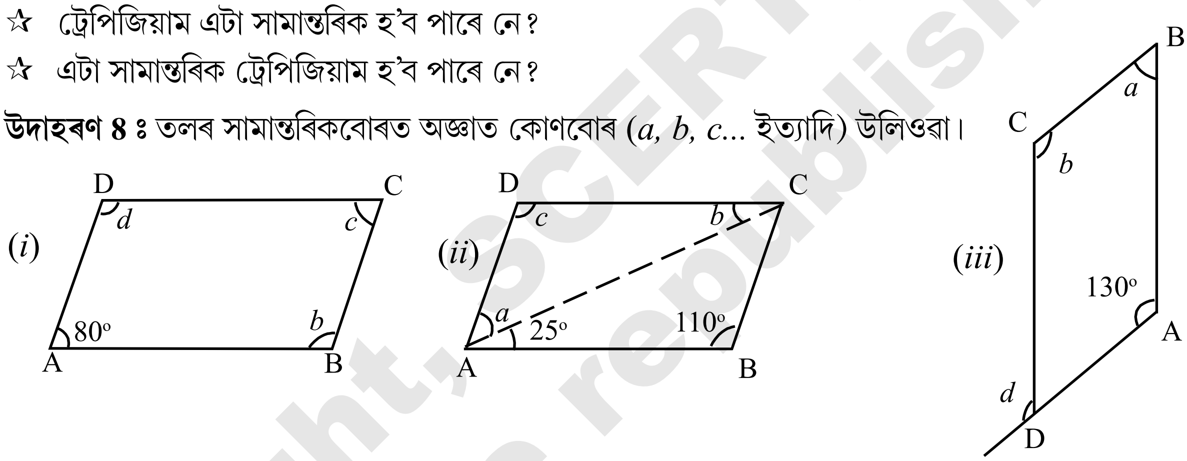
(iv) সামান্তৰিকৰ কৰ্ণ দুডাল সিহঁতৰ ছেদবিন্দুত পৰস্পৰ সমদ্বিখণ্ডিত হয়।

দলত আলোচনা কৰা (Discuss in group)

☆ ট্ৰেপিজিয়াম এটা সামান্তৰিক হ'ব পাৰে নে?

☆ এটা সামান্তৰিক ট্ৰেপিজিয়াম হ'ব পাৰে নে?

উদাহৰণ 8 ঃ তলৰ সামান্তৰিকবোৰত অজ্ঞাত কোণবোৰ (*a, b, c*... ইত্যাদি) উলিওৱা।



সমাধান ঃ (*i*) $80^\circ + b = 180^\circ$ (সন্নিহিত কোণ)

বা $b = 100^\circ$

$b + c = 180^\circ$

বা $c = 80^\circ$

একেদৰে, $d = b = 100^\circ$

সমাধান ঃ (*ii*) $a + 25^\circ + 110^\circ = 180^\circ$

বা $a = 45^\circ$

$\therefore 25^\circ + 45^\circ + c = 180^\circ$

বা $c = 110^\circ$

$b = 25^\circ$

সমাধান ঃ (*iii*) $\angle a + 130^\circ = 180^\circ$

বা $\angle a = 50^\circ$

$\angle b = 130^\circ$

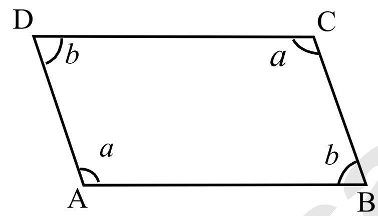
$\angle d = \angle DAB$ [অনুৰূপ কোণ]

$\angle d = 130^\circ$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 9 ঃ এটা সামান্তৰিকৰ দুটা সন্নিহিত কোণৰ জোখৰ অনুপাত 5 : 4 হ'লে সামন্তৰিকৰ প্ৰতিটো কোণৰ জোখ উলিওৱা।

সমাধান ঃ চৰ্তমতে, $\frac{a}{b} = \frac{5}{4} \quad \therefore a = \frac{5}{4}b$



এতিয়া $a + b = 180$

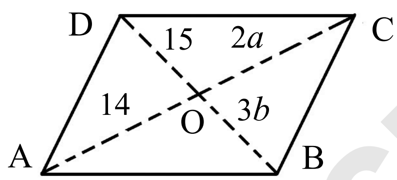
বা $\frac{5}{4}b + b = 180$

বা $\frac{9}{4}b = 180$

বা $b = \frac{180 \times 4}{9} = 80$

গতিকে সামান্তৰিকৰ কোণবোৰ হ'ব 100^o, 80^o, 100^o, 80^o

উদাহৰণ 10 ঃ তলৰ সামান্তৰিকৰ চিত্ৰত *a, b* অজ্ঞাত ৰাশিৰ মান উলিওৱা



সমাধান ঃ $OB = 3b = 15 = OD$

$\therefore b = 5$

$OC = 2a = 14 = OA$

$\therefore a = 7$

উদাহৰণ 11 ঃ তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ চৰ্তবোৰ লৈ একোটা সামান্তৰিক আঁকিব পৰা যাবনে?

(i) AB = CD = 6 চে মি আৰু BC = AD = 4 চে মি

(ii) $\angle B = 80^o$ আৰু $\angle C = 90^o$ (iii) $\angle A = 60^o$ আৰু $\angle C = 70^o$

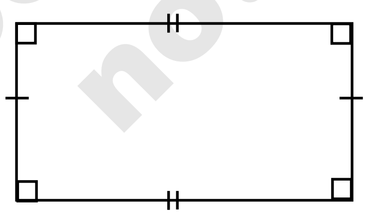
উত্তৰ ঃ (i) যাব, কাৰণ বিপৰীত বাহুবোৰ পৰস্পৰ সমান।

(ii) নাযাব, কাৰণ সামান্তৰিকৰ সন্নিহিত কোণৰ ধৰ্মটো সিদ্ধ হোৱা নাই।

(iii) নাযাব, কাৰণ সামান্তৰিকৰ বিপৰীত কোণৰ ধৰ্মটো সিদ্ধ হোৱা নাই।

3.9.3 আয়ত (Rectangle)

যদি সামান্তৰিকৰ আটাইবোৰ কোণ সমান হয়, তেন্তে সামান্তৰিকটো এটা আয়ত হ'ব। তেতিয়া প্ৰতিটো কোণৰ জোখ কিমান হ'ব পাৰে? যদি প্ৰত্যেকটো কোণৰ জোখ x বুলি ধৰি লোৱা হয় তেন্তে



$x + x + x + x = 360^o$

বা $4x = 360^o$

বা $x = 90^o$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অৰ্থাৎ আয়তৰ প্ৰতিটো কোণৰ জোখ 90° বা এক সমকোণৰ সমান। নিৰ্দিষ্টভাৱে ক'বলৈ হ'লে এটা চতুৰ্ভুজৰ বিপৰীত বাহুযোৰ সমান, সমান্তৰাল আৰু প্ৰত্যেকটো কোণ এক সমকোণ হ'লে চতুৰ্ভুজটোক আয়ত বুলি কোৱা হয়।

দলত আলোচনা কৰা
(i) সকলো সামান্তৰিক আয়ত হ'ব নে?
(ii) সকলো আয়তেই সামান্তৰিক হয় নে?

3.9.3.1 ধৰ্ম ঃ আয়তৰ কৰ্ণবোৰৰ দীঘ সমান (Diagonals of a Rectangle are equal in length)

সত্যাপন ঃ ABCD আয়ত এটাত AC আৰু BD কৰ্ণ অঁকা হৈছে

এতিয়া ABC আৰু ABD ত্ৰিভুজ দুটাত

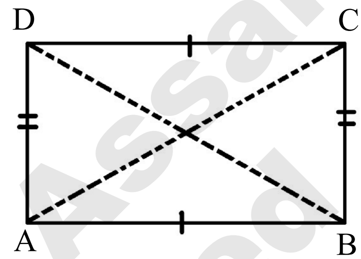
AB সাধাৰণ বাহু

BC = AD (বিপৰীত বাহু)

আৰু $\angle A = \angle B = 90^\circ$

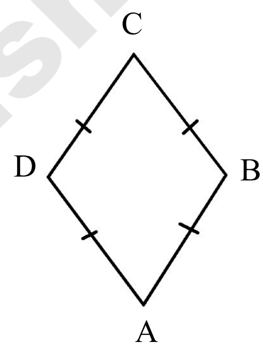
$\therefore$ $\Delta ABC \cong \Delta BAD$ (বাহু-কোণ-বাহু চৰ্ত)

$\therefore$ AC = BD



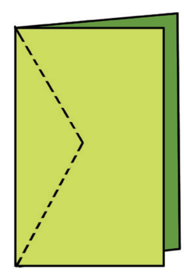
3.9.4 ৰম্বাছ (Rhombus)

তোমালোকে পাই আহিছা যে সামান্তৰিকৰ বিপৰীত বাহুবোৰ সমান। যদি সামান্তৰিকৰ আটাইকেইটা বাহু সমান দৈৰ্ঘ্যৰ হয় তেতিয়া ইয়াক ৰম্বাছ বোলা হয়। মন কৰা যে সমান দৈৰ্ঘ্যৰ বাহু বিশিষ্ট চতুৰ্ভুজ এটাও ৰম্বাছ।



AB = BC = CD = DA

কাৰ্য সোঁহাতৰ চিত্ৰত দিয়া ধৰণে কাগজ এখিলা ভাঁজ কৰা। এতিয়া ভাঁজটোৰ এফালে এটা সমদ্বিবাহু ত্ৰিভুজ আঁকা। এতিয়া ভাঁজটোৰ দুয়োফাল থকাকৈ ফুট চিনেৰে ত্ৰিভুজটো কাটি উলিওৱা। কাটি উলিওৱা কাগজৰ টুকুৰাটো মেলি দিয়া। কি পালা? এটা ৰম্বাছ নহয়নে?



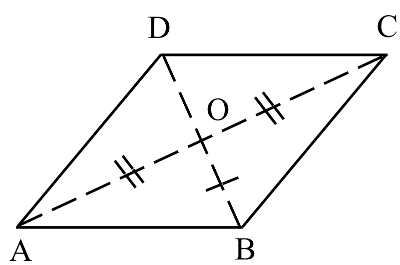
দলত আলোচনা কৰা
এটা সামান্তৰিক ৰম্বাছ হ'ব পাৰে নে?
এটা ৰম্বাছ সামান্তৰিক হ'ব পাৰে নে?

3.9.4.1 ধৰ্ম ঃ ৰম্বাছৰ কৰ্ণ দুডাল পৰস্পৰ লম্ব সমদ্বিখণ্ডক (Diagonals of a Rhombus are perpendicular bisectors of each other)

সত্যাপন ঃ ABCD এটা ৰম্বাছ, ইয়াৰ AC আৰু BD কৰ্ণ। ইহঁতৰ ছেদবিন্দু O। দেখুৱাব লাগে যে

AO = CO, OB = OD

আৰু $\angle AOB = \angle COB = 90^\circ$



Copyright, SCERT, Assam not to be republished

আমি জানো যে, ৰম্বাছ এটা সামান্তৰিক আৰু সামান্তৰিকৰ কৰ্ণ দুডাল পৰস্পৰ সমদ্বিখণ্ডিত হয়।

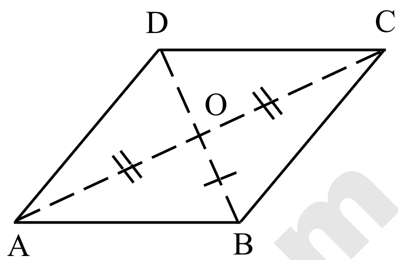
$\therefore$ AO = CO আৰু OB = DO

এতিয়া ΔAOB আৰু ΔBOC ৰ পৰা পাওঁ

AO = CO, AB = BC আৰু OB সাধাৰণ বাহু

$\therefore$ $\Delta AOB \cong \Delta COB$ [বাহু-বাহু-বাহু চৰ্তমতে]

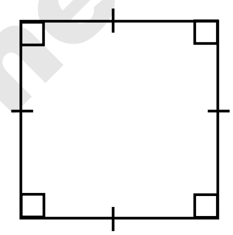
$\therefore$ $\angle AOB = \angle COB = 90^\circ$ ($\because$ $\angle AOC = 180^\circ$)



3.9.5 বৰ্গ (Square)

ৰম্বাছৰ আটাইকেইটা কোণ সমান হ'লে এটা বৰ্গ পোৱা যায়। মন কৰা যে এটা সমান বাহু বিশিষ্ট আয়তকো বৰ্গ বুলি ক'ব পাৰোঁ। সেইদৰে এটা সামান্তৰিকৰ বাহুবোৰ সমান আৰু কোণবোৰ সমান হ'লে এটা বৰ্গ হয়। আকৌ এটি সুষম চতুৰ্ভুজকো আমি বৰ্গ বুলি ক'ব পাৰোঁ।

আয়তৰ দৰে বৰ্গৰো কৰ্ণ দুডালৰ দীঘ সমান।



দলত আলোচনা কৰা বৰ্গ এটা সামান্তৰিক হ'ব পাৰে নে?
বৰ্গ এটা আয়ত হ'ব পাৰে নে?

3.9.5.1 ধৰ্ম ঃ বৰ্গৰ কৰ্ণবোৰ পৰস্পৰ লম্বভাৱে সমদ্বিখণ্ডিত হয়। (সত্যাপনটো নিজে কৰা)

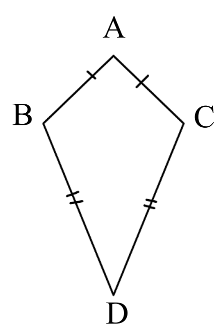
(Diagonals of a square are perpendicular bisectors of each other)

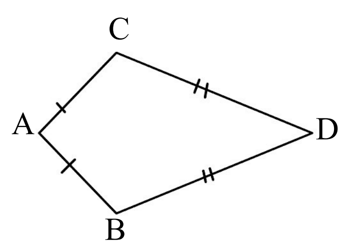
3.9.6 চিলা (Kite)

কাযৰ চতুৰ্ভুজবোৰ মন কৰা। চতুৰ্ভুজবোৰত একে ধৰণৰ দাগ দিয়া বাহুবোৰ সমান। এনে ধৰণৰ চতুৰ্ভুজবোৰক চিলা বোলে।

AB = AC

BD = DC

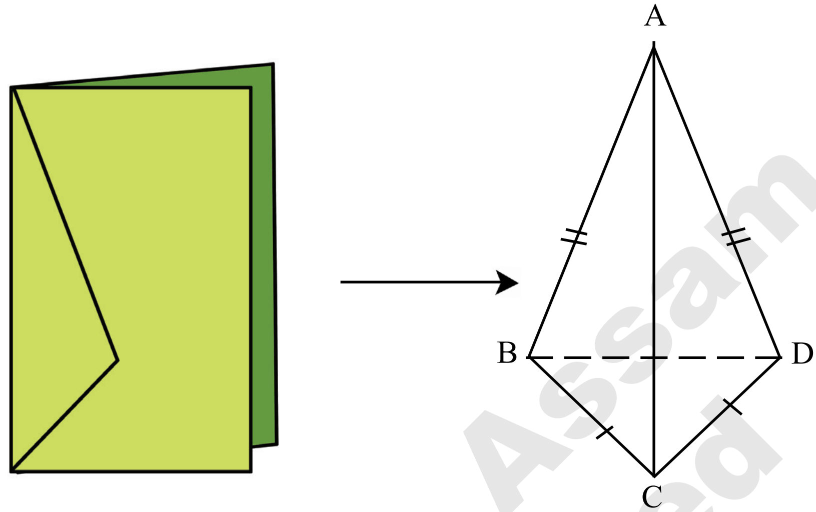




Copyright SCERT Assam not to be republished

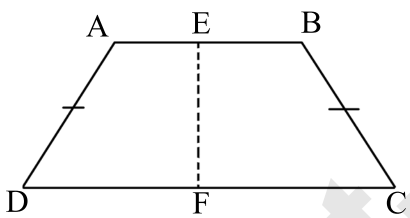
দলত আলোচনা কৰা ৰম্বাছ এটা চিলা হ'ব পাৰেনে? চিলা ৰম্বাছ হয় নে?

কাৰ্য ঃ কাষত দেখুৱাই দিয়া ভাঁজমতে কাগজ এখিলাৰ পৰা চিলা কাটি উলিওৱা।



AC আৰু BD কৰ্ণৰ জোখ উলিওৱা, সমান হয় নে নহয় চোৱা? AC আৰু BD কৰ্ণদুডাল ভাঁজ কৰি ত্ৰিকোণীৰ সহায় লৈ কৰ্ণ দুডাল সমকোণত কাটিছে নে নাই পৰীক্ষা কৰা। AC কৰ্ণডালে চিলাখনক দুটা সৰ্বসম ত্ৰিভুজত বিভক্ত কৰিছেনে?

3.9.1.1 সমদ্বিবাহু ট্ৰেপিজিয়াম (Isosceles Trapezium)



আমি এতিয়া এক বিশেষ ট্ৰেপেজিয়ামৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম। কাষৰ ট্ৰেপিজিয়ামটোত মন কৰিবা যে অসমান্তৰাল বাহু দুটা (AD আৰু BC) সমান দৈৰ্ঘ্যৰ। এনে ধৰণৰ ট্ৰেপিজিয়ামক সমদ্বিবাহু ট্ৰেপিজিয়াম (Isosceles Trapezium)বোলা হয়।

নিজে কৰা

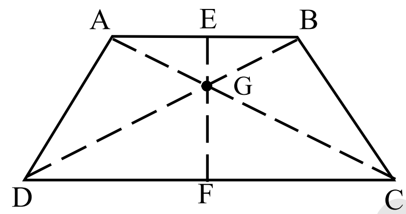
1. সিপিঠিত দিয়া চিত্ৰৰ দৰে ABCD (AD আৰু BC সমান দৈৰ্ঘ্যৰ) সমদ্বিবাহু ট্ৰেপিজিয়াম এখিলা কাগজৰ পৰা কাটি উলিওৱা।
2. এতিয়া Bক Aৰ ওপৰত থৈ ভাঁজ কৰি BA ৰ মধ্যবিন্দু চিহ্নিত কৰা (ধৰা হ'ল E)
3. C বিন্দু Dৰ ওপৰত লগ লাগি যাব নে?
4. E আৰু F বিন্দু সংযোগ কৰা
5. B বিন্দু Aৰ ওপৰত আৰু C বিন্দু Dৰ লগত মিলিত হোৱাটোৱে কি সূচায় বাৰু?
6. EF ৰেখাখণ্ডটোৱে ট্ৰেপিজিয়ামটোক দুটা সমান ক্ষেত্ৰত বিভক্ত কৰাটোৱে কি সূচায় বাৰু?
7. AC আৰু BD ৰ দীঘ জোখা, AC আৰু BD ৰ মাজত কিবা সম্পৰ্ক পালা নে?
8. AC আৰু BD কৰ্ণই মিলিত হোৱা বিন্দুটো ধৰা হ'ল G। DG, BG, AG আৰু CG ৰ দীঘ জুখি চোৱা। $\frac{AG}{CG} = \frac{BG}{GD} = \frac{AB}{DC}$ হয় নে? আৰু $AG = BG$, $DG = CG$ হয় নে?

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

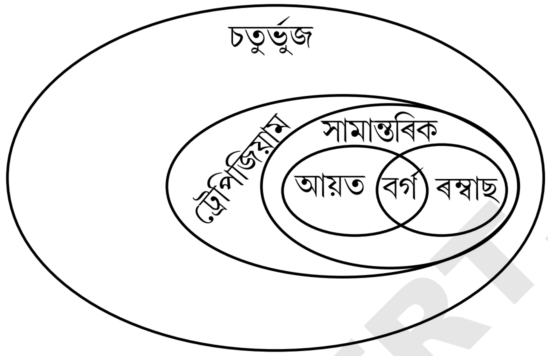
9. বিপৰীত কোণদ্বয়ৰ যোগফল =?

$\angle ADC + \angle ABC = ?$

$\angle DAB + \angle DCB = ?$



3.10 চতুৰ্ভুজৰ পৰিয়াল (Family of quadrilateral)



ওপৰৰ চিত্ৰৰ পৰা চতুৰ্ভুজ পৰিয়ালৰ সদস্যবোৰৰ পাৰস্পৰিক সম্বন্ধবোৰ মন কৰা। তলত কেইটামান উল্লেখ কৰা হ'ল —

(i) যিকোনো ট্ৰেপিজিয়াম, সামান্তৰিক, আয়ত, ৰম্বাছ, বৰ্গই চতুৰ্ভুজ।

(ii) যিকোনো সামান্তৰিক, আয়ত, ৰম্বাছ বা বৰ্গ ট্ৰেপিজিয়াম।

(iii) যিকোনো আয়ত, বৰ্গ বা ৰম্বাছেই সামান্তৰিক।

(iv) এটা বৰ্গ, আয়ত বা ৰম্বাছ দুয়োটাই হ'ব।

(v) সকলো চতুৰ্ভুজ ট্ৰেপিজিয়াম নহ'বও পাৰে।

(vi) সকলো ট্ৰেপিজিয়াম সামান্তৰিক নহ'বও পাৰে।

বাকী সম্বন্ধবোৰ নিজে উলিয়াবলৈ চেষ্টা কৰা।

উদাহৰণ 12 ঃ চতুৰ্ভুজবোৰৰ নামকৰণ কৰা যাৰ কৰ্ণবোৰ

(i) পৰস্পৰ সমদ্বিখণ্ডিত হয়

(ii) পৰস্পৰ লম্ব সমদ্বিখণ্ডক হয়

(iii) সমান হয়

উত্তৰ ঃ (i) সামন্তৰিক, বৰ্গ, আয়ত, ৰম্বাছ

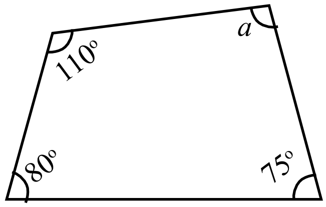
(ii) ৰম্বাছ, বৰ্গ

(iii) আয়ত, বৰ্গ

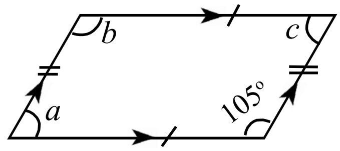
Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অনুশীলনী 3.2

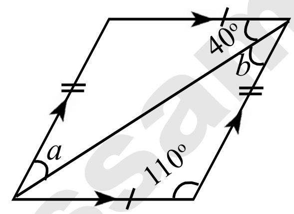
1. তলত দিয়া বিভিন্ন চতুৰ্ভুজত থকা অজ্ঞাত ৰাশি (বাহু/ কোণ)ৰ মান উলিওৱা। ইয়াত চতুৰ্ভুজবোৰৰ বিপৰীত বাহুত থকা কাঁড় চিনে (➤) বাহুযোৰ সমান্তৰাল হোৱা বুজাইছে।



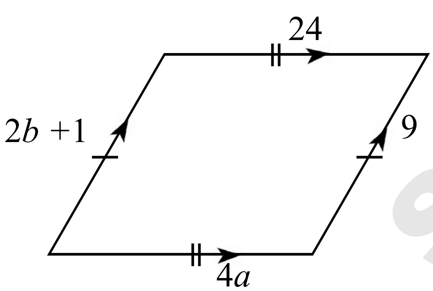
(i)



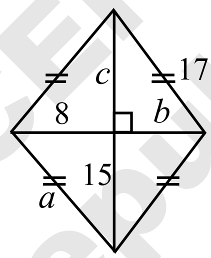
(ii)



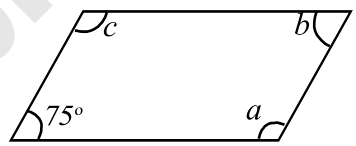
(iii)



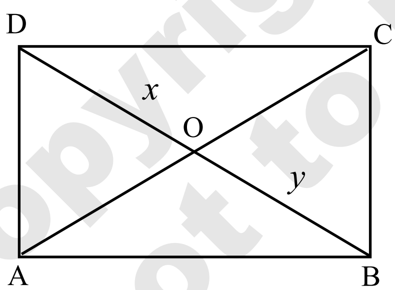
(iv)



(v)



(vi)

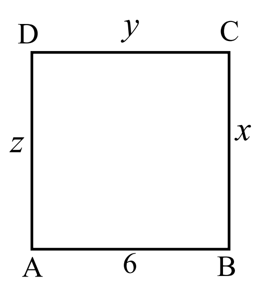


AC = 10

OA = x = ?

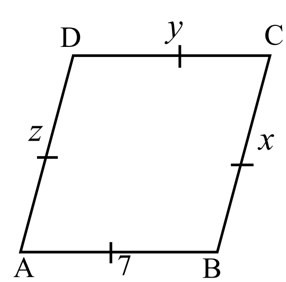
OB = y = ?

(vii)



$x + y + z = ?$

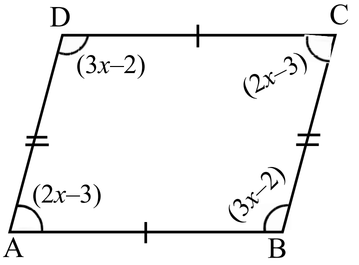
(viii)



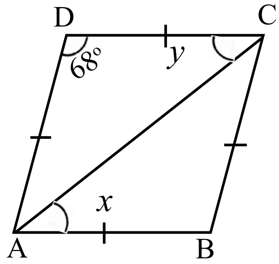
$x + y + z = ?$

(ix)

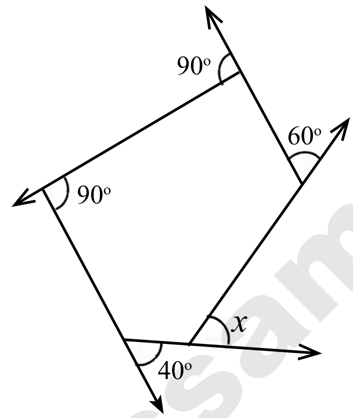
Copyright, SCERT, Assam not to be republished



(x)

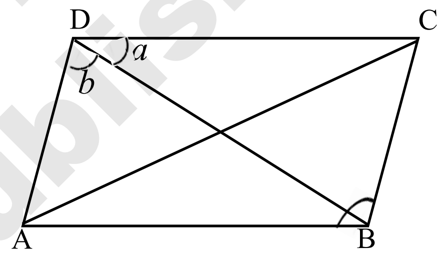


(xi)



(xii)

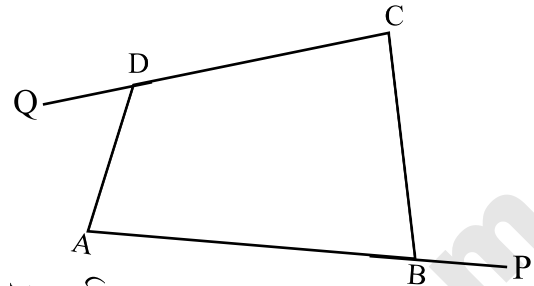
2. এটা সামান্তৰিকৰ দুটা সন্নিহিত কোণৰ জোখৰ অনুপাত 4 : 5 হ'লে সামান্তৰিকৰ কোণৰ জোখ উলিওৱা।
3. এটা সামান্তৰিকৰ দুটা সন্নিহিত কোণৰ এটা আনটোতকৈ 30° বেছি হ'লে সামান্তৰিকৰ প্ৰতিটো কোণৰ জোখ উলিওৱা।
4. ABCD এটা সামান্তৰিকৰ AC আৰু BD কৰ্ণ, $a = 37^\circ$ আৰু $\angle ABC = 120^\circ$ হ'লে, bৰ জোখ কিমান?



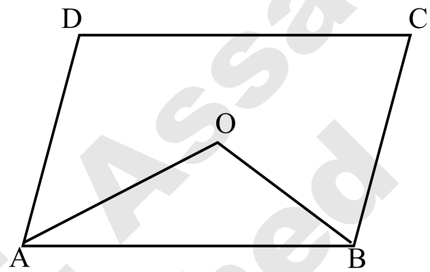
5. ABCD আয়তত AC কৰ্ণৰ দৈৰ্ঘ্য $6x - 2$ আৰু BD কৰ্ণৰ দৈৰ্ঘ্য $4x + 2$ হ'লে, xৰ মান আৰু ACৰ দৈৰ্ঘ্য উলিওৱা।
6. ABCD আয়তৰ দুডাল কৰ্ণই O বিন্দুত মিলিত হয়। AC আৰু BDৰ দৈৰ্ঘ্য $3x + 1$ আৰু $8x - 24$ হ'লে, x, AO আৰু BO ৰ মান উলিওৱা।
7. ABCD বৰ্গত $\angle A = 4x + 30^0$ হ'লে, xৰ মান উলিওৱা।
8. ABCD আয়তৰ $AB = 2x + 5$, $BC = 20$ আৰু $AD = 3x + 5$ হ'লে আয়তৰ চাৰিটা বাহুৰ যোগফল নিৰ্ণয় কৰা।
9. ABCD সামান্তৰিক এটাত $\angle B = 2x + 10^0$ আৰু $\angle D = 3x - 13^0$ হ'লে সামান্তৰিকৰ আটাইকেইটা কোণৰ পৰিমাণ উলিওৱা।
10. এটা বৰ্গৰ চাৰিটা বাহুৰ যোগফল 36 চে মি হ'লে বৰ্গৰ বাহুৰ দীঘ উলিওৱা।
11. ABCD ৰম্বাছত $AB = 3x + 4$ আৰু $BC = 2x + 7$ হ'লে DC আৰু AD বাহুৰ দীঘ কিমান?
12. ABCD সামান্তৰিকত AC আৰু BD কৰ্ণই E বিন্দুত সমদ্বিখণ্ডিত হয়। যদি $AE = 10x$ তেন্তে AC ৰ জোখ উলিওৱা, যদি $x = 3$ হয়।
13. ABCD সামান্তৰিকত BD কৰ্ণৰ ওপৰত AE আৰু CF লম্ব ৰেখাখণ্ড হ'লে দেখুওৱা যে $\Delta AED \cong \Delta CFB$

Copyright, SCERT Assam not to be republished

14. ABCD চতুৰ্ভুজৰ $\overline{AB}$ আৰু $\overline{CD}$ বাহুক যথাক্ৰমে P আৰু Q বিন্দুলৈ বৰ্ধিত কৰা হ'ল, প্ৰমাণ কৰা $\angle ADQ + \angle CBP = \angle A + \angle C$



15. ABCD সামান্তৰিকত , $\angle A$ আৰু $\angle B$ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডক যদি O বিন্দুত মিলিত হয় তেন্তে $\angle AOB$ ৰ জোখ উলিওৱা।



16. এটা চতুৰ্ভুজৰ চাৰিটা কোণৰ অনুপাত 3 : 4 : 5 : 6 হ'লে চতুৰ্ভুজৰ কোণবোৰৰ জোখ উলিওৱা।

আমি কি শিকিলোঁ ?

1. সসীম সংখ্যক ৰেখাখণ্ডৰে গঠিত এটা সৰল বন্ধ সমতলীয় চিত্ৰক বহুভুজ বোলা হয়।
2. বহুভুজৰ সন্নিহিত নোহোৱা দুটা শীৰ্ষবিন্দুক সংযোগ কৰি পোৱা ৰেখাখণ্ডবোৰ বহুভুজৰ কৰ্ণ।
3. উত্তল বহুভুজৰ অন্তঃকোণৰ এটাও কোণ 180^0 বা 180^0তকৈ বেছি নহয়। কিন্তু অৱতল বহুভুজৰ ক্ষেত্ৰত কমেও এটা অন্তঃকোণৰ মান 180^0তকৈ বেছি।
4. অৱতল বহুভুজৰ কৰ্ণ আঁকিলে কমেও এডাল কৰ্ণ বহুভুজৰ বাহিৰফালে থাকিব, কিন্তু উত্তল বহুভুজৰ ক্ষেত্ৰত কৰ্ণ বহুভুজৰ ভিতৰফালে থাকিব।
5. যিবোৰ বহুভুজৰ বাহুৰ দীঘবোৰ অসমান আৰু অন্তঃকোণবোৰো সমান নহয়, সেইবোৰ বিষমবাহু বহুভুজ। আনহাতে যিবোৰ বহুভুজৰ বাহুৰ দীঘবোৰ সমান আৰু অন্তঃকোণবোৰো সমান, সেইবোৰক সুষম বহুভুজ বোলা হয়।
6. n বাহু সম্পন্ন বহুভুজৰ অন্তঃকোণৰ সমষ্টি = $(2n - 4) \times 90^0$।
7. সুষম বহুভুজৰ প্ৰতিটো অন্তঃকোণৰ মাপ = $\left(\frac{2n-4}{n}\right) \times 90^o$
8. যিকোনো বহুভুজৰ বহিঃকোণৰ সমষ্টি 360^o
9. যি চতুৰ্ভুজৰ এযোৰ বিপৰীত বাহু সমান্তৰাল সেই চতুৰ্ভুজক ট্ৰেপিজিয়াম বুলি কোৱা হয়।
10. যিবোৰ চতুৰ্ভুজৰ দুয়োযোৰ বিপৰীত বাহু সমান্তৰাল তেনে চতুৰ্ভুজক সামান্তিৰক বোলা হয়।

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

11. **সামান্তৰিকৰ ধৰ্ম (Properties of Parallelogram) ঃ**

   (i) বিপৰীত বাহুবোৰ সমান আৰু সমান্তৰাল

   (ii) বিপৰীত কোণবোৰ সমান

   (iii) সন্নিহিত কোণবোৰ সম্পূৰক

   (iv) সামান্তৰিকৰ কৰ্ণ দুডাল সিহঁতৰ ছেদবিন্দুত পৰস্পৰ সমদ্বিখণ্ডিত হয়।

12. সামান্তৰিকৰ আটাইবোৰ কোণ সমান হ'লে সামান্তৰিকটো এটা আয়ত হ'ব।

13. **আয়তৰ ধৰ্ম (Properties of Rectangle)ঃ**

   (i) সামান্তৰিকৰ আটাইবোৰ ধৰ্ম।

   (ii) প্ৰতিটো কোণ এক সমকোণ।

   (iii) কৰ্ণবোৰ সমান দৈৰ্ঘ্যৰ।

14. সামান্তৰিকৰ আটাইকেইটা বাহু সমান দৈৰ্ঘ্যৰ হয় তেতিয়া ইয়াক ৰম্বাছ বোলা হয়।

15. **ৰম্বাছৰ ধৰ্ম (Properties of Rhombus) ঃ**

   (i) সামান্তৰিকৰ আটাইবোৰ ধৰ্ম।

   (ii) বাহুবোৰ সমান দৈৰ্ঘ্যৰ।

   (iii) ৰম্বাছৰ কৰ্ণ দুডাল পৰস্পৰ লম্ব সমদ্বিখণ্ডক।

16. এটা সামান্তৰিকৰ বাহুবোৰ সমান আৰু কোণবোৰ সমান হ'লে এটা বৰ্গ হয়।

17. **বৰ্গৰ ধৰ্ম (Properties of Square)ঃ**

   (i) সামান্তৰিক, ৰম্বাছ, আয়তৰ আটাইবোৰ ধৰ্ম।

   (ii) বৰ্গৰ কৰ্ণবোৰ পৰস্পৰ লম্বভাৱে সমদ্বিখণ্ডিত হয়।

   (iii) কৰ্ণবোৰ সমান দৈৰ্ঘ্যৰ।

❑❑❑

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

অধ্যায়-4

ব্যৱহাৰিক জ্যামিতি
(Practical Geometry)

B8X3W4

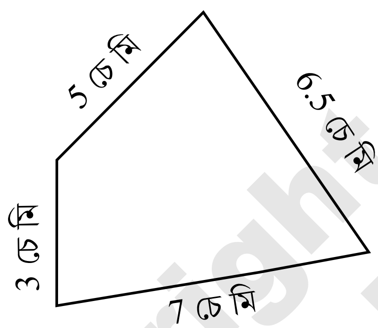
তোমালোকে আগৰ শ্ৰেণীৰ পাঠত ত্ৰিভুজ অংকন কৰাৰ প্ৰণালী শিকি আহিছা, ত্ৰিভুজত থকা উপাদানবোৰ হৈছে 3টা বাহু আৰু 3টা কোণ। নিৰ্দিষ্ট ত্ৰিভুজ এটা আঁকিবলৈ আমাক তিনিটা জোখৰ [বাহু-বাহু-বাহু (Side-Side-Side) নাইবা বাহু-কোণ-বাহু (Side-Angle-Side) নাইবা কোণ-বাহু-কোণ(Angle-Side-Angle)] প্ৰয়োজন হয়।

এই অধ্যায়ত আমি চতুৰ্ভুজ আঁকিবলৈ শিকিম। পিছে অদ্বিতীয় ত্ৰিভুজ এটা আঁকিবলৈ প্ৰয়োজন হোৱা তিনিটা জোখৰ দৰে চতুৰ্ভুজ অংকন কৰোঁতে চাৰিটা জোখ নে তাতোকৈ বেছি জোখৰ প্ৰয়োজন হ'ব?

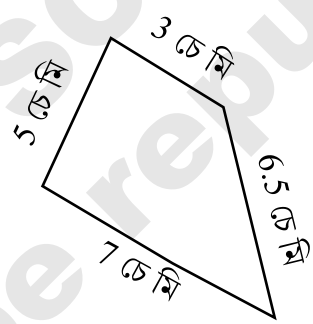
আমি তলৰ আলোচনাৰ পৰা এই ধাৰণাটো আয়ত্ত কৰি লওঁ আহা—

এটা চতুৰ্ভুজৰ উপাদান বুলিলে আমি চাৰিটা বাহু, চাৰিটা কোণৰ উপৰি দুডাল কৰ্ণ পাওঁ। গতিকে এটা নিৰ্দিষ্ট চতুৰ্ভুজৰ আকৃতি এটা গঠন হোৱাত এই 10টা উপাদানৰ মুখ্য ভূমিকা থাকে।

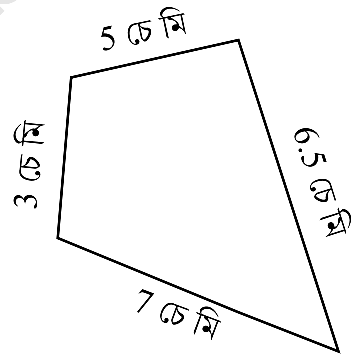
ধৰা হ'ল 3 চে মি, 5 চে মি, 6.5 চে মি আৰু 7 চে মি দৈৰ্ঘ্যৰ বাহু থকা এটা নিৰ্দিষ্ট চতুৰ্ভুজ অংকন কৰিব লাগে।



চিত্ৰ -i



চিত্ৰ -ii

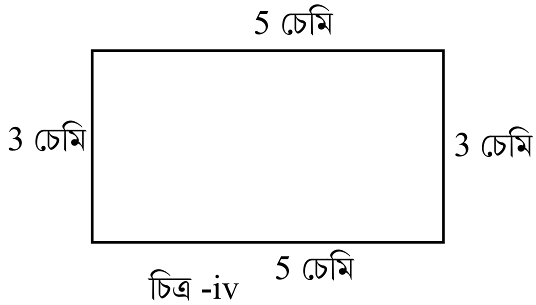


চিত্ৰ -iii

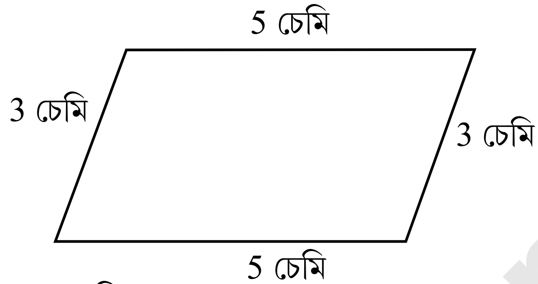
প্ৰদত্ত দৈৰ্ঘ্যৰ বাহুৰে গঠিত চিত্ৰ (i), (ii) (iii) চতুৰ্ভুজবোৰ একেই নে? আটাইবোৰৰ কোণ আৰু কৰ্ণৰ দীঘ বেলেগ হ'ব- নহয় জানো? অৰ্থাৎ আমি ক'ব বিচাৰিছোঁ যে চাৰিটা বাহুৰে এটা নিৰ্দিষ্ট অদ্বিতীয় চতুৰ্ভুজ অঁকাটো সম্ভৱ নহয়।

আকৌ 5 চেমি, 3 চেমি, 5 চেমি, 3 চেমি দৈৰ্ঘ্যৰ চাৰিটা বাহুৰে আমি যদি আয়ত এটা আঁকো (চিত্ৰ iv) তেন্তে সেই একে দৈৰ্ঘ্যৰে আমি সামান্তৰিক এটাও আঁকিব পাৰিম (চিত্ৰ v), কিন্তু (চিত্ৰ iv)ত যদি যিকোনো এডাল কৰ্ণৰ জোখ নাইবা সামান্তৰিকৰ ক্ষেত্ৰত কোণৰ জোখ নিৰ্দিষ্টকৈ দিয়া থাকে তেন্তে সেই আয়তটোৰ পৰা (চিত্ৰ vi) আমি অইন কোনো আয়ত বা সামান্তৰিক গঠন কৰিব নোৱাৰিম।

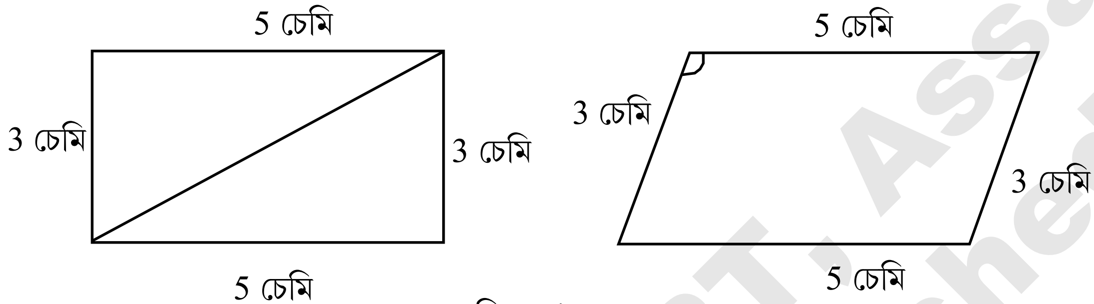
Copyright, SCERT, Assam, not to be republished



চিত্ৰ -iv



চিত্ৰ -v



চিত্ৰ -vi

সেয়েহে আমি ক'ব পাৰোঁ যে অদ্বিতীয় চতুৰ্ভুজ এটা অংকন কৰিবলৈ হ'লে আমাক ক'মেও পাঁচটা জোখ (বাহু-কোণ)ৰ প্ৰয়োজন হ'ব।

4.1 চতুৰ্ভুজ অংকন (Construction of Quadrilateral)

আগৰ আলোচনাৰ পৰা আমি বুজি পালোঁ যে অদ্বিতীয় নিৰ্দিষ্ট চতুৰ্ভুজ অঁকাৰ বাবে আমাক 5 টা জোখৰ প্ৰয়োজন হ'ব। তলত দিয়া জোখবোৰৰ সহায়ত এটা অদ্বিতীয় চতুৰ্ভুজ আঁকিব পাৰি—

- যেতিয়া চাৰিটা বাহু আৰু এডাল কৰ্ণ দিয়া থাকে।
- যেতিয়া দুডাল কৰ্ণ আৰু তিনিটা বাহু দিয়া থাকে।
- যেতিয়া চাৰিটা বাহু আৰু এটা কোণ দিয়া থাকে।
- যেতিয়া দুটা সন্নিহিত বাহু আৰু তিনিটা কোণ দিয়া থাকে।
- যেতিয়া তিনিটা বাহু আৰু অন্তৰ্বৰ্তী দুটা কোণ দিয়া থাকে।
- যেতিয়া অন্য বিশেষ ধৰ্মবোৰ জনা থাকে।

এতিয়া আমি ওপৰোক্ত জোখেৰে চতুৰ্ভুজ অংকন প্ৰণালী শিকিম—

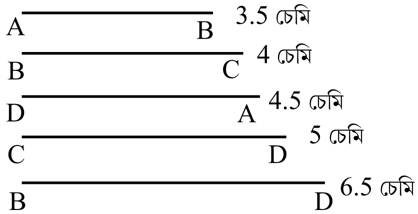
4.1.1 চাৰিটা বাহু আৰু এডাল কৰ্ণৰ দীঘ দিয়া থাকিলে চতুৰ্ভূজ অংকন (Construction of a quadrilateral when the length of four sides and one diagonal are given)

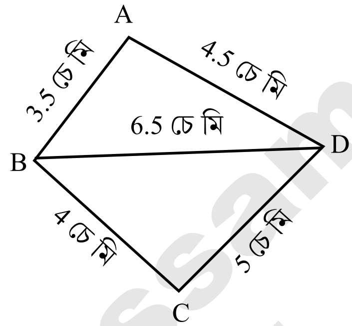
উদাহৰণ ঃ ABCD এটা চতুৰ্ভুজ আঁকা য'ত
AB = 3.5 চেমি, BC = 4 চেমি, CD = 5 চেমি
DA = 4.5 চেমি, আৰু BD = 6.5 চেমি

Copyright SCERT, Assam
not to be republished

সমাধান ঃ প্ৰথমতে চতুৰ্ভুজটো দৃশ্যমান কৰিবৰ বাবে ইয়াৰ এটা মোটামুটি চিত্ৰ আঁকি ল'লে চতুৰ্ভুজটো অংকন কৰাত সহায় হ'ব (চিত্ৰ নং vii)

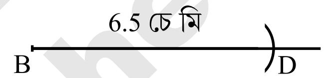
স্তৰ 1 ঃ প্ৰথমতে আমি স্কেলৰ সহায় লৈ জোখ মতে 5 ডাল ৰেখাখণ্ড আঁকি ল'ম।





চিত্ৰ -vii

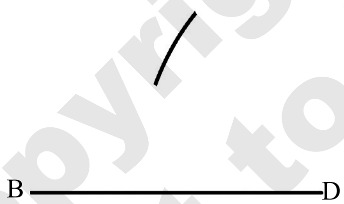
স্তৰ 2 ঃ এতিয়া আমি চতুৰ্ভুজৰ কৰ্ণৰ স্থান নিশ্চিত কৰিম। তাৰ বাবে স্কেলৰ সহায় লৈ 6.5 চে মি তকৈ অলপ দীঘল ৰেখাখণ্ড আঁকিম। মোটামুটি চিত্ৰৰ পৰা আমি ধৰিব পাৰিছোঁ যে কৰ্ণ BD = 6.5 চে মি। সেয়েহে কম্পাছৰ সহায় লৈ B বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি 6.5 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তচাপ ৰেখাখণ্ডৰ ওপৰত আঁকিম। বৃত্তচাপটোৱে ৰেখাখণ্ডৰ D বিন্দুত কঁটা বুলি ধৰি ল'লোঁ। গতিকে, BD = 6.5 চে মি। (চিত্ৰ-viii)



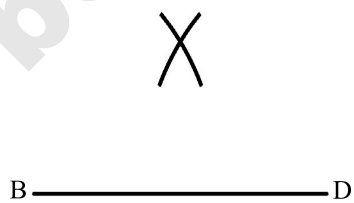
চিত্ৰ -viii

[আমি 5 ডাল ৰেখাখণ্ড পৰৱৰ্তী স্তৰত অঁকাৰ সুবিধাৰ বাবেহে আঁকি লৈছোঁ। তাকে নকৰি স্কেলৰ সহায়েৰে 6.5 চেমি দৈৰ্ঘ্যৰ BD ৰেখাখণ্ড আঁকিব পৰা যায়।]

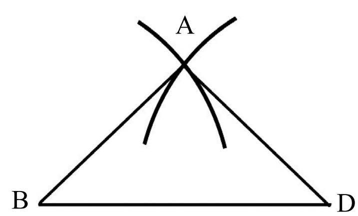
স্তৰ 3 ঃ এতিয়া আমি A বিন্দুৰ অৱস্থান নিৰ্ণয় কৰিম। B বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি ৰেখাখণ্ডৰ ওপৰত 3.5 চেমি ব্যাসাৰ্ধৰ এটি বৃত্তচাপ অঁকা হ'ল (চিত্ৰ-ix) আৰু D বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি 4.5 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ এটা বৃত্তচাপ অঁকা হ'ল। চাপটোৱে আগৰ বৃত্তচাপক ছেদ কৰা বিন্দুটোৱেহেছে A (চিত্ৰ-x)। BA আৰু DA সংযোগ কৰা হ'ল (চিত্ৰ-xi)।



চিত্ৰ -ix



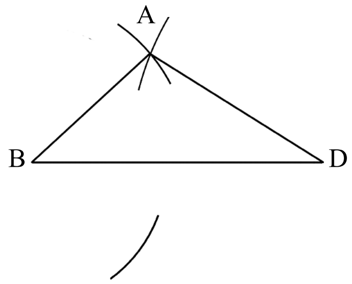
চিত্ৰ -x



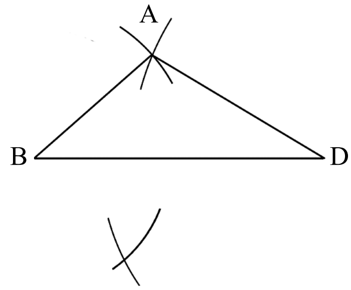
চিত্ৰ -xi

স্তৰ 4 ঃ এতিয়া আমি C বিন্দুৰ অৱস্থান নিৰ্ণয় কৰিম। BD ৰ সাপেক্ষে C বিন্দুটো Aৰ বিপৰীত বাহুৰ ওপৰত থাকিব। গতিকে Bক কেন্দ্ৰ কৰি (Aৰ বিপৰীত দিশত) 4 চেমি ব্যাসাৰ্ধৰ এটি বৃত্তচাপ অঁকা হ'ল (চিত্ৰ -xii) আৰু Dক কেন্দ্ৰ কৰি A বিপৰীত দিশত 5 চেমি ব্যাসাৰ্ধৰ এটি বৃত্তচাপ অঁকা হ'ল (চিত্ৰ -xiii)। এই দুয়োটা চাপৰ ছেদ বিন্দুটোৱে হ'ব C। BC আৰু CD সংযোগ কৰি ABCD চতুৰ্ভুজটো সম্পূৰ্ণ কৰা হ'ল। (চিত্ৰ -xiv)

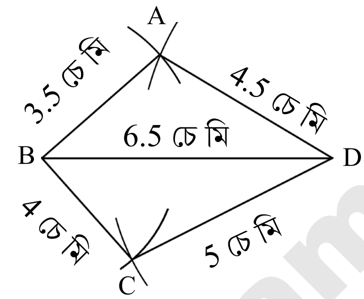
Copyright SCERT, Assam
not to be republished



চিত্ৰ -xii



চিত্ৰ -xiii



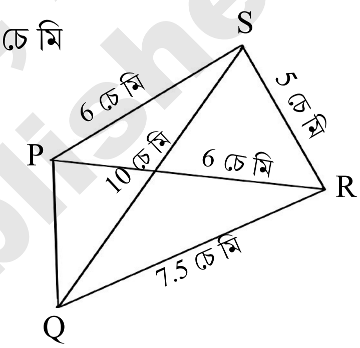
চিত্ৰ -xiv

4.1.2 দুডাল কৰ্ণ আৰু তিনিটা বাহু দিয়া থাকিলে চতুৰ্ভুজ অংকন (Construction of a quadrilateral when two diagonals and three sides are given)

উদাহৰণ (i) ঃ PQRS চতুৰ্ভুজ অংকন কৰা য'ত QR = 7.5 চে মি

PR = 6 চে মি, PS = 6 চে মি, RS = 5 চে মি আৰু QS = 10 চে মি

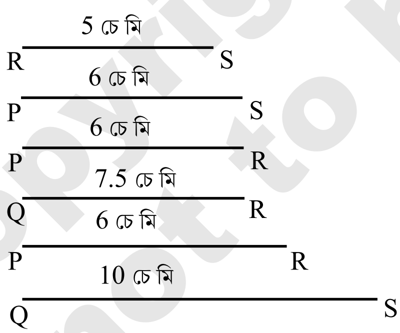
[আগৰ উদাহৰণৰ দৰে আমি বাহুবোৰৰ অৱস্থান আৰু কৰ্ণৰ অৱস্থান জানিবৰ বাবে চতুৰ্ভুজটোৰ এটা মোটামুটি চিত্ৰ অংকন কৰিম] মোটামুটি চিত্ৰৰ পৰা আমি গ'ম পালোঁ যে চতুৰ্ভুজটোৰ তিনিডাল বাহু QR, RS আৰু PSৰ দীঘ দিয়া আছে আৰু কৰ্ণ দুডালৰ PR (6চে মি) আৰু QS (10 চে মি)ৰ জোখ দিয়া আছে।



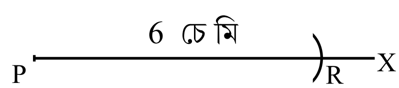
চিত্ৰ -xv

সমাধান ঃ

স্তৰ 1 ঃ



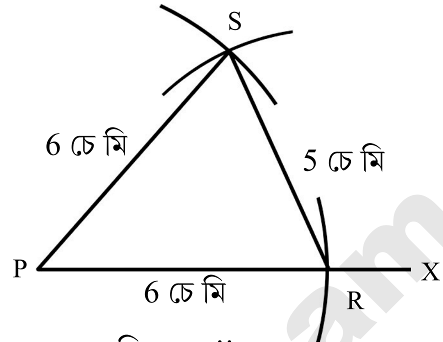
প্ৰথমতে আমি স্কেলৰ সহায়ত 5 চে মি, 6 চেমি, 6 চে মি, 7.5 চে মি আৰু 10 চে মি দৈৰ্ঘ্যৰ ৰেখাখণ্ড আঁকি ল'লো আৰু চতুৰ্ভুজৰ কৰ্ণৰ স্থান নিশ্চিত কৰাৰ বাবে 6 চে মিতকৈ দীঘল এডাল ৰেখাখণ্ড PX আঁকি ল'লো। এতিয়া Pক কেন্দ্ৰ কৰি কম্পাছৰ সহায় লৈ 6 চে মি (PR জোখ) ব্যাসাৰ্ধৰ এটি বৃত্তচাপ PX ৰেখাখণ্ডৰ ওপৰত আঁকিম। বৃত্তচাপে ৰেখাখণ্ডক ছেদ কৰা বিন্দুটোৱেই হ'ব R (চিত্ৰ -xvi)



চিত্ৰ -xvi

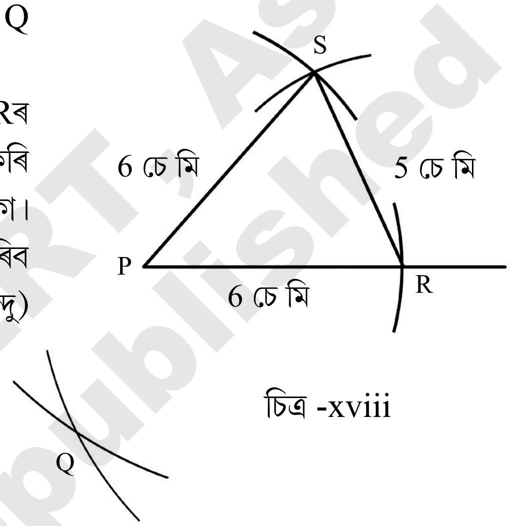
Copyright, SCERT, Assam not to be republished

স্তৰ 2 : P বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি PR ৰ ওপৰফালে 6 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ এটি বৃত্তচাপ আৰু R বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি PRৰ একেফালে 5 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ এটি বৃত্তচাপ আঁকা, দুয়োটা বৃত্তচাপে ছেদ কৰা বিন্দুটোৱেই হ'ব S বিন্দুৰ অৱস্থান (কাৰণ PS = 6 cm আৰু RS = 5 cm, S সাধাৰণ বিন্দু) (চিত্ৰ -xvii)

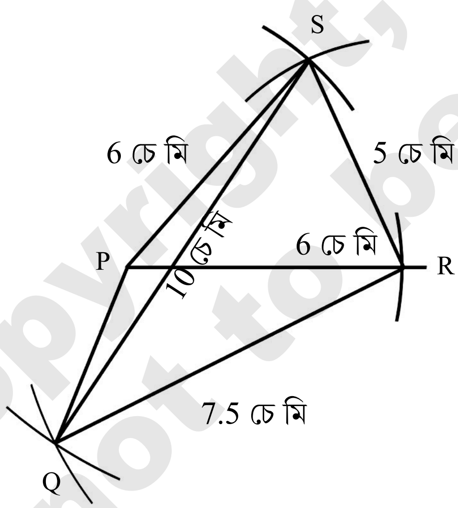


চিত্ৰ -xvii

স্তৰ 3 : এতিয়া আমি Q বিন্দুৰ অৱস্থান নিশ্চিত কৰিম আৰু Q বিন্দুটো S ৰ বিপৰীত দিশত হ'ব (QS কৰ্ণ)
গতিকে S ক কেন্দ্ৰ কৰি 10 চেমি ব্যাসাৰ্ধৰ এটি বৃত্তচাপ (PRৰ তলৰ ফালে, Sৰ বিপৰীত দিশে) আঁকা আৰু Rক কেন্দ্ৰ কৰি 7.5 চেমি ব্যাসাৰ্ধৰ এটি বৃত্তচাপ (S ৰ বিপৰীত দিশত) আঁকা। দুয়োটা বৃত্তচাপৰ ছেদ বিন্দুটোৱেই Qৰ অৱস্থান নিশ্চিত কৰিব (কাৰণ QS =10 চে মি, RQ =7.5 চে মি Q সাধাৰণ বিন্দু) (চিত্ৰ -xviii)



চিত্ৰ -xviii

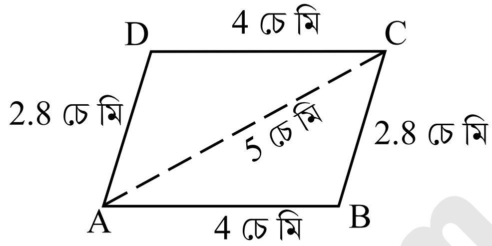


চিত্ৰ -xix

স্তৰ 4 : এতিয়া PQ, QS আৰু RQ সংযোগ কৰি PQRS চতুৰ্ভুজ সম্পন্ন কৰা (চিত্ৰ -xix)

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

উদাহৰণ (ii)ঃ এটা সামান্তৰিক ABCD আঁকা য'ত AB=4 চে মি, BC=2.8 চে মি আৰু AC=5 চে মি।

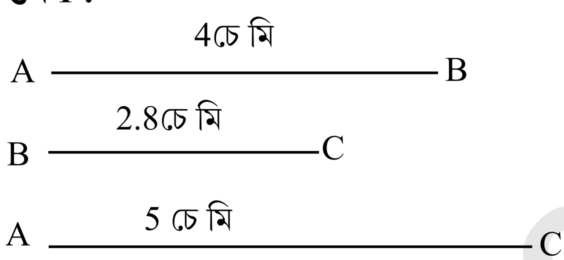


প্ৰথমতে ABCD সামান্তৰিকৰ মোটামুটি চিত্ৰ এটা আঁকি লোৱা। এটা কথা মন কৰা যে সামান্তৰিকৰ বিপৰীত বাহু সমান্তৰাল আৰু সমান দৈৰ্ঘ্যৰ। গতিকে দৰাচলতে চাৰিটা বাহুৰে দীঘ দিয়া আছে BC=AD=2.8 চে মি আৰু AB=DC =4 চে মি আৰু কৰ্ণ ACৰ দীঘ 5 চে মি দিয়া আছে।

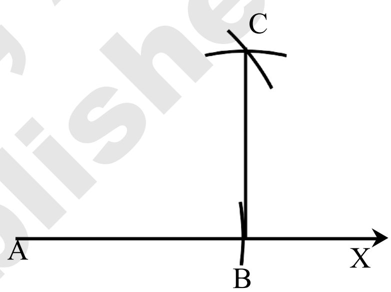
সেয়েহে চাৰিটা বাহু আৰু এডাল কৰ্ণৰ দীঘ দিয়া থাকিলে যেনেদৰে আমি চতুৰ্ভুজ আঁকিছিলো সেই একেই অংকন প্ৰক্ৰিয়াৰে সামান্তৰিকটো অঁকাৰ চেষ্টা কৰি চোৱা।

বিকল্প অংকন প্ৰণালী(Alternative Method of construction)

স্তৰ 1 :



প্ৰথমতে স্কেলৰ সহায় লৈ 4চে মি, 2.8 চে মি আৰু 5 চে মি দৈৰ্ঘ্যৰ ৰেখাখণ্ড তিনিডাল আঁকি লোৱা। এতিয়া, 4 চে মি তকৈ দীঘল AXৰেখাখণ্ড আঁকি Aক কেন্দ্ৰ কৰি 4 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ এটি বৃত্তচাপ আঁকা। চাপটোৱে AX ৰ B বিন্দুত কাটিব। অৰ্থাৎ AB=4 চে মি অঁকা হ'ল।

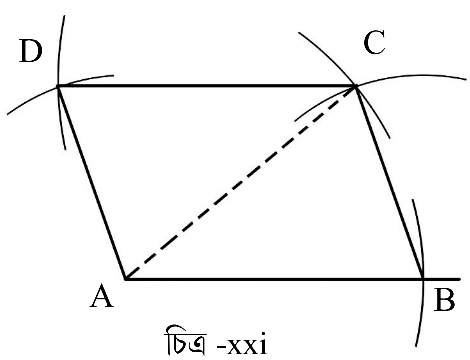


চিত্ৰ -xx

[একেবাৰে AB=4 চে মি দৈৰ্ঘ্যৰ ৰেখাখণ্ড আঁকিলেও হ'ব। আমি তিনিটা দৈৰ্ঘ্যৰ ৰেখাখণ্ড আঁকি লৈছোঁ পৰৱৰ্তী স্তৰত সুবিধাৰ বাবেহে]

এতিয়া B বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি 2.8 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ এটা বৃত্তচাপ আঁকা (চিত্ৰ -xx) আৰু A বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি 5চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তচাপ আঁকা। দুয়োটা বৃত্তচাপৰ ছেদবিন্দুটোৱেই C বিন্দু হ'ব (কাৰণ AC আৰু BC ৰ সাধাৰণ বিন্দু)। গতিকে C বিন্দুটো চিনাক্ত কৰি AC আৰু BC সংযোগ কৰা।

স্তৰ 2 : এতিয়া D বিন্দুৰ অৱস্থান নিৰ্ণয় কৰিবলৈ A বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি 2.8 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তচাপ আঁকা আৰু C বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি 4চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তচাপ আঁকা। দুয়োটা বৃত্তচাপে ছেদ কৰা বিন্দুটোৱেই হৈছে D বিন্দুৰ অৱস্থান। D বিন্দুটো চিহ্নিত কৰা আৰু AD আৰু CD সংযোগ কৰি ABCD সামান্তৰিকটো সম্পূৰ্ণ কৰা। (চিত্ৰ -xxi)



চিত্ৰ -xxi

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

উদাহৰণ (iii)ঃ এটা ৰম্বাছ ABCD আঁকা য'ত কৰ্ণ AC= 6 চে মি আৰু BD = 8 চে মি।

সমাধান ঃ

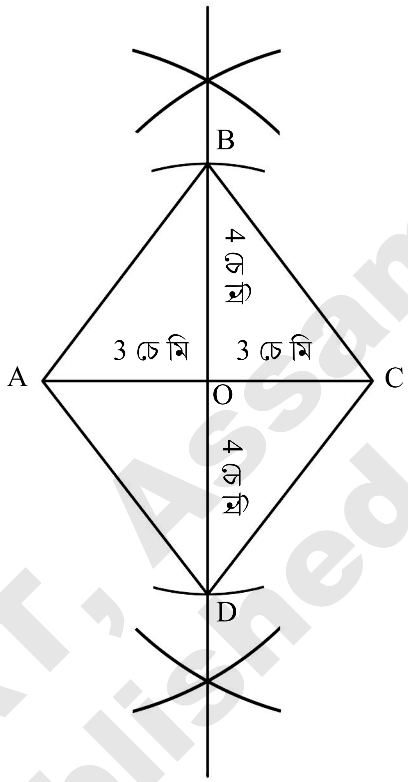
স্তৰ 1 : স্কেলৰ সহায়েৰে 6 চে মি দৈৰ্ঘ্যৰ এটি ৰেখাখণ্ড AC আঁকা।

স্তৰ 2 : যিহেতু ৰম্বাছৰ কৰ্ণ দুডাল পৰস্পৰ লম্বভাৱে সমদ্বিখণ্ডিত হয় গতিকে আমি AC বাহুৰ লম্ব সমদ্বিখণ্ডক আঁকিম। সমদ্বিখণ্ডক ডালে AC বাহুক O বিন্দুত কাটিছে।

স্তৰ 3 : এতিয়া O বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি AC বাহুৰ তল আৰু ওপৰ দিশত 4 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ (BDৰ আধা) দৈৰ্ঘ্যৰ দুটা বৃত্তচাপ লম্ব সমদ্বিখণ্ডকৰ ওপৰত আঁকা। দুয়োটা বৃত্তচাপে লম্ব সমদ্বিখণ্ডক ছেদ কৰা বিন্দু দুটাই হ'ব B আৰু D বিন্দুৰ অৱস্থান।

স্তৰ 4 : AB, AD, DC, CB সংযোগ কৰি ABCD ৰম্বাছ সম্পূৰ্ণ কৰা। (চিত্ৰ -xxii)

[AB, BC, CD আৰু DA বাহুৰ দীঘ জুখি আটাইকেইটা বাহুৰ দীঘ সমান হ'লনে পৰীক্ষা কৰি চাব পাৰা।]



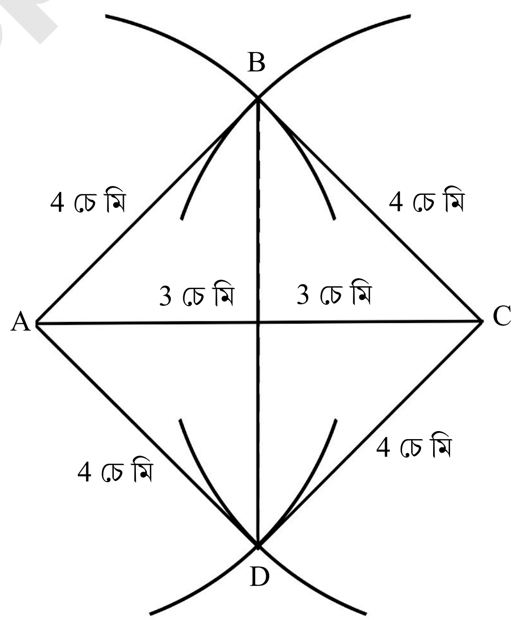
চিত্ৰ -xxii

উদাহৰণ (iv) ঃ এটা ৰম্বাছ ABCD আঁকা য'ত বাহু AB = 4 চে মি আৰু কৰ্ণ AC = 6 চে মি

সমাধান ঃ ৰম্বাছৰ চাৰিটা বাহুৰ দীঘ সমান, গতিকে ABCD ৰম্বাছৰ আটাইকেইটাৰ বাহুৰ দীঘ (AB = BC = CD = DA) 4 চে মি. হ'ব।

অংকনৰ স্তৰ

1. স্কেলৰ সহায়েৰে 6 চে মি দৈৰ্ঘ্যৰ AC ৰেখাখণ্ড আঁকা।
2. A আৰু Cক কেন্দ্ৰ কৰি 4 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ AC বাহুৰ ওপৰ ফালে দুটা আৰু তলৰফালে দুটা বৃত্তচাপ আঁকা। ওপৰৰ দুটা চাপৰ ছেদ বিন্দু ধৰাহ'ল B আৰু তলৰ চাপ দুটাৰ ছেদ বিন্দু ধৰাহ'ল D। এতিয়া AB, BC, CD আৰু DA সংযোগ কৰি ABCD ৰম্বাছ সম্পূৰ্ণ কৰা। (চিত্ৰ -xxiii)



চিত্ৰ -xxiii

অনুশীলনী 4.1

1. **তলৰ চতুৰ্ভুজবোৰ অংকন কৰা (Construct the following Quadrilaterals)**
   - i) চতুৰ্ভুজ ABCD য'ত AB = 4 চে মি, BC = 6 চে মি, CD = 5 চে মি, DA = 5.5 চে মি আৰু কৰ্ণ AC = 7 চে মি
   - ii) চতুৰ্ভুজ ABCD য'ত AB = 4 চে মি, BC = 3 চে মি, DA = 2.8 চে মি কৰ্ণ AC = 5 চে মি আৰু কৰ্ণ BD = 4.5 চে মি
   - iii) চতুৰ্ভুজ PQRS য'ত QR = 4.5 চে মি, PS =5.5 চে মি, RS = 5 চে মি, কৰ্ণ PR = 5.5 চে মি, আৰু কৰ্ণ QS = 7 চে মি
   - iv) সামান্তৰিক EFGH য'ত FG = 7 চে মি, GH = 5.5 চে মি আৰু HF = 8.5 চে মি।
   - v) ৰম্বাছ DEFG য'ত DE = 5 চে মি আৰু EG = 6.5 চে মি
   - vi) ৰম্বাছ LMNO য'ত LN = 6 চে মি আৰু MO = 7 চে মি

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

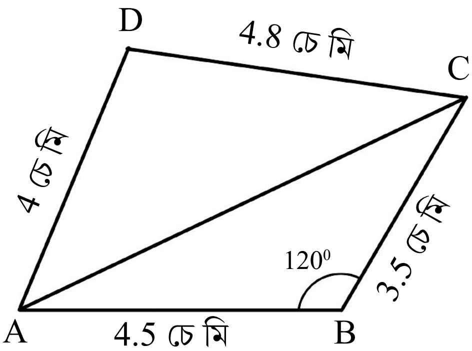
ইতিমধ্যে আমি এটা চতুৰ্ভুজৰ 5টা বাহুৰ জোখ (অৰ্থাৎ চাৰিটা বাহু কৰ্ণ এডাল বা তিনিটা বাহু দুডাল কৰ্ণ) দিয়া থাকিলে চতুৰ্ভুজটো কেনেকৈ অংকন কৰে আলোচনা কৰিলোঁ। এইবাৰ চতুৰ্ভুজ আঁকোতে আমি 5টা জোখৰ ভিতৰত কোণৰ জোখ সামৰি ল'ম যেনে (i) চাৰিটা বাহু এটা কোণ, (ii) তিনিটা বাহু- দুটা কোণ, আৰু (iii) দুটা বাহু তিনিটা কোণ।

তোমালোকে ষষ্ঠ শ্ৰেণীৰ গণিতৰ পাঠত কোণ অংকন কৰা শিকিছিলা, যেনে 30^0, 45^0, 60^0, 90^0, 105^0, 120^0, 150^0 ইত্যাদি। এতিয়া চতুৰ্ভুজ আঁকোতে তোমালোকৰ সেই ধাৰণাৰ প্ৰয়োজন হ'ব। এই কোণবোৰৰ অংকন প্ৰণালীসমূহ পুনৰ অভ্যাস কৰি ল'বা।

4.1.3 চাৰিটা বাহু আৰু এটা কোণ দিয়া থাকিলে চতুৰ্ভুজ অংকন (Construction of a quadrilateral when four sides and one angle are given)

উদাহৰণ ঃ এটা চতুৰ্ভুজ ABCD আঁকা য'ত, AB = 4.5 চে মি, BC = 3.5 চে মি, CD = 4.8 চে মি, AD = 4 চে মি আৰু $\angle B = 120^0$

[আমি আগৰ দৰে এটা ABCD চতুৰ্ভুজৰ মোটামুটি চিত্ৰ এটা আঁকি লওঁ। $\angle B = 120^0$, AB = 4.5 চেমি, BC = 3.5 চেমি, AD = 4 চেমি আৰু DC = 4.8 চেমি।]



চিত্ৰ -xxiv

অংকন ঃ

স্তৰ 1 ঃ AB = 4.5 চে মি ৰেখাখণ্ড আঁকা (স্কেলৰ সহায় লৈ)

স্তৰ 2 ঃ $\angle B = 120^0$ কোণ অংকন কৰা।

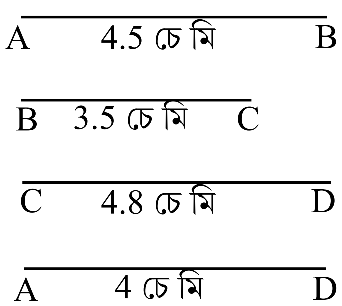
স্তৰ 3 ঃ B বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি 3.5 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তচাপ আঁকা। বৃত্তচাপটোৱে অঁকা বিন্দুটোক C ৰে চিহ্নিত কৰা।

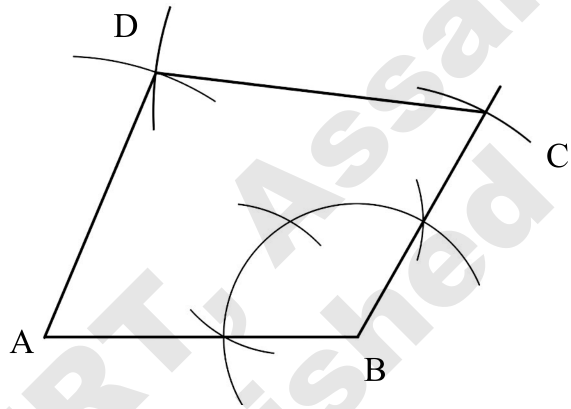
স্তৰ 4 ঃ A বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি 4 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তচাপ আঁকা।

স্তৰ 5 ঃ C বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি 4.8 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তচাপ আঁকা যাতে আগৰ (স্তৰ 4) বৃত্তচাপক ছেদ কৰে।

স্তৰ 6 ঃ স্তৰ 4 আৰু স্তৰ 5 ত অঁকা বৃত্তচাপে ছেদ কৰা বিন্দুটোৰ অৱস্থান D হ'ব (কাৰণ AD = 4 চে মি আৰু CD = 4.8 চে মি, D সাধাৰণ বিন্দু)

স্তৰ 7 ঃ AD আৰু CD সংযোগ কৰা আৰু ABCD চতুৰ্ভুজ সম্পূৰ্ণ কৰা। (চিত্ৰ -xxv)



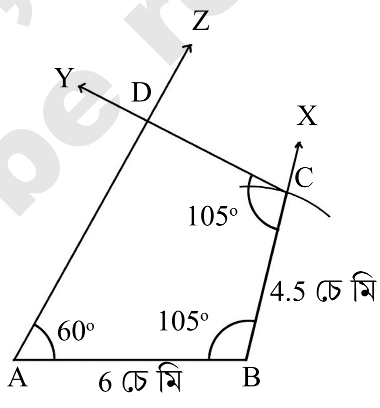


চিত্ৰ -xxv

4.1.4 দুটা সন্নিহিত বাহু আৰু তিনিটা কোণ দিয়া থাকিলে চতুৰ্ভুজ অংকন (Consruction of a quadri lateral when two adjacent sides and three angles are given)

উদাহৰণ ঃ এটা চতুৰ্ভুজ ABCD আঁকা য'ত $\angle A = 60^0$, $\angle B = 105^0$, $\angle C = 105^0$ আৰু AB = 6 চে মি আৰু BC = 4.5 চে মি

(আগৰ উদাহৰণবোৰৰ দৰেই আমি মোটামুটি চিত্ৰ এখন আঁকি ল'ম)



(চিত্ৰ -xxvi)

সমাধান ঃ

স্তৰ 1 ঃ 6 চে মি দৈৰ্ঘ্যৰ এডাল ৰেখাখণ্ড স্কেলৰ সহায়েৰে আঁকা, সেয়া হ'ব AB = 6 চে মি

স্তৰ 2 ঃ A বিন্দুত 60^0 কোণ অংকন কৰা।

স্তৰ 3 ঃ B বিন্দুত কোণমান যন্ত্ৰৰ সহায়ত নতুবা অন্য পদ্ধতিৰে 105^0 কোণ আঁকা।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

স্তৰ 4 ঃ B বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি 4.5 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তচাপ $\overrightarrow{BX}$ ৰশ্মিৰ ওপৰত আঁকা। $\overrightarrow{BX}$ আৰু বৃত্তচাপৰ ছেদ বিন্দুটোৱে C বিন্দুৰ অৱস্থান (কাৰণ BC = 4.5 চে মি)।

স্তৰ 5 ঃ C বিন্দুত 105^0 কোণ অংকন কৰা আৰু $\overrightarrow{CY}$ ৰশ্মি আঁকা।

স্তৰ 6 ঃ $\overrightarrow{AZ}$ ৰশ্মি আৰু $\overrightarrow{CY}$ ৰশ্মিৰ ছেদবিন্দুটোৱেই চতুৰ্ভুজৰ চতুৰ্থ শীৰ্ষবিন্দু D ৰ অৱস্থান। ABCD হৈছে আঁকিবলগীয়া চতুৰ্ভুজ। (চিত্ৰ -xxvi)

4.1.5 তিনিটা বাহু আৰু দুটা মধ্যবৰ্তী কোণ দিয়া থাকিলে চতুৰ্ভুজ অংকন (Construction of a quadrilateral when three sides and two included angles are given)

উদাহৰণ ঃ এটা চতুৰ্ভুজ PQRS অংকন কৰা য'ত PQ = 3.5 চে মি QR= 3 চে মি, RS = 4 চে মি আৰু $\angle Q = 75^0$ আৰু $\angle R = 120^0$

সমাধান ঃ

স্তৰ 1 ঃ QR = 3 চে মি দৈৰ্ঘ্যৰ ৰেখাখণ্ড আঁকা

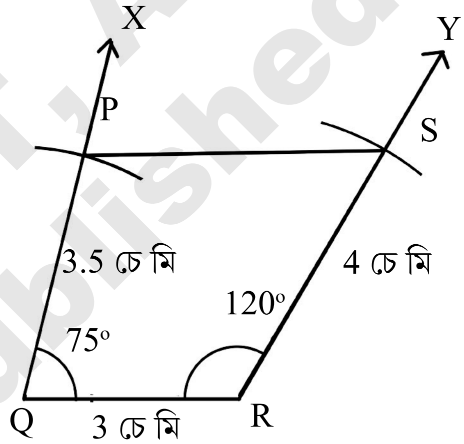
স্তৰ 2 ঃ Q বিন্দুত কোণমান যন্ত্ৰৰ সহায়ত নতুবা অন্য পদ্ধতিৰে 75^0 কোণ আঁকা।

স্তৰ 3 ঃ R বিন্দুত 120^0 কোণ আঁকা।

স্তৰ 4 ঃ Qক কেন্দ্ৰ কৰি অঁকা 3.5 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তচাপে $\overrightarrow{QX}$ৰশ্মিক P বিন্দুত কাটিছে।

স্তৰ 5 ঃ Rক কেন্দ্ৰ কৰি 4 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তচাপ এটা $\overrightarrow{RY}$ ৰশ্মিৰ ওপৰত আঁকা। বৃত্তচাপটোৱে $\overrightarrow{RY}$ ৰশ্মিক ছেদ কৰা বিন্দুটোৱেই হ'ল S (কাৰণ RS = 4চে মি)।

স্তৰ 6 ঃ PS সংযোগ কৰি PQRS চতুৰ্ভুজ সম্পন্ন কৰা। (চিত্ৰ -xxvii)



চিত্ৰ -xxvii

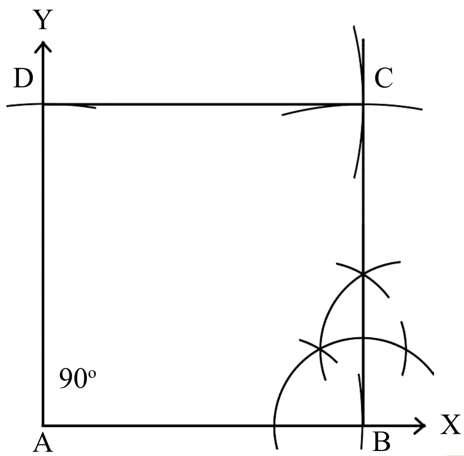
4.1.6 বিশেষ ধৰ্ম প্ৰয়োগ কৰি চতুৰ্ভুজ অংকন (Construction of quadrilateral using special properties)

আমি ইতিমধ্যে ৰম্বাছ আৰু সামান্তৰিকৰ ধৰ্ম ব্যৱহাৰ কৰি আগৰ 4.1.2ৰ উদাহৰণ (iii) আৰু (iv)ত ৰম্বাছ আৰু সামান্তৰিক অংকন কৰিছোঁ। ঠিক তেনেদৰে বৰ্গৰ ধৰ্ম ব্যৱহাৰ কৰি এতিয়া এটা বৰ্গ আঁকো আঁহা।

উদাহৰণ ঃ 5 চে মি বাহুৰ দীঘ থকা এটা বৰ্গ আঁকা।

স্তৰ 1 ঃ 5 চে মি তকৈ দীঘল এডাল ৰেখাখণ্ড আঁকা। Aক কেন্দ্ৰ কৰি 5 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ চাপ আঁকা। চাপটোৱে $\overrightarrow{AX}$ক B বিন্দুত ছেদ কৰিছে। AB বৰ্গৰ বাহু।

স্তৰ 2 ঃ এতিয়া A বিন্দুত কম্পাছ বা ত্ৰিকোণীৰে 90^0 কোণ অংকন কৰা আৰু AY লম্ব দিশত, Aক কেন্দ্ৰ কৰি 5 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তচাপ আঁকা। এই বৃত্তচাপে AYক D বিন্দুত ছেদ কৰিলে। অৰ্থাৎ AD = 5 চে মি।



Copyright, SCERT, Assam not to be republished

স্তৰ 3 ঃ এতিয়া D বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি 5 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তচাপ AD ৰ সমান্তৰাল দিশত আঁকা আৰু Bক কেন্দ্ৰ কৰি ADৰ সমান্তৰাল দিশত 5 চে মি ব্যাসাৰ্ধৰ বৃত্তচাপ আন এটা আঁকা। দুয়োটা বৃত্তচাপে C বিন্দুত কটাকটি কৰিছে। DC আৰু BC সংযোগ কৰি ABCD বৰ্গ সম্পূৰ্ণ কৰা (AB=AD = BC =CD = 5 চে মি)

কাৰ্য (i) আন পদ্ধতিৰে বৰ্গটো অংকন কৰিবলৈ চেষ্টা কৰা।
(ii) 4 চে মি আৰু 5 চে মি সন্নিহিত বাহুৰ দীঘ থকা এটি আয়ত অংকন কৰা।

দলগত কাৰ্য তোমালোকে 3-4 জনীয়া দল গঠন কৰি তলৰ কথাখিনি আলোচনা কৰা।

* চতুৰ্ভুজ এটা অংকন কৰিবলৈ চেষ্টা কৰা যাৰ এটা বাহু 7 চেমি আৰু চাৰিটা কোণ যথাক্ৰমে 75^0, 85^0,110^0, 90^0 । চতুৰ্ভুজটো আঁকিব পৰা যাবনে ?

* ABCD চিলা এখন আঁকিব পাৰিবানে, য'ত AD = 4 চে মি, AC = 8 চে মি আৰু CD= 6 চে মি ? (চিলাৰ ধৰ্ম প্ৰয়োগ কৰা।)

* এটা চতুৰ্ভুজৰ চাৰিটা কোণ আৰু এডাল বাহুৰ জোখ দিয়া থাকিলে চতুৰ্ভুজ অংকন কৰিব নোৱাৰি। উক্তিটোৰ সত্যতা সম্পৰ্কে মন্তব্য দিয়া।

বিশেষ দ্ৰষ্টব্য (Special Note) ঃ মোটামুটি চিত্ৰ অঁকাটো বাধ্যতামূলক নহয়। চিত্ৰৰ ধাৰণাৰ সুবিধাৰ বাবেহে প্ৰথমতে অঁকা দেখুওৱা হৈছে। পিছত অভ্যাস হ'লে তোমালোকে মোটামুটি চিত্ৰ অংকন নকৰিলেও হ'ব।

অনুশীলনী 4.2

1. এটা চতুৰ্ভুজ ABCD অংকন কৰা য'ত AB = 6 চে মি, BC = 7 চে মি, CD = 6.5 চে মি DA = 5.5 চে মি আৰু $\angle B = 105^0$
2. এটা চতুৰ্ভুজ অংকন কৰা য'ত AB = 5 চে মি, BC = 4 চে মি, CD = 3.5 চে মি, DA = 4.5 চে মি আৰু $\angle C = 75^0$
3. এটা চতুৰ্ভুজ ABCD অংকন কৰা য'ত AB = 4 চে মি, BC = 7 চে মি, $\angle A = 105^0$, $\angle B = 75^0$ আৰু $\angle C = 120^0$
4. এটা চতুৰ্ভুজ EFGH অংকন কৰা, য'ত EF = 5 চে মি, FG = 7.5 চে মি, $\angle E = 90^0$, $\angle G = 105^0$ আৰু $\angle H = 80^0$
5. এটা সামান্তৰিক PQRS অংকন কৰা য'ত PQ = 6 চে মি, QR = 7 চে মি, আৰু $\angle S = 85^0$
6. এটা আয়ত LMNO অংকন কৰা য'ত LM = 6 চে মি আৰু MN = 4 চে মি
7. এটা চতুৰ্ভুজ PQRS অংকন কৰা য'ত PQ = 6 চে মি, QR = 7 চে মি, RS = 7.5 চে মি, $\angle Q = 105^0$ আৰু $\angle R = 80^0$
8. এটা চতুৰ্ভুজ ABCD অংকন কৰা য'ত AB = 4.5 চেমি, BC = 5.5 চেমি, CD = 5 চেমি, $\angle B = 68^0$ আৰু $\angle C = 90^0$
9. এটা আয়ত অংকন কৰা যাৰ সন্নিহিত বাহুৰ দীঘ 5 চে মি আৰু 7 চে মি।
(ওপৰৰ অনুশীলনীত প্ৰয়োজন সাপেক্ষে কোণমান যন্ত্ৰও ব্যৱহাৰ কৰিব পাৰিবা)

Copyright SCERT, Assam not to be republished

আমি কি শিকিলোঁ ? (What have we Learnt)

এটা অদ্বিতীয় চতুৰ্ভুজ অংকন কৰিবলৈ কমেও পাঁচটা জোখৰ (বাহু-কোণ) প্ৰয়োজন হয়।

এটা চতুৰ্ভুজ অদ্বিতীয়ভাৱে অংকন কৰিব পাৰি যদিহে—

- চতুৰ্ভুজৰ চাৰিটা বাহু আৰু এডাল কৰ্ণৰ জোখ দিয়া থাকে।
- চতুৰ্ভুজৰ তিনিটা বাহু আৰু দুডাল কৰ্ণৰ জোখ দিয়া থাকে।
- চতুৰ্ভুজৰ চাৰিটা বাহু আৰু এটা কোণৰ জোখ দিয়া থাকে।
- চতুৰ্ভুজৰ দুটা সন্নিহিত বাহু আৰু তিনিটা কোণ দিয়া থাকে।
- চতুৰ্ভুজৰ তিনিটা বাহু আৰু মধ্যৱৰ্তী দুটা কোণ দিয়া থাকে।
- চতুৰ্ভুজৰ আৰু বিশেষ ধৰ্ম জনা থাকে।

❑❑❑

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

- Mathematics is the most beautiful and most powerful creation of the human spirit.

  -Stefan Banach

- Mathematics is the abstract key which turms the look of the physical universe.

  -John Polkinghome

অধ্যায়-5

তথ্যৰ ব্যৱহাৰ
(Uses of Data)

D7A5X7

5.1 তথ্য বিচাৰোঁ আঁহা (Let us look for data) ঃ

আমি অধ্যয়ন কৰিব খোজা বিভিন্ন পৰিস্থিতিৰ পৰিপ্ৰেক্ষিতত সচৰাচৰ তথ্য সংগ্ৰহ কৰিবলগীয়া হয়। উদাহৰণস্বৰূপে, কোনো এখন গাঁৱৰ প্ৰতিঘৰত কিমান মানুহ আছে? প্ৰতিঘৰত পুৰুষৰ সংখ্যা, মহিলাৰ সংখ্যা কিমান আৰু তেওঁলোকৰ শিক্ষাগত অৰ্হতা কিমান ইত্যাদি। ইয়াক উলিয়াবলৈ হ'লে প্ৰত্যেকৰে ঘৰে ঘৰে গৈ তথ্য সংগ্ৰহ কৰিব লাগিব। সেই তথ্যখিনি শৃংখলাবদ্ধভাৱে সংগঠিত কৰাৰ পিছত উদ্দেশ্য অনুযায়ী বিশ্লেষণ কৰিব লাগিব।

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলে বিদ্যালয়ৰ প্ৰতিগৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ পৰিয়ালৰ সদস্য সংখ্যাৰ ওপৰতো তথ্য সংগ্ৰহ কৰি বিশ্লেষণ কৰিব পাৰে।

তথ্যক সহজে বোধগম্য কৰিবৰ বাবে লেখৰ জৰিয়তে উপস্থাপন কৰা হয়। আগৰ শ্ৰেণীত শিকি অহা বিভিন্ন ধৰণৰ লেখসমূহৰ কিছু পুনৰাবৃত্তি কৰোঁ আঁহা ঃ

5.2 সচিত্ৰ লেখ (Pictograph) :

এইবিধ লেখৰ ক্ষেত্ৰত সাধাৰণতে প্ৰতীক ব্যৱহাৰ কৰি তথ্য উপস্থাপন কৰা হয়।

তলৰ উদাহৰণটো মন কৰোঁ আহা—

এখন কিতাপৰ দোকানত সপ্তাহটোৰ প্ৰথম চাৰিটা দিনত বিক্ৰী হোৱা কিতাপৰ সংখ্যাৰ তালিকা তলত দিয়াৰ দৰে ঃ

সোমবাৰ	🕮🕮🕮🕮🕮
মঙলবাৰ	🕮🕮🕮🕮🕮🕮
বুধবাৰ	🕮🕮🕮
বৃহস্পতিবাৰ	🕮🕮🕮

ইয়াত 🕮 = পাঁচখন কিতাপ ধৰা হৈছে

(i) কোনটো বাৰত আটাইতকৈ বেছি কিতাপ বিক্ৰী হৈছিল?

(ii) মঙল আৰু বুধবাৰে মুঠ কিমান কিতাপ বিক্ৰী হৈছিল ক'ব পাৰিবানে?

5.3 দণ্ডলেখ (Bar graph) ঃ

দণ্ডলেখত নিৰ্ধাৰিত মানৰ সমানুপাতিক উচ্চতাবিশিষ্ট আৰু একে সমান প্ৰস্থৰ দণ্ড ব্যৱহাৰ কৰি তথ্যৰ প্ৰদৰ্শন কৰা হয়।

তলৰ উদাহৰণটো চাওঁ আহা—

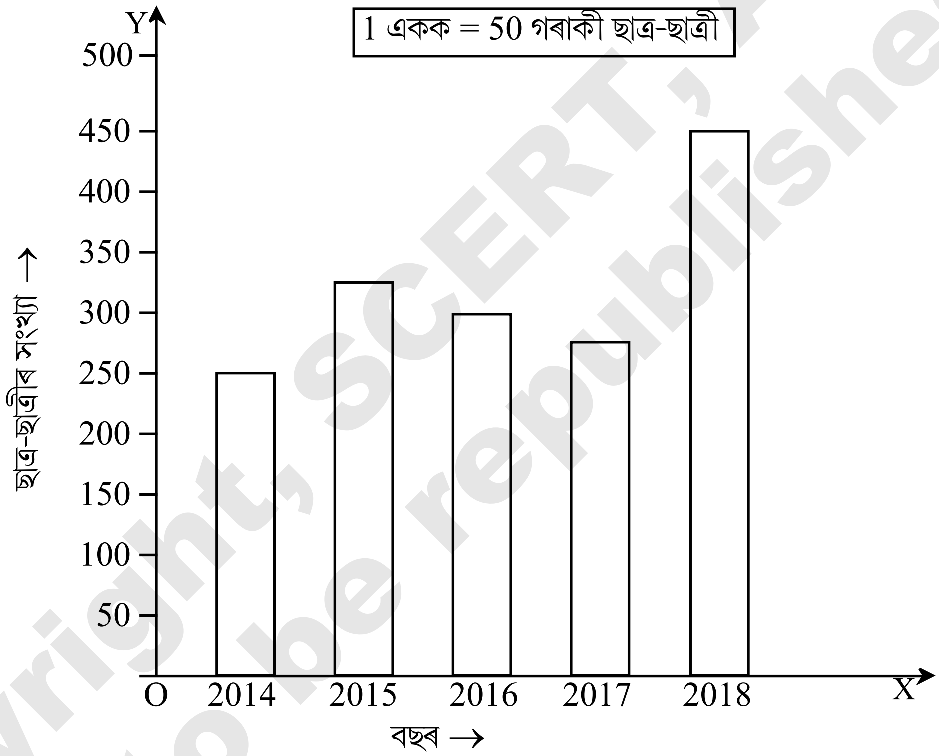
এখন বিদ্যালয়ৰ যোৱা পাঁচটা বছৰৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা সিপিঠিৰ তালিকাত দিয়া ধৰণৰ ঃ

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

বছৰ	ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা
2014	250
2015	330
2016	300
2017	280
2018	450

তালিকা-1

তথ্যত থকা আটাইতকৈ ডাঙৰ মান হ'ল 450। সেইবাবে 450তকৈ ডাঙৰ মান এটাতহে স্কেল সমাপ্ত কৰিব লাগে। Y-অক্ষৰ ফালে 50 অন্তৰালত সমানকৈ ভাগ কৰা হৈছে। অৰ্থাৎ 1 একক 50 গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাবে লোৱা হৈছে। X-অক্ষত বছৰবিলাক আৰু Y-অক্ষত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা দেখুৱাই দণ্ডলেখ অঁকা হ'ল (চিত্ৰ 5.1)



চিত্ৰ নং 5.1

ওপৰৰ দণ্ডচিত্ৰটো চাই তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া—

(i) কোনটো বছৰত আটাইতকৈ বেছি ছাত্ৰ-ছাত্ৰী আছে আৰু কিমানগৰাকী?

(ii) আটাইতকৈ বেছি আৰু আটাইতকৈ কম ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ মাজত পাৰ্থক্য কিমান?

(iii) কোনকেইটা বছৰত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা 300 বা তাতকৈ বেছি?

5.4 দ্বৈত দণ্ডলেখ (Double Bar Graph) :

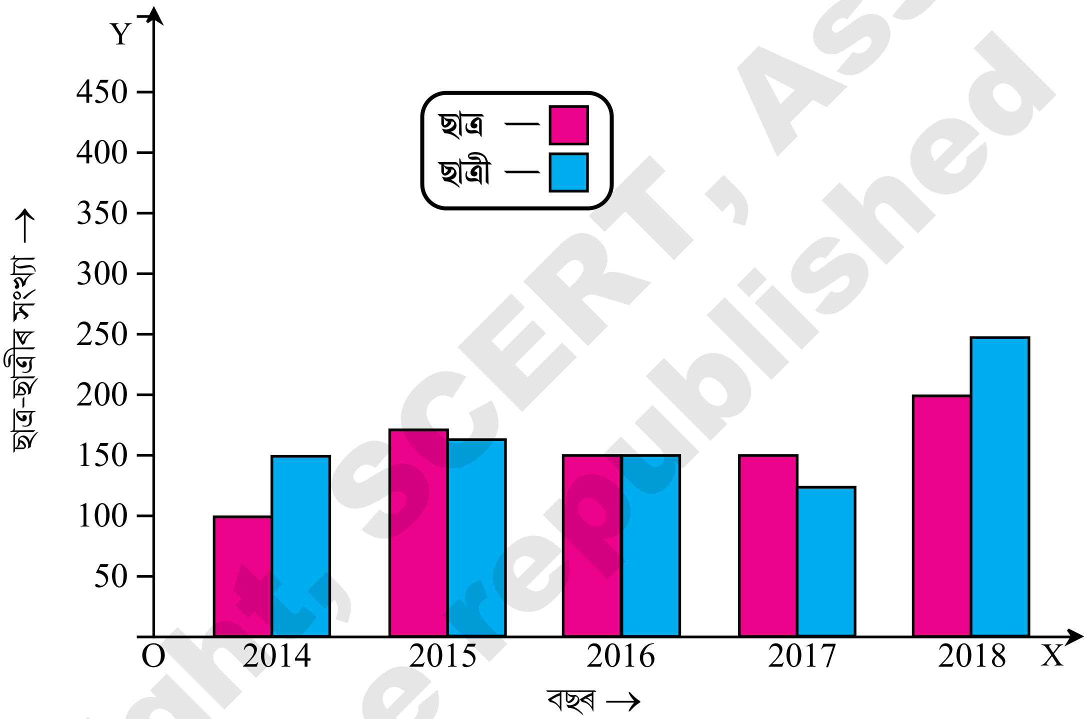
দ্বৈত দণ্ডলেখে দুই ধৰণৰ তথ্য দেখুৱায়। তথ্যৰ তুলনা কৰাৰ বাবে এই দ্বৈত দণ্ডলেখ উপযোগী। ওপৰৰ উদাহৰণটোকে আমি দ্বৈত দণ্ডলেখৰ সহায়ত কৰি চাওঁ আহা ঃ —

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

বছৰ	ছাত্ৰ	ছাত্ৰী
2014	100	150
2015	170	160
2016	150	150
2017	150	130
2018	200	250

তালিকা-2

তথ্যখিনি দ্বৈত দণ্ডলেখৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰোঁ আঁহা—



চিত্ৰ নং 5.2

(i) কোনটো বছৰত আটাইতকৈ বেছি ছাত্ৰ আছিল?

(ii) কোনটো বছৰত আটাইতকৈ কম ছাত্ৰ আছিল?

(iii) কোনটো বছৰত ছাত্ৰ আৰু ছাত্ৰীৰ সংখ্যা সমান আছিল?

5.5 তথ্য সংগঠিতকৰণ (Organisation of data) :

এদল ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক সিহঁতে ভালপোৱা খেলৰ বিষয়ে সোধাত তলত দিয়া ধৰণে পোৱা গ'ল ঃ

ক্ৰিকেট, ক্ৰিকেট, ফুটবল, হকী, হকী, ফুটবল, কাবাডী, ফুটবল, হকী, হকী, ফুটবল, হকী, ক্ৰিকেট, ক্ৰিকেট, ক্ৰিকেট, ফুটবল, হকী, ক্ৰিকেট, কাবাডী, কাবাডী, ক্ৰিকেট, ফুটবল, ক্ৰিকেট, হকী, কাবাডী, কাবাডী, ফুটবল।

এনেদৰে **মূল উৎসৰ পৰা সংগ্ৰহ কৰা তথ্যক প্ৰাথমিক তথ্য (Primary data)বোলা হয়।** এই তথ্যখিনি অসংগঠিত ৰূপত আছে। সঠিক অৰ্থপূৰ্ণ সিদ্ধান্তত উপনীত হ'বলৈ আমি তথ্যখিনি শৃংখলাবদ্ধভাৱে সংগঠিত কৰাৰ প্ৰয়োজন আছে।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

সেয়েহে, **দাগচিহ্ন (Tally Marks)** ব্যৱহাৰ কৰি তথ্যখিনি সজাওঁ আহা—

খেলৰ নাম	**দাগচিহ্ন**	**ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা**
ক্ৰিকেট	𝍸 |||	8
ফুটবল	𝍸 ||	7
হকী	𝍸 ||	7
কাবাডী	𝍸	5

মুঠ = 27

তালিকা-3

প্ৰতিটো খেলৰ বাবে দিয়া দাগচিহ্নৰ সংখ্যাই সেই বিশেষ খেলটো ভালপোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যাক বুজাইছে। এই সংখ্যাবোৰ সেইবিধ খেলৰ **বাৰংবাৰতা** (Frequency) বুলি কোৱা হয়।

বাৰংবাৰতাই এটা নিৰ্দিষ্ট তথ্য কেইবাৰ সংযোজন হয় তাক জানিবলৈ দিয়ে।

ওপৰৰ তালিকাত ক্ৰিকেট ভালপোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাৰংবাৰতা হ'ল 8, কাবাডী ভালপোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাৰংবাৰতা হ'ল 5, ফুটবল আৰু হকী প্ৰত্যেকবিধ খেল ভালপোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বাৰংবাৰতা হ'ল 7।

এটা তথ্য কেইবাৰ সংযোজিত হ'ল তাক জানিবলৈ দিয়া তালিকাখনক **বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা (Frequency distribution table)** বুলি জনা যায়।

5.6 তথ্যৰ গোট (Grouping of Data):

তলৰ উদাহৰণটো মন কৰা—

60 জন মানুহৰ বয়স (বছৰৰ হিচাপত) তলত দিয়া ধৰণৰ ঃ

37, 61, 4, 19, 21, 16, 6, 12, 23, 29, 35, 39, 52, 13, 22, 31,

36, 42, 8, 56, 63, 57, 9, 18, 24, 11, 32, 41, 46, 5, 14, 17,

26, 33, 44, 28, 3, 45, 59, 30, 15, 20, 25, 34, 38, 27, 43, 55,

47, 51, 64, 68, 48, 27, 49, 54, 66, 65, 53, 7

প্ৰতিটো পৰ্যবেক্ষণৰ বাবে যদি আমি বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা প্ৰস্তুত কৰোঁ, তেন্তে তালিকাখন দীঘলীয়া হ'ব, সেয়েহে সুবিধাৰ বাবে বয়সসমূহৰ গোট যেনে 0 – 10, 10 – 20 ধৰি প্ৰতিটো গোটৰ অন্তৰ্গত বয়সসমূহ লৈ বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা তৈয়াৰ কৰিব পাৰোঁ।

এনেদৰে ওপৰৰ তথ্যখিনিৰ বাবে বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা সিপিঠিত দিয়া ধৰণে পাব পাৰি।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

গোট	দাগচিহ্ন	বাৰংবাৰতা
0 – 10	𝍸 ||	7
10 – 20	𝍸 ||||	9
20 – 30	𝍸 𝍸 |	11
30 – 40	𝍸 𝍸	10
40 – 50	𝍸 ||||	9
50 – 60	𝍸 |||	8
60 – 70	𝍸 |	6

মুঠ = 60

তালিকা-4

এনে ধৰণে তথ্য উপস্থাপন কৰাকে সংগঠিতকৰণ কৰা বুলি কোৱা হয়। তথ্য বিভাজনৰ তালিকাখনক কোৱা হয় **সংগঠিত বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা (Grouped frequency distribution table)**।

এনে ধৰণৰ বিভাজনৰ জৰিয়তে যিকোনো অৰ্থপূৰ্ণ সিদ্ধান্ত লোৱাত সুবিধা হয়। যেনে—

(i) বেছি সংখ্যক মানুহেই 20 আৰু 30 বছৰ বয়সৰ ভিতৰত আছে।

(ii) 50 বছৰতকৈ বেছি বয়সৰ 14 জন মানুহ আছে।

(iii) 30 বছৰতকৈ কম বয়সৰ 27 জন মানুহ আছে।

জানো আহা ঃ

(i) প্ৰতিটো গোট 0 – 10, 10 – 20, 20 – 30 আদিবোৰক একোটা **শ্ৰেণী অন্তৰাল (Class Interval)** (বা চমুকৈ এটা শ্ৰেণী) বুলি কোৱা হয়।

(ii) 10টো 0 – 10, 10 – 20 এই দুয়োটা অন্তৰালত থাকিব পৰাৰ সম্ভাৱনা আছে। এই অসুবিধা আঁতৰাবৰ বাবে একেটা সংখ্যা দুটা শ্ৰেণীত থাকিলে সেই সংখ্যাটোক শ্ৰেণী দুটাৰ পিছৰটোত অন্তৰ্গত কৰি লোৱা হয়। যেনে ঃ 10, শ্ৰেণী অন্তৰাল 10 – 20ত থাকে, 0 – 10ত নহয়। একেদৰে 20 শ্ৰেণী অন্তৰাল 20 – 30ত থাকে 10 – 20ত নহয়।

(iii) যিকোনো এটা অন্তৰাল যেনে, 10 – 20ৰ **নিম্ন সীমা (lower limits)** 10 আৰু **উচ্চ সীমা (Upper limits)** 20।

(iv) এটা শ্ৰেণী অন্তৰালৰ উচ্চ শ্ৰেণী সীমা আৰু নিম্ন শ্ৰেণী সীমাৰ মাজৰ পাৰ্থক্যক **শ্ৰেণী দৈৰ্ঘ্য (Class width)** বোলা হয়। যেনে ঃ 0 – 10ৰ শ্ৰেণী দৈৰ্ঘ্য 10 – 0 = 10; 10 – 20ৰ শ্ৰেণী দৈৰ্ঘ্য = 20 – 10 = 10 ইত্যাদি। ওপৰৰ উদাহৰণটোত শ্ৰেণী দৈৰ্ঘ্য 10।

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

উদাহৰণ 1 ঃ

তালিকা- 4ৰ পৰা তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া—

(i) শ্ৰেণী অন্তৰালবোৰৰ শ্ৰেণী দৈৰ্ঘ্য কিমান?

(ii) কোনটো শ্ৰেণীৰ বাৰংবাৰতা আটাইতকৈ বেছি?

(iii) কোনটো শ্ৰেণীৰ বাৰংবাৰতা আটাইতকৈ কম?

(iv) 40 – 50 শ্ৰেণী অন্তৰালৰ উচ্চসীমা কিমান?

(v) কোন দুটা শ্ৰেণীৰ বাৰংবাৰতা একে?

সমাধান ঃ

(i) শ্ৰেণী অন্তৰালবোৰৰ দৈৰ্ঘ্য = 10
(কাৰণ, 10 - 0 = 10, 20 - 10 = 10, 30 - 20 = 10 .....)

(ii) 20 - 30 – শ্ৰেণীটোৰ বাৰংবাৰতা আটাইতকৈ বেছি।

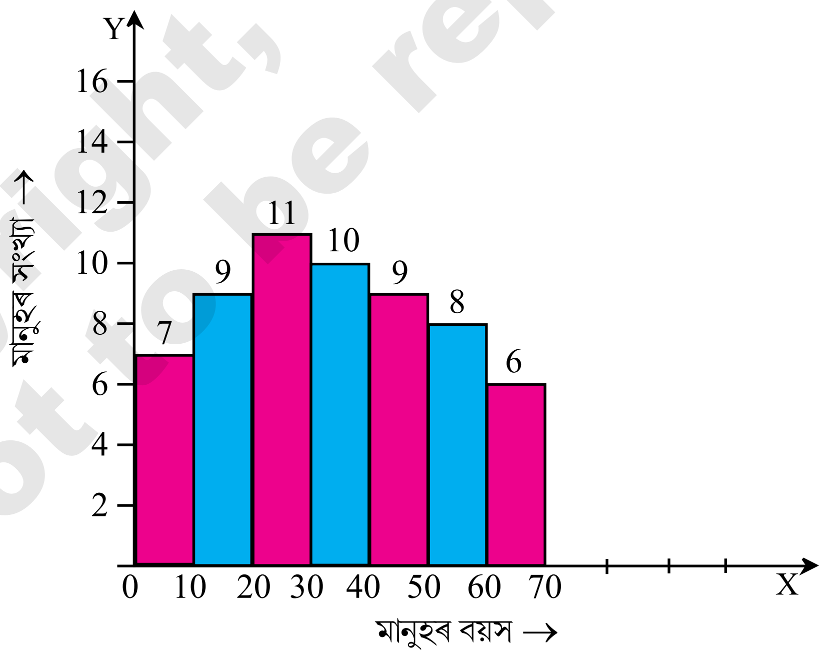
(iii) 60 - 70 – শ্ৰেণীটোৰ বাৰংবাৰতা আটাইতকৈ কম।

(iv) 40 - 50 শ্ৰেণী উচ্চসীমা 50

(v) 10 - 20 আৰু 40 - 50 এই দুয়োটা শ্ৰেণীৰ বাৰংবাৰতা একে।

5.7 স্তম্ভলেখ (Histogram)ঃ

তালিকা- 4 ত প্ৰদৰ্শন কৰা বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকাখন ব্যৱহাৰ কৰি তলত দিয়া ধৰণে এটা লেখ অংকন কৰিব পৰা যায়।



চিত্ৰ নং 5.3

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

চিত্ৰ 5.1 আৰু চিত্ৰ 5.3ৰ মাজৰ পাৰ্থক্য মন কৰা

চিত্ৰ 5.3ত আমি বয়সৰ গোটক (শ্ৰেণী অন্তৰাল) আনুভূমিক অক্ষত উপস্থাপন কৰিছোঁ আৰু উলম্ব অক্ষই অৰ্থাৎ দণ্ডবোৰৰ উচ্চতাই শ্ৰেণী অন্তৰালৰ বাৰংবাৰতা বুজাইছে। ইয়াত দুটা শ্ৰেণী অন্তৰালৰ মাজত কোনো ব্যৱধান নাই। সেয়েহে দুডাল দণ্ডৰ মাজতো কোনো ব্যৱধান নাই। তথ্যৰ এনে ধৰণৰ লৈখিক উপস্থাপনক 'স্তম্ভলেখ বা হিষ্ট'গ্ৰাম' বুলি কোৱা হয়।

আনহাতে চিত্ৰ নং 5.1ত বেলেগ বেলেগ বছৰত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা দেখুৱাবলৈ দণ্ডবোৰ ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে। অৰ্থাৎ এটা বছৰৰ তথ্যৰ লগত আন এটা বছৰৰ তথ্যৰ কোনো সম্বন্ধ নাই। গতিকে দণ্ডবোৰ লগ লগাই ব্যৱহাৰ কৰাৰ প্ৰয়োজন নাই।

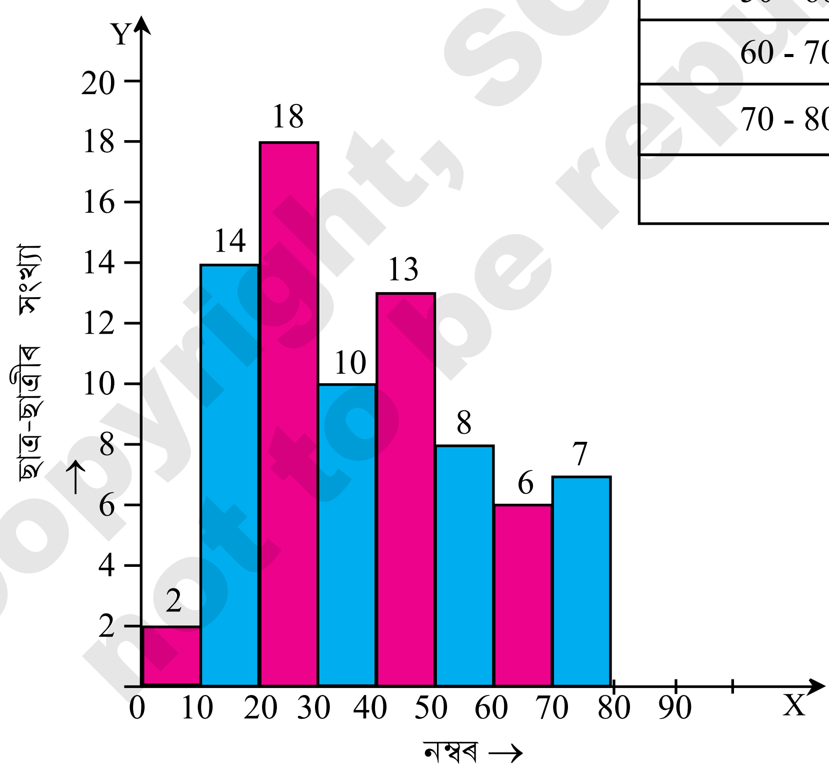
উদাহৰণ 2 ঃ

গণিত অলিম্পিয়াড পৰীক্ষাৰ এটা কেন্দ্ৰত 78জন পৰীক্ষাৰ্থীয়ে পোৱা নম্বৰৰ তালিকা কাষত দিয়া ধৰণৰ —

শ্ৰেণী অন্তৰাল (নম্বৰৰ হিচাপত)	বাৰংবাৰতা (ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা)
0 - 10	2
10 - 20	14
20 - 30	18
30 - 40	10
40 - 50	13
50 - 60	8
60 - 70	6
70 - 80	7
মুঠ	78

তালিকা-5

তালিকাখন স্তম্ভলেখ বা হিষ্ট'গ্ৰামৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰোঁ আঁহা ঃ



চিত্ৰ নং 5.4

স্তম্ভলেখৰ পৰা তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(i) মুঠ কিমানজন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে 30 বা তাতোকৈ বেছি আৰু 60তকৈ কম নম্বৰ পাইছে?

(ii) 60 বা তাতোকৈ বেছি নম্বৰ পোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা কিমান?

(iii) আটাইতকৈ বেছি ছাত্ৰ-ছাত্ৰী কোনটো শ্ৰেণী অন্তৰালত আছে?

সমাধান ঃ

(i) 31 জন (ii) 13 জন (iii) 20-30

অনুশীলনী 5.1

1. অষ্টম শ্ৰেণীৰ 46 গৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বগা, ৰঙা, ক'লা আৰু হালধীয়া এই ৰং চাৰিটাৰ কোনে কোনটো ৰং ভাল পায় সেয়া তলৰ তালিকাত দেখুওৱা হ'ল। প্ৰত্যেকগৰাকী ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে যিকোনো এটাহে প্ৰিয় ৰং হিচাপে ল'ব পাৰিব আৰু ৰং চাৰিটা ক্ৰমে W, R, B আৰু Y ৰে চিহ্নিত কৰা হৈছে।

W,	R,	R,	Y,	B,	B,	B,	Y,	R,	W,	W,	R
Y,	B,	B,	Y,	B,	R,	R,	W,	B,	B,	R,	Y,
Y,	B,	W,	Y,	Y,	R,	W,	W,	R,	R,	B,	B,
R,	Y,	B,	W,	W,	B,	Y,	B,	W,	W		

দাগচিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰি এখন বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা প্ৰস্তুত কৰা। ইয়াক ব্যাখ্যা কৰিবলৈ এডাল দণ্ডলেখ অংকন কৰা।

2. 'জোনাকী আত্মসহায়ক গোট'ৰ 35 জন সদস্যৰ প্ৰতি মাহৰ জমা (টকাত) তলত দিয়া ধৰণৰ ঃ

110,	125,	110,	140,	150,	150,	150,	110,	180,	180,	110,
140,	140,	120,	120,	120,	140,	140,	170,	175,	175,	145,
145,	140,	175,	120,	125,	130,	135,	135,	165,	145,	145,
175,	185.									

110 - 120, 120 - 130, 130 - 140 .... আদি অন্তৰাল লৈ দাগচিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰি বাৰংবাৰতা তালিকা এখন প্ৰস্তুত কৰা।

3. 2 নং প্ৰশ্নৰ তথ্য ৰাশিৰ পৰা প্ৰস্তুত কৰা বাৰংবাৰতা তালিকাখনৰ পৰা এটা হিষ্ট'গ্ৰাম বা স্তম্ভলেখ প্ৰস্তুত কৰা আৰু তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া।

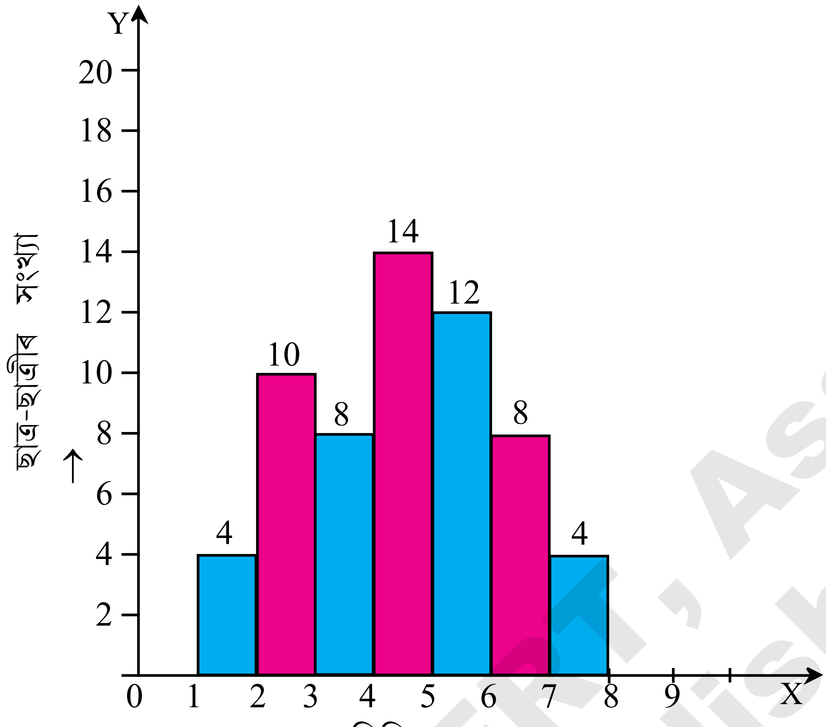
(i) কোনটো শ্ৰেণী অন্তৰালত আটাইতকৈ বেছি সদস্য আছে?

(ii) 150 বা তাতকৈ বেছি জমা ৰখা মুঠ সদস্য সংখ্যা কিমান?

(iii) কোনকেইটা শ্ৰেণী অন্তৰালত সদস্য সংখ্যা সমান?

4. এখন বিদ্যালয়ৰ অষ্টম শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীসকলৰ প্ৰত্যেকে প্ৰতিদিনে কিমান সময় পঢ়ে (ঘণ্টা হিচাপত) কাষত স্তম্ভলেখৰ সহায়ত দেখুওৱা হৈছে—

Copyright SCERT, Assam not to be republished



চিত্ৰ নং 5.5

স্তম্ভলেখৰ সহায়ত উত্তৰ দিয়া ঃ —

(i) বেছিভাগ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে প্ৰতিদিনে কিমান সময় পঢ়ে?

(ii) প্ৰতিদিনে 5 ঘণ্টাতকৈ বেছি পঢ়া ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা কিমান?

(iii) 4 ঘণ্টাতকৈ কম সময় পঢ়া ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা কিমান?

5. 30 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ উচ্চতা (চে. মি.ত) তলত দিয়া ধৰণৰ ঃ—

136, 138, 140, 140, 154, 160, 158, 147, 139, 153, 162,
162, 173, 137, 142, 156, 162, 164, 185, 143, 145, 182,
152, 163, 174, 138, 142, 152, 144, 146.

উপযুক্ত অন্তৰাল লৈ দাগদিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰি বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকা এখন প্ৰস্তুত কৰা।

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

5.8 বৃত্তচিত্ৰ বা পাইচিত্ৰ (Circle Graph or Pie Chart)

অনিমেষে দিনটোৰ 24 ঘণ্টাত কি কি কৰে চাওঁ আহা ঃ

(i) শোৱে — 8 ঘণ্টা
(ii) পঢ়ে — 5 ঘণ্টা
(iii) বিদ্যালয়ৰ সময় — 6 ঘণ্টা
(iv) খেলাৰ সময় — 2 ঘণ্টা
(v) অন্যান্য — 3 ঘণ্টা

অনিমেষৰ দিনটোৰ কামখিনি এটা বৃত্তচিত্ৰৰ সহায়ত চকুত পৰাকৈ সহজকৈ দেখুৱাব পাৰি।

5.8.1 পাই চিত্ৰ অংকন (Drawing pie chart) ঃ

ওপৰৰ উদাহৰণটোত অনিমেষে দিনটোৰ বিভিন্ন সময়ত কৰা কামখিনি কেনেদৰে বৃত্তাংশত ভাগ কৰিব পৰা যায় চাওঁ আহা ঃ —

আমি জানো যে এটা বৃত্তৰ পৰিধিয়ে কেন্দ্ৰত 360^0 কোণ উৎপন্ন কৰে। এতিয়া 24 ঘণ্টাক 360^0ৰ লগত তুলনা কৰি সময়ৰ সৈতে ডিগ্ৰীৰ সম্বন্ধ স্থাপন কৰোঁ আহা —

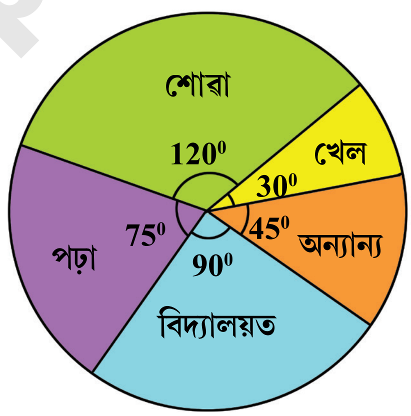
(i) অনিমেষৰ শোৱাৰ সময় = 24 ঘণ্টাৰ 8 ঘণ্টা, গতিকে কেন্দ্ৰত কোণটো হ'ব = $\frac{8}{24}\times 360^0 = 120^0$

(ii) পঢ়াৰ সময় = $\frac{5}{24}\times 360^0 = 75^0$

(iii) বিদ্যালয়ৰ সময় = $\frac{6}{24}\times 360^0 = 90^0$

(iv) খেলাৰ সময় = $\frac{2}{24}\times 360^0 = 30^0$

(v) অন্যান্য = $\frac{3}{24}\times 360^0 = 45^0$



চিত্ৰ নং 5.6

কেন্দ্ৰীয় কোণসমূহ নিৰ্ণয় কৰাৰ পিছত যিকোনো সুবিধাজনক ব্যাসাৰ্ধ লৈ এটা বৃত্ত আঁকি কোণমান যন্ত্ৰৰ সহায়ত ভাগবোৰ চিহ্নিত কৰিব লাগে।

এনেদৰে তথ্যবোৰক বৃত্তাংশত ভাগ কৰি দেখুওৱা চিত্ৰ এটাকে **পাইচিত্ৰ বা বৃত্তচিত্ৰ** বুলি কোৱা হয়। দণ্ডচিত্ৰৰ দৰে পাইচিত্ৰৰ জৰিয়তেও তথ্য প্ৰকাশ কৰা হয়।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 3 ঃ আন্তঃবিদ্যালয় ক্ৰিকেট প্ৰতিযোগিতাৰ কোনো এখন বিদ্যালয়ৰ 4জন ছাত্ৰৰ বেটিং প্ৰদৰ্শন তলত দিয়া ধৰণৰ ঃ

(i) আৰিফুল	70 ৰান
(ii) পৰমজিত	65 ৰান
(iii) ৰাজু	30 ৰান
(iv) জোচেফ	15 ৰান
মুঠ	180 ৰান

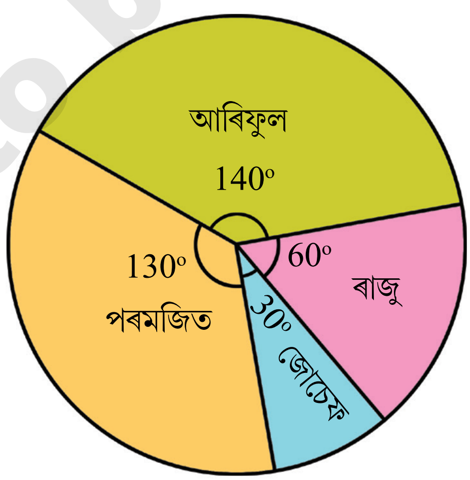
এই তথ্যৰ বাবে এখন পাইচিত্ৰ অংকন কৰা।

সমাধান ঃ আমি প্ৰতিটো ভাগৰ বাবে কেন্দ্ৰীয় কোণৰ পৰিমাণ উলিয়াই লওঁ। ইয়াত মুঠ ৰান = 180 ৰান।

আমি তালিকাখন এনেদৰে পাওঁ —

বেটচমেনৰ নাম	সংগৃহীত ৰান	অনুপাত	কেন্দ্ৰীয় কোণ
আৰিফুল	70	$\frac{70}{180}$	$\frac{70}{180} \times 360^0 = 140^0$
পৰমজিত	65	$\frac{65}{180}$	$\frac{65}{180} \times 360^0 = 130^0$
ৰাজু	30	$\frac{30}{180}$	$\frac{30}{180} \times 360^0 = 60^0$
জোচেফ	15	$\frac{15}{180}$	$\frac{15}{180} \times 360^0 = 30^0$

এতিয়া আমি তালিকাখন পাইচিত্ৰৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰোঁ আহা —



Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

উদাহৰণ 4 ঃ এজন মানুহৰ মাহিলি দৰমহাৰ পৰা বিভিন্ন শিতানত হোৱা খৰচ আৰু জমা শতাংশৰ হিচাপত এনে ধৰণৰ —

সঞ্চয় = 25%

ল'ৰা-ছোৱালীৰ শিক্ষা = 25%

খাদ্য = 30%

অন্যান্য = 20%

এই তথ্যখিনিক পাইচিত্ৰৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰা।

সমাধান ঃ আমি প্ৰতিটো শতাংশৰ বাবে কেন্দ্ৰীয় কোণৰ পৰিমাণ উলিয়াই লওঁ আহা।

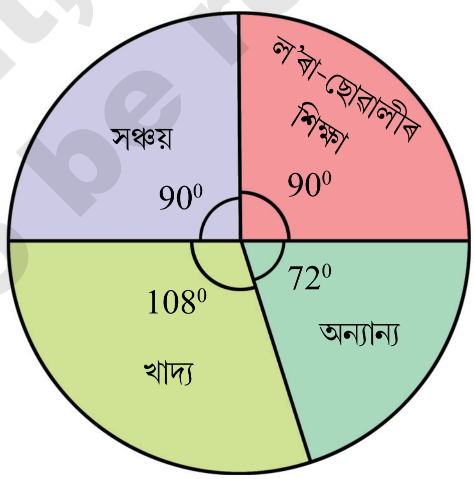
সঞ্চয় = 360^0ৰ 25% = $360^0 \times \frac{25}{100} = 90^0$

ল'ৰা-ছোৱালীৰ শিক্ষা = 360^0ৰ 25% = $360^0 \times \frac{25}{100} = 90^0$

খাদ্য = 360^0ৰ 30% = $360^0 \times \frac{30}{100} = 108^0$

অন্যান্য = 360^0ৰ 20% = $360^0 \times \frac{20}{100} = 72^0$

এতিয়া আমি কোণবোৰ পাইচিত্ৰত প্ৰকাশ কৰোঁ আহা —



Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অনুশীলনী 5.2

1. তলত 60 জন মানুহৰ প্ৰত্যেকৰে নিজৰ নিজৰ প্ৰিয় খেলৰ তথ্য দিয়া হৈছে। তথ্যখিনিৰ পৰা এখন পাইচিত্ৰ অংকণ কৰা।

খেলৰ নাম	মানুহৰ সংখ্যা
ক্ৰিকেট	20
ফুটবল	18
কাবাডী	12
বেডমিণ্টন	10

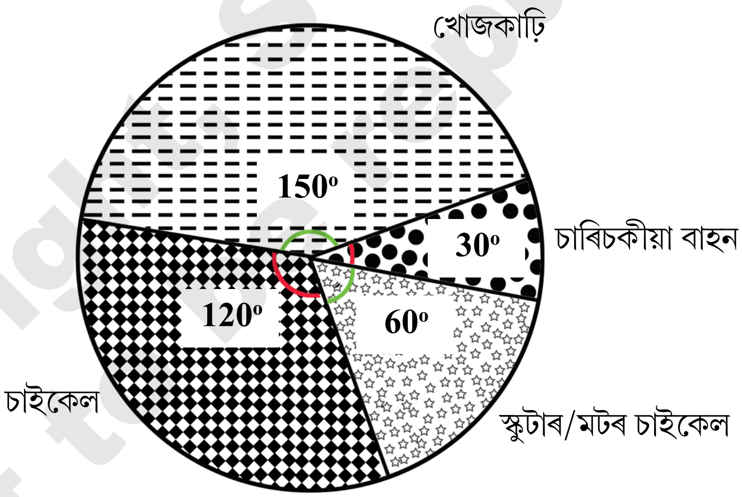
2. এখন ফুটবল খেল উপভোগ কৰিবলৈ 600 জন মানুহ খেলপথাৰত উপস্থিত হৈছিল। খেল চাবলৈ আহোঁতে তেওঁলোকে ব্যৱহাৰ কৰা যানবাহনৰ সংখ্যা লগতে খোজ কাঢ়ি অহা ব্যক্তিৰ সংখ্যা তলৰ পাইচিত্ৰত দেখুওৱা হ'ল।

চিত্ৰৰ পৰা তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া —

(i) কিমানজন মানুহে খোজ কাঢ়ি আহিছিল?

(ii) স্কুটাৰ/মটৰ চাইকেল ব্যৱহাৰ কৰি অহা আৰু চাৰিচকীয়া বাহন ব্যৱহাৰ কৰি অহা ব্যক্তিৰ মাজৰ পাৰ্থক্য কিমান?

(iii) 200 জন ব্যক্তিয়ে কি বাহন ব্যৱহাৰ কৰিছিল?



3. এখন বিদ্যালয়ৰ মুঠ 720 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ ষষ্ঠ, সপ্তম, অষ্টম, নৱম আৰু দশম শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা তলত দিয়া ধৰণৰ। এখন পাইচিত্ৰত তথ্যখিনি প্ৰদৰ্শন কৰা।

শ্ৰেণী	ষষ্ঠ	সপ্তম	অষ্টম	নৱম	দশম	মুঠ
ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা	120	140	200	80	180	720

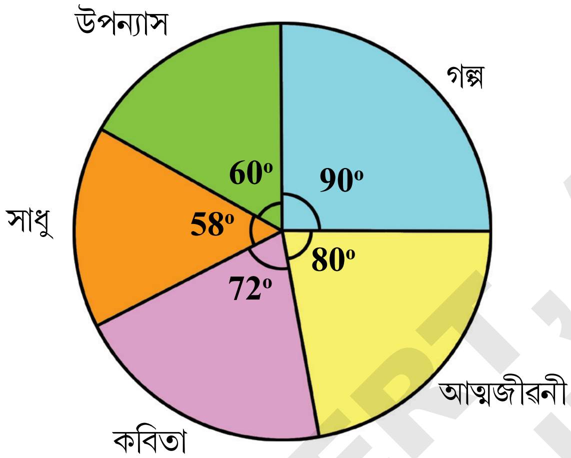
Copyright SCERT, Assam
not to be republished

4. কোনো এটা শ্ৰেণীৰ 180 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ গল্প, উপন্যাস, সাধু, কবিতা আৰু আত্মজীৱনী পঢ়ি ভালপোৱা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ এটা বৃত্তচিত্ৰ অংকণ কৰা হৈছে। চিত্ৰৰ পৰা তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া।

(i) কিমানজন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে উপন্যাস পঢ়ি ভাল পায়?

(ii) আটাইতকৈ বেছি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে কি পঢ়ি ভাল পায় আৰু কিমানজন?

(iii) কবিতা আৰু আত্মজীৱনী পঢ়ি ভালপোৱা মুঠ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা কিমান?



5. ফলৰ বাগিচা এখনত থকা গছৰ সংখ্যা এনে ধৰণৰ—

আম	30 জোপা
কঁঠাল	50 জোপা
মধুৰিআম	20 জোপা
মুঠ	100 জোপা

প্ৰতিটো ভাগৰ কেন্দ্ৰীয় কোণৰ পৰিমাণ নিৰ্ণয় কৰাৰ লগতে তথ্যখিনিৰ এখন পাইচিত্ৰ অংকন কৰা।

5.9 সুযোগ আৰু সম্ভাৱিতা (Chance and Probability)

তলৰ বাক্যকেইটালৈ মন কৰা-

(i) অহা তিনি দিনত বৰষুণ হোৱাৰ অকণো সম্ভাৱনা নাই।

(ii) পদপথেৰে গৈ থকা পথচাৰীজনক দুৰ্ভাগ্যজনকভাৱে নিয়ন্ত্ৰণ হেৰুওৱা গাড়ী এখনে খুন্দিয়াই মাৰিলে।

(iii) জাতীয় গণমৰ্চাই অহা নিৰ্বাচনত চৰকাৰ গঠন কৰাৰ সম্ভাৱনা প্ৰবল।

(iv) দুটা এটকীয়া মুদ্ৰা একেলগে টচ কৰিলে কমেও এটা মুণ্ড (Head) পোৱাটো খাটাং।

(v) চিঙি পৰি থকা বিদ্যুৎ পৰিবাহী তাঁৰ হাতেৰে স্পৰ্শ কৰাটো বিপদজনক।

Copyright SCERT, Assam not to be republished

আমাৰ দৈনন্দিন জীৱনত এনে ধৰণৰ কথা বতৰা প্ৰায়ে শুনিবলৈ পোৱা যায়। এই বাক্যবোৰৰ মাজেৰে আশংকা, সন্দেহ, বিশ্বাস আদি ভাৱ ব্যক্ত হৈছে। কোনো বিষয় সম্পৰ্কে সম্পূৰ্ণ জ্ঞান বা তথ্যৰ অভাৱ হ'লে আমি কোনো নিৰ্দিষ্ট সিদ্ধান্ত ল'বলৈ অসুবিধা পাওঁ। তথাপি প্ৰয়োজনৰ খাতিৰত আমি আমাৰ আংশিক জ্ঞান বা তথ্যৰ আধাৰতে আকাংক্ষিত ফল লাভৰ বাবে সিদ্ধান্ত গ্ৰহণ কৰোঁ। এই ক্ষেত্ৰত কোনো অনিশ্চিত আৰু অজ্ঞাত কাৰণ বা সুযোগৰ (যাক সাধাৰণ লোকৰ ভাষাত দৈৱ বা ভাগ্য বুলিও কোৱা হয়) ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰোঁহক।

যেতিয়া ধাৰণা কৰা হৈছে যে অহা দুই তিনিদিনৰ ভিতৰত বৰষুণৰ সম্ভাৱনা নাই, তেতিয়া আচলতে বিগত কিছুদিন ধৰি আজিলৈকে চলি থকা বতৰৰ গতি প্ৰকৃতি সম্পৰ্কে পূৰ্ব অভিজ্ঞতাক আধাৰ হিচাপে লোৱা হৈছে। অৰ্থাৎ বৰ্তমানৰ দৰে বতৰৰ অৱস্থা আগতে যিমানবাৰ হৈছিল তাৰ সৰহভাগতে বৰষুণ হোৱা নাছিল। সেয়েহে অহা দুই তিনি দিনত বৰষুণ হোৱাৰ সম্ভাৱনা নাই বুলি অনুমান কৰা হৈছে। এয়া অনুমানহে। বৰষুণ হয়তো হ'বও পাৰে কাৰণ, এনেধৰণৰ বতৰৰ পৰিস্থিতিতো বৰষুণ একেবাৰেই নোহোৱাকৈ থকা নাছিল।

পথচাৰীজনৰ ক্ষেত্ৰত ঘটা ঘটনাটো তেনেই আকস্মিক আৰু অনাকাংক্ষিত। পদপথেৰে তেওঁ আগতে বহুবাৰ খোজ কাঢ়িছে আৰু কেতিয়াও ৰাস্তাৰ গাড়ীয়ে পদপথত গৈ কাৰোবাক খুন্দিওৱা আগতে দেখা নাই বা নিজেও তেনেধৰণৰ পৰিস্থিতিৰ মুখামুখি হোৱা নাই। গতিকে পৰম নিৰ্ভয়ে আৰু নিশ্চিন্তে তেওঁ পদপথত খোজ কাঢ়িছিল অথচ, দুৰ্ঘটনাটো ঘটিল।

জাতীয় গণমৰ্চাই চৰকাৰ গঠন কৰাৰ সম্ভাৱনীয়তাৰ ক্ষেত্ৰত আমি জনমত সমীক্ষাৰ (Opinion Poll) ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰোঁহক। অৰ্থাৎ নিৰ্বাচক ৰাইজৰ পৰা যাদৃচ্ছিকভাৱে সংগৃহীত মতামত জাতীয় গণ মৰ্চাৰ পক্ষে থকা বুলি জানিলে তেওঁলোকে চৰকাৰ গঠন কৰিব বুলি অনুমান কৰিব পাৰি।

এনেদৰে অন্যান্য উদাহৰণ আগবঢ়াব পৰা যায় য'ত আমি আটাইবোৰ তথ্য নাপালেও প্ৰাপ্ত তথ্যৰ ভিত্তিত কিছুমান সম্ভাৱনাৰ কথা অনুমান কৰিব পাৰোঁ। মুঠৰ ওপৰত কোনো বিষয়ে এটা অনুমান কৰিবলৈ আমাক অভিজ্ঞতা বা তথ্যৰ প্ৰয়োজন আৰু তথ্য কিছুমান একে ধৰণৰ পৰিস্থিতিত চলোৱা অনুসন্ধান বা পৰীক্ষাৰ পৰা লাভ কৰা যায়।

5.10 যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষা আৰু ফলপ্ৰাপ্তি (Random Experiment and outcomes)

আমি সততে দেখি থকা এটা উদাহৰণ লোৱা যাওক—

ক্ৰিকেট খেল এখনত কোনটো দলে প্ৰথমে বেটিং বা বলিং কৰিব সেইটো নিৰ্ণয় কৰাৰ কাৰণে আম্পায়াৰে কি কৰে তোমালোকে নিশ্চয় মন কৰিছা। এটা মুদ্ৰা টছ (tossed) কৰি কি উঠিছে দুয়োটা দলৰ দলপতি দুজনকে ক'বলৈ দিয়ে আৰু যিজনৰ কথা মিলে তেওঁকে সিদ্ধান্ত ল'বলৈ প্ৰথম সুবিধা দিয়ে। এই যে মুদ্ৰা এটা টছ কৰা হ'ল ইয়াকে কোৱা হয় যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষা (Random Experiment)। এই পৰীক্ষাটোৰ বৈশিষ্ট্য হৈছে ইয়াক (i) একে ধৰণে বাৰে বাৰে সম্পন্ন কৰিব পৰা যায়। (ii) টছ কৰাৰ পিছত মুদ্ৰাটোৰ এটা ফাল ওপৰ দিশত আৰু আনটো ফাল তল দিশত পৰে। কিন্তু কোনটো ফাল ওপৰ দিশত আৰু কোনটো তল দিশ কৰি পৰে আমি আগতীয়াকৈ ক'ব নোৱাৰোঁ। অৰ্থাৎ মুণ্ড আৰু পুচ্চ পোৱাৰ ক্ষেত্ৰত জড়িত থকা অনিশ্চয়তাৰ পৰিমাণ প্ৰতিটোৰে বাবে সমান সমান।

মুদ্ৰা টছ কৰা যাদৃচ্চিক পৰীক্ষাটোৰ দ্বাৰা মুণ্ড আৰু পুচ্চ প্ৰাপ্ত হোৱাৰ বাহিৰে আৰু কিবা প্ৰাপ্ত হয়নে? আমাৰ অভিজ্ঞতাৰ পৰা আমি ক'ব পাৰোঁ যে মুণ্ড আৰু পুচ্চৰ বাহিৰে আন একো ফলপ্ৰাপ্ত নহয়। গতিকে মুদ্ৰা এটাৰ টছ কাৰ্যৰ সৈতে দুটা ফল (Result বা Outcome) জড়িত থাকে মুণ্ড আৰু পুচ্চ। মুণ্ডক আমি H (Head) আৰু পুচ্চক T (Tails) ৰ দ্বাৰা বুজাও। গতিকে যিকোনো যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ সৈতে কিছুমান নিৰ্দিষ্ট ফল (Outcome) জড়িত থাকে।

Copyright SCERT, Assam not to be republished

দুটা মুদ্ৰা একেলগে টছ কৰা কাৰ্যটোও এটা যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষা। এই পৰীক্ষাটোৰ সৈতে জড়িত ফলসমূহ কি হ'ব ক'ব পাৰিবানে? মন কৰা প্ৰতিটো মুদ্ৰাৰ টছৰ সৈতে জড়িত ফল হ'ল H আৰু T। এতিয়া প্ৰথমটোত H পালে দ্বিতীয়টোতো আকৌ H প্ৰাপ্ত হ'ব পাৰে। দুটা মুদ্ৰা একেলগে টছ কৰা কাৰ্যত উভয়তে H প্ৰাপ্তহ'লে ফলটো HH ৰে বুজাব পৰা যায়। গতিকে এই পৰীক্ষাটোৰ সৈতে জড়িত ফলসমূহ এনেধৰণৰ

HH, HT, TH, TT

চিন্তা কৰি কোৱা

(a) লুডু খেলৰ লুডুগুটিটো টছ কৰা কাৰ্যটো যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষা হ'বনে? এই পৰীক্ষাৰ সৈতে জড়িত ফলসমূহ কি হ'ব?

(b) দুই মহলাৰ ঘৰ এটাৰ পৰা তললৈ আহিবলৈ চিৰি আছে। এজন মানুহে চিৰিৰে নানামি যদি ওপৰৰ পৰা তললৈ জাঁপ দিয়ে সাম্ভাব্য ফল কি কি হ'ব পাৰে? চিৰিৰে নমা আৰু জঁপিওৱাৰ ক্ষেত্ৰত ফলাফলৰ অনিশ্চয়তাৰ পৰিমাণ একেনে? তোমাৰ নিজৰ ক্ষেত্ৰত তললৈ নামিবলৈ কি সিদ্ধান্ত ল'বা?

(c) দুটা মুদ্ৰা একেলগে টছ কৰা হ'ল।

(i) দুটা মুণ্ড একেলগে পোৱা আৰু কেৱল এটা মুণ্ড পোৱাৰ সুযোগ একে হ'বনে?

(ii) দুটা মুণ্ড আৰু দুটা পুচ্চ একেলগে পোৱাৰ সুযোগ একে হ'বনে?

5.11 সম সম্ভাব্য ফল (Equally likely outcomes)

আমি ইতিমধ্যে উনুকিয়াই আহিছোঁ যে মুদ্ৰা এটা টছ কৰিলে মুণ্ড আৰু পুচ্চ প্ৰাপ্ত হোৱাৰ ক্ষেত্ৰত দুয়োটাৰে সুযোগ সমান, যদিহে মুদ্ৰাটো সুষমভাৱে সুগঠিত (unbiased) হয় আৰু টছ কৰা কাৰ্যত সম্পূৰ্ণ নিৰপেক্ষতা অৱলম্বন কৰা হয়। কিন্তু প্ৰতিবাৰ টছ কৰোঁতে মুণ্ড আৰু পুচ্চৰ কেৱল এটাহে প্ৰাপ্ত হয়। এতিয়া টছৰ সংখ্যা বঢ়াই গৈ থাকিলে কি হয় চোৱা যাওক—

টচৰ সংখ্যা	মুণ্ডৰসংখ্যা	পুচ্চৰ সংখ্যা
10	3	7
20	7	13
30	12	18
40	18	22
50	24	26

লক্ষ্য কৰা যে টছৰ সংখ্যা বাঢ়ি যোৱাৰ লগে লগে মুণ্ড আৰু পুচ্চ প্ৰাপ্তিৰ সংখ্যাও প্ৰায় সমান হ'বলৈ গৈ আছে। অৰ্থাৎ মুণ্ড আৰু পুচ্চ প্ৰাপ্ত হোৱা ফল দুটা সমসাম্ভাব্য।

নিজে কৰি চোৱা (Do yourself) :

এটা লুডু গুটি 100 বাৰ টছ কৰা আৰু প্ৰাপ্ত ফলসমূহ সিপিঠিত দিয়া ধৰণে তালিকাভুক্ত কৰা

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

টচৰ সংখ্যা	ফলপ্ৰাপ্তিৰ সংখ্যা					
	1	2	3	4	5	6
100						

ফলবোৰ পৰীক্ষা কৰা। এইবোৰ সমসাম্ভাব্য নে পৰীক্ষা কৰি কোৱা।

5.12 সুযোগৰ পৰা সম্ভাৱিতালৈ (Linking chances to probability)

নিখুঁত মুদ্ৰা এটাৰ টছ কাৰ্যৰ সৈতে জড়িত যাদৃচ্ছিক (Random) পৰীক্ষাটো আকৌ ভালদৰে লক্ষ্য কৰোঁ আহা।

মুদ্ৰাটোৰ দুখন পিঠিৰ এখনত মুণ্ড আৰু আনখনত পুচ্ছ আছে। এটুকুৰা সমান ঠাইত মুদ্ৰাটো টছ কৰিলে দুখন পিঠিৰ যিকোনো এখন পিঠি ওপৰ ফালে পৰিব। ওপৰ ফালৰ পিঠিখন মুণ্ডও হ'ব পাৰে নাইবা পুচ্ছও হ'ব পাৰে। অৰ্থাৎ, মুদ্ৰাটোৰ টছৰ সৈতে জড়িত পৰীক্ষাটোৰ মুঠ ফল প্ৰাপ্তি দুই ধৰণৰ মুণ্ড আৰু পুচ্ছ। কেৱল এখন পিঠিত মুণ্ড আছে বাবে মুণ্ড প্ৰাপ্তিৰ সুযোগ 1। সেইদৰে পুচ্ছ প্ৰাপ্তিৰো সুযোগো 1। পৰীক্ষাটোত ফলপ্ৰাপ্তিৰ মুঠ সংখ্যা 2 আৰু মুণ্ড প্ৰাপ্তিৰ সংখ্যা এক উভয়েই নিৰ্দিষ্ট। গতিকে

$$\frac{\text{মুণ্ড প্ৰাপ্তিৰ সংখ্যা}}{\text{পৰীক্ষাটোত ফলপ্ৰাপ্তিৰ মুঠ সংখ্যা}} = \frac{1}{2}$$

এই অনুপাতটোও নিৰ্দিষ্ট আৰু ই মুদ্ৰাটোৰ টছৰ পৰা প্ৰাপ্ত মুঠ ফল সাপেক্ষে মুণ্ড প্ৰাপ্তিৰ সুযোগৰ এক আপেক্ষিক জোখ দিয়ে। এই অনুপাতটোক মুণ্ড প্ৰাপ্তিৰ সম্ভাৱিতা বোলা হয়।

অৰ্থাৎ, মুদ্ৰাৰ টছ পৰীক্ষাটোত মুণ্ড প্ৰাপ্তিৰ সুযোগ 1 গতিকে মুণ্ডপ্ৰাপ্তিৰ সম্ভাৱিতা $\frac{1}{2}$

একেদৰে, মুদ্ৰাৰ টছ পৰীক্ষাটোত পুচ্চ প্ৰাপ্তিৰ সুযোগ 1 গতিকে, পুচ্চ প্ৰাপ্তিৰ সম্ভাৱিতা $\frac{1}{2}$

এইবাৰ যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ অন্য এক উদাহৰণ লোৱা যাওক—

ধৰা হ'ল মোনা এখনত 10 টা মাৰ্বল আছে আৰু ইয়াৰ ভিতৰত 3টা ক'লা, 5টা হালধীয়া আৰু 2টা মাৰ্বল ৰঙা ৰঙৰ। মোনাখনৰ মাৰ্বল কেইটা ভালদৰে সানমিহলি কৰাৰ পিছত তুমি যাদৃচ্ছিকভাৱে এটা মাৰ্বল মোনাৰ পৰা উলিয়াই আনিলা। মাৰ্বলটো তুমি কিমান ধৰণে বাচনি কৰিব পাৰিবা আৰু উলিয়াই অনা মাৰ্বলটো ৰঙা ৰঙৰ হোৱাৰ সুযোগ কিমান?

প্ৰথমে মন কৰা যে মোনাখনত 10টা মাৰ্বল আছে। গতিকে তুমি বাচনি কৰা মাৰ্বলটো 10টা মাৰ্বলৰ যিকোনো এটা হ'ব পাৰে অৰ্থাৎ ফলপ্ৰাপ্তিৰ মুঠ সংখ্যা হ'ব 10। আনহাতে, মোনাখনত ৰঙা মাৰ্বল আছে 2টা। সেয়েহে তোমাৰ হাতলৈ এই 2টা ৰঙা মাৰ্বলৰ যিকোনো এটা আহিব পাৰে। অৰ্থাৎ, ৰঙা মাৰ্বল প্ৰাপ্তিৰ বাবে সুযোগ 2 এই ক্ষেত্ৰত মোনাখনৰ পৰা ৰঙা মাৰ্বল প্ৰাপ্তিৰ সম্ভাৱিতা $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

Copyright SCERT, Assam
not to be republished

একেদৰে ক'লা মাৰ্বল প্ৰাপ্তিৰ সুযোগ হ'ব 3 আৰু সম্ভাৱিতা হ'ব $\frac{3}{10}$

এতিয়া মোনাখনৰ পৰা হালধীয়া মাৰ্বল পোৱাৰ সুযোগ আৰু সম্ভাৱিতা কিমান হ'ব নিজে চিন্তা কৰি কোৱা।

মনত ৰাখিবা ঃ কোনো যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ সৈতে জড়িত কোনো এটা ফলৰ সম্ভাৱিতা হ'ল

$$\frac{\text{ফলটো পোৱাৰ সুযোগ অৰ্থাৎ ফলটো পাব পৰা সংখ্যা}}{\text{পৰীক্ষাটোৰ পৰা পাব পৰা ফলৰ মুঠ সংখ্যা}}$$

উদাহৰণ 5 ঃ এটা লুডুগুটি বিবেচনা কৰা যাৰ দুটা ফালত এটাকৈ ফোঁট, তিনিটা ফালত দুটাকৈ ফোঁট আৰু বাকী থকা ফালটোত তিনিটা ফোঁট আছে। লুডুগুটিটো টছ কৰিলে সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা যাতে

(i) এটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হয়।

(ii) দুটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হয়।

(iii) তিনিটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হয়।

সমাধান ঃ (i) যিহেতু লুডুগুটিটোৰ মুঠ ফাল ছয়টা আৰু টছ কৰিলে ইয়াৰ যিকোনো এটা ফালেই ওপৰমুৱাকৈ পৰিব, গতিকে ফলপ্ৰাপ্তিৰ মুঠ সংখ্যা হ'ব 6। আনহাতে ইয়াৰ দুটা ফালত এটাকৈ ফোঁট আছে। গতিকে এটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সুযোগ হ'ল 2। তেতিয়া, এটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা হ'ব $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

(ii) একে ধৰণে, দুটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সুযোগ হ'ল 3 আৰু তেতিয়া দুটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা হ'ব $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

(iii) তিনিটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সুযোগ 1। গতিকে তিনিটা ফোঁট প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা $\frac{1}{6}$

এই ক্ষেত্ৰত মন কৰা যে লুডুগুটিটোত 4টা ফোঁট থকা ফাল এটাও নাই। গতিকে 4টা ফোঁট প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা হ'ব $\frac{0}{6}=0$

উদাহৰণ 6 ঃ এটা মুদ্ৰা বিবেচনা কৰা যাৰ দুয়োখন পিঠিতে মুণ্ড আছে। মুদ্ৰাটো টছ কৰিলে মুণ্ডপ্ৰাপ্ত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান? আকৌ পুচ্ছপ্ৰাপ্ত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

সমাধান ঃ মুদ্ৰাটো টছ কৰিলে দুখন পিঠিৰ যিকোনো এখন পিঠি ওপৰমুৱাকৈ পৰিব। গতিকে মুদ্ৰাটোৰ টছ কাৰ্যত ফলপ্ৰাপ্তিৰ সংখ্যা 2

আকৌ, দুয়োখন পিঠিতে মুণ্ড থকাৰ বাবে মুণ্ডপ্ৰাপ্তিৰ সুযোগো 2 গতিকে মুণ্ডপ্ৰাপ্তিৰ সম্ভাৱিতা হ'ব

$$\frac{\text{মুণ্ড প্ৰাপ্তিৰ সুযোগ}}{\text{ফলপ্ৰাপ্তিৰ মুঠ সংখ্যা}}=\frac{2}{2}=1$$

Copyright SCERT, Assam not to be republished

মন কৰা, ইয়াত মুদ্ৰাটো যিদৰেই বা যিমানবাৰেই টছ কৰা নহওক কিয় ফলটো নিশ্চিত অৰ্থাৎ মুণ্ড পোৱা যাবই। আৰু এই ক্ষেত্ৰত মুণ্ড প্ৰাপ্তিৰ সম্ভাৱিতা 1ৰ সমান। গতিকে ক'ব পৰা যায় যে এটা নিশ্চিত ফলৰ সম্ভাৱিতা সদায় 1ৰ সমান।

আনহাতে, পুচ্ছ প্ৰাপ্তিৰ সম্ভাৱিতা = $\dfrac{\text{পুচ্ছ প্ৰাপ্তিৰ সুযোগ}}{\text{ফলপ্ৰাপ্তিৰ মুঠ সংখ্যা}} = \dfrac{0}{2} = 0$

5.13 ফল আৰু ঘটনা (Outcomes and Events)

এটা যাদৃচ্ছিক পৰীক্ষাৰ সৈতে জড়িত ফলসমূহৰ যিকোনো সংগ্ৰহেই একোটা ঘটনাৰ সৃষ্টি কৰে। যেনে, মুদ্ৰা এটাৰ টছৰ সৈতে জড়িত ফল দুটা- মুণ্ড আৰু পুচ্ছ। এতিয়া—

(i) মুণ্ড প্ৰাপ্ত হোৱাটো এক ঘটনা

(ii) পুচ্ছ প্ৰাপ্ত হোৱাটো আন এক ঘটনা

(iii) মুণ্ড বা পুচ্ছৰ যিকোনো এটা প্ৰাপ্ত হোৱাটোও এক ঘটনা

(iv) মুণ্ড বা পুচ্ছৰ এটাও প্ৰাপ্ত নোহোৱাটোও এক ঘটনা। অৱশ্যে এই (iv) ঘটনাটো অসম্ভৱ কিয়নো মুদ্ৰা এটা টছ কৰিলে দুই পিঠিৰ কোনোবা এখন ওপৰমুৱাকৈ পৰিবই। এনে ধৰণৰ ঘটনাক **অসম্ভৱ ঘটনা (Impossible Event)**বোলা হয়।

একেদৰে লুডুগুটিৰ টছ পৰীক্ষাটোৰ সৈতে জড়িত ফলসমূহ হ'ল 1, 2, 3, 4, 5, আৰু 6।

ইয়াত প্ৰতিটো ফলেই একেটা ঘটনাৰ সৃষ্টি কৰে।

কেতিয়াবা দুই বা ততোধিক ফল লগ লাগিও একোটা ঘটনাৰ সৃষ্টি হয়। যেনে — যুগ্ম সংখ্যা অৰ্থাৎ 2, 4, 6 প্ৰাপ্ত হোৱা ফলবোৰে এটা ঘটনাৰ সৃষ্টি কৰে।

অযুগ্ম সংখ্যা অৰ্থাৎ 1, 3, 5 প্ৰাপ্ত হোৱা ফলবোৰে এটা ঘটনাৰ সৃষ্টি কৰে।

4 তকৈ সৰু সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা অৰ্থাৎ 1, 2, 3 প্ৰাপ্ত হোৱা ফলবোৰেও এটা ঘটনাৰ সৃষ্টি কৰে। ইত্যাদি

উদাহৰণ 7 ঃ নিখুঁত লুডুগুটি এটা টছ কৰা হ'ল। নিম্নোক্ত ঘটনা দুটাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা-

(i) 4 বা 4 তকৈ ডাঙৰ সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনা

(ii) যুগ্ম নাইবা অযুগ্ম সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনা

সমাধান ঃ লুডুগুটিটোৰ টছ কৰা পৰীক্ষাটোৰ সৈতে জড়িত ফলসমূহ হ'ল 1, 2, 3, 4, 5, আৰু 6।

(i) 4 বা 4 তকৈ ডাঙৰ সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ফলবোৰ হ'ল 4, 5, আৰু 6।

অৰ্থাৎ ঘটনাটো ঘটিবৰ বাবে সুযোগ 3 টা।

গতিকে 4 বা 4 তকৈ ডাঙৰ সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনাটোৰ সম্ভাৱিতা হ'ব $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(ii) ইয়াত অযুগ্ম সংখ্যাবোৰ হ'ল 1, 3, 5 আৰু যুগ্ম সংখ্যাবোৰ 2, 4, আৰু 6 অৰ্থাৎ উভয় ধৰণৰ সংখ্যাই ঘটনাটো ঘটাৰ সুযোগ সৃষ্টি কৰে।

গতিকে ঘটনাটো ঘটাৰ বাবে সুযোগ 6

সেয়েহে ঘটনাটোৰ সম্ভাৱিতা $\frac{6}{6} = 1$ অৰ্থাৎ যুগ্ম বা অযুগ্ম সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনাটোৰ সম্ভাৱিতা 1 । অন্য ভাৱে ক'বলৈ হ'লে ঘটনাটো নিশ্চিতভাৱে ঘটিব।

Copyright SCERT Assam not to be republished

5.14 সুযোগ আৰু সম্ভাৱিতাৰ বাস্তৱ প্ৰয়োগ (Application of Chance and Probability in real life)

দৈনন্দিন জীৱনত আমি পদে পদে সুযোগ আৰু সম্ভাৱিতাৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰিবলগীয়া হয়। তলত কেইটামান উদাহৰণ উনুকিওৱা হ'ল—

1. ধৰি লোৱা ৰাতিপুৱা 10 বজাত তুমি ঘৰৰ পৰা কিছু আঁতৰৰ এখন ঠাইলৈ যাব খুজিছা। ঘৰৰ পৰা ঠাইখনলৈ দুটা পথ আছে, তাৰে এটা পথ চমু আৰু আনটো দীঘলীয়া। চমু পথটোত ৰাতিপুৱা 9 বজাৰ পৰা 12 বজালৈ যাতায়াত প্ৰায়ে যথেষ্ট ভীৰ থাকে। দীঘলীয়া পথটোতো কেতিয়াবা ভীৰ হয়, কিন্তু চমু পথটোৰে ভীৰৰ সুযোগ অধিক। তুমি পথ বাচনিৰ ক্ষেত্ৰত কি সিদ্ধান্ত ল'বা? গন্তব্য স্থান সোনকালে পোৱাৰ চৰ্তত আৰু চমু পথেৰে গ'লে ভীৰত পৰাৰ অধিক সম্ভাৱনীয়তালৈ চাই তুমি দীঘলীয়া পথেৰেই যোৱাৰ সিদ্ধান্ত নল'বা নে?
2. খেতিয়কসকলে খেতি বাতি আৰম্ভ কৰাৰ বাবে উপযুক্ত বতৰ অৰ্থাৎ, বৰষুণ আৰম্ভ হোৱাৰ সম্ভাৱনীয়তালৈ অপেক্ষা কৰা দেখা যায়। গতিকে, খেতিয়কৰ কৃষি কাৰ্যত প্ৰায়ে সম্ভাৱিতাৰ প্ৰভাৱ লক্ষ্য কৰা যায়।
3. বতৰ বিজ্ঞান বিভাগে বায়ু চাপ, উত্তাপ, আৰ্দ্ৰতা আদিৰ অৱস্থা পৰ্যবেক্ষণ কৰি পূৰ্বে লাভ কৰা অভিজ্ঞতাৰ ভিত্তিত বতৰৰ আগজাননী দিবলৈ সমৰ্থ হয়।

অনুশীলনী 5.3

1. আকস্মিক বক্তৃতাৰ প্ৰতিযোগীৰ বাবে বিচাৰকে কাগজৰ টুকুৰা কিছুমানত বিষয়সমূহ লিখি প্ৰতিযোগীয়ে নেদেখাকৈ এখন থালত ৰাখি থলে। বিষয়সমূহক A, B, C আৰু D ৰে চিহ্নিত কৰিলে এজন প্ৰতিযোগীয়ে বাচনি কৰিব পৰা ফলসমূহ কি হ'ব যদি
   (i) তেওঁক যিকোনো এটা টুকুৰা বাছিবলৈ দিয়া হয়।
   (ii) তেওঁক যিকোনো দুটা টুকুৰা বাছিবলৈ দিয়া হয়।
2. দুটা নিখুঁত মুদ্ৰা একেলগে টছ কৰিলে প্ৰাপ্ত হ'ব পৰা আটাইবোৰ ফল বাছি উলিওৱা।
3. ৰং পেঞ্চিলৰ বাকচ এটাত থকা পেঞ্চিলবোৰৰ ভিতৰত 4 ডাল বেগুণীয়া, 3 ডাল নীলা আৰু 5 ডাল ৰঙা ৰঙৰ। সানমিহলি হৈ থকা পেঞ্চিলবোৰৰ যিকোনো এডাল পেঞ্চিল পছন্দ কৰিলে ই (i) বেগুনীয়া (ii) নীলা হোৱাৰ সুযোগ কিমান?
4. লুডুগুটি এটা টছ কৰা পৰীক্ষাৰ সৈতে জড়িত ঘটনা কেইটামান তলত দিয়া হৈছে। সংশ্লিষ্ট ফলৰ সহায়ত ঘটনাবোৰ প্ৰকাশ কৰা-
   (i) বৰ্গ সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনা,
   (ii) 1তকৈ ডাঙৰ অযুগ্ম সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনা,
   (iii) 6 তকৈ ডাঙৰ যুগ্ম সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনা,
   (iv) মৌলিক সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনা,
   (v) অযুগ্ম মৌলিক সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনা,
   (vi) যুগ্ম মৌলিক সংখ্যা প্ৰাপ্ত হোৱা ঘটনা,
5. এখন মোনাত 15টা ৰঙা 10টা নীলা আৰু 5টা হালধীয়া মাৰ্বল সানমিহলি কৰি থোৱা আছে। মোনাখনৰ পৰা যিকোনো এটা মাৰ্বল বাছনি কৰিলে প্ৰাপ্ত মাৰ্বলটো (i) ৰঙা (ii) নীলা (iii) হালধীয়া (iv) নীলা বা হালধীয়া হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

Copyright SCERT, Assam not to be republished

আমি কি শিকিলোঁ

- আমি সংগ্ৰহ কৰা তথ্যবোৰ সংগঠিত আৰু অসংগঠিত ৰূপত থাকিব পাৰে।
- যিকোনো অৰ্থপূৰ্ণ সিদ্ধান্তত উপনীত হ'বলৈ অসংগঠিত তথ্যবোৰ শৃংখলাবদ্ধভাৱে সজাই লোৱাৰ প্ৰয়োজন হয়।
- এটা নিৰ্দ্দিষ্ট তথ্য তালিকাত কেইবাৰ সন্নিবিষ্ট হয় সেই সংখ্যাটোৱেই তথ্যটোৰ বাৰংবাৰতা বোলে।
- শৃংখলাবদ্ধভাৱে সংগঠিত তথ্যক বাৰংবাৰতা বিভাজন তালিকাত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।
- অবিচিন্ন শ্ৰেণীবিভাজন অনুসৰি তথ্যবোৰ স্তম্ভলেখৰ সহায়ত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।
- পাইচিত্ৰ বা বৃত্তচিত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰিও তথ্য উপস্থাপন কৰিব পৰা যায়।
- কিছুমান পৰীক্ষাৰ কাৰ্য আছে যিবোৰ সংঘটিত হোৱাৰ সমান সুযোগ থাকে।
- এটা যাদৃচ্ছিক (Random) পৰীক্ষা কাৰ্যৰ ফলাফল আগতীয়াকৈ সঠিকভাৱে ক'ব পৰা নাযায়।
- এটা পৰীক্ষাকাৰ্যৰ ফলাফল সমূহৰ সম্ভাৱনা সমান হয় যদিহে প্ৰত্যেকটো ঘটনা সংঘটিত হোৱাৰ একে সমান সুযোগ থাকে।
- সুযোগ আৰু সম্ভাৱিতাৰ বাস্তৱজীৱনৰ লগত সম্বন্ধ আছে।
- এটা ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা $= \dfrac{\text{ফলটো প্ৰাপ্ত হোৱাৰ সুযোগ}}{\text{পৰীক্ষাটোৰ পৰা প্ৰাপ্ত মুঠ ফলৰ সংখ্যা}}$

❑❑❑

- The person who does the work is the only one who learns.
- Mistakes are the proof that you are trying.
- Just because something is difficult, doesn't mean you shouldn't try. It just means you should try HARDER.

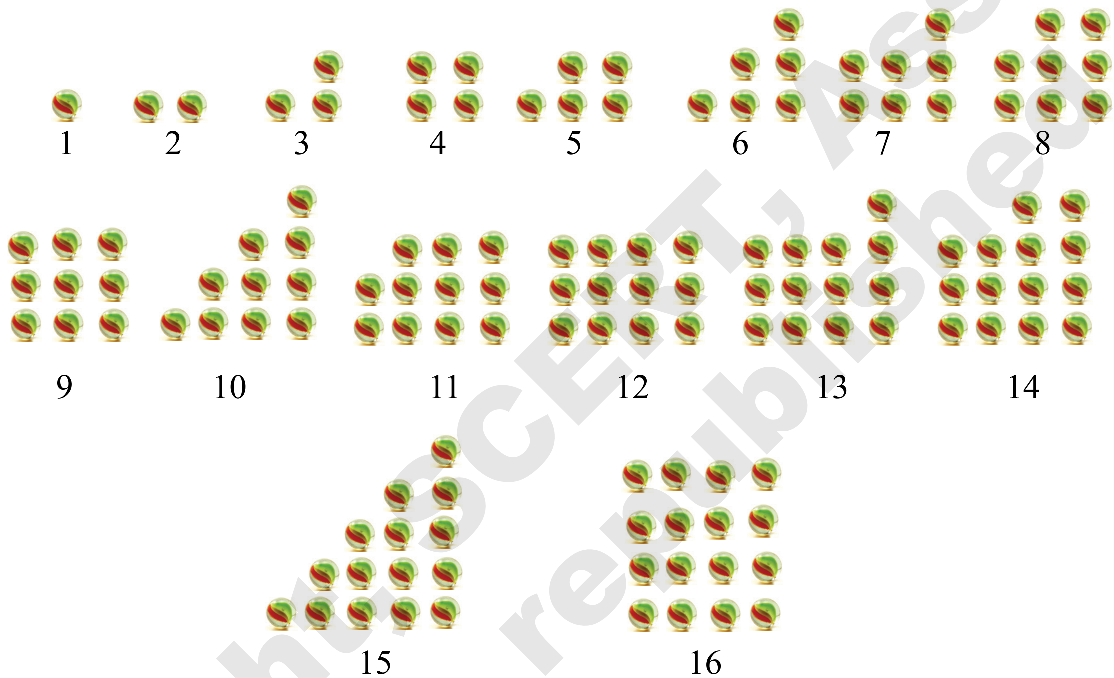
Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অধ্যায়- 6

বৰ্গ আৰু বৰ্গমূল
(Squares and Square Roots)

P4F8H4

6.1 মাৰ্বলেৰে সজোৱা তলৰ সাজোনবোৰ মন কৰা



সাজোনবোৰৰ পৰা 4, 9 আৰু 16 ৰ সাজোনকেইটা মন কৰা। ইহঁতৰ সাজোনত শাৰী আৰু স্তম্ভৰ সংখ্যা সমান। তদুপৰি ইহঁতৰ প্ৰতিশাৰীত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যা আৰু প্ৰতি স্তম্ভত থকা মাৰ্বলৰ সংখ্যা সমান। একে ধৰণে তোমালোকেও 25 টা বা 36 টা মাৰ্বল লৈ সজাই চাব পাৰা।

এনে সাজোনত থকা মুঠ মাৰ্বলৰ সংখ্যা চাওঁ আহা

$4 = 2 \times 2 = 2^2$ $\quad 9 = 3 \times 3 = 3^2$ $\quad 16 = 4 \times 4 = 4^2$ $\quad 25 = 5 \times 5 = 5^2$

কি দেখিলা? 1, 4, 9 ইত্যাদি সংখ্যাবোৰক আমি কোনো এটা সংখ্যাৰ বৰ্গ হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰোঁ। এই সংখ্যাবোৰ হৈছে **বৰ্গ সংখ্যা**।

অৰ্থাৎ **যিবোৰ সংখ্যাক কোনো সংখ্যাৰ বৰ্গ হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি সেই সংখ্যাবোৰক বৰ্গ সংখ্যা (Square Numbers) বোলে।**

ওপৰৰ সাজোনৰ 1, 4, 9 আৰু 16 ক বাদ দি বাকী সংখ্যাবোৰক আমি এনেদৰে সজাব নোৱাৰো। এনে ধৰণৰ সংখ্যাবোৰ বৰ্গ সংখ্যা নহয়।

Copyright SCERT, Assam
Not to be republished

কাৰ্য ঃ তোমালোকে 10 ৰ পৰা 100 ৰ ভিতৰত থকা বৰ্গ সংখ্যাবোৰ বাছি উলিওৱা

এটা কৌশল চাওঁ আহা ঃ

$1 \times 1 = 1^2 = 1$

$2 \times 2 = 2^2 = 4$

$3 \times 3 = 3^2 = 9$

$4 \times 4 = 4^2 = 16$ ইত্যাদি।

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, ... আদি সংখ্যাবোৰক **পূৰ্ণ বৰ্গ সংখ্যাও (Perfect Square Numbers)** বোলা হয়।

যদি x এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা তেন্তে $x \times x$ অৰ্থাৎ x^2 এটা বৰ্গ সংখ্যা। x যদি অখণ্ড সংখ্যা হয় তেতিয়াও এই কথাটো প্ৰযোজ্য হয়।

মন কৰা (Observe) ঃ $\frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$, $\frac{1}{4}$ এটা বৰ্গ সংখ্যা। কিন্তু $\frac{1}{4}$ অখণ্ড সংখ্যা নোহোৱা বাবে ই পূৰ্ণবৰ্গ নহয়।

এই পাঠত বৰ্গৰ বিষয়ে আলোচনা কৰোঁতে আমি পূৰ্ণ বৰ্গ সংখ্যাৰ বিষয়েহে আলোচনা কৰিম। ওপৰত বৰ্গ সংখ্যাৰ যি চিত্ৰৰূপ দিয়া হৈছে সেইবিলাক পূৰ্ণ বৰ্গ সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত হে প্ৰযোজ্য।

তোমোলোকে কাষৰ বৰ্গাকৃতিৰ তালিকাখন মন কৰা। এইখন সম্পূৰ্ণ কৰিলে দেখা পাবা যে পূৰ্ণ বৰ্গ সংখ্যাকেইটা তালিকাখনৰ কৰ্ণডালত আছে। এতিয়া তোমালোকে 1 ৰ পৰা 1000 ৰ ভিতৰত থকা পূৰ্ণ বৰ্গ সংখ্যাকেইটা নিৰ্ণয় কৰা। এই যে পূৰ্ণ বৰ্গ সংখ্যাবিলাক উলিয়ালা, তাৰে যিকোনো দুটাৰ মাজত কোনো পূৰ্ণ বৰ্গ সংখ্যা ৰৈ গৈছে নেকি চোৱাচোন। যেনে, 81 আৰু 100 ৰ মাজত কিবা পূৰ্ণ বৰ্গ সংখ্যা থাকিব পাৰেনে চোৱা।

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1									
2		4								
3			9							
4				16						
5					25					
6						36				
7							49			
8								64		
9									81	
10										100

তোমোলোকে দেখিছা যে $9 \times 9 = 9^2 = 81$ আৰু $10 \times 10 = 10^2 = 100$। এতিয়া 81 আৰু 100 ৰ মাজত থকা এটা সংখ্যা পূৰ্ণ বৰ্গ হ'বলৈ হ'লে সেইটো 9 আৰু 10ৰ মাজৰ স্বাভাৱিক সংখ্যা এটাৰ বৰ্গ হ'ব লাগিব। কিন্তু 9 আৰু 10 ৰ মাজত স্বাভাৱিক সংখ্যা নাই। গতিকে 81 আৰু 100 ৰ মাজত কোনো পূৰ্ণবৰ্গ সংখ্যা নাই।

এতিয়া অখণ্ড সংখ্যাৰ বাবে কি হয় চাওঁ আঁহা। আমি জানো 9 আৰু 10 অখণ্ড সংখ্যা আৰু সেইদৰে – 9 আৰু – 10 দুটা অখণ্ড সংখ্যা।

$$9^2 = 81, \quad (-9)^2 = 81, \quad 10^2 = 100, \quad (-10)^2 = 100$$

এইক্ষেত্ৰত তোমালোকে যিদৰে 9 আৰু 10 ৰ মাজত কোনো অখণ্ড সংখ্যা নোপোৱা, ঠিক একেদৰে – 10 আৰু – 9 ৰ মাজতো কোনো অখণ্ড সংখ্যা নোপোৱা।

তোমালোকে মন কৰিবা যে আমি যিকোনো সংখ্যাকেই বৰ্গ কৰিব পাৰো। এটা পৰিমেয় সংখ্যা লোৱা। ধৰা সংখ্যাটো $\frac{19}{2} (= 9.5)$ । এতিয়া $9.5 \times 9.5 = (9.5)^2 = 90.25$।

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

অৰ্থাৎ 9.5 ক বৰ্গ কৰিলে 90.25 পালো। মনত ৰাখিবা যে 90.25 সংখ্যাটো এটা পৰিমেয় সংখ্যাৰ বৰ্গ হয়, কিন্তু 90.25 পূৰ্ণ বৰ্গ সংখ্যা নহয়। তোমালোকে এইদৰে বিভিন্ন সংখ্যা লৈ সিহঁতৰ বৰ্গবিলাক উলিয়াই চাব পাৰা।

এতিয়া, আমি বৰ্গ সংখ্যাৰ কিছুমান ধৰ্ম আলোচনা কৰিম। ইয়াত বৰ্গ সংখ্যা বুলি কওঁতে পূৰ্ণ বৰ্গ সংখ্যা বুলি ধৰিবা।

তোমালোকে 1 আৰু 1000 ৰ মাজত (এই দুটাকো ধৰি) পূৰ্ণ বৰ্গ সংখ্যাবিলাক যে নিৰ্ণয় কৰিছিলা, সেইবিলাক ভালকৈ মন কৰা।

(i) 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169 ইত্যাদি বৰ্গ সংখ্যাবোৰ মন কৰা। সংখ্যাবোৰৰ এককৰ স্থানত কি কি অংক পাইছা? বৰ্গ সংখ্যা এটাৰ এককৰ স্থানত 0, 1, 4, 5, 6 আৰু 9 ৰ যিকোনো এটা অংক থাকে। কিন্তু, বৰ্গ সংখ্যা এটাৰ এককৰ স্থানত কেতিয়াও 2, 3, 7 বা 8 সংখ্যা নাথাকে।

ওলোটাকৈ, যদি কোনো এটা সংখ্যাৰ এককৰ স্থানত 0, 1, 4, 5, 6 আৰু 9 ৰ যিকোনো এটা অংক থাকে তেন্তে সংখ্যাটো বৰ্গ সংখ্যা হ'বনে? উদাহৰণস্বৰূপে, 10, 11, 14 ইত্যাদিৰ এককৰ স্থানত ক্ৰমে 0, 1, 4 আছে। কিন্তু ইহঁত বৰ্গ সংখ্যা নহয়।

গতিকে এককৰ স্থানত 0, 1, 4, 5, 6 আৰু 9 থাকিলেই সংখ্যা এটা পূৰ্ণবৰ্গ হোৱাটো নিশ্চিত নকৰে। আমি মাত্ৰ এটা অনুমানহে কৰিব পাৰোঁ। **কিন্তু এই অংককেইটা বাদ দি এককৰ স্থানত বেলেগ অংক যেনে, 2, 3, 7 বা 8 থাকিলে আমি নিশ্চিতভাৱে ক'ব পাৰিম যে সংখ্যাটো পূৰ্ণবৰ্গ নহয়।**

(ii) কেইটামান অযুগ্ম সংখ্যাৰ বৰ্গ উলিয়াই চাওঁ আহা

$1^2 = 1$, $3^2 = 9$, $5^2 = 25$, $17^2 = 289$, $97^2 = 9409$

বৰ্গবোৰ মন কৰা। প্ৰত্যেকটো বৰ্গই এটা অযুগ্ম সংখ্যা। নহয়নে বাৰু? তোমালোকেও কেইটামান অযুগ্ম সংখ্যা লৈ তাক বৰ্গ কৰি চোৱা। বৰ্গবোৰো একো একোটা অযুগ্ম সংখ্যা, নহয় জানো? গতিকে আমি ক'ব পাৰো **অযুগ্ম সংখ্যাৰ (Odd Numbers) বৰ্গও এটা অযুগ্ম সংখ্যা।**

(iii) এইবাৰ কেইটামান যুগ্ম সংখ্যাৰ বৰ্গ উলিয়াই চাওঁ আহা

$2^2 = 4$, $4^2 = 16$, $12^2 = 144$, $34^2 = 1156$, $96^2 = 9216$

বৰ্গবোৰ মন কৰা। প্ৰত্যেকটো বৰ্গই এটা যুগ্ম সংখ্যা। নহয়নে বাৰু? তোমালোকেও কেইটামান যুগ্ম সংখ্যা লৈ তাক বৰ্গ কৰি চোৱা। বৰ্গবোৰো একো একোটা যুগ্ম সংখ্যা নহয় জানো? গতিকে আমি ক'ব পাৰো **যুগ্ম সংখ্যাৰ (Even Numbers) বৰ্গও এটা যুগ্ম সংখ্যা।**

6.2 বৰ্গ সংখ্যা সম্পৰ্কীয় কেইটামান আকৰ্ষণীয় চানেকি (Some Interesting Patterns related to Square Numbers) ঃ

6.2.1 তলত দিয়া ক্ৰমিক অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ যোগফল বিলাক লোৱা হ'ল —

$1 + 3 = 4$, $1 + 3 + 5 = 9$, $1 + 3 + 5 + 7 = 16$ ইত্যাদি।

ইয়াত 4, 9, 16, ... প্ৰতিটোৱে একোটা বৰ্গ সংখ্যা। ইয়াৰ পৰা আমি তলত দিয়া ধৰণেৰে ব্যাখ্যা আগবঢ়াব পাৰিম।

$1 = 1^2 = 1$

© Copyright SCERT, Assam not to be republished

$1 + 3 = 4 = 2^2$ (প্ৰথম দুটা অযুগ্ম সংখ্যাৰ যোগফল)

$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$ (প্ৰথম তিনিটা অযুগ্ম সংখ্যাৰ যোগফল)

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$ (প্ৰথম চাৰিটা অযুগ্ম সংখ্যাৰ যোগফল)

সেইদৰে আমি পাওঁ যে —

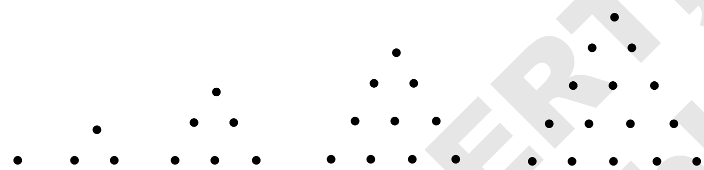
$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36 = 6^2$

ওপৰৰ আৰ্হিকেইটা মন কৰা। ক্ৰমিক অযুগ্ম সংখ্যাৰ যোগফলৰ লগত বৰ্গ সংখ্যাৰ এটা সম্পৰ্ক আছে। সম্পৰ্কটো হৈছে, **প্ৰথম n টা ক্ৰমিক অযুগ্ম স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ যোগফল n^2**

6.2.2 তলৰ আৰ্হিকেইটা মন কৰা। এইবিলাক ত্ৰিভুজৰ আৰ্হিত পতা হৈছে।

কোনো সংখ্যাৰ সমসংখ্যক বিন্দু লৈ ত্ৰিভুজৰ আৰ্হিত সজাব পাৰিলে সংখ্যাটোক **ত্ৰিভুজীয় সংখ্যা (Triangular Number)** বোলা হয়। যেনে, 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ... আদি ত্ৰিভুজীয় সংখ্যা।



1 3 6 10 15 ইত্যাদি

(ত্ৰিভুজীয় সংখ্যাৰ আৰ্হি)

জানি থওঁ আহা

এটা স্বাভাৱিক সংখ্যা n ৰ বাবে $\frac{n(n+1)}{2}$ এটা ত্ৰিভুজীয় সংখ্যা। যেনে,

$n = 1$ হ'লে ত্ৰিভুজীয় সংখ্যা এটা হ'ব $\frac{1(1+1)}{2} = 1$

$n = 2$ হ'লে ত্ৰিভুজীয় সংখ্যা এটা হ'ব $\frac{2(2+1)}{2} = 3$

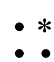
$n = 3$ হ'লে ত্ৰিভুজীয় সংখ্যা এটা হ'ব $\frac{3(3+1)}{2} = 6$ ইত্যাদি

6.2.3 বৰ্গ সংখ্যাৰ লগত ত্ৰিভুজীয় সংখ্যাৰ সম্পৰ্ক (Relation between Square Numbers with Triangular Numbers)

দুটা ক্ৰমিক ত্ৰিভুজীয় সংখ্যা যোগ কৰি চাওঁ আহা

$1 + 3 = 4 = 2^2$

বিন্দুৰ সহায়ত চাওঁ আহা —



* (এটা) + . (তিনিটা)

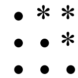
$= 1 + 3 = 4$

Copyright SCERT, Assam not to be republished

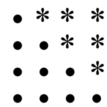
$3 + 6 = 9 = 3^2$

$6 + 10 = 16 = 4^2$

$10 + 15 = 25 = 5^2$ ইত্যাদি।



* (তিনিটা) + • (ছয়টা)
= 3 + 6 = 9



* (ছয়টা) + • (দহটা)
= 6 + 10 = 16

গতিকে আমি ক'ব পাৰো **দুটা ক্ৰমিক ত্ৰিভুজীয় সংখ্যাৰ যোগফল এটা বৰ্গ সংখ্যা।**

অনুশীলনী 6.1

1. 1 ৰ পৰা আৰম্ভ কৰি 200 লৈ কিমানটা পূৰ্ণবৰ্গ সংখ্যা আছে?
2. তলত দিয়া সংখ্যাবোৰক বৰ্গ কৰিলে এককৰ স্থানত কি অংক থাকিব লিখা।
   (i) 51 (ii) 99 (iii) 205 (iv) 3400 (v) 1987
3. তলৰ সংখ্যাবোৰ পূৰ্ণ বৰ্গ নোহোৱাৰ কাৰণ উল্লেখ কৰা।
   (i) 4347 (ii) 24832 (iii) 35493 (iv) 403388 (v) 182000
4. (i) 5 টা সংখ্যা লিখা যাৰ বৰ্গ যুগ্ম।
   (ii) 5 টা সংখ্যা লিখা যাৰ বৰ্গ অযুগ্ম।
5. পোনে পোনে যোগ নকৰি বিশেষ ধৰ্মৰ ভিত্তিত যোগফল উলিওৱা
   (i) $1 + 3 + 5 + 7$
   (ii) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15$
   (iii) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25$
6. 36 ক 6 টা ক্ৰমিক অযুগ্ম সংখ্যাৰ যোগফল হিচাপে পাব পৰা যায় নে?
7. 15 তকৈ ডাঙৰ 5 টা ক্ৰমিক ত্ৰিভুজীয় সংখ্যা লিখা। সেই সংখ্যাবোৰৰ পৰা ক্ৰমিক দুটাকৈ সংখ্যালৈ সিহঁতৰ যোগফলবোৰ বৰ্গ সংখ্যা হ'য়নে পৰীক্ষা কৰা।

6.3 সংখ্যা এটাৰ বৰ্গ নিৰ্ণয় কৰাৰ এটা সহজ পদ্ধতি (An easy method to find the square of a number)

এককৰ ঘৰত 5 থকা সংখ্যাৰ বৰ্গ নিৰ্ণয়ৰ সহজ পদ্ধতি (An easy method to find the square of a number having 5 in the unit place) ঃ

15, 25, 35, 45, ... আদি সংখ্যাৰ বৰ্গ সহজে কেনেকৈ উলিয়াব পাৰি চাওঁ আহা

তোমালোকে গতানুগতিক পদ্ধতিৰে ইহঁতৰ বৰ্গ কৰিলে পাবা যে

$15^2 = 225$ $25^2 = 625$ $35^2 = 1225$ $45^2 = 2025$

এতিয়া এইকেইটা তলত দিয়া ধৰণেৰে সজাই চাওঁ

$15^2 = 225 = (1 \times 2)$ শতক $+ 25$, (1×2) শতক হ'ল 2 শতক $= 200$

$25^2 = 625 = (2 \times 3)$ শতক $+ 25$, (2×3) শতক হ'ল 6 শতক $= 600$

$35^2 = 1225 = (3 \times 4)$ শতক $+ 25$

$45^2 = 2025 = (4 \times 5)$ শতক $+ 25$

Copyright SCERT, Assam not to be republished

কথাটো এইদৰে মন কৰা

		2 | 5	
	×	2 | 5	
দশকৰ স্থানৰ 2 এটা 1 বঢ়াই 3 কৰি আন 2 টোৰে পূৰণ →		6 | 25	← এককৰ স্থানৰ 5 দুটা পূৰণ

পুনৰ মন কৰা —

	6 | 5	
	6 | 5	
দহকৰ স্থানৰ এটা 6 ক 7 কৰি লৈ তাক 6 ৰে পূৰণ →	42 | 25	← এককৰ স্থানৰ 5 × 5

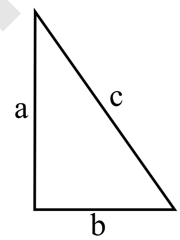
আকৌ এবাৰ মন কৰা —

	8 | 5	
	× 8 | 5	
9× 8 কৰি →	72 | 25	←5 × 5 কৰি

6.4 পাইথাগোৰীয় ত্ৰিতয় (Pythagorean Triplets)

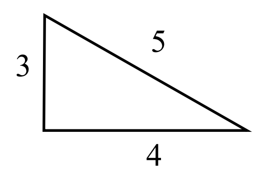
সমকোণী ত্ৰিভুজৰ এটা বিশেষ ধৰ্ম এনে ধৰণৰ

'সমকোণী ত্ৰিভুজৰ কৰ্ণৰ বৰ্গ আন দুটা বাহুৰ বৰ্গৰ সমষ্টিৰ সমান।' অৰ্থাৎ



কাষৰ সমকোণী ত্ৰিভুজটোত $a^2 + b^2 = c^2$ য'ত, a, b আৰু c য়ে সমকোণী ত্ৰিভুজটোৰ বাহুকেইটাৰ মাপ বুজাইছে।

এতিয়া তোমালোকে এটা উদাহৰণ লোৱা। যদি সমকোণ সংলগ্ন বাহু দুটাৰ দীঘ ক্ৰমে 4 একক আৰু 3 একক হয় তেন্তে কৰ্ণডালৰ দীঘ কিমান হ'ব চোৱা।



ইয়াত $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

আমি জানো যে $5^2 = 25$, গতিকে কৰ্ণডালৰ দীঘ 5 একক।

অৰ্থাৎ আমি পালো যে, $3^2 + 4^2 = 5^2$

এনেধৰণৰ তিনিটা সংখ্যাক পাইথাগোৰীয় ত্ৰিতয় বুলি কোৱা হয়। অৰ্থাৎ 3, 4, 5 পাইথাগোৰীয় ত্ৰিতয়।

তোমালোকে অলপ যত্ন কৰিলেই তিনিটা সংখ্যা এনেধৰণে পাবা যে $a^2 + b^2 = c^2$ হয় (য'ত a, b, c তিনিটা স্বাভাৱিক সংখ্যা)

তোমালোকে 6, 8 আৰু 10 লৈ ইহঁত পাইথাগোৰীয় ত্ৰিতয় হয়নে চোৱা।

যিহেতু $6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 = 10^2$

গতিকে 6, 8 আৰু 10 পাইথাগোৰীয় ত্ৰিতয়।

চেষ্টা কৰি চোৱা

তলৰ কোনকেইটা পাইথাগোৰীয় ত্ৰিতয়?

(i) 15, 20, 25 (ii) 7, 24, 25 (iii) 5, 10, 13

Copyright SCERT, Assam not to be republished

যিকোনো স্বাভাৱিক সংখ্যা p ৰ বাবে (ইয়াত $p>1$) আমি জানো যে

$(2p)^2 + (p^2 - 1)^2 = (p^2 + 1)^2$

মন কৰিছানে যে বাওঁপক্ষটো দুটা বৰ্গৰ যোগফল আৰু সোঁপক্ষটো এটা বৰ্গ, অৰ্থাৎ ইয়াৰ আৰ্হি $a^2 + b^2 = c^2$ ৰ দৰে হৈছে। অৰ্থাৎ $2p$, $p^2 - 1$ আৰু $p^2 + 1$ এ এটা পাইথাগোৰীয় ত্ৰিতয় গঠন কৰে।

আহাচোন আমি p ৰ মান কিছুমান ধৰি পাইথাগোৰীয় ত্ৰিতয় গঠন কৰোঁ।

ধৰা $p = 4$

গতিকে $2p = 8$, $p^2 - 1 = 15$, $p^2 + 1 = 17$

এতিয়া, $(2p)^2 + (p^2 - 1)^2$

$= 8^2 + 15^2$

$= 64 + 225$

$= 289$

$= 17^2$ $[\because 17 \times 17 = 289]$

গতিকে $8^2 + 15^2 = 17^2$ আৰু সেয়ে 8, 15, 17 পাইথাগোৰীয় ত্ৰিতয়।

এনেদৰে $(2p)^2 + (p^2 - 1)^2 = (p^2 + 1)^2$ ৰ সহায়ত কিছুমান পাইথাগোৰীয় ত্ৰিতয় পাব পাৰি। যদিও কিছুমান পাইথাগোৰীয় ত্ৰিতয়ৰ বাবে এই অভেদটো সত্য নহয়। উদাহৰণ স্বৰূপে 5, 12, 13 এই ত্ৰিতয়টোৱে অভেদটো সিদ্ধ নকৰে।

মন কৰিবা যে p (য'ত $p>1$) ৰ মান যিয়েই নিদিয়া, $2p$, $p^2 - 1$ আৰু $p^2 + 1$ ৰ ভিতৰত $2p$ আটাইতকৈ সৰু আৰু $p^2 + 1$ আটাইতকৈ ডাঙৰ। অৰ্থাৎ $2p < p^2 - 1 < p^2 + 1$

অনুশীলনী 6.2

1. তলৰ সংখ্যাবিলাকৰ বৰ্গ উলিওৱা।

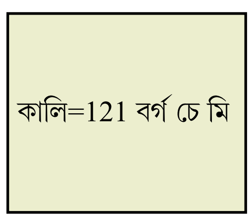
   (i) 35 (ii) 55 (iii) 95

2. তিনিটা পাইথাগোৰীয় ত্ৰিতয় উল্লেখ কৰা।
3. এটা পাইথাগোৰীয় ত্ৰিতয় নিৰ্ণয় কৰা যাৰ আটাইতকৈ সৰু পদটো 10

6.5 বৰ্গমূল (Square roots)

এটা উদাহৰণৰ সহায়ত বৰ্গমূল কি সেই কথা আলোচনা কৰিম।

ধৰা হ'ল, এটা বৰ্গৰ কালি 121 বৰ্গ চে মি। এই তথ্যৰ পৰা তুমি বৰ্গটোৰ বাহুৰ দীঘ কিমান হ'ব ক'ব পাৰিবানে?



তোমালোকে জানা যে বৰ্গ এটাৰ কালি = $(\text{বাহু})^2$

গতিকে আমাক এনে এটা সংখ্যা লাগে যাক বৰ্গ কৰিলে 121 পোৱা যায়। ইয়াত বাহুৰ দীঘ যি পাম সেইটোৱেই হ'ব 121 ৰ বৰ্গমূল।

আমি জানো যে $11^2 = 121$

গতিকে ওপৰত দিয়া প্ৰশ্নটোৰ উত্তৰ হ'ব — যিটো বৰ্গৰ কালি 121 বৰ্গ চে মি সেই বৰ্গটোৰ বাহুৰ দীঘ 11 চে মি।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

ইয়াত 121 ৰ ক্ষেত্ৰত 11 হ'ল বৰ্গমূল।

আমি জানো যে,

$1^2 = 1$ গতিকে 1ৰ বৰ্গমূল হ'ল 1

$2^2 = 4$ গতিকে 4ৰ বৰ্গমূল হ'ল 2

$3^2 = 9$ গতিকে 9ৰ বৰ্গমূল হ'ল 3

$14^2 = 196$ গতিকে 196ৰ বৰ্গমূল হ'ল 14

মন কৰা

$(-1)^2 = 1$ আৰু $1^2 = 1$ গতিকে আমি ক'ব পাৰোঁ যে 1ৰ বৰ্গমূল 1 আৰু –1

$(-2)^2 = 4$ আৰু $2^2 = 4$ গতিকে আমি ক'ব পাৰোঁ যে 4 ৰ বৰ্গমূল 2 আৰু –2

এটা পূৰ্ণ বৰ্গৰ দুটা বৰ্গমূল আছে। এই পাঠত, আমি এটা সংখ্যাৰ ধনাত্মক বৰ্গমূলটোহে বিবেচনা কৰিম। কোনো এটা সংখ্যাৰ ধনাত্মক বৰ্গমূলক '$\sqrt{\ }$' প্ৰতীকেৰে নিৰ্দেশ কৰা হয়।

উদাহৰণস্বৰূপে, $\sqrt{9} = 3$ (–3 নহয়), $\sqrt{196} = 14$ (–14 নহয়) ইত্যাদি।

উক্তি (Statement)	সিদ্ধান্ত (Conclusion)
$1^2 = 1$	$\sqrt{1} = 1$
$2^2 = 4$	$\sqrt{4} = 2$
$3^2 = 9$	$\sqrt{9} = 3$
$4^2 = 16$	$\sqrt{16} = 4$
$5^2 = 25$	$\sqrt{25} = 5$

উক্তি (Statement)	সিদ্ধান্ত (Conclusion)
$6^2 = 36$	$\sqrt{36} = 6$
$7^2 = 49$	$\sqrt{49} = 7$
$8^2 = 64$	$\sqrt{64} = 8$
$9^2 = 81$	$\sqrt{81} = 9$
$10^2 = 100$	$\sqrt{100} = 10$

6.6 কোনো সংখ্যাৰ বৰ্গমূল নিৰ্ণয় কৰা পদ্ধতি (Method of finding Square Roots of a Number)

6.6.1 মৌলিক উৎপাদকৰ সহায়ত বৰ্গমূল নিৰ্ণয় (Finding square roots by prime factorisation)

আমি জানো যে $25 = 5 \times 5 = 5^2$

$\therefore \sqrt{25} = 5$

আকৌ, $169 = 13 \times 13 = 13^2$

$\therefore \sqrt{169} = 13$

গতিকে দেখা গ'ল যে বৰ্গ সংখ্যা এটাক যদি একে সমান দুটা উৎপাদকত ভাঙি লোৱা হয়, তেন্তে তাৰ এটা উৎপাদক সেই সংখ্যাটোৰ বৰ্গমূল হ'ব।

আন কেইটামান উদাহৰণ চাওঁ আহা

(i) 225ৰ বৰ্গমূল —

225 ক মৌলিক উৎপাদকত ভাঙিলে পাওঁ

$225 = \underline{3 \times 3} \times \underline{5 \times 5} = 3^2 \times 5^2 = (3 \times 5)^2$

$\therefore \sqrt{225} = 3 \times 5 = 15$

3	225
3	75
5	25
	5

© Copyright, SCERT, Assam not to be republished

(ii) 900 ৰ বৰ্গমূল —

900 ক মৌলিক উৎপাদকত ভাঙিলে পাওঁ

$900 = \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{5 \times 5} = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$

$= (2 \times 3 \times 5)^2$

$\therefore \sqrt{900} = 2 \times 3 \times 5 = 30$

2	900
2	450
3	225
3	75
5	25
	5

(iii) 7056ৰ বৰ্গমূল —

7056 ক মৌলিক উৎপাদকত ভাঙিলে পাওঁ

$7056 = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{7 \times 7} = 2^2 \times 2^2 \times 3^2 \times 7^2$

$= (2 \times 2 \times 3 \times 7)^2$

$\therefore \sqrt{7056} = 2 \times 2 \times 3 \times 7$

$= 84$

2	7056
2	3528
2	1764
2	882
3	441
3	147
7	49
	7

ওপৰৰ উদাহৰণকেইটাৰ পৰা কি শিকিলা? সংখ্যা এটা ডাঙৰ হ'লে প্ৰথমে তাক সৰু সৰু যিকোনো সংখ্যক উৎপাদকত ভাঙি লৈ তাৰ পৰা সমান সমান উৎপাদক দুটাকৈ যোৰ কৰি প্ৰতিযোৰৰ পৰা এটা এটাকৈ উৎপাদক বাছি লগ লগাই পূৰণ কৰিলেই নিৰ্ণেয় বৰ্গমূলটো পোৱা যাব।

উৎপাদকত ভাঙোতে প্ৰয়োজন হ'লে মৌলিক উৎপাদকত ভাঙি ল'লে সহজ হয়।

নিজে চেষ্টা কৰা

তলৰ সংখ্যাবিলাকৰ বৰ্গমূল উলিওৱা —

(i) 256 (ii) 2304 (iii) 74529

উদাহৰণ ঃ কোনো এটা সংখ্যাৰ বৰ্গ 5184 হ'লে সংখ্যাটো কি?

সমাধান ঃ ইয়াত দিয়া আছে যে এটা সংখ্যা বৰ্গ কৰিলে 5184 পোৱা যায়। সেই সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰিব লাগে। অৰ্থাৎ 5184 ৰ বৰ্গমূল নিৰ্ণয় কৰিব লাগে।

5184ক মৌলিক উৎপাদকত ভাঙিলে পাওঁ

$5184 = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{3 \times 3}$

$\therefore \sqrt{5184} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$

বা $72^2 = 5184$

গতিকে 72 ক বৰ্গ কৰিলে 5184 পোৱা যাব।

2	5184
2	2592
2	1296
2	648
2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
	3

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

উদাহৰণ ঃ 180 ক আটাইতকৈ সৰু কি সংখ্যাৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফলটো এটা পূৰ্ণবৰ্গ হ'ব? এইদৰে পোৱা সংখ্যাটোৰ বৰ্গমূল কি?

সমাধান ঃ $180 = 9 \times 4 \times 5 = 3^2 \times 2^2 \times 5$

ইয়াত সোঁপক্ষত 5 অকলশৰীয়া। গতিকে এই 5 ক আন এটা 5 ৰে পূৰণ কৰিলে যোৰ হ'ব। সেয়ে দুয়োপক্ষক 5 ৰে পূৰণ কৰা হ'ল।

$\therefore \quad 180 \times 5 = 3^2 \times 2^2 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 2^2 \times 5^2$

$\therefore \quad 180 \times 5$ অৰ্থাৎ 900 এটা পূৰ্ণ বৰ্গ সংখ্যা

$\therefore$ 180 ক 5 ৰে পূৰণ কৰিলে এটা পূৰ্ণ বৰ্গ সংখ্যা পোৱা যায় আৰু সেই পূৰ্ণ বৰ্গ সংখ্যাটো 900।

ইয়াৰ বৰ্গমূল $3 \times 2 \times 5 = 30$

উদাহৰণ ঃ 2645 ক আটাইতকৈ কি সৰু সংখ্যাৰে হৰণ কৰিলে ভাগফলটো এটা পূৰ্ণবৰ্গ হ'ব? এইদৰে পোৱা সংখ্যাটোৰ বৰ্গমূল কিমান ?

সমাধান ঃ $2645 = 5 \times 23 \times 23$

ইয়াত দেখা গৈছে যে সোঁপক্ষত 5 সংখ্যাটো যোৰ হৈ থকা নাই। গতিকে দুয়োপক্ষক 5 ৰে হৰণ কৰিলে পাওঁ

$$(2645) \div 5 = (5 \times 23 \times 23) \div 5$$

অৰ্থাৎ $529 = 23 \times 23$

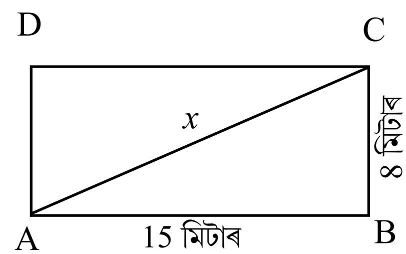
এতিয়া দেখা গ'ল যে 2645 ক 5 ৰে হৰণ কৰিলে এটা পূৰ্ণবৰ্গ সংখ্যা পোৱা যায়। 529 ৰ বৰ্গমূল 23

উদাহৰণ ঃ এখন আয়তাকাৰ সৰু উদ্যানৰ দীঘ আৰু প্ৰস্থ ক্ৰমে 15 মিটাৰ আৰু 8 মিটাৰ। আয়তাকাৰ সেই উদ্যানখনৰ কৰ্ণৰ দীঘ কিমান?

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল ABCD উদ্যানখনৰ কৰ্ণ AC ৰ দীঘ $= x$ মিটাৰ

চিত্ৰত ABC এটা সমকোণী ত্ৰিভুজ।

এতিয়া পাইথাগোৰীয় সূত্ৰৰ প্ৰয়োগ কৰি পাওঁ



$AC^2 = AB^2 + BC^2$

বা $x^2 = 15^2 + 8^2$

বা $x^2 = 225 + 64 = 289$

আমি জানো যে $17^2 = 289$

আৰু $(-17)^2 = 289$

কিন্তু দীঘ কেতিয়াও ঋণাত্মক হ'ব নোৱাৰে। গতিকে 289 ৰ বৰ্গমূল 17 লম।

$\therefore \quad x = 17$

গতিকে কৰ্ণডালৰ দীঘ 17 মিটাৰ।

উদাহৰণ ঃ 8, 12 আৰু 18 ৰে হৰণ কৰিব পৰা ক্ষুদ্ৰতম বৰ্গ সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ মন কৰা যে 8, 12 আৰু 18 ৰে হৰণ যোৱা সংখ্যাবিলাকৰ ক্ষুদ্ৰতমটো উলিয়াব লাগে আৰু সেই সংখ্যাটো পূৰ্ণ বৰ্গও হ'ব লাগিব।

প্ৰথমে 8, 12, 18 ৰ ল.সা.গু. নিৰ্ণয় কৰোঁ।

ল.সা.গু. $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 72$

2	8, 12, 18
2	4, 6, 9
3	2, 3, 9
	2, 1, 3

Copyright SCERT, Assam not to be republished

ইয়াত 72 ক 8, 12 আৰু 18 ৰে হৰণ যায় আৰু ই লঘিষ্ঠ, কিন্তু ই পূৰ্ণবৰ্গ সংখ্যা নহয়।
72 ৰ উৎপাদক বিলাকত এটা 2 যোৰ হৈ থকা নাই। যদি এটা অতিৰিক্ত 2 ৰে পূৰণ কৰোঁ তেন্তে,
$72 \times 2 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 = 2^2 \times 3^2 \times 2^2$ হয়।
গতিকে সোঁপক্ষ যুৰীয়াকৈ আছে। সেয়ে 72×2 অৰ্থাৎ 144 সংখ্যাটো পূৰ্ণ বৰ্গ।
গতিকে 8, 12 আৰু 18 ৰে হৰণ যোৱা ক্ষুদ্ৰতম বৰ্গ সংখ্যাটো 144

উদাহৰণ ঃ বৰ্গমূল নিৰ্ণয় কৰা

(i) 2^8 (ii) 9×36

সমাধান ঃ

(i) আমি জানো যে $2^8 = (2^4)^2$

$\therefore \sqrt{2^8} = 2^4$

(ii) আমি জানো যে $9 \times 36 = 3^2 \times 6^2$

$\therefore \sqrt{9 \times 36} = 3 \times 6 = 18$

অনুশীলনী 6.3

1. সত্য নে অসত্য লিখা
   (i) এটা যুগ্ম পূৰ্ণবৰ্গ সংখ্যাৰ বৰ্গমূল যুগ্ম।
   (ii) $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13$ ৰ যোগফলটো এটা বৰ্গ সংখ্যা।
   (iii) এটা সংখ্যাৰ এককৰ স্থানত 8 আছে আৰু গতিকে সংখ্যাটো বৰ্গ সংখ্যা হোৱাৰ সম্ভাৱনা আছে।
   (iv) এটা বৰ্গ সংখ্যাৰ এককৰ স্থানত 1 আছে। গতিকে ইয়াৰ বৰ্গমূলটোৰ এককৰ স্থানত 1 বা 9 থকাৰ সম্ভাৱনা আছে।
2. তলৰ প্ৰতিটো সংখ্যাৰ বৰ্গমূলৰ 'একক' স্থানত সম্ভাব্য কি অংক থাকিব?
   (i) 8281 (ii) 5476 (iii) 172225 (iv) 12100
3. মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতিৰে তলত দিয়া সংখ্যাবোৰৰ বৰ্গমূল নিৰ্ণয় কৰা
   (i) 256 (ii) 729 (iii) 1764 (iv) 5184
   (v) 7744 (vi) 5929 (vii) 8836 (viii) 4225
4. আটাইতকৈ কি ক্ষুদ্ৰতম সংখ্যাৰে পূৰণ কৰিলে তলৰ সংখ্যাৰ প্ৰতিটো পূৰ্ণবৰ্গ হ'ব?
   (i) 15 (ii) 45 (iii) 150 (iv) 175
5. (i) 8, 15 আৰু 20 ৰে হৰণ কৰিব পৰা আটাইতকৈ সৰু পূৰ্ণবৰ্গ সংখ্যাটো নিৰ্ণয় কৰা।
   (ii) 12, 20 আৰু 25 ৰে হৰণ কৰিব পৰা ক্ষুদ্ৰতম পূৰ্ণবৰ্গ সংখ্যাটো নিৰূপণ কৰা।
6. (i) 4032 ক কি ক্ষুদ্ৰতম সংখ্যাৰে হৰণ কৰিলে হৰণফলটো এটা পূৰ্ণবৰ্গ সংখ্যা হ'ব? সেই ভাগফলটোৰ বৰ্গমূল উলিওৱা।
   (ii) 14112 ক কি আটাইতকৈ সৰু সংখ্যাৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফলটো পূৰ্ণবৰ্গ হ'ব। সেই পূৰণফলটোৰ বৰ্গমূল কিমান?

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

7. এখন বিদ্যালয়ৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ মুঠ সংখ্যা 1024 জন। এওঁলোকক পুৰাৰ প্ৰাৰ্থনা সভাত এনেকৈ শাৰী পাতি থিয় হ'বলৈ কোৱা হ'ল যাতে শাৰীৰ সংখ্যা আৰু প্ৰতিশাৰীত থকা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা সমান হয়। শাৰীৰ সংখ্যা আৰু প্ৰতিশাৰীত থকা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা।
8. এখন চাহ বাগিচাত চাহপুলিৰ শাৰী আৰু প্ৰতিশাৰীত থকা চাহপুলিৰ সংখ্যা সমান। বাগিচাখনত 835 টা পুলি যোগান ধৰা হ'ল। কিন্তু দেখা গ'ল যে ওপৰৰ চৰ্ত মতে পুলি ৰুবলৈ হ'লে আৰু কেইটামান চাহপুলিৰ প্ৰয়োজন হয়। আৰু কিমানটা চাহপুলিৰ প্ৰয়োজন হ'ব?

6.6.2 হৰণ পদ্ধতিৰে বৰ্গমূল নিৰ্ণয় (Finding square root by division method)

পদ্ধতিটো বৰ্ণনা কৰাৰ আগতে তোমালোকে তলত দিয়া ফলবোৰ মন কৰা।

$4^2 = 16$ $10^2 = 100$ $32^2 = 1024$ $100^2 = 10000$ $388^2 = 150544$

$9^2 = 81$ $31^2 = 961$ $99^2 = 9801$ $103^2 = 10609$ $1234^2 = 1522756$

এনেধৰণে বিভিন্ন সংখ্যাক বৰ্গ কৰিলে দেখিবা যে

(i) যদি বৰ্গ সংখ্যাটোত দুটা অংক থাকে, তেন্তে তাৰ বৰ্গমূলটোত এটা অংক থাকিব।

(ii) যদি বৰ্গ সংখ্যাটোত তিনিটা বা চাৰিটা অংক থাকে, তেন্তে তাৰ বৰ্গমূলটোত দুটা অংক থাকিব।

(iii) যদি বৰ্গ সংখ্যাটোত পাঁচটা বা ছয়টা অংক থাকে, তেন্তে তাৰ বৰ্গমূলটোত তিনিটা অংক থাকিব।

এই কথাখিনি নিশ্চয় তোমালোকে পৰ্যবেক্ষণৰ দ্বাৰা বুজি পাইছা। এতিয়া আমি হৰণ পদ্ধতিৰে কেনেকৈ বৰ্গমূল উলিয়ায় সেয়া আলোচনা কৰিম।

হৰণ পদ্ধতিৰে বৰ্গমূল নিৰ্ণয় কৰা নিয়ম (Rule of finding square root by division method) ঃ

স্তৰ 1 ঃ বৰ্গমূল নিৰ্ণয় কৰিব পৰা সংখ্যাটোৰ একক স্থানৰ পৰা অংকবোৰ দুটাকৈ থুপ কৰি ওপৰত একোডাল আঁচ দি লোৱা। সংখ্যাটোৰ একেবাৰে শেষত (বাওঁহাতে) থকা অংকটো অকলশৰীয়া হ'লেও সেইটোৰ ওপৰতো আঁচ দি লোৱা।

স্তৰ 2 ঃ এনে এটা বৃহত্তম সংখ্যা বাছিব লাগে যাৰ বৰ্গফল বাওঁহাতৰ প্ৰথম থুপটোৰ (অংকটোৰ) সমান বা নিকটৱৰ্তী সৰু সংখ্যাটো হয়। এই সংখ্যাটোৱে ভাজক আৰু ভাগফল দুয়োটাই হ'ব।

স্তৰ 3 ঃ প্ৰথম থুপটোৰ পৰা ভাজক আৰু ভাগফলৰ পূৰণ ফলটো বিয়োগ কৰি ভাগশেষ নিৰ্ণয় কৰা আৰু লগে লগে পিছৰ থুপটো তললৈ নমাই আনি ভাগশেষৰ সোঁহাতে লিখা। এই সংখ্যাটো হ'ব নতুন ভাজ্য।

স্তৰ 4 ঃ এতিয়া নতুন ভাজকটো পাবলৈ ভাগফলটোক দুগুণ কৰা আৰু তাৰ সোঁহাতে এটা খালী স্থান ৰাখি থোৱা। এই খালী স্থান পূৰাবলৈ আটাইতকৈ সম্ভাব্য ডাঙৰ অংকটো লোৱা— যিটো ভাগফলটোত নতুন অংক হ'ব। চাবা যাতে ভাজকটোক ভাগফলৰ নতুন অংকৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফলটো ভাজ্য তকৈ সৰু বা সমান হয়।

স্তৰ 5 ঃ গোটেইবিলাক থুপ শেষ নোহোৱা পৰ্যন্ত পৰ্যায় ক্ৰমে 2, 3, 4 আগ বাঢ়ি থাকিব লাগিব। ভাগশেষ শূন্য হ'লে ভাগফলটোৱে নিৰ্ণেয় বৰ্গমূল হ'ব আৰু যদি ভাগশেষ শূন্য নহয় তেন্তে সংখ্যাটো পূৰ্ণবৰ্গ সংখ্যা নহয়।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

এটা উদাহৰণৰ সহায়ত বুজিবলৈ চেষ্টা কৰোঁ আহা

উদাহৰণ ঃ 74529 ৰ বৰ্গমূল নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ প্ৰথম স্তৰত 74529 সংখ্যাটোক একক স্থানৰ পৰা অংকবোৰ দুটাকৈ থুপ কৰি ওপৰত একোডাল আঁচ দি লোৱাত তিনিটা থুপ পোৱা যাব। সেয়া হ'ল $\overline{7}$ $\overline{45}$ $\overline{29}$ ।

দ্বিতীয় স্তৰত আমি এনে এটা বৃহত্তম সংখ্যা বাচিব লাগে যাৰ বৰ্গফল প্ৰথম থুপটোৰ অৰ্থাৎ 7 ৰ সমান বা নিকটবৰ্তী সৰু সংখ্যা হয়। তেনে সংখ্যা হৈছে 2। অৰ্থাৎ

ভাজ্য = 7

ভাজক = 2

ভাগফল = 2

```
     2
2 | 7 45 29
  |-4
  |---
  | 3
```

এতিয়া ভাজক আৰু ভাগফলৰ পূৰণফল 4 ক 7 ৰ পৰা বিয়োগ কৰাত 3 পোৱা গ'ল।

এইবাৰ দ্বিতীয় থুপটোক তললৈ নমাই আনি ভাগশেষৰ সোঁহাতে লিখা হ'ল। এনেদৰে 345 পোৱা গ'ল।

গতিকে, এইবাৰ ভাজ্য = 345

এতিয়া নতুন ভাজকটো পাবলৈ ভাগফল 2 ক দুগুণ কৰা হ'ল আৰু সোঁহাতে এটা খালী স্থান ৰাখি থোৱা হ'ল।

```
      2
 2 | 7 45 29
   |-4
-----------
4_ | 3 45
```

এতিয়া আমি 4 ৰ সোঁহাতৰ খালী ঠাইত এনেকুৱা এটা সংখ্যা বহুৱাব লাগে যাতে এই সংখ্যাটোৰে 4_ ক পূৰণ কৰিলে 345 তকৈ সৰু নিকটৱৰ্তী সংখ্যা বা সমান সংখ্যা পাওঁ। আহাচোন আমি তেনেকুৱা সংখ্যা এটা বিচাৰি চাওঁ

$41 \times 1 = 41$

$42 \times 2 = 84$

$43 \times 3 = 129$

$44 \times 4 = 176$

$45 \times 5 = 225$

$46 \times 6 = 276$

$47 \times 7 = 329$

$48 \times 8 = 384$

```
      2  7
 2 | 7 45 29
   |-4
-----------
47 | 3 45
   |-3 29
-----------
   |   16
```

দেখা গ'ল যে খালী ঠাইত 7 বহুৱালে 345 ৰ নিকটৱৰ্তী সৰু সংখ্যা 329 পাওঁ।

এতিয়া বিয়োগ কৰাত 16 পোৱা গ'ল।

একেদৰে এইবাৰ 29 নামি আহিব। নতুন ভাজ্যটো হ'ব 1629।

এইবাৰ 2 × 27=54 লিখা গ'ল। এতিয়া ঠিক আগৰ নিচিনা আমি 54 ৰ সোঁহাতৰ খালী ঠাইত এনেকুৱা এটা সংখ্যা বহুৱাব লাগে যাতে এই সংখ্যাটোৰে 54_ ক পূৰণ কৰিলে 1629 তকৈ নিকটৱৰ্তী সৰু বা সমান সংখ্যা পাওঁ।

```
       2  7
  2 | 7 45 29
    |-4
------------
 47 | 3 45
    |-3 29
------------
54_ |   16 29
```

Copyright : SCERT, Assam not to be republished

একেদৰে আগবাঢ়িলে আমি 54 ৰ সোঁহাতৰ খালী ঠাইত 3 বহুৱালে $543 \times 3 = 1629$ পাম।

	2 7 3
2	$\overline{7}\ \overline{45}\ \overline{29}$
	– 4
47	3 45
	– 3 29
543	16 29
	–16 29
	0

দেখা গ'ল যে ভাগশেষ = 0

∴ 74529 ৰ বৰ্গমূল 273

উদাহৰণ ঃ বৰ্গমূল নিৰ্ণয় কৰা — (i) 961 (ii) 8649 (iii) 416200801

সমাধান ঃ (i)

	3 1
3	$\overline{9}\ \overline{61}$
	9
61	61
	61

$\therefore \sqrt{961} = 31$

(ii)

	9 3
9	$\overline{86}\ \overline{49}$
	81
183	5 49
	5 49

$\therefore \sqrt{8649} = 93$

(iii)

	2 0 4 0 1
2	$\overline{4}\ \overline{16}\ \overline{20}\ \overline{08}\ \overline{01}$
	4
40	16
	00
404	16 20
	16 16
4080	4 08
	0 00
40801	4 08 01
	4 08 01

$\therefore \sqrt{416200801} = 20401$

6.6.3 দশমিক সংখ্যাৰ বৰ্গমূল (Square Roots of Decimal Numbers) ঃ

স্তৰ 1 ঃ দশমিক বিন্দু থকা সংখ্যাবোৰৰ দুটা অংশ থাকে— গোটা অংশ আৰু ভগ্নাংশ। গোটা অংশক ঠিক আগৰ নিচিনাকৈ একক স্থানৰ পৰা দুটাকৈ থূপ কৰি একেডাল আঁচ দি লোৱা। সংখ্যাটোৰ এককৰ শেষত থকা অংকটো অকলশৰীয়া হ'লেও সেইটোৰ ওপৰতো আঁচ দি লোৱা।

Copyright : SCERT, Assam
not to be republished

স্তৰ 2 ঃ দশমিকৰ সোঁহাতৰ অংশ অৰ্থাৎ ভগ্নাংশটোত দশমিকৰ সোঁহাতৰ দশমাংশ স্থানৰ পৰা আৰম্ভ কৰি দুটাকৈ থুপ কৰি একোডাল আঁচ দি লোৱা। শেষৰ অংকটো অকলশৰীয়া হ'লে শেষত শূন্য এটা বহাই ল'ব পাৰা। (কিয় ? চিন্তা কৰা।)

মন কৰা যে দশমিক বিন্দুৰ দুয়োফালে থকা সংখ্যাবোৰৰ ওপৰত আঁচ দি সংখ্যাৰ গোট কৰাৰ দিশ বেলেগ বেলেগ।

স্তৰ 3 ঃ এতিয়া বৰ্গমূল উলিয়াবলৈ ইতিমধ্যে উল্লেখ কৰা হৰণ পদ্ধতিৰে আগবাঢ়ি যোৱা। গোটা অংশৰ বৰ্গমূল উলিওৱা শেষ হোৱাৰ লগে লগে দশমিক বিন্দু (.) বহুৱাবা।

স্তৰ 4 ঃ এনেদৰে আগবাঢ়ি গৈ ভাগশেষ শূন্য (0) পালে ভাগফলটো হ'ব নিৰ্ণেয় বৰ্গমূল।

উদাহৰণৰ সহায়ত বুজিবলৈ চেষ্টা কৰোঁ আহা

উদাহৰণ ঃ বৰ্গমূল নিৰ্ণয় কৰা

(i) 1.69 (ii) 151.29 (iii) 990.3369 (iv) 0.0018931201

সমাধান ঃ

(i)

```
         1. 3
     ----------
   1 | 1  69
     | 1
  ---------
  23 |   69
     |   69
     --------
```

$\therefore \sqrt{1.69} = 1.3$

(ii)

```
          1 2. 3
      -------------
   1  | 1  51  29
      | 1
  ----------------
   22 |  51
      |  44
  ----------------
  243 |   729
      |   729
      ------------
```

$\therefore \sqrt{151.29} = 12.3$

(iii)

```
            3 1. 4  7
       ----------------
    3  | 9 .90 36 09
       | 9
  -------------------
   61  |  90
       |  61
  -------------------
  624  |  29 36
       |  24 96
  -------------------
  6287 |   4 40 09
       |   4 40 09
       ------------
```

$\therefore \sqrt{990.3609} = 31.47$

(iv)

```
           0. 0  4  3  5  1
       ----------------------
    4  | 0.00 18 93 12 01
       |      16
  -------------------------
   83  |       293
       |       249
  -------------------------
  865  |        44 12
       |        43 25
  -------------------------
  8701 |           87 01
       |           87 01
       ------------------
```

$\therefore \sqrt{0.0018931201} = 0.04351$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অনুশীলনী 6.4

1. বৰ্গমূল নিৰ্ণয় নকৰাকৈ তলৰ সংখ্যাবোৰৰ বৰ্গমূলত কেইটা অংক থাকিব নিৰ্ণয় কৰা।

(i) 100 (ii) 21904 (iii) 17850625

2. হৰণ পদ্ধতিৰে তলত দিয়া প্ৰতিটো সংখ্যাৰ বৰ্গমূল নিৰ্ণয় কৰা।

(i) 676 (ii) 841 (iii) 1156
(iv) 2025 (v) 2704 (vi) 4489
(vii) 8100 (viii) 14641 (ix) 15129 (x) 21904

3. তলৰ দশমিক সংখ্যাবোৰৰ বৰ্গমূল উলিওৱা।

(i) 51.84 (ii) 79.21 (iii) 98.01
(iv) 1.44 (v) 6.25 (vi) 973.44

4. এখন আয়তাকৃতিৰ পথাৰৰ দীঘ 35 মিটাৰ আৰু প্ৰস্থ 12 মিটাৰ। ইয়াৰ কৰ্ণডালৰ দীঘ কিমান হ'ব?

5. এখন বিদ্যালয়ত 1089 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰী আছে। বিদ্যালয়ৰ বাৰ্ষিক খেল ধেমালিৰ প্ৰথম দিনা পতাকা উত্তোলনৰ সময়ত তেওঁলোকক এনেকৈ থিয় হ'বলৈ কোৱা হ'ল যে শাৰীৰ সংখ্যা যিমান হয়, শাৰীত থকা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যাও একে হয় (অৰ্থাৎ শাৰী আৰু স্তম্ভৰ সংখ্যা সমান)। এই ছাত্ৰ-ছাত্ৰীবিলাকেৰে কিমানটা শাৰী পোৱা যাব?

6. এটা পূৰ্ণবৰ্গ পাবলৈ তলৰ সংখ্যাবোৰৰ প্ৰতিটোৰ লগত যোগ কৰিবলগীয়া আটাইতকৈ সৰু সংখ্যাটো কি নিৰ্ণয় কৰা।

(i) 1220 (ii) 1750 (iii) 5451 (iv) 1015

7. এটা পূৰ্ণ বৰ্গ সংখ্যা পাবলৈ তলৰ প্ৰতিটো সংখ্যাৰ পৰা বিয়োগ কৰিবলগীয়া আটাইতকৈ সৰু সংখ্যা কি কি নিৰ্ণয় কৰা। এই ধৰণেৰে পোৱা পূৰ্ণ বৰ্গ সংখ্যাৰ বৰ্গ মূল নিৰ্ণয় কৰা।

(i) 825 (ii) 1450 (iii) 3250 (iv) 6262

8. 4612 ৰ আটাইতকৈ ওচৰত থকা পূৰ্ণ বৰ্গ সংখ্যাটো কি?

9. তলৰ প্ৰতিটোৰ 5 টাকৈ উদাহৰণ দিয়া —

(i) বৰ্গ সংখ্যা যাৰ এককৰ ঘৰত 4 আছে।
(ii) বৰ্গ সংখ্যা যাৰ এককৰ ঘৰত 9 আছে।
(iii) বৰ্গ সংখ্যা যাৰ এককৰ ঘৰত 0 আছে।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

আমি কি শিকিলোঁ ?

1. যিবোৰ সংখ্যাক কোনো সংখ্যাৰ বৰ্গ হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি সেই সংখ্যাবোৰক বৰ্গ সংখ্যা বোলে।
2. সকলো বৰ্গ সংখ্যাৰে একক স্থানত 0, 1, 4, 5, 6 বা 9 থাকিব।
3. এটা সংখ্যাৰ একক স্থানত 2, 3, 7 বা 8 থাকিলে আমি নিশ্চিতভাৱে ক'ব পাৰিম যে সংখটো পূৰ্ণবৰ্গ সংখ্যা নহয়।
4. যুগ্ম সংখ্যাৰ বৰ্গও যুগ্ম সংখ্যা আৰু অযুগ্ম সংখ্যাৰ বৰ্গও অযুগ্ম সংখ্যা।
5. বৰ্গৰ বিপৰীত প্ৰক্ৰিয়া হৈছে বৰ্গমূল।
6. যদি বৰ্গ সংখ্যাটোত এটা বা দুটা অংক থাকে তেন্তে তাৰ বৰ্গমূলত এটা অংক থাকিব। সেইদৰে যদি বৰ্গ সংখ্যাটোত তিনিটা বা চাৰিটা অংক থাকে তেন্তে তাৰ বৰ্গমূলত দুটা অংক থাকিব, ইত্যাদি।

❑❑❑

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

অধ্যায়-7

ঘন আৰু ঘনমূল
(Cube and Cube Roots)

Y7V8D8

7.1 ঘন সংখ্যা (Cube Numbers)

1, 8, 27, 64, 125 ...... এই সংখ্যাবোৰ মন কৰাচোন—

$$1 = 1 \times 1 \times 1 = 1^3$$
$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$
$$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$$
$$64 = 4 \times 4 \times 4 = 4^3$$
$$125 = 5 \times 5 \times 5 = 5^3$$

তিনিটা একে সংখ্যা পূৰণ কৰি পোৱা পূৰণফলটো সেই সংখ্যাটোৰ ঘন।
1, 8, 27, 64, 125 প্ৰত্যেকেই একো একোটা ঘন সংখ্যা বা পূৰ্ণ ঘন।

ইয়াত 1 ক 1 ৰ ঘন সংখ্যা
8 ক 2 ৰ ঘন সংখ্যা
27 ক 3 ৰ ঘন সংখ্যা
64 ক 4 ৰ ঘন সংখ্যা
125 ক 5 ৰ ঘন সংখ্যা বোলে।

1ৰ পৰা 1000 লৈ কিমানটা ঘন সংখ্যা আছে ক'ব পাৰিবানে?
তলৰ সংখ্যা তালিকাখন সম্পূৰ্ণ কৰিলেই কথাটো স্পষ্ট হ'ব।

সংখ্যা	ঘন	ঘন সংখ্যা
1	1^3	1
2	2^3	8
3	3^3	27
4	4^3	64
5	5^3	125
6	6^3	—
7	7^3	—
8	8^3	—
9	9^3	—
10	10^3	—

এইখন তালিকা মনত ৰাখিলে পিছলৈ গণনা কৰাত বহুত সুবিধা হ'ব।

খালী ঠাইখিনি নিজে সম্পূৰ্ণ কৰা। দেখিলা যে 1ৰ পৰা 1000 লৈ মাত্ৰ 10 টা ঘন সংখ্যা আছে।

Copyright SCERT, Assam not to be republished

ঘন সংখ্যা চিনি লওঁ আহা —

50 টো এটা ঘন সংখ্যা হয়নে?

50 = 2 × 5 × 5 ইয়াত একেটা সংখ্যা তিনিবাৰ উৎপাদক হৈ থকা নাই, গতিকে ই এটা ঘন সংখ্যা নহয়।

কোনো এটা সংখ্যা ঘন সংখ্যা হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰিবলৈ সংখ্যাটোৰ মৌলিক উৎপাদক নিৰ্ণয় কৰিবা। যদি একে মৌলিক উৎপাদকবোৰ তিনিটাকৈ থূপত পূৰণফল হিচাপে সজাব পাৰোঁ তেন্তে সেই সংখ্যাটোক **ঘন সংখ্যা (Cube Numbers)** বুলি কম। যেনে, 1728ক মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিলে পাবা—

$$\begin{aligned} 1728 &= \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3} \\ &= 2^3 \times 2^3 \times 3^3 \\ &= (2 \times 2 \times 3)^3 \\ &= 12^3 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 1728 \\ \hline 2 & 864 \\ \hline 2 & 432 \\ \hline 2 & 216 \\ \hline 2 & 108 \\ \hline 2 & 54 \\ \hline 3 & 27 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline & 3 \end{array}$$

অৰ্থাৎ 1728 = 12 × 12 × 12

গতিকে দেখিলা যে তিনিটা 12 পূৰণ কৰিলে 1728 পোৱা যায়। অৰ্থাৎ 1728 এটা ঘন সংখ্যা। 1728 ক 12 ৰ ঘন বোলে।

7.2 বৰ্গ আৰু ঘন সংখ্যা (Square and Cube Numbers)

উদাহৰণ 1 ঃ 100 টো ঘন সংখ্যা হয়নে নহয় পৰীক্ষা কৰি চোৱা ঃ

100 = 10 × 10

$$\begin{aligned} 100 &= 10 \times 10 \\ &= 2 \times 5 \times 2 \times 5 \\ &= 2 \times 2 \times 5 \times 5 \end{aligned}$$

ইয়াত 100 ৰ আটাইকেইটা উৎপাদক মৌলিক। কিন্তু উৎপাদকবোৰ তিনিটা একে সংখ্যাৰ পূৰণফল হৈ থকা নাই।

2 আৰু 5 দুটাকৈহে আছে।

সেয়েহে 100 ঘন সংখ্যা নহয়।

কিন্তু 100 = 10 × 10। গতিকে সংখ্যাটো বৰ্গ সংখ্যা।

আনহাতে কিছুমান বৰ্গ সংখ্যা আকৌ ঘন সংখ্যাও হ'ব পাৰে। যেনে 64 সংখ্যাটো ঘন সংখ্যা। কিয়নো

$64 = 4 \times 4 \times 4 = 4^3$। আনহাতে $64 = 8 \times 8 = 8^2$।

গতিকে 64 সংখ্যাটো ঘন সংখ্যাও হয় আৰু বৰ্গ সংখ্যাও হয়।

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

সংখ্যা	বৰ্গ	বৰ্গসংখ্যা	ঘন	ঘনসংখ্যা
1	1^2	1	1^3	1
2	2^2	4	2^3	8
3	3^2	9	3^3	27
4	4^2	16	4^3	64
5	5^2	25	5^3	125
6	6^2	36	6^3	216
7	7^2	49	7^3	343
8	8^2	64	8^3	512
9	9^2	81	9^3	729
10	10^2	100	10^3	1000
11	11^2	121	11^3	1331
12	12^2	144	12^3	1728
13	13^2	169	13^3	2197
14	14^2	196	14^3	2744
15	15^2	225	15^3	3375
16	16^2	256	16^3	4096
17	17^2	289	17^3	4913
18	18^2	324	18^3	5832
19	19^2	361	19^3	6859
20	20^2	400	20^3	8000

কাষৰ তালিকাখন অধ্যয়ন কৰা ঃ

1. **কিছুমান ঘন সংখ্যাক বৰ্গ সংখ্যা হিচাপেও পোৱা যায়।**
   যেনে - 1, 64, 4096 ইত্যাদি।
   $$64^2 = 8^2 = 4^3$$
   মন কৰা, $4096 = 64^2 = 16^3$

2. **যুগ্ম সংখ্যাৰ ঘনফলবোৰ যুগ্ম।**
   যেনে - 2ৰ ঘনফল 8   4ৰ ঘনফল 64
   6ৰ ঘনফল 216   18ৰ ঘনফল 5832
   ইত্যাদি

3. **অযুগ্ম সংখ্যাবোৰৰ ঘনফলবোৰ অযুগ্ম।**
   যেনে - 3ৰ ঘনফল 27, 5ৰ ঘনফল 125,
   7ৰ ঘনফল 343, 9ৰ ঘনফল 729,
   11ৰ ঘনফল 1331 ইত্যাদি।

4. **এইবাৰ তলৰ সংখ্যাবোৰলৈ মন কৰাচোন ঃ**
   $$2^3 = 8$$
   $$12^3 = 1728$$
   $$22^3 = 10648$$

সংখ্যাবোৰৰ এককৰ ঘৰৰ অংকটো 2, ঘনফলটোৰ এককৰ ঘৰৰ অংকটো 8 নহয়নে ? গতিকে যিবোৰ সংখ্যাৰ একক স্থানত 2 থাকে সিহঁতৰ ঘনফলবোৰত এককৰ স্থানত 8 পোৱা যায়।

এতিয়া আমি সংখ্যাৰ এককৰ স্থানত 8 থাকিলে সিহঁতৰ ঘনফলৰ একক স্থানত কি পাওঁ চাওঁ আহা।

$$8^3 = 512$$
$$18^3 = 5832$$
$$28^3 = 21952$$

কি দেখিলা ? ঘনফলবোৰৰ এককৰ স্থানত 2 থাকে। গতিকে যিবোৰ সংখ্যাৰ একক স্থানত 8 থাকে সিহঁতৰ ঘনফলবোৰত এককৰ স্থানত 2 পোৱা যায়। গতিকে আমি মনত ৰাখিবৰ বাবে $2 \rightleftarrows 8$ ব্যৱহাৰ কৰোঁ আহাঁ।

> একেদৰে আমি পৰীক্ষা কৰি চাব পাৰোঁ যে
>
> $1 \rightleftarrows 1$, $3 \rightleftarrows 7$, $4 \rightleftarrows 4$, $5 \rightleftarrows 5$, $6 \rightleftarrows 6$, $9 \rightleftarrows 9$
>
> এই সম্বন্ধকেইটা ভালদৰে মনত ৰাখিলে সংখ্যাৰ ঘন উলিয়াবলৈ বা ঘন সংখ্যাক চিনাক্ত কৰিবলৈ বা ঘন সংখ্যাৰ ঘনমূল উলিয়াবলৈ সুবিধা হ’ব।

Copyright, SCERT Assam
not to be republished

7.3 কিছুমান আমোদজনক চানেকি (Some Amazing Patterns)

i) ঘন সংখ্যা আৰু বৰ্গ সংখ্যাৰ সম্পৰ্ক (Relation between Cube Numbers and Square Numbers)

$$1^3 = 1 = 1^2$$
$$1^3 + 2^3 = (1+2)^2 = 3^2$$
$$1^3 + 2^3 + 3^3 = (1+2+3)^2 = 6^2$$
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1+2+3+4)^2 = 10^2$$
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = (1+2+3+4+5)^2 = 15^2$$
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 = (1+2+3+4+5+6)^2 = 21^2$$

(আৰু কিছু নিজে কৰা)

ii) ক্ৰমিক অযুগ্ম সংখ্যাৰ যোগ (Sum of Consecutive Odd Numbers)

$$1 = 1 = 1^3$$
$$3 + 5 = 8 = 2^3$$
$$7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$$
$$13 + 15 + 17 + 19 = 64 = 4^3$$
$$21 + 23 + 25 + 27 + 29 = 125 = 5^3$$
$$31 + 33 + 35 + 37 + 39 + 41 = 216 = 6^3$$

....

(আৰু কিছু নিজে কৰা)

কাৰ্য ঃ তলৰ তালিকাখন নিজে পূৰ কৰা।

+	1^3	2^3	3^3	4^3	5^3	6^3	7^3	8^3	9^3	10^3	11^3	12^3
1^3												1729
2^3												
3^3												
4^3												
5^3												
6^3												
7^3												
8^3												
9^3										1729		
10^3									1729			
11^3												
12^3	1729											

Copyright, SCERT Assam
not to be republished

তালিকাখনৰ পৰা

$$1729 = 12^3 + 1^3$$

$$1729 = 10^3 + 9^3$$

তালিকাখন আৰু ডাঙৰ কৰি 16^3 লৈ বা 24^3 বহুৱালে দেখা পাবা

$$16^3 + 2^3 = 15^3 + 9^3 = 4104$$

$$24^3 + 2^3 = 20^3 + 18^3 \quad \text{ইত্যাদি।}$$

এজন ভাৰতীয় তথা বিশ্বৰ মহান গণিতজ্ঞ ৰামানুজন। তেখেতৰ সম্পূৰ্ণ নাম শ্ৰীনিবাস আয়েংগাৰ ৰামানুজন। ঊনবিংশ শতিকাৰ এই মহান গণিতজ্ঞজনক বিশ্বৰ সকলোৱে সংখ্যাৰ বন্ধু বুলি জানে। তেখেতে গোটেই জীৱনটো সংখ্যাৰ ওপৰতে পৰীক্ষা-নিৰীক্ষা কৰিছিল।

তেখেতে এবাৰ ৰোগত আক্ৰান্ত হৈ লণ্ডনৰ নাৰ্ছিং হোম এখনত শয্যাশায়ী হৈ আছিল। তেখেতৰ অন্যতম বন্ধু ব্ৰিটিছ গণিতজ্ঞ অধ্যাপক হাৰ্ডিয়ে তেখেতৰ নৰীয়াৰ খবৰ ল'বলৈ যায়। দুয়ো বন্ধু গণিতজ্ঞ। গতিকে, ইজনে সিজনক লগ পালেই গণিতৰ চৰ্চা আৰম্ভ কৰে। হাৰ্ডিয়ে ক'লে, "বন্ধু, মই অহা টেক্সিখনৰ নম্বৰ 1729। এইটো এটা নিৰস সংখ্যা।" নৰীয়াপাটিতে ৰামানুজনৰ চকু দুটা উজ্জ্বল হৈ উঠিল। তেওঁ ক'লে, "বন্ধু এই সংখ্যাটো ৰসাল। কিয়নো, দুটা ঘন সংখ্যাৰ যোগফল হিচাপে দুইধৰণে প্ৰকাশ কৰিব পৰা এইটোৱেই হ'ল আটাইতকৈ সৰু সংখ্যা।"

অৰ্থাৎ $1729 = 12^3 + 1^3 = 10^3 + 9^3$

1729 এনে এটা সংখ্যা যাক দুইধৰণে দুটা ঘন সংখ্যাৰ যোগফল হিচাবে লিখিব পাৰি। গতিকে 1729ক **ৰামানুজন সংখ্যা (Ramanujan Number)** বোলে। গণিতত বিশেষকৈ সংখ্যাতত্ত্বৰ প্ৰতি আগবঢ়োৱা অনবদ্য অৱদানৰ বাবে তেখেতৰ জন্মদিন '22 ডিচেম্বৰ' দিনটো **'ৰাষ্ট্ৰীয় গণিত দিৱস'** হিচাপে গোটেই ভাৰতবৰ্ষত পালন কৰা হয়।

উদাহৰণ 2 ঃ 243টো এটা পূৰ্ণ ঘন বা ঘন সংখ্যা হয়নে? যদি নহয়, এটা পূৰ্ণ ঘন পাবলৈ 243 ক আটাইতকৈ সৰু কি স্বাভাৱিক সংখ্যাৰে পূৰণ কৰিব লাগিব উলিওৱা।

সমাধান ঃ তোমালোকে ইতিমধ্যে পালা যে পূৰ্ণঘন সংখ্যা এটা কোনো এটা সংখ্যাৰ তিনিবাৰৰ পূৰণফল বা তিনিটাৰ থূপ হিচাপে লিখিব পাৰি। যেনে— $8 = 2 \times 2 \times 2$

$$27 = 3 \times 3 \times 3$$

গতিকে সংখ্যা এটা পূৰ্ণঘন হয়নে চাবলৈ সংখ্যাটোৰ মৌলিক উৎপাদকবোৰ তিনিটাৰ থূপত সাজিব লাগিব।

3	243
3	81
3	27
3	9
	3

$243 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

Copyright SCERT, Assam not to be republished

মৌলিক উৎপাদক 3 টোৰ এটা ত্ৰিগোট (বা 3টাৰ থূপ) গঠন হোৱাৰ পিছত 3×3 টো থাকি যায়। গতিকে 243 টো পূৰ্ণ ঘন বা ঘন সংখ্যা নহয়।

মন কৰিবা যদি কোনো এটা সংখ্যাৰ মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণত প্ৰতিটো উৎপাদক তিনিবাৰকৈ আহে, তেন্তে সংখ্যাটো পূৰ্ণ ঘন হ'ব। গতিকে 243ক পূৰ্ণঘন কৰিবলৈ আমি 3 ৰে পূৰণ কৰিব লাগিব।

উদাহৰণ 3 ঃ 2187 সংখ্যাটো পূৰ্ণঘন বা ঘন সংখ্যা হয়নে? যদি নহয়, তেন্তে এটা পূৰ্ণঘন পাবলৈ 2178ক আটাইতকৈ সৰু কি স্বাভাৱিক সংখ্যাৰে হৰণ কৰিলে হৰণফলটো এটা পূৰ্ণঘন হ'ব?

সমাধান ঃ 2187 ক মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিলে পাওঁ—

$2187 = \underline{3 \times 3 \times 3} \times \underline{3 \times 3 \times 3} \times 3$

3	2187
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
	3

মন কৰিছানে? ইয়াত দুটা ত্ৰিগোটৰ থূপ হোৱাৰ পাছত এটা 3 ৰৈ গৈছে।

গতিকে 2187 এটা পূৰ্ণঘন বা ঘনসংখ্যা নহয়।

ইয়াক পূৰ্ণঘন বা ঘনসংখ্যা কৰিবলৈ 3ৰে হৰণ কৰিব লাগিব।

গতিকে, 2187ক 3 ৰে হৰণ কৰিলে আমি এটা পূৰ্ণঘন সংখ্যা পাম।

উদাহৰণ 4 ঃ 35000 টো পূৰ্ণ ঘন হ'বলৈ আটাইতকৈ কি সৰু সংখ্যাৰে হৰণ কৰিব লাগিব নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ

$$\begin{aligned} 35000 &= 35 \times 1000 \\ &= 5 \times 7 \times 10 \times 10 \times 10 \\ &= 5 \times 7 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \\ &= 5 \times 7 \times 2^3 \times 5^3 \end{aligned}$$

ইয়াত 5 এটা আৰু 7 এটা অকলে আছে গতিকে 35000 ক $5 \times 7 = 35$ ৰে হৰণ কৰিলে পূৰ্ণ ঘন সংখ্যা পোৱা যাব।

অনুশীলনী 7.1

1. তলৰ কোনকেইটা সংখ্যা পূৰ্ণ ঘন সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা।

   (a) 500 (b) 1331 (c) 2025
   (d) 6859 (e) 2376 (f) 8000

2. এটা ঘন সংখ্যা পাবলৈ আটাইতকৈ সৰু কি সংখ্যাৰে তলৰ সংখ্যাবোৰক পূৰণ কৰিব লাগিব?

   (a) 675 (b) 256 (c) 100 (d) 72

3. এটা ঘন সংখ্যা পাবলৈ আটাইতকৈ সৰু কি সংখ্যাৰে তলৰ সংখ্যাবোৰক হৰণ কৰিব লাগিব?

   (a) 2401 (b) 8192 (c) 6561 (d) 100,000

4. আটাইতকৈ কি সৰু সংখ্যাৰে তলৰ সংখ্যাবোৰক পূৰণ অথবা হৰণ কৰিলে এটা ঘন সংখ্যা পাম?

   (a) 250 (b) 675 (c) 1372 (d) 3000 (e) 153664

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

7.4 ঘনমূল (Cube Roots)

এটা ঘন সংখ্যা 64 লওঁ। তোমালোকে জানা যে $64 = 4 \times 4 \times 4 = 4^3$। 4ৰ ঘনফল 64। ওলোটাকৈ আমি ক'ব পাৰো যে 64ৰ ঘনমূল 4।

মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতিৰে আমি ক'ব পাৰো

$$\begin{aligned} 64 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ &= 2^3 \times 2^3 \\ &= (2 \times 2)^3 \\ &= 4^3 \end{aligned}$$

তোমালোকে পাই আহিছা যে $a^m \times b^m = (a \times b)^m$

ওপৰৰ উদাহৰণটো আমি প্ৰতীকেৰে তলত দিয়া ধৰণেৰে লিখিব পাৰোঁ।

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

কোনো সংখ্যাৰ ঘনমূল $\sqrt[3]{\ }$ প্ৰতীকটোৰ দ্বাৰা বুজোৱা হয়।

তলৰ তালিকাখন মন কৰা

$1^3 = 1$ গতিকে $\sqrt[3]{1} = 1$

$2^3 = 8$ গতিকে $\sqrt[3]{8} = 2$

$3^3 = 27$ গতিকে $\sqrt[3]{27} = 3$

$4^3 = 64$ গতিকে $\sqrt[3]{64} = 4$

1000ৰ ঘনমূললৈকে নিজে লিখি সম্পূৰ্ণ কৰা।

7.4.1 মৌলিক উৎপাদক পদ্ধতিৰে ঘনমূল নিৰ্ণয় (Finding Cube Root using Prime Factorisation method) ঃ

13824 সংখ্যাটো লোৱা। ইয়াৰ ঘনমূল উলিয়াবৰ বাবে 13824ৰ প্ৰথমে মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা।

$$\begin{aligned} &13824 \\ &= \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{2 \times 2 \times 2} \times \underline{3 \times 3 \times 3} \\ &= 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 3^3 \\ &= (2 \times 2 \times 2 \times 3)^3 \\ &= 24^3 \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt[3]{13842} = 24$$

2	13824
2	6912
2	3456
2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
	3

উদাহৰণ 5 ঃ 15625 ৰ ঘনমূল নিৰ্ণয় কৰা ঃ

সমাধান ঃ

$$\begin{aligned} &15625 \\ &= \underline{5 \times 5 \times 5} \times \underline{5 \times 5 \times 5} \\ &= 5^3 \times 5^3 \\ &= (5 \times 5)^3 \\ &= 25^3 \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt[3]{15625} = 25$$

5	15625
5	3125
5	625
5	125
5	25
	5

Copyright, SCERT Assam not to be republished

নিজে চেষ্টা কৰা ঃ

মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতিৰে ঘনমূল নিৰ্ণয় কৰা

(a) 512 (b) 27000 (c) 110592 (d) 46656 (e) 175616

7.4.2 ঘন সংখ্যাৰ ঘনমূল নিৰ্ণয়ৰ আনুমানিক পদ্ধতি (Determination of cube roots of cube numbers by the method of assumption)

কেতিয়াবা অনুমানেৰেও ঘন সংখ্যা এটাৰ ঘনমূল উলিয়াব পৰা যায়।

ঢাপ 1 ঃ ঘনমূল নিৰ্ণয় কৰিব পৰা সংখ্যাটোৰ একক স্থানৰ পৰা অংকবোৰ তিনিটাকৈ থূপ কৰি ওপৰত একোডাল আঁচ দি লোৱা। সংখ্যাটোৰ একেবাৰে শেষত (বাওঁহাতে) এটা বা দুটা অংক থাকিলেও সেইটোৰ ওপৰতো আঁচ দি লোৱা।

ঢাপ 2 ঃ এতিয়া সোঁহাতৰ থূপটোৰ শেষৰ অংকটোলৈ মন কৰা। তোমালোকে ইতিমধ্যে ঘন উলিওৱাৰ ক্ষেত্ৰত পাই অহা নিয়মবোৰ (যেনে $2 \rightleftarrows 8$, $1 \rightleftarrows 1$ ইত্যাদি) ঘনমূল উলিওৱাৰ ক্ষেত্ৰতো প্ৰযোজ্য হ'ব। এই নিয়মবোৰ ব্যৱহাৰ কৰি ঘনমূলটো লিখা।

ঢাপ 3 ঃ আন থূপবোৰৰ ক্ষেত্ৰতো একেদৰে আগবঢ়া।

ঢাপ 4 ঃ অকলশৰীয়াকৈ ৰৈ যোৱা এটা বা দুটা সংখ্যাৰ থূপটোলৈ মন কৰা। এইবাৰ এনে এটা ঘন সংখ্যা বাছি উলিওৱা যি এই সংখ্যাটো বা সংখ্যাৰ দুটাৰ থূপটোতকৈ সৰু আৰু নিচেই ওচৰৰ হয়। এই ঘন সংখ্যাটোৰ ঘনমূলটোৱেই হৈছে থূপটোৰ ঘনমূল।

এনে দৰে সংখ্যা এটা থূপ হিচাপে ভাগ কৰি প্ৰত্যেকটো থূপৰে ঘনমূল উলিয়াই আমি সংখ্যাটোৰ আনুমানিক ঘনমূল উলিয়াব পাৰোঁ। এটা কথা মনত ৰাখিবা যে **এই পদ্ধতিৰ দ্বাৰা আমি ঘনমূল সম্পৰ্কে অনুমানহে কৰিব পাৰোঁ। প্ৰকৃততে ঘনমূল উলিয়াবলৈ আমি মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতিৰেহে আগবাঢ়িম।**

এটা উদাহৰণৰ সহায়ত বুজিবলৈ চেষ্টা কৰোঁ আহা—

এটা সংখ্যা 2744ৰ ঘনমূল নিৰ্ণয় কৰিব লাগে।

প্ৰথমে, সংখ্যাটোৰ সোঁফালৰ পৰা তিনিটা অংকৰ একোটা গোট বা থূপ বনোৱা। যেনে— $\overline{2}\ \overline{744}$

সোঁহাতৰ প্ৰথম থূপত তিনিটা অংক আছে। কিন্তু বাওঁফালৰ থূপত কেৱল এটা অংকহে আছে। প্ৰথম থূপটোৰ শেষৰ অংকটো 4। গতিকে $4 \rightleftarrows 4$ নিয়ম অনুসৰি ঘনমূলটোও 4 তেই শেষ হ'ব।

এতিয়া দ্বিতীয় গোটত থকা 2টো চোৱা। 2 তকৈ সৰু ঘন সংখ্যা 1। অৰ্থাৎ $1^3 \neq 2 \neq 2^3$ বা $1 \neq 2 \neq 8$।

$\therefore$ 2তকৈ সৰু ঘনসংখ্যা 1টো $\overline{2}\ \overline{744}$ ৰ ঘনমূলৰ দহকৰ স্থানত থাকিব অৰ্থাৎ ঘনমূলৰ দ্বিতীয় স্থানত থাকিব। নিৰ্ণেয় ঘনমূলটো হ'ব 14.

উদাহৰণ 6 ঃ 12167ৰ ঘনমূল নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ $\overline{12}\,\overline{167}$

167 ৰ ঘনমূল $7 \rightleftarrows 3$ নিয়ম অনুসৰি 3 হ'ব।

12 তকৈ সৰু আৰু নিচেই ওচৰৰ ঘন সংখ্যা হৈছে 8। 8 ৰ ঘনমূল 2। গতিকে 12167 ৰ আনুমানিক ঘনমূল হ'ব 23।

অৱশ্যে $23^3 = 12167$। গতিকে এইক্ষেত্ৰত 12167 ৰ ঘনমূল 23।

Copyright SCERT, Assam
not to be republished

নিজে চেষ্টা কৰা ঃ

আনুমানিক পদ্ধতিৰে ঘনমূল উলিওৱা—

(a) 4096 (b) 9261 (c) 13824 (d) 15625

অনুশীলনী 7.2

1. তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ শুদ্ধ উত্তৰটো লিখা—

(i) 23ৰ ঘনৰ একক স্থানটো হ'ব

(a) 3 (b) 6 (c) 7 (d) 9

(ii) তলৰ কোনটো সংখ্যা পূৰ্ণ ঘন ?

(a) 243 (b) 216 (c) 392 (d) 8640

(iii) তলৰ কোনটো সংখ্যা পূৰ্ণ ঘন নহয় ?

(a) 216 (b) 567 (c) 125 (d) 343

(iv) $\sqrt[3]{1000}$ ৰ মান

(a) 1 (b) 10 (c) 100 (d) 1000

(v) $\sqrt[3]{27}+\sqrt[3]{64}+\sqrt[3]{125}$ ৰ মান

(a) 10 (b) 11 (c) 12 (d) 13

2. মৌলিক উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতিৰে তলৰ সংখ্যাবোৰৰ ঘনমূল নিৰ্ণয় কৰা—

(i) 125 (ii) 343 (iii) 2744 (iv) 10648 (v) 4096

(vi) 35937 (vii) 216000 (viii) 9261 (ix) 21952 (x) 6859

আমি কি শিকিলোঁ

1. তিনিটা একে সংখ্যাক পূৰণ কৰি পোৱা পূৰণফলটোক সেই সংখ্যাটোৰ ঘন সংখ্যা বোলে।
2. যুগ্ম সংখ্যাৰ ঘনফল যুগ্ম সংখ্যা আৰু অযুগ্ম সংখ্যাৰ ঘনফল অযুগ্ম সংখ্যা।
3. কোনো এটা সংখ্যাৰ এককৰ ঘৰত 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 আৰু 0 সংখ্যা থাকিলে তাৰ ঘনফলৰ এককৰ ঘৰত ক্ৰমে 1, 8, 7, 4, 5, 6, 3, 2, 9 আৰু 0 থাকিব।
4. উৎপাদক বিশ্লেষণ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি আমি ঘনমূল উলিয়াব পাৰোঁ।

❑❑❑

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অধ্যায়-8

পৰিমাণৰ তুলনা (Comparing Quantities)

S4D3T1

ষষ্ঠ আৰু সপ্তম শ্ৰেণীত অনুপাতৰ ধাৰণাৰে কিদৰে বিভিন্ন পৰিমাণ সূচক ৰাশিৰ তুলনা কৰিব পাৰি তাৰ বিষয়ে তোমালোকে কিছু আভাস পাই আহিছা। তোমালোকে হয়তো মন কৰিছা যে অনুপাতৰ সহায়ত দুটা যিকোনো পৰিমাণৰ তুলনা সম্ভৱ হ'লেও, ব্যৱহাৰৰ সুচলতা আৰু সাৰ্বজনিক কৰাৰ বাবে যিকোনো অনুপাতকে 100 হৰবিশিষ্ট কৰি শতাংশলৈ ৰূপান্তৰিত কৰা হয়। গতিকে যিকোনো পৰিমাণৰ তুলনাত শতাংশৰ ব্যৱহাৰ অপৰিহাৰ্য। ইতিমধ্যে শতাংশৰ প্ৰয়োগেৰে সামগ্ৰীৰ কিনা-বেচা, পৰিমাণৰ হ্ৰাস-বৃদ্ধি, লাভ-লোকচান, সৰল সুত নিৰ্ণয় আদিৰ বিষয়ে কিছু প্ৰাথমিক আভাস পাই আহিছা। এই আলোচনাত উক্ত বিষয়সমূহৰ লগতে শতকৰা ৰেহাই, ওপৰঞ্চি ব্যয়, চক্ৰবৃদ্ধি সুত আৰু কৰ প্ৰণালী সম্পৰ্কে ধাৰণা দিবলৈ চেষ্টা কৰা হৈছে।

8.1 লাভ-লোকচান (Profit & Loss) ঃ তোমালোকে ইতিমধ্যে সপ্তম শ্ৰেণীত লাভ-লোকচানৰ বিষয়ে শিকি আহিছা। আহাচোন, তোমালোকে পাই অহা সূত্ৰবোৰ আকৌ এবাৰ মনত পেলাওঁ ।

লাভ বা লোকচান সদায় কিনাদামৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। যদি বেচাদাম $>$ কিনাদাম হয় তেন্তে বিক্ৰেতাজনৰ লাভ হয়। আনহাতে যদি বেচাদাম $<$ কিনাদাম হয় তেন্তে বিক্ৰেতাজনৰ লোকচান হয়।

লাভ = বেচাদাম (SP) – কিনাদাম (CP) ইয়াত SP > CP

লোকচান = কিনাদাম (CP) – বেচাদাম (SP), ইয়াত CP > SP

8.1.1 শতকৰা হিচাপে লাভ বা লোকচান (Profit or Loss as a Percentage)

$$\text{লাভৰ শতাংশ } (p\%) = \frac{\text{লাভ}}{\text{কিনাদাম}} \times 100\% = \frac{\text{বেচাদাম} - \text{কিনাদাম}}{\text{কিনাদাম}} \times 100\% \text{ বা } \frac{SP - CP}{CP} \times 100\%$$

$$\text{লোকচানৰ শতাংশ } (l\%) = \frac{\text{লোকচান}}{\text{কিনাদাম}} \times 100\% = \frac{\text{কিনাদাম} - \text{বেচাদাম}}{\text{কিনাদাম}} \times 100\% \text{ বা } \frac{SP - CP}{CP} \times 100\%$$

যদি কিনাদাম আৰু শতকৰা লাভ ($p\%$) দিয়া থাকে তেন্তে বেচাদাম উলিয়াবলৈ আমি তলৰ নিচিনাকৈ আগবাঢ়িম।

আমি জানো যে

$$\text{লাভৰ শতাংশ} = \frac{\text{লাভ}}{\text{কিনাদাম}} \times 100\%$$

$$\text{বা} \quad p = \frac{SP - CP}{CP} \times 100\%$$

Copyright, SCERT Assam, not to be republished

বা $\quad SP - CP = p \times \frac{CP}{100}$

বা $\quad SP = CP + \frac{p}{100} \times CP$

$$= \left(1 + \frac{p}{100}\right) \times CP$$

$$\therefore \quad SP = \left(\frac{100 + p}{100}\right) \times CP$$

বা $\quad$ বেচাদাম $= \left(\frac{100 + \text{লাভৰ শতাংশ}}{100}\right) \times$ কিনাদাম

ওপৰৰ সূত্ৰটোৰ পৰা আমি কিনাদামো উলিয়াব পাৰোঁ। তোমালোকে চেষ্টা কৰি চোৱাচোন—

কিনাদাম $= \left(\frac{100}{100 + \text{লাভৰ শতাংশ}}\right) \times$ বেচাদাম

$$CP = \left(\frac{100}{100 + p}\right) \times SP$$

ঠিক তেনেকৈ, যদি কিনাদাম আৰু শতকৰা লোকচান দিয়া থাকে, তেন্তে বেচাদাম কেনেকৈ উলিয়াম?

আমি জানো যে

লোকচানৰ শতাংশ $= \frac{\text{লোকচান}}{\text{কিনাদাম}} \times 100\%$

বা $\quad l = \frac{CP - SP}{CP} \times 100$

বা $\quad CP - SP = \frac{l}{100} \times CP$

বা $\quad SP = CP - \frac{l}{100} \times CP$

$$= \left(1 - \frac{l}{100}\right) \times CP \quad \text{বা} \quad \left(\frac{100 - l}{100}\right) \times CP$$

ঠিক তেনেকৈ, $\quad CP = \left(\frac{100}{100 - l}\right) \times SP$

গতিকে,

$$\text{বেচাদাম} = \left(\frac{100 - \text{লোকচানৰ শতাংশ}}{100}\right) \times \text{কিনাদাম}$$

$$SP = \frac{100 - l}{100} \times CP$$

$$\text{কিনাদাম} = \left(\frac{100}{100 - \text{লোকচানৰ শতাংশ}}\right) \times \text{বেচাদাম}$$

$$CP = \left(\frac{100}{100 - l}\right) \times SP$$

কৌশল এটা চাওঁ আহা ঃ

$$\text{বেচাদাম (SP)} = \left(\frac{100 \pm x}{100}\right) \times CP$$

লাভৰ বাবে $+x$ আৰু লোকচানৰ বাবে $-x$ ব্যৱহাৰ কৰিম।

এতিয়া আমি লাভ-লোকচানৰ ওপৰত কেইটামান উদাহৰণ আলোচনা কৰোঁ আহা—

উদাহৰণ 1 ঃ এটা ঘড়ী 250 টকাত কিনি দোকানী এজনে 190 টকাত বিক্ৰী কৰিলে তেওঁৰ লাভ বা লোকচান কিমান হ'ল আৰু শতাংশ হিচাপত কিমান শতাংশ লাভ বা লোকচান হ'ল?

সমাধান ঃ ইয়াত কিনা দাম (CP) = 250 টকা

বেচা দাম (SP) = 190 টকা

যিহেতু $CP > SP$

$\therefore$ দোকানীজনৰ লোকচান হ'ল।

লোকচান = CP – SP

= (250 – 190) টকা

= 60 টকা

$$\text{শতকৰা লোকচান} = \frac{\text{লোকচান}}{\text{কিনাদাম}} \times 100\%$$

$$= \frac{60}{250} \times 100\%$$

$$= 24\%$$

উদাহৰণ 2 ঃ এটা বলৰ দাম 150 টকা। যদি দোকানীজনে 10% লোকচানত বেচে তেন্তে বলটো কিমান টকাত বেচিলে?

সমাধান ঃ কিনাদাম (CP) = 150 টকা

লোকচানৰ শতাংশ $l\% = 10\%$ বা $l = 10$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

$\therefore$ বেচাদাম (SP) $= \dfrac{100-l}{100} \times CP$

$= \dfrac{100-10}{100} \times 150$

$= \dfrac{90}{100} \times 150$

= 135 টকা

$\therefore$ বলটোৰ বেচাদাম = 135 টকা

উদাহৰণ 3 ঃ এটা পুতলাৰ বিক্ৰীমূল্য 540 টকা। যদি দোকানীজনে 20% লাভত বিক্ৰী কৰে তেন্তে পুতলাটোৰ কিনাদাম নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ ইয়াত বিক্ৰীদাম (SP) = 540 টকা

লাভৰ শতাংশ (p %) = 20% বা $p = 20$

$\therefore$ কিনাদাম (CP) $= \dfrac{100}{100+p} \times SP$

$= \dfrac{100}{100+20} \times 540$

$= \dfrac{100}{120} \times 540$

= 450 টকা

$\therefore$ পুতলাটোৰ কিনাদাম = 450 টকা

উদাহৰণ 4 ঃ এটা ঘড়ী 10% লোকচান কৰি 450 টকাত বিক্ৰী কৰা হ'ল। ঘড়ীটোৰ কিনাদাম কিমান?

সমাধান ঃ ইয়াত ঘড়ীটোৰ বেচাদাম SP = 450 টকা

লোকচানৰ শতাংশ (l%) = 10% বা $l = 10$

$\therefore$ কিনাদাম (CP) $= \dfrac{100}{100-l} \times SP$

$= \dfrac{100}{100-10} \times 450$

= 500 টকা

$\therefore$ ঘড়ীটোৰ কিনাদাম = 500 টকা।

উদাহৰণ 5 ঃ এটা বল 10% লোকচান কৰি বিক্ৰী কৰা হ'ল। যদি বলটো আৰু 117 টকা বেছি দামত বিক্ৰী কৰা হ'লহেঁতেন, তেন্তে দোকানীজনৰ 3% লাভ হ'লহেঁতেন। বলটো কিমান দামত বিক্ৰী কৰা হৈছিল?

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল কিনাদাম (CP) = x টকা

যদি 10% লোকচান হয় SP = $\dfrac{100-10}{100} \times CP$ (l% = 10% বা $l = 10$)

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

বা, SP $= \frac{9}{10}x$ ... (i)

যদি 3% লাভ হয় SP = $\frac{100+3}{100}$

$= \frac{103}{100}x$

প্ৰশ্নমতে, $\frac{9}{10}x + 117 = \frac{103}{100}x$

বা, $\frac{103}{100}x - \frac{9}{10}x = 117$

বা, $\frac{103x - 90x}{100} = 117$

বা, $13x = 117 \times 100$

বা, $x = \frac{117 \times 100}{13}$

$= 900$

∴ বলটোৰ কিনাদাম = 900 টকা

বলটোৰ বেচাদাম = $\frac{9}{10} \times 900$ টকা

= 810 টকা [(i) ৰ পৰা]

উদাহৰণ 6 ঃ যদি 8 টা কলমৰ বেচাদাম আৰু 10 টা কলমৰ কিনাদাম সমান হয় তেন্তে শতকৰা লাভ বা লোকচান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল এটা কলমৰ কিনাদাম = x টকা

∴ 10 টা কলমৰ কিনাদাম = $10x$ টকা

বা 8 টা কলমৰ বেচাদাম = $10x$ টকা

বা 1 কলমৰ বেচাদাম = $\frac{10x}{8}$ টকা

যিহেতু $\frac{10x}{8} > x$, গতিকে, বেচাদাম > কিনাদাম

∴ লেনদেনত লাভ হ'ব

∴ লাভ = $\frac{10x}{8} - x = \frac{10x - 8x}{8} = \frac{2x}{8} = \frac{x}{4}$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

$$\therefore \quad \text{শতকৰা লাভ} = \frac{\text{এটা কলমত হোৱা লাভ}}{\text{এটা কলমৰ কিনা দাম}} \times 100\%$$

$$= \frac{\frac{x}{4}}{x} \times 100\%$$

$$= \frac{x}{4} \times \frac{1}{x} \times 100\%$$

$$= 25\%$$

অথবা,

প্ৰশ্নমতে,

8 টা কলমৰ বেচাদাম = 10 টা কলমৰ কিনাদাম

বা $8 \times SP = 10 \times CP$

বা $\frac{SP}{CP} = \frac{10}{8}$

বা $SP = \frac{10}{8} \times CP$

$$\therefore \quad \text{শতকৰা লাভ} = \frac{\text{লাভ}}{\text{কিনাদাম}} \times 100\%$$

$$= \frac{SP - CP}{100} \times 100\%$$

$$= \frac{\frac{10}{8}CP - CP}{CP} \times 100\%$$

$$= \frac{\frac{2}{8}CP}{CP} \times 100\%$$

$$= \frac{2}{8} \times 100\%$$

$$= 25\%$$

$\therefore$ শতকৰা লাভ = 25%

অনুশীলনী 8.1

1. এটা ঘড়ী 250 টকাত কিনি 260 টকাত বিক্ৰী কৰা হ'ল। লাভ কিমান হ'ল আৰু শতকৰা লাভ কিমান হ'ল?
2. এটা কলম 60 টকাত কিনি, কিমান টকাত বেচিলে 15% লাভ হ'ব।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

3. ৰমেনে মোবাইল এটা 13,500 টকাত বেচিলে। তাৰ বেচোতে 20% লোকচান হ'ল। মোবাইলটো কিমান দামত কিনিছিল?
4. যদি 10 টা কলমৰ বিক্ৰীদাম 8 টা কলমৰ কিনাদামৰ সমান হয়, তেন্তে শতকৰা লাভ বা লোকচান নিৰ্ণয় কৰা।
5. 5000 টকাত কিনা চাইকেল এখন 12% লাভ লৈ বিক্ৰী কৰা হ'ল। চাইকেলখনৰ বেচাদাম উলিওৱা।
6. কমলে পানীৰ ফিল্টাৰ এটা 4500 টকাত কিনি 4230 টকাত বিক্ৰী কৰিলে। তেওঁৰ শতকৰা লোকচান কিমান হ'ল?
7. এটা ঘড়ী দোকানীয়ে 785 টকাত বিক্ৰী কৰাত 5% লোকচান হ'ল। ঘড়ীটোৰ কিনাদাম নিৰ্ণয় কৰা।
8. যদি 10 টা বস্তুৰ বেচাদাম 11 টা একে বস্তুৰ কিনাদামৰ সমান হয় তেন্তে শতকৰা লাভ বা লোকচান নিৰ্ণয় কৰা।
9. এজন মানুহে দুখন গাড়ী প্ৰত্যেকখনত 99000 টকাকৈ কিনিলে। তাৰ এখন বিক্ৰী কৰি তেওঁ 10% লাভ পালে আৰু আনখন বিক্ৰী কৰি 10% লোকচান ভৰিলে। তেওঁৰ এই কিনা-বেচাত মুঠ শতকৰা কিমান টকা লাভ বা লোকচান হ'ল?

8.2 ৰেহাই বা বাট্টা (Discount)

তোমালোকে বজাৰলৈ গ'লে হয়তো মন কৰিছা যে কিছুমান দোকানত লিখা থাকে 50% ৰেহাই (50% Discount) বা 30% ৰেহাই বা 20% ৰেহাই ইত্যাদি। তেনে দোকানবোৰৰ পৰা সামগ্ৰী কিনিলে সামগ্ৰীবোৰত লিখা থকা মূল্যতকৈ কম মূল্যত সামগ্ৰীটো কিনিবলৈ পোৱা যায়।

কোনো এটা বস্তুৰ বা সামগ্ৰীৰ ওপৰত ছাপ মাৰি থকা বা তালিকাত উল্লেখ থকা মূল্যকে সেই বস্তু বা সামগ্ৰীটোৰ ছপামূল্য (Marked Price) বা প্ৰকৃত মূল্য বোলা হয়। বস্তুৰ প্ৰকৃত মূল্য বা ছপামূল্যতকৈ কম মূল্যত বেচা-কিনা কৰিলে আমি ৰেহাই মূল্যত (Discounted Price) বেচা-কিনা কৰা বুলি কওঁ। প্ৰকৃত মূল্যৰ পৰা যিখিনি মূল্য হ্ৰাস কৰা হয় সেই পৰিমাণটোক বাট্টা বা ৰেহাই (Discount) বোলা হয়।

অৰ্থাৎ ছপামূল্য – বিক্ৰীমূল্য = ৰেহাই

বা **ৰেহাই = ছপামূল্য – বিক্ৰীমূল্য (Discount =Marked Price - Selling Price)**

ৰেহাই সদায় ছপামূল্যৰ ওপৰত নিৰ্ধাৰণ কৰা হয়।

ইয়াত আমি কেৱল এবিধ বাট্টাৰ কথাহে উল্লেখ কৰিছোঁ। এইটো হ'ল খুচুৰা বাট্টা (Retail Discount)। ব্যৱসায় অনুসাৰে সাধাৰণতে বাট্টাক তিনি শ্ৰেণীত ভগাব পাৰি। যেনে—

(a) খুচুৰা বাট্টা (Retail Discount)

(b) নগদ বাট্টা (Cash Discount)

আৰু (c) বাণিজ্য বাট্টা (Trade Discount)

নগদ বাট্টা আৰু বাণিজ্য বাট্টাৰ বিষয়ে তোমালোকে পিছত শিকিব পাৰিবা। ইয়াত আমি খুচুৰা বাট্টাৰ বিষয়েহে আলোচনা কৰিম—

Copyright SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 7 ঃ এটা বস্তুৰ ছপামূল্য 1600 টকা। পূজা উপলক্ষে দোকানীয়ে বস্তুটোৰ মূল্য 10% ৰেহাই দিলে। কিমান দামত বস্তুটো বিক্ৰী কৰিব।

সমাধান ঃ ছপামূল্য = 1600 টকা

ৰেহাই = ছপামূল্যৰ 10%

= 1600 টকাৰ 10%

$= 10 \times \frac{1}{100} \times 1600$

= 160 টকা

$\therefore$ নিৰ্ণেয় বিক্ৰী মূল্য = ছপামূল্য – ৰেহাই

= (1600 – 160) টকা

= 1440 টকা

উদাহৰণ 8 ঃ এজন দোকানীয়ে 235 টকাৰ শাৰী এখন 24% খুচুৰা বাট্টা (বা ৰেহাই মূল্যত) বিক্ৰী কৰিব খুজিলে শাৰীখনৰ বেচা দাম কিমান হ'ব?

সমাধান ঃ শাৰীখনৰ ছপামূল্য = 235 টকা

শাৰীখনত ৰেহাই = প্ৰকৃত মূল্যৰ 24%

= 235 টকাৰ 24%

$= 235 \times 24 \times \frac{1}{100}$

= 65.40 টকা

$\therefore$ শাৰীখনৰ বেচাদাম = প্ৰকৃত মূল্য – ৰেহাই

= (235.00 – 56.40) টকা

= 178.60 টকা

উদাহৰণ 9 ঃ এটা কামিজৰ ছপামূল্য আছে 500 টকা। দোকানীয়ে 20% ৰেহাই দিছে। ইয়াৰ ওপৰিও বৰদিন উপলক্ষে 10% অতিৰিক্ত ৰেহাই আগবঢ়ালে। কামিজটোৰ বেচাদাম নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ কামিজটোৰ ছপামূল্য = 500 টকা

প্ৰথম ৰেহাই = ছপামূল্যৰ 20%

= 500 টকাৰ 20%

$= 500 \times 20 \times \frac{1}{100}$

= 100 টকা

$\therefore$ 20% ৰেহাই দিলে কামিজটোৰ বিক্ৰীমূল্য

= ছপামূল্য – ৰেহাই

= (500 – 100) টকা

= 400 টকা

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

অতিৰিক্ত ৰেহাই = 20% ৰেহাই দিয়া বিক্ৰীমূল্যৰ 10%

= 400 টকাৰ 10%

$= 400 \times 10 \times \frac{1}{100}$

= 40 টকা

∴ নিৰ্ণেয় বিক্ৰীমূল্য = (400 – 40) টকা

= 360 টকা

মন কৰিবলগীয়া (Note)ঃ

ক্ৰমিক শতকৰা ৰেহাই (Successive Discount) সদায় প্ৰত্যেক ৰেহাইৰ পিছত পোৱা বিক্ৰীমূল্যৰ ওপৰত নিৰ্ণয় কৰা হয়।

উদাহৰণ 10 ঃ জোতাৰ দোকানী এজনে পুৰণি জোতা এযোৰ 480 টকাত বিক্ৰী কৰিলে। জোতাযোৰত থকা ছপাদাম 600 টকা হ'লে গ্ৰাহকজনে কি হাৰত ৰেহাই পালে নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ জোতাযোৰৰ ছপামূল্য = 600 টকা

বিক্ৰীমূল্য = 480 টকা

∴ ৰেহাই = ছপামূল্য – বিক্ৰীমূল্য

= (600 – 480) টকা

= 120 টকা

600 টকা ছপামূল্য হ'লে ৰেহাই হয় 120 টকা

∴ 1 টকা ছপামূল্য হ'লে ৰেহাই হ'ব $\frac{120}{600}$ টকা

∴ 100 টকা ছপামূল্য হ'লে ৰেহাই হ'ব $\frac{120}{600} \times 100$ টকা = 20 টকা

∴ শতকৰা ৰেহাই = 20%

মন কৰা ঃ (Observe)

$$\text{শতকৰা ৰেহাই} = \frac{\text{ৰেহাই}}{\text{ছপামূল্য}} \times 100\%$$

$$= \frac{MP - SP}{MP} \times 100\%$$

টোকা ঃ আমি এই সূত্ৰটো ব্যৱহাৰ কৰিও শতকৰা ৰেহাই উলিয়াব পাৰোঁ।

উদাহৰণ 11 ঃ উৎসৱ উপলক্ষে শাৰী এখনত 35% ৰেহাই আগবঢ়োৱাৰ ফলত দোকানীয়ে 3000 টকাত শাৰীখন বিক্ৰী কৰিলে। শাৰীখনৰ ছপামূল্য কিমান আছিল?

সমাধান ঃ ধৰাহ'ল, শাৰীখনৰ ছপামূল্য = x টকা

∴ ৰেহাই = ছপামূল্যৰ 35%

= xৰ 35%

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

$= x \times 35 \times \frac{1}{100}$

$= \frac{7x}{20}$

$\therefore$ শাৰীখনৰ বিক্ৰীমূল্য $=$ ছপামূল্য $-$ ৰেহাই

$= x - \frac{7x}{20}$

$= \frac{20x - 7x}{20}$

$= \frac{13x}{20}$

প্ৰশ্নমতে, বিক্ৰীমূল্য $= 3000$

$\therefore \frac{13x}{20} = 3000$

বা $13x = 3000 \times 20$

বা $x = \frac{3000 \times 20}{13}$

$= 4615.38$ (প্ৰায়)

$\therefore$ শাৰীখনৰ ছপামূল্য $= 4615.38$ টকা

উদাহৰণ 12 ঃ এজন ৰেডিঅ' দোকানীয়ে কিনাদামৰ 25% বৃদ্ধি কৰি ছপামূল্য নিৰ্ধাৰণ কৰিলে। এতিয়া দোকানীজনে ছপামূল্যৰ ওপৰত 10% ৰেহাই দি বিক্ৰী কৰিলে। দোকানীজনৰ কিমান শতাংশ লাভ বা লোকচান হ'ল?

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল ৰেডিঅ'টোৰ কিনাদাম $= x$ টকা

$\therefore$ ছপামূল্য $= x + x$ ৰ 25%

$= x + x \times 25 \times \frac{1}{100}$

$= x + \frac{x}{4}$

$= \frac{5x}{4}$

ৰেহাই $=$ ছপামূল্যৰ 10%

$= \frac{5x}{4}$ ৰ 10%

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

$$= \frac{5x}{4} \times 10 \times \frac{1}{100}$$

$$= \frac{x}{8}$$

∴ ৰেডিঅ'টোৰ বিক্ৰীমূল্য = ছপামূল্য – ৰেহাই

$$= \frac{5x}{4} - \frac{x}{8}$$

$$= \frac{10x - x}{8}$$

$$= \frac{9x}{8}$$

যিহেতু, $\frac{9x}{8} > x$, গতিকে দোকানীজনৰ লাভ হ'ল।

∴ লাভৰ পৰিমাণ = বেচাদাম – কিনাদাম

$$= \frac{9x}{8} - x$$

$$= \frac{x}{8}$$

∴ শতকৰা লাভ $= \frac{\text{লাভ}}{\text{কিনাদাম}} \times 100\%$

$$= \frac{\frac{x}{8}}{x} \times 100\%$$

$$= \frac{x}{8} \times \frac{1}{x} \times 100\%$$

$$= 12.5\%$$

8.3 ওপৰঞ্চি ব্যয় (Overhead Expenses)

কেতিয়াবা বস্তু কিনোতে বস্তুটোৰ কিনাদামৰ উপৰি আৰু কিছুমান আনুষংগিক ব্যয় বহন কৰিবলগা হয় যেনে— যাতায়াতৰ খৰচ, শ্ৰমিকৰ খৰচ, মেৰামতি খৰচ ইত্যাদি। এনেকুৱা ধৰণৰ খৰচক বস্তুটোৰ ওপৰঞ্চি ব্যয় বোলা হয়।

ওপৰঞ্চি ব্যয় সদায় বস্তুটোৰ কিনাদামৰ লগত যোগ হৈ প্ৰকৃত কিনাদামৰ বৃদ্ধি হয়

অৰ্থাৎ, প্ৰকৃত কিনাদাম = বস্তুটো কিনা দাম + ওপৰঞ্চি ব্যয়

তলৰ উদাহৰণকেইটা মন কৰা ঃ

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 13 ঃ এটা আলমাৰি 2560 টকাত কিনি যাতায়াতৰ বাবদ 150 টকা খৰচ কৰিলে। তেওঁ কিমান টকাত আলমাৰিটো বিক্ৰী কৰিলে শতকৰা 10% লাভ হ'ব।

সমাধান ঃ আলমাৰিটোৰ কিনাদাম = 2560.00 টকা

ওপৰঞ্চি ব্যয় (যাতায়াত) = 150.00 টকা

∴ আলমাৰিটোৰ প্ৰকৃত কিনাদাম = 2710.00 টকা

লাভ = প্ৰকৃত কিনাদামৰ 10%

= 2710 টকাৰ 10%

$= 2710 \times 10 \times \frac{1}{100}$

= 271 টকা

∴ আলমাৰিটোৰ বিক্ৰীমূল্য = প্ৰকৃত কিনাদাম + লাভ

= (2710 + 271) টকা

= 2981 টকা

উদাহৰণ 14 ঃ অমৰে মটৰচাইকেল এখন 25650 টকাত কিনি আনিলে আৰু সৰুসুৰা মেৰামতিৰ বাবে 1350 টকা খৰচ কৰিলে। সি পিছত মটৰচাইকেলখন 24000 টকাত বিক্ৰী কৰিলে, তাৰ কিমান শতাংশ লোকচান হ'ল?

সমাধান ঃ মটৰচাইকেলখন কিনাদাম = 25650 টকা

ওপৰঞ্চি ব্যয় = 1350 টকা

∴ অমৰৰ প্ৰকৃত কিনাদাম = (25650 + 1350) টকা

= 27000 টকা

মটৰ চাইকেলখনৰ বেচাদাম = 24000 টকা

∴ লোকচান = প্ৰকৃত কিনাদাম – বেচাদাম

= (27000 – 24000) টকা

= 3000 টকা

∴ শতকৰা লোকচান $= \frac{\text{লোকচান}}{\text{প্ৰকৃত কিনাদাম}} \times 100\%$

$= \frac{3000}{27000} \times 100\%$

$= \frac{1}{9} \times 100\%$

= 11.11% (প্ৰায়)

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অনুশীলনী 8.2

1. এটা ৰেডিঅ'ৰ ছপামূল্য 2055 টকা। 3% ৰেহাই দি ৰেডিঅ'টো বিক্ৰী কৰিলে। ৰেডিঅ'টোৰ বেচা দাম কিমান?
2. সুমনে এখন গণিতৰ কিতাপত 10% ৰেহাই পোৱাৰ পাছত 190 টকাত কিতাপখন কিনিলে। কিতাপখনৰ ছপামূল্য কিমান আছিল?
3. ছপামূল্য 700 টকাৰ বস্তু এটা ৰমেনে 630 টকাত কিনি আনিলে তেওঁ কিমান শতাংশ ৰেহাই পালে?
4. এযোৰ ছোফাছেটৰ ছপামূল্য 30,000 টকা। নতুন বছৰৰ আৰম্ভণিৰ বাবে দোকানীয়ে ছোফাছেটযোৰ 25,000 টকাত বিক্ৰী কৰিলে তেওঁ কিমান শতাংশ ৰেহাই দিলে।
5. 10% ৰেহাই দিয়াৰ পিছত দোকানীয়ে এখন ফেন 1260 টকাত বিক্ৰী কৰিলে। ফেন খনৰ ছপামূল্য কিমান আছিল নিৰ্ণয় কৰা।
6. এটা ঘড়ীৰ ছপামূল্য 1150 টকা। পূজা উপলক্ষে কিমান শতাংশ ৰেহাই দিলে ঘড়ীটো দোকানীজনে 1000 টকাত বিক্ৰী কৰিব?
7. কাপোৰৰ দোকানী এজনে '10% ৰেহাই' বিজ্ঞাপন এখন দি সেই মতে কাপোৰ বিক্ৰী কৰিব ধৰিলে। এজন গ্ৰাহকে 6050 টকা মূল্যৰ এযোৰ ছুট, 575 টকা মূল্যৰ এটা কামিজ আৰু 875 টকা মূল্যৰ এখন শাৰী কিনিলে। গ্ৰাহকজনে মুঠতে কিমান টকাৰ ৰেহাই পালে?
8. 200 টকা মূল্যৰ কিতাপ এখন 175 টকাত বেচিলে খুচুৰা বাট্টাৰ হাৰ নিৰ্ণয় কৰা।
9. এখন ফাৰ্ণিছাৰৰ দোকানৰ পৰা এজন গ্ৰাহকে 2750 টকাত এখন মেজ কিনি $8\frac{1}{3}\%$ হাৰত ৰেহাই পায়। দোকানীয়ে প্ৰথমতে মেজখনৰ দাম কিমান কৰিছিল?
10. এজন দোকানীয়ে 600 টকা ছপামূল্যৰ কামিজ এটাত প্ৰথমে 30% ৰেহাই দিয়াৰ পিছত পুনৰ 20% ৰেহাই দিলে। দোকানীজনে কামিজটো কিমান টকাত বিক্ৰী কৰিব আৰু মুঠ শতকৰা ৰেহাই কিমান দিলে?
11. কমলে এখন গাড়ী 4,00,000 টকাত কিনি মেৰামতিৰ বাবদ 10,000 টকা খৰচ কৰিলে আৰু সি সুৰেশক 10% লাভত গাড়ীখন বিক্ৰী কৰিলে। সুৰেশে আকৌ পিছত গাড়ীখন 5% লাভত দীপকক বিক্ৰী কৰিলে। দীপকে গাড়ীখন কিমান টকাত কিনিলে?
12. এজন দোকানীয়ে এটা ৰেডিঅ' মানুহ এজনৰ পৰা 800 টকাত কিনিলে। তেওঁ মেৰামতিৰ বাবদ 200 টকা খৰচ কৰিলে আৰু ৰেডিঅ'টো আন এজনক 1300 টকাত বিক্ৰী কৰিলে। তেওঁৰ শতকৰা লাভ কিমান হ'ল?
13. মিগমে 1200 টকাৰে এটা ইস্ত্ৰি কিনিলে। যাতায়াতৰ বাবদ তেওঁৰ 40 টকা খৰচ হ'ল। তেওঁ কিমান টকাত ইস্ত্ৰিটো বিক্ৰী কৰিলে লাভ 25% হ'ব?

8.4 চক্ৰবৃদ্ধি (মিশ্ৰসুত) (Compound Interest)

সপ্তম শ্ৰেণীৰ পাঠত সুত, সুতমূল বা সবৃদ্ধিমূলৰ বিষয়ে আমি আলোচনা কৰিছিলোঁ। তেতিয়া আমি সুত বুলিলে কেৱল সৰল সুতৰ কথাহে বুজিছিলোঁ। য'ত মূলধন সদায় একেই থাকে। এই পাঠত আমি এক অন্য ধৰণৰ

Copyright SCERT, Assam not to be republished

সুতৰ আলোচনা কৰিম য'ত নিৰ্দিষ্ট সময়ৰ মূৰে মূৰে মূলধনৰ লগত সেই সময়খিনিৰ সৰল সুত যোগ হৈ নতুন বৰ্ধিত মূলধনৰ ওপৰত সুত গণনা কৰা হয়। এনেধৰণে গণনা কৰা সুতক **চক্ৰবৃদ্ধি বা মিশ্ৰসুত (Compound Interest)** বোলা হয়। এই পাঠত আমি বহলভাৱে মিশ্ৰসুতৰ বিষয়ে জানিম আৰু সৰল সুতৰ বিষয়েও অলপ পুনৰালোচনা কৰিম।

বিভিন্ন প্ৰয়োজনত মানুহে বেলেগ বেলেগ উৎস বা বেংকৰ পৰা টকা ধাৰে লয়। এনেদৰে লোৱা ধাৰ বা ঋণ পৰিশোধ কৰাৰ সময়ত ধাৰে লোৱা টকাখিনিৰ উপৰি নিৰ্দিষ্ট হাৰত আৰু কিছু টকা দিবলগীয়া হয়। এই ওপৰঞ্চি টকাখিনিকে সুত বোলে। যি পৰিমাণৰ টকা ধাৰ লোৱা হয় তাকেই **মূলধন (Principal)** বোলে। সুত আৰু মূলক একেলগে **সুত-মূল** বা **সবৃদ্ধিমূল (Amount)** বোলে।

টকা জমা থোৱা বা টকা ধাৰ লোৱাৰ ক্ষেত্ৰত সুতৰ বন্দোবস্ত থাকে। সচৰাচৰ এনে বন্দোবস্ত 100 টকাৰ ওপৰত 1 বছৰৰ বাবে হয় আৰু এই হাৰত মূলধন আৰু সুতৰ সময়ৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি সুতৰ পৰিমাণ নিৰ্ণয় কৰা হয়। এই 100 টকাৰ 1 বছৰৰ সুতক **শতকৰা বছৰি সুতৰ হাৰ** বা **শতাংশ সুত (Rate of Interest)** বুলি কোৱা হয়।

উদাহৰণ স্বৰূপে 100 টকাৰ এবছৰত 5 টকা সুত ধৰিলে 'শতকৰা বছৰি 5 টকা হাৰে' (5 percent per annum) বুলি কোৱা হয় আৰু ইয়াক সংক্ষেপে **সুতৰ হাৰ 5%** বোলা হয়। সময়ৰ উল্লেখ নাথাকিলে শতকৰা বছৰি হাৰকেই বুজায়।

সুত দুই প্ৰকাৰৰ — (a) সৰল সুত (Simple Interest)
(b) মিশ্ৰসুত বা চক্ৰবৃদ্ধি (Compound Interest)

(a) সৰল সুত (Simple Interest) : কেৱল মূলধনৰ ওপৰত সুত গণনা কৰিলে তাক সৰল সুত বোলে।

সৰল সুত $I = \frac{P \times R \times T}{100}$ য'ত P = মূলধন
R = সুতৰ হাৰ
T = সুতৰ সময় (বছৰৰ হিচাপত)

সবৃদ্ধিমূল (A) = মূলধন (P) + সুত (I)

এটা উদাহৰণ চাওঁ আহা

উদাহৰণ 15 ঃ শতকৰা বছৰি 5% হাৰে 500 টকাৰ 3 বছৰৰ সৰল সুত আৰু সবৃদ্ধিমূল নিৰ্ণয় কৰা।

প্ৰথম পদ্ধতি (ঐকিক নিয়ম)

যিহেতু সুতৰ হাৰ = 5%

$\therefore$ 100 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত = 5 টকা

$\therefore$ 1 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত $= \frac{5}{100}$ টকা

$\therefore$ 500 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত $= \frac{5}{100} \times 500$ টকা

= 25 টকা

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

500 টকাৰ 3 বছৰৰ সুত $= 25 \times 3$ টকা

$= 75$ টকা

$\therefore$ নিৰ্ণেয় সৰল সুত $= 75$ টকা

সবৃদ্ধিমূল = মূলধন (P) + সুত (I) = 500 + 75 = 575 টকা

দ্বিতীয় পদ্ধতি (সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি)

প্ৰশ্নমতে, সুতৰ হাৰ $R = 5$

মূলধন $P = 500$

সুতৰ সময় $T = 3$ বছৰ

$\therefore$ নিৰ্ণেয় সৰল সুত, $I = \frac{P \times R \times T}{100}$

$= \frac{500 \times 5 \times 3}{100}$

$= 75$ টকা

সবৃদ্ধিমূল $A = P + I = 500 + 75 = 575$ টকা

$\therefore$ সৰল সুত 75 টকা আৰু সবৃদ্ধিমূল 575 টকা

(b) মিশ্ৰসুত বা চক্ৰবৃদ্ধি (Compound Interest) ঃ

আমি আগতে পাই আহিছো যে কেৱল মূলধনৰ ওপৰত সুত আৰোপ কৰিলে তাক সৰল সুত বোলে। যেতিয়া কোনো নিৰ্দিষ্ট সময়ৰ (6 মাহ বা এবছৰ) শেষত দিবলগীয়া সুত মূলধনৰ লগত যোগ হৈ নতুন বৰ্ধিত মূলধনৰ (বা সবৃদ্ধিমূলৰ) ওপৰত পিছৰ সময়ৰ সুত গণনা কৰা হয় তেতিয়া সেই সুতক মিশ্ৰসুত বা চক্ৰবৃদ্ধি বোলে। এটা উদাহৰণৰ সহায়ত বুজি চাওঁ আহা—

অৰুণৰ দেউতাকে বছৰি 10% হাৰে 10,000 টকা ঋণ লৈ দুবছৰৰ মূৰত সুতে-মূলে বেংকক 12,100 টকা পৰিশোধ কৰিলে। অৰ্থাৎ 2100 টকাৰ সুত দিবলগীয়া হ'ল। অৰুণে সৰল সুতৰ সূত্ৰ $\frac{P \times R \times T}{100}$ ব্যৱহাৰ কৰি দেখিলে যে সুতৰ পৰিমাণ 2000 টকাহে হয়। অৰ্থাৎ দেউতাকে 100 টকা বেছিকৈ দিবলগা হ'ল। তেওঁৰ মনত প্ৰশ্ন উদয় হ'ল যে বেংকে 100 টকা কিয় বেছিকৈ ল'লে? তেওঁ গণিতৰ শ্ৰেণীত শিক্ষকক ইয়াৰ কাৰণটো কি হ'ব পাৰে সুধিলে। তেতিয়া শিক্ষকে তলৰ কথাখিনি বুজাই ক'লে—

বছৰি 10% হাৰে এবছৰত 10,000 টকাৰ সুত হয় 1000 টকা। দ্বিতীয় বছৰত সুতটো মূলধনৰ লগত যোগ হৈ সেই বছৰটোত মূলধন হয়গৈ 11,000 টকা। এতিয়া, একে হাৰত 11,000 টকাৰ দ্বিতীয় বছৰটোত সুত হয় 1100 টকা। গতিকে সবৃদ্ধিমূল বা সুতমূল হ'ব 11000 + 1100 = 12100 টকা। সেইকাৰণে দেউতাকে সুত হিচাপে মুঠ 2100 টকা দিবলগীয়া হৈছে।

এনেদৰে যেতিয়া কোনো নিৰ্দিষ্ট সময়ৰ (যেনে এবছৰ বা ছমাহ) অন্তত দিবলগীয়া সুত মূলধনৰ লগত যোগ হৈ নতুন বৰ্ধিত মূলধনৰ (বা সবৃদ্ধিমূলৰ) ওপৰত পাছৰ সুত গণনা কৰা হয় তেতিয়া সেই সুতক মিশ্ৰসুত বা চক্ৰবৃদ্ধি সুত বোলা হয়। গতিকে, চক্ৰবৃদ্ধি সুতত প্ৰথম বছৰৰ (বা ছমাহৰ) সুতমূল দ্বিতীয় বছৰৰ (বা ছমাহৰ) মূলধন হয়। আকৌ দ্বিতীয় বছৰৰ (বা ছমাহৰ) অন্তত হোৱা সুতমূল তৃতীয় বছৰৰ (বা ছমাহৰ) বাবে মূলধন হয়। ইত্যাদি।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

তলৰ উদাহৰণবোৰ মন কৰা ঃ

উদাহৰণ 16 ঃ 500 টকাৰ শতকৰা বছৰি 10 টকা হাৰে 3 বছৰৰ মিশ্ৰসুত আৰু সবৃদ্ধিমূল নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ প্ৰথম বছৰৰ মূলধন = 500 টকা

10% হাৰে 500 টকাৰ সুত = 500 × 10% = 50 টকা

∴ প্ৰথম বছৰৰ শেষত সুতমূল = 550 টকা

অৰ্থাৎ দ্বিতীয় বছৰৰ মূলধন = 550 টকা

10% হাৰে 550 টকাৰ সুত = 550 × 10% = 55 টকা

(এই 550 টকাৰ ওপৰত দ্বিতীয় বছৰৰ সুত গণনা কৰা হয়)

∴ দ্বিতীয় বছৰৰ শেষত সুতমূল = 605 টকা

অৰ্থাৎ তৃতীয় বছৰৰ মূলধন = 605 টকা

10% হাৰে 605 টকাৰ সুত = 605 × 10% = 60.50 টকা

তৃতীয় বছৰৰ শেষত সবৃদ্ধিমূল = 665.50 টকা

নিৰ্ণেয় মিশ্ৰসুত = (665.50 – 500.00) টকা

= 165.50 টকা

আৰু 3 বছৰৰ সবৃদ্ধিমূল = 665.50 টকা

উদাহৰণ 17 ঃ সুত গণনাৰ সময় ছমাহ ধৰি বছৰি 10% হাৰত সুত ল'লে 1000 টকাৰ এবছৰ 6 মাহৰ মিশ্ৰসুত কিমান হ'ব নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ 1 বছৰ 6 মাহ $= \left(1+\frac{1}{2}\right)$ বছৰ

শতকৰা বছৰি 10% হাৰত সুত ল'লে

100 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত 10 টকা

∴ 100 টকাৰ 6 মাহৰ সুত 5 টকা [যিহেতু সুত প্ৰতি ছমাহৰ মূৰত হিচাপ কৰা হৈছে]

প্ৰথম মূলধন = 1000 টকা

প্ৰথম ছমাহৰ সুত 1000 × 5% = 50 টকা

দ্বিতীয় ছমাহৰ বাবে নতুন মূলধন = 1050 টকা

দ্বিতীয় ছমাহৰ বাবে সুত = $1050 \times \frac{5}{100}$ টকা = 52.50 টকা

তৃতীয় ছমাহৰ বাবে নতুন মূলধন = 1102.50 টকা

তৃতীয় ছমাহৰ সুত 1102.50 × 5% = 55.125 টকা

∴ $1\frac{1}{2}$ বছৰৰ পাছত সুতমূল =1157.625 টকা

∴ নিৰ্ণেয় মিশ্ৰসুত = (1157.625 – 1000.00) টকা = 157.625 টকা = 157.63 টকা

[আসন্ন মান লোৱা হৈছে]

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অনুশীলনী 8.3

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ (1ৰ পৰা 6 লৈ) সবৃদ্ধিমূল, মিশ্ৰসুত নিৰ্ণয় কৰা

1. 300 টকাৰ 3% হাৰে 2 বছৰৰ।
2. 4,000 টকাৰ 2% হাৰে 3 বছৰৰ।
3. 10,000 টকাৰ 4% হাৰে 2 বছৰৰ।
4. 7,000 টকাৰ 3% হাৰে 3 বছৰৰ।
5. 1,500 টকাৰ 10% হাৰে 2 বছৰৰ।
6. 900 টকাৰ 5% হাৰে 3 বছৰৰ।
7. প্ৰতি 6 মাহৰ মূৰে মূৰে সুত গণনা কৰিলে 2000 টকাৰ 1½ বছৰত 4% বছৰি সুতৰ হাৰত মিশ্ৰসুত নিৰ্ণয় কৰা।

8.4.1 মিশ্ৰসুতৰ সূত্ৰ (Formula for Compound Interest)ঃ

ধৰা, মূলধন P টকা

শতকৰা বছৰি সুতৰ হাৰ r %

বছৰৰ সংখ্যা n আৰু n বছৰৰ মূৰত সুতমূল A_n

প্ৰথম বছৰত মূলধন $= P$

r % হাৰে P টকাৰ 1 বছৰৰ সুত $= P$ৰ $r\,\% = P \times \frac{r}{100}$

প্ৰথম বছৰৰ শেষত সুতমূল (A_1) $= P + P \times \frac{r}{100}$

$$= P\left(1+\frac{r}{100}\right)$$

$\therefore$ দ্বিতীয় বছৰৰ মূলধন $= A_1$

এতিয়া, r % হাৰে A_1 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত $= A_1$ৰ $r\,\% = A_1 \times \frac{r}{100}$

দ্বিতীয় বছৰৰ শেষত সুতমূল (A_2) $= A_1 + A_1 \times \frac{r}{100}$

$$= A_1\left(1+\frac{r}{100}\right)$$

$$= P\left(1+\frac{r}{100}\right)\left(1+\frac{r}{100}\right) \quad \left[\because\ A_1 = P\left(1+\frac{r}{100}\right)\right]$$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

$$= P\left(1+\frac{r}{100}\right)^2$$

∴ তৃতীয় বছৰৰ মূলধন $= A_2$

r % হাৰে A_2 টকাৰ 1 বছৰৰ সুত $= A_2$ৰ r % $= A_2 \times \frac{r}{100}$

তৃতীয় বছৰৰ শেষত সুতমূল $(A_3) = A_2 + A_2 \times \frac{r}{100}$

$$= A_2\left(1+\frac{r}{100}\right)$$

$$= P\left(1+\frac{r}{100}\right)^2\left(1+\frac{r}{100}\right) \qquad \left[\because A_2 = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^2\right]$$

$$\therefore \quad A_3 = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^3$$

এনেধৰণে ***n*** বছৰৰ অন্তত,

সুতমূল $A_n = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$

আমি সুতমূল A_n ক Aৰে বুজালে

$$A = P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$$

∴ n বছৰৰ মিশ্ৰসুত $= P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n - P$

মন কৰিবলগীয়া ঃ

1. প্ৰথম বছৰৰ বাবে সৰল সুত (SI_1) আৰু মিশ্ৰসুত (CI_1)ৰ মাজত পাৰ্থক্য নাই। কাৰণ মূলধন একেই থাকে। অৰ্থাৎ $SI_1 = CI_1$
2. দ্বিতীয় বছৰৰ শেষত মিশ্ৰসুত (CI_2) আৰু সৰল সুত (SI_2) ৰ পাৰ্থক্য

$$CI_2 - SI_2 = \left[P\left(1+\frac{r}{100}\right)^2 - P\right] - \frac{P\times r\times 2}{100}$$

$$= \left[P\left(1+\frac{2r}{100}+\frac{r^2}{10000}\right) - P\right] - \frac{2Pr}{100}$$

$$= P + \frac{2Pr}{100} + \frac{Pr^2}{10000} - P - \frac{2Pr}{100}$$

$$= \frac{Pr^2}{10000}$$

$$\therefore \quad CI_2 - SI_2 = \frac{Pr^2}{(100)^2}$$

উদাহৰণ 18 ঃ 500 টকাৰ 10% সুতৰ হাৰত 3 বছৰৰ অন্তত সুতমূল আৰু মিশ্ৰসুত নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ ইয়াত মূলধন P = 500.00 টকা

সুতৰ হাৰ $r\%$ = 10% বা $r = 10$

সুতৰ সময় $n = 3$ বছৰ

$\therefore$ সুতমূল A $= 500\left(1+\frac{10}{100}\right)^3$

$= 500\left(1+\frac{1}{10}\right)^3$

$= 500 \times \left(\frac{11}{10}\right)^3$

$= 500 \times \frac{11\times11\times11}{10\times10\times10}$

$= \frac{1331}{2}$

$= 665.50$

$\therefore$ 3 বছৰৰ মিশ্ৰসুত = A – P

= (665.50 – 500.00) টকা

= 165.50 টকা

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 19 ঃ বছৰি 10% হাৰত প্ৰতি ছমাহৰ মূৰে মূৰে মিশ্ৰসুতত হিচাপ কৰিলে 1000 টকাৰ $1\frac{1}{2}$ বছৰত মিশ্ৰসুত কিমান হ'ব নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ ইয়াত মূলধন P = 1000 টকা

সুতৰ হাৰ $r\,\% = \frac{10}{2}\% = 5\%$

আকৌ, $1\frac{1}{2}$ বছৰত 3 টা ছমাহ থাকে। যিহেতু সুত প্ৰতি ছমাহৰ মূৰে মূৰে গণনা হৈছে, গতিকে

সুতৰ সময় $n = 3$

$$\therefore \quad A = 1000\left(1+\frac{5}{100}\right)^3$$

$$= 1000 \times \left(1+\frac{1}{20}\right)^3$$

$$= 1000 \times \left(\frac{21}{20}\right)^3$$

$$= 1000 \times \frac{21\times21\times21}{20\times20\times20}$$

$$= \frac{9261}{8}$$

$= 1157.625$

$= 1157.63$ (প্ৰায়)

$\therefore$ নিৰ্ণেয় মিশ্ৰসুত $= A - P$

$= (1157.63 - 1000.00)$ টকা

$= 157.63$ টকা (প্ৰায়)

টোকা ঃ আগৰ অংশত আলোচনা কৰা উদাহৰণকেইটাক ইয়াত সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি কৰা হৈছে।

উদাহৰণ 20 ঃ মিশ্ৰ সুতত শতকৰা বছৰি কি হাৰে 2 বছৰত 400 টকাৰ 441 টকা হ'ব।

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল সুতৰ হাৰ r%

ইয়াত, মূলধন P = 400 টকা

সুতৰ সময় $n = 2$ বছৰ

সবৃদ্ধিমূল A = 441 টকা

আমি জানো যে,

$$P\left(1+\frac{r}{100}\right)^n = A$$

$$\therefore \quad 400\left(1+\frac{r}{100}\right)^2 = 441$$

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

বা $\left(1+\frac{r}{100}\right)^2 = \frac{441}{400} = \left(\frac{21}{20}\right)^2$

উভয় পক্ষৰ বৰ্গমূল লৈ পাওঁ,

বা $1 + \frac{r}{100} = \frac{21}{20}$

বা $\frac{r}{100} = \frac{21}{20} - 1$

$= \frac{21-20}{20}$

$= \frac{1}{20}$

বা $r = \frac{1}{20} \times 100 = 5$

$\therefore$ নিৰ্ণেয় সুতৰ হাৰ 5%

উদাহৰণ 21 ঃ কি মূলধনৰ ওপৰত 2 বছৰৰ মিশ্ৰসুত আৰু সৰল সুতৰ পাৰ্থক্য 150 টকা হ'ব, যদি সুতৰ হাৰ 4% হয়?

সমাধান ঃ ধৰাহ'ল মূলধন = P টকা

সুতৰ সময় $n = 2$ বছৰ

সুতৰ হাৰ $r\,\% = 4\%$ বা $r = 4$

আমি জানো যে,

$$CI_2 - SI_2 = \frac{Pr^2}{(100)^2}$$

চৰ্তমতে, $150 = \frac{Pr^2}{100^2}$

বা $150 = \frac{P \times 4^2}{100^2}$

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

বা $$150 = \frac{16P}{10000}$$

বা $$P = \frac{150 \times 10000}{16}$$

$$= 150 \times 625$$

$$= 93750$$

∴ নিৰ্ণেয় মূলধন = 93750 টকা

উদাহৰণ 22 ঃ এবছৰত এখন চহৰৰ জনসংখ্যা 2% বৃদ্ধি হয়। কিন্তু পিছৰ বছৰত 2% জনসংখ্যা কমে। যদি 2 বছৰৰ শেষত চহৰখনৰ মুঠ জনসংখ্যা আছিল 249900। প্ৰথম বছৰৰ আৰম্ভণিত জনসংখ্যা কিমান আছিল ?

সমাধান ঃ ধৰা হ'ল আৰম্ভণিৰ জনসংখ্যা = P

2% বৃদ্ধিৰ হাৰে প্ৰথম বছৰৰ অন্তত মুঠ জনসংখ্যা $= P\left(1+\frac{2}{100}\right)$

$$= \frac{51}{50}P$$

অৰ্থাৎ দ্বিতীয় বছৰৰ আৰম্ভণিতে জনসংখ্যা $= \frac{51}{50}P$

প্ৰশ্নমতে দ্বিতীয় বছৰত জনসংখ্যা 2% কমে। অৰ্থাৎ $r = -2$

গতিকে, দ্বিতীয় বছৰৰ অন্তত মুঠ জনসংখ্যা $= \frac{51}{50}P\left(1+\frac{-2}{100}\right)$

$$= \frac{51}{50}P \times \frac{98}{100}$$

$$= \frac{51}{50} \times \frac{49}{50}P$$

চৰ্তমতে, $\frac{51}{50} \times \frac{49}{50}P = 249900$

বা $\frac{51 \times 49P}{50 \times 50} = 249900$

বা $P = \frac{24990 \times 50 \times 50}{51 \times 49}$

$= 2,50,000$

∴ প্ৰথম বছৰৰ আৰম্ভণিত চহৰখনৰ জনসংখ্যা আছিল 2,50,000 জন।

[মন কৰা যে এই উদাহৰণটো চক্ৰবৃদ্ধি সুত সম্পৰ্কীয় নহয় যদিও ইয়াৰ সমাধানত ব্যৱহৃত পদ্ধতিটো একেই ধৰণৰ।]

Copyright, SCERT Assam not to be republished

অনুশীলনী 8.4

তলৰ প্ৰশ্নকেইটাৰ (1 ৰ পৰা 6 লৈ) সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি সুতমূল (সমৃদ্ধিমূল) আৰু মিশ্ৰসুত নিৰ্ণয় কৰা।

1. 300 টকাৰ 3% হাৰে 2 বছৰৰ।
2. 4,000 টকাৰ 2% হাৰে 3 বছৰৰ।
3. 10,000 টকাৰ 4% হাৰে 2 বছৰৰ।
4. 7,000 টকাৰ 3% হাৰে 3 বছৰৰ।
5. 1,500 টকাৰ 10% হাৰে 2 বছৰৰ।
6. 900 টকাৰ 5% হাৰে 3 বছৰৰ।
7. 1000 টকাৰ বছৰি 4% সুতৰ হাৰত 9 মাহৰ মিশ্ৰসুত সূত্ৰ প্ৰয়োগ কৰি নিৰ্ণয় কৰা, যদি প্ৰতি 3 মাহৰ মূৰে মূৰে সুত গণনা কৰা হয়।
8. প্ৰতি 6 মাহৰ মূৰে মূৰে সুত গণনা কৰিলে 2000 টকাৰ $1\frac{1}{2}$ বছৰত 4% বছৰি সুতৰ হাৰত মিশ্ৰসুত নিৰ্ণয় কৰা।
9. মিশ্ৰসুতত কি মূলধনৰ ওপৰত 4% বছৰি সুতৰ হাৰত 2 বছৰত সুতমূল 4500 টকা হ'বগৈ?
10. মিশ্ৰসুতত শতকৰা বছৰি কি হাৰে 576 টকা 2 বছৰৰ মূৰত 625 টকা হ'ব?
11. মিশ্ৰসুত শতকৰা বছৰি কি হাৰে 3 বছৰৰ মূৰত 64 টকা, 125 টকা হ'ব নিৰ্ণয় কৰা।
12. 500 টকাৰ শতকৰা বছৰি 10 টকা হাৰে 2 বছৰৰ মূৰত মিশ্ৰসুত আৰু সৰল সুতৰ পাৰ্থক্য নিৰ্ণয় কৰা।
13. কিমান টকাৰ 2 বছৰত 4% হাৰে চক্ৰবৃদ্ধি আৰু সৰল সুতৰ পাৰ্থক্য 1 টকা হ'ব নিৰ্ণয় কৰা।

8.5 পণ্য সামগ্ৰী আৰু সেৱা কৰ (Goods and Service Tax) ঃ

কৰ হ'ল কোনো ব্যক্তি, ব্যৱসায়িক প্ৰতিষ্ঠান অথবা কোনো সংগঠনে বাধ্যতামূলকভাৱে চৰকাৰক সময়মতে ভৰিবলগীয়া ধনৰ পৰিমাণ যি ধন চৰকাৰে জনসাধাৰণৰ সেৱাৰ্থে নিয়োজিত কৰে। কৰ প্ৰধানতঃ দুই প্ৰকাৰৰ— প্ৰত্যক্ষ কৰ **(Direct Tax)** আৰু পৰোক্ষ কৰ **(Indirect Tax)**।

প্ৰত্যক্ষ কৰ হ'ল এনে এবিধ কৰ যাক চৰকাৰে জনসাধাৰণৰ পৰা তেওঁলোকৰ আয় তথা সংগৃহীত সা-সম্পত্তিৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি আদায় কৰে।

পৰোক্ষ কৰ হ'ল আন এবিধ কৰ যাক কোনো মধ্যৱৰ্তী সংগঠনৰ মাধ্যমত জনসাধাৰণৰ পৰা আদায় কৰা হয়। বিক্ৰী কৰ, সেৱা কৰ, আৱকাৰী কৰ, আমোদ কৰ, মূল্য সংযোজিত কৰ ইত্যাদি কৰসমূহ পৰোক্ষ কৰৰ আওতাত ধৰা হয়। বৰ্তমান এই পৰোক্ষ কৰসমূহ একেলগ কৰি পণ্য সামগ্ৰী আৰু সেৱা কৰ বা জি এছ টি নাম দিয়া হৈছে। মূলতঃ এক ধৰণৰ কৰ ব্যৱস্থা প্ৰৱৰ্তনৰ উদ্দেশ্যে জি এছ টি প্ৰণয়ন কৰা হৈছিল যদিও বৰ্তমানলৈ সেয়া সম্ভৱ হৈ উঠা নাই।

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

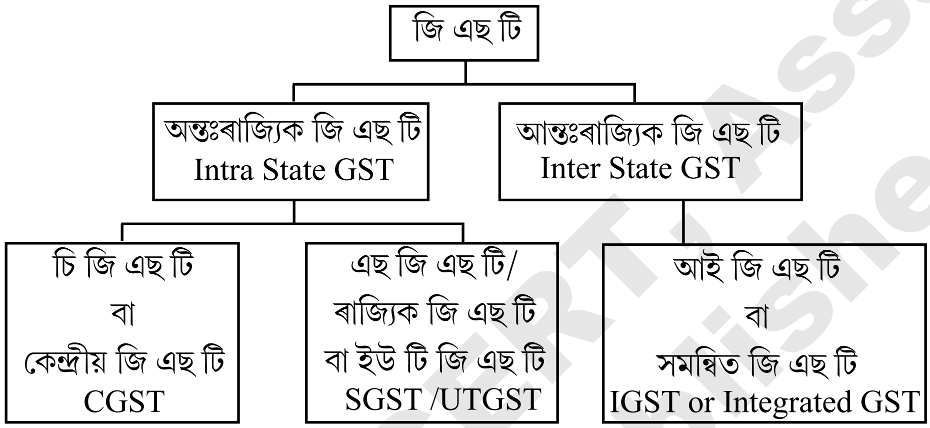
প্ৰধানতঃ জি এছ টি দুই প্ৰকাৰৰ (1) অন্তঃৰাজ্যিক জি এছ টি (Intra State GST) আৰু (2) আন্তঃৰাজ্যিক জি এছ টি (Inter State GST)

অন্তঃৰাজ্যিক লেনদেনত লগোৱা কৰ হ'ল —

(i) চি জি এছ টি বা কেন্দ্ৰীয় জি এছ টি (Central GST) আৰু

(ii) এছ জি এছ টি বা ৰাজ্যিক জি এছ টি (State GST)/ইউ টি জি এছ টি বা কেন্দ্ৰীয় শাসিত অঞ্চল জিএছটি

নিম্নোক্ত ছবিখনে জি এছ টিৰ শ্ৰেণীসমূহ স্পষ্টভাৱে বুজাত সহায় কৰিব।



8.5.1 বিভিন্ন বিক্ৰীৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰযোজ্য জি এছ টিৰ শ্ৰেণীসমূহ (GST Slabs on Sale)

বিক্ৰীৰ পৰিসৰ	**আৰোপিত কৰ**
ৰাজ্যৰ ভিতৰত স্থানীয় বিক্ৰীৰ ক্ষেত্ৰত	চি জি এছ টি + এছ জি এছ টি/ইউ টি জি এছ টি
ৰাজ্যৰ বাহিৰত কেন্দ্ৰীয় বিক্ৰীৰ ক্ষেত্ৰত	আই জি এছ টি (Integrated GST) অৰ্থাৎ সমন্বিত জি এছ টি

জি এছ টিৰ হাৰ (Rate of GST)

ধৰা হওক চৰকাৰে কোনো সামগ্ৰীৰ ওপৰত 5% জি এছ টি ঘোষণা কৰিলে। যদি আমি সামগ্ৰীবিধ ৰাজ্যৰ ভিতৰত বিক্ৰী কৰোঁ তেন্তে আমি 2.5% চি জি এছ টি আৰু 2.5% এছ জি এছ টি আদায় কৰিব লাগিব।

যদি সামগ্ৰীবিধ ৰাজ্যৰ বাহিৰত বিক্ৰী কৰোঁ তেন্তে আমি 5% আই জি এছ টি আদায় কৰিব লাগিব।

গতিকে **আই জি এছ টিৰ ওপৰত আৰোপিত হাৰ = চি জি এছ টিৰ ওপৰত আৰোপিত কৰ + এছ জি এছ টি/ইউ টি জি এছ টিৰ ওপৰত আৰোপিত কৰ।**

Copyright SCERT Assam not to be republished

নিম্নোক্ত ছবিখনলৈ মন কৰা ঃ

বিক্ৰীৰ ধৰণ

↓ ৰাজ্যৰ ভিতৰত স্থানীয় বিক্ৰী → আৰোপিত কৰ: চি জি এছ টি + এছ জি এছ টি

↓ আন্তঃৰাজ্যিক বিক্ৰী → আৰোপিত কৰ: আই জি এছ টি

ধৰা হ'ল বিক্ৰী মূল্য	=100000 টকা
চি জি এছ টি 2.5% =	2500 টকা
এছ জি এছ টি 2.5% =	2500 টকা
মুঠ	=105000 টকা

বিক্ৰী মূল্য	=100000 টকা
আই জি এছ টি 5% =	5000 টকা
মুঠ	=105000 টকা

উদাহৰণ 23 ঃ ধৰা হ'ল, সামগ্ৰীৰ ওপৰত চি জি এছ টিৰ হাৰ 9% আৰু এছ জি এছ টিৰ হাৰ 9% ; 20000 টকা বিক্ৰীমূল্যৰ বিল এখন প্ৰস্তুত কৰা যদি বিক্ৰী স্থানীয় পৰ্যায়ত অৰ্থাৎ ৰাজ্যখনৰ ভিতৰতে হয়।

সমাধান ঃ

বিক্ৰীমূল্য	20000 টকা
চি জি এছ টি (9%)	1800 টকা
এছ জি এছ টি (9%)	1800 টকা
মুঠ	23600 টকা

উদাহৰণ 24 ঃ ওপৰৰ সমস্যাটো যদি বিক্ৰী আন্তঃৰাজ্যিক পৰ্যায়ত হয়, তেন্তে কি হ'ব?

সমাধান ঃ

বিক্ৰীমূল্য	20000 টকা
আই জি এছ টি (18%)	3600 টকা
মুঠ	23,600 টকা

উদাহৰণ 25 ঃ অসমৰ ভিতৰতে আদান-প্ৰদান কৰাৰ ক্ষেত্ৰত সৰ্বোচ্চ খুচুৰা মূল্য =12,000 টকা, ৰেহাই = 30%, জি এছ টি = 18% অনুসাৰে মুঠ ৰেহাইৰ পৰিমাণ, বিক্ৰীমূল্য, চি জি এছ টি, এছ জি এছ টি আৰু আই জি এছ টি নিৰ্ধাৰণ কৰাৰ লগতে বিলৰ পৰিমাণ উলিওৱা।

সমাধান ঃ ইয়াত সৰ্বোচ্চ খুচুৰা মূল্য 12000 টকা

30% ৰেহাই বাবে মুঠ ৰেহাইৰ পৰিমাণ = 12000 টকাৰ 30%

$= \frac{30}{100} \times 12000$ টকা

= 3600 টকা

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

গতিকে বিক্ৰী মূল্য = (12000 – 3600) টকা

= 8400 টকা

চি জি এছ টি = 8400 টকাৰ 9%

$= 8400 \times \frac{9}{100}$ টকা

= 756 টকা

এছ জি এছ টি = 8400 টকাৰ 9% = 756 টকা

আই জি এছ টি = 0

বিলৰ পৰিমাণ = বিক্ৰীমূল্য + চি জি এছ টি + এছ জি এছ টি

= (8400 + 756 + 756) টকা

= 9912 টকা

অনুশীলনী 8.5

1. দিল্লীৰ এটা প্ৰতিষ্ঠানৰ পৰা জয়পুৰৰ এটা প্ৰতিষ্ঠানলৈ হোৱা লেনদেনৰ হিচাপ এনেধৰণৰ — সৰ্বোচ্চ খুচুৰা মূল্য 60,000 টকা, ৰেহাই 20%, জি এছ টি (GST) 28% হ'লে ৰেহাইৰ পৰিমাণ, বিক্ৰীমূল্য, চি জি এছ টি, এছ জি এছ টি, আই জি এছ টি আৰু বিলৰ পৰিমাণ উলিওৱা।

2. গুৱাহাটীৰ এটা বিতৰণ কেন্দ্ৰৰ পৰা ধুবুৰীৰ এটা বিতৰণ কেন্দ্ৰলৈ হোৱা লেনদেনৰ হিচাপ এনে ধৰণৰ— সৰ্বোচ্চ খুচুৰা মূল্য 90,000 টকা, ৰেহাই 30%, এছ জি এছ টি 9%, চি জি এছ টি 9% হ'লে বিক্ৰীমূল্য, এছ জি এছ টি, চি জি এছ টি, আই জি এছ টি আৰু বিলৰ পৰিমাণ উলিওৱা।

3. তলৰ বিলখনৰ খালী ঠাইবোৰ পূৰ কৰি বিলৰ পৰিমাণ উলিওৱা ঃ

সামগ্ৰী	সামগ্ৰীৰ সংখ্যা	সৰ্বোচ্চ খুচুৰা মূল্য (MRP)	মুঠ (MRP)	ৰেহাই	ৰেহাইৰ পৰিমাণ	বিক্ৰীমূল্য	চি জি এছ টি 2.5%	এছ জি এছ টি 2.5%
A	12	50	600	10%	60	540	13.50	13.50
B	30	60	1800	15%	-----	-----	38.25	-----
C	10	35	-----	12%	-----	308	-----	7.70
D	6	15	-----	10%	-----	-----	-----	-----
						-----	-----	-----

Copyright SCERT, Assam
not to be republished

আমি কি শিকিলোঁ

1. লাভ বা লোকচান বস্তু এটাৰ কিনাদামৰ ওপৰত নিৰ্ভৰশীল। যেতিয়া বস্তু এটাৰ বেচাদাম কিনাদামতকৈ বেছি হয় তেতিয়া বিক্ৰেতাজনৰ লাভ হয় আৰু যেতিয়া বস্তু এটাৰ বেচাদাম কিনাদামতকৈ কম হয় তেতিয়া বিক্ৰেতাজনৰ লোকচান হয়। গতিকে

   (i) লাভ = বেচাদাম – কিনাদাম $p = \text{SP} - \text{CP}$

   (ii) লোকচান = কিনাদাম – বেচাদাম $l = \text{CP} - \text{SP}$

   (iii) লাভৰ শতাংশ ($p\%$) = $\frac{\text{লাভ}}{\text{কিনাদাম}} \times 100\%$ বা $\left(\frac{\text{SP}-\text{CP}}{\text{CP}}\right) \times 100\%$

   (iv) লোকচানৰ শতাংশ ($l\%$) = $\frac{\text{লোকচান}}{\text{কিনাদাম}} \times 100\%$ বা $\left(\frac{\text{CP}-\text{SP}}{\text{CP}}\right) \times 100\%$

   (v) বেচাদাম = $\left(\frac{100 - \text{লোকচানৰ শতাংশ}}{100}\right) \times$ কিনাদাম; কিনাদাম = $\frac{100}{100\text{-লোকচানৰ শতাংশ}} \times$ বেচাদাম

   (vi) বেচাদাম = $\left(\frac{100 + \text{লাভৰ শতাংশ}}{100}\right) \times$ কিনাদাম; কিনাদাম = $\left(\frac{100}{100 + \text{লাভৰ শতাংশ}}\right) \times$ বেচাদাম

2. ৰেহাই বা বাট্টা সদায় বস্তুটোৰ ছপামূল্যৰ ওপৰত নিৰ্ধাৰিত কৰা হয়।

   ৰেহাই = ছপামূল্য (MP) – বিক্ৰীমূল্য (SP)

   শতকৰা ৰেহাই = $\frac{\text{ৰেহাই}}{\text{ছপামূল্য}} \times 100\%$ বা $\left(\frac{\text{MP}-\text{SP}}{\text{MP}}\right) \times 100\%$

3. বস্তু এটা কিনোতে লগত যিখিনি ওপৰঞ্চি কৰিবলগীয়া হয় তাক ওপৰঞ্চি ব্যয় বোলে। বস্তু এটাৰ প্ৰকৃত কিনাদাম = কিনাদাম + ওপৰঞ্চি ব্যয়

4. আগৰ বছৰৰ সবৃদ্ধিমূলৰ ওপৰত যি সুত উলিওৱা হয়, সেই সুতক মিশ্ৰসুত বোলে। মিশ্ৰ সুত আৰু সৰল সুত প্ৰথম বছৰত একেই পৰিমাণৰ। তাৰ পিছৰ বছৰবোৰত মিশ্ৰসুত > সৰলসুত

5. সবৃদ্ধিমূল উলিওৱা সূত্ৰটো হৈছে— $\text{A} = \text{P}\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$

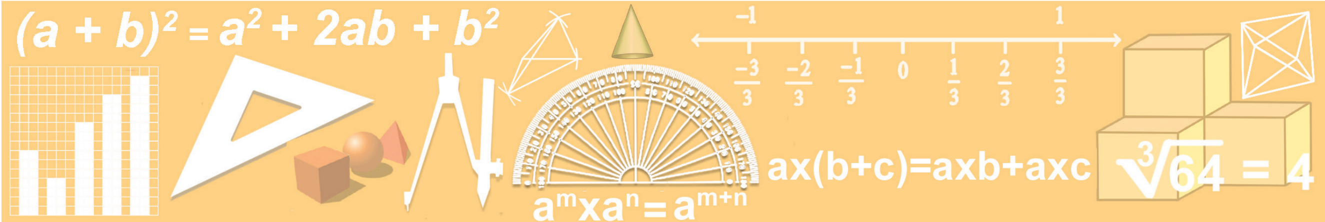
   য'ত A = সবৃদ্ধিমূল, P = মূলধন, r = বাৰ্ষিক সুতৰ হাৰ, n = বছৰৰ সংখ্যা

   আনহাতে মিশ্ৰসুত $= \text{A} - \text{P} = \text{P}\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n - \text{P}$

6. জি এছ টি হৈছে এবিধ পৰোক্ষ কৰ। জি এছ টি কৰ দুই প্ৰকাৰৰ— অন্তঃৰাজ্যিক আৰু আন্তঃৰাজ্যিক। অন্তঃৰাজ্যিক কৰ আকৌ দুই ধৰণৰ— চি জি এছ টি আৰু এছ জি এছ টি। আনহাতে আন্তঃৰাজ্যিক কৰ হৈছে আই জি এছ টি।

❑❑❑

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished



অধ্যায়-9

বীজগণিতীয় ৰাশি আৰু অভেদসমূহ
(Algebraic Expressions and Identities)

U2A2N2

আমি আগৰ শ্ৰেণীত বীজগণিতীয় ৰাশিৰ পাঠটোত কি শিকিছিলোঁ মনত পেলাওঁ আহাঁ—

☆ বীজগণিতীয় ৰাশি গঠন

☆ ৰাশিৰ পদ আৰু পদৰ উৎপাদকসমূহ

☆ সহগ, সদৃশ আৰু অসদৃশ পদ

☆ একপদ, দ্বিপদ, ত্ৰিপদ আৰু বহুপদ ৰাশি

☆ বীজগণিতীয় ৰাশিৰ যোগ আৰু বিয়োগ

☆ চলকৰ নিৰ্দিষ্ট মানৰ বাবে ৰাশিৰ মান নিৰ্ণয়।

এই অধ্যায়ত আমি বীজগণিতীয় ৰাশিৰ পূৰণৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম। তাৰ আগতে বীজগণিতীয় ৰাশিৰ যোগ আৰু বিয়োগ কৰাৰ নিয়মসমূহ মনত পেলাওঁ আহা।

☆ দুটা সদৃশ পদহে যোগ নাইবা বিয়োগ কৰিব পাৰি।

☆ সাংখ্যিক সহগযুক্ত দুটা বা তাতকৈ বেছি সদৃশ পদৰ যোগফল বা বিয়োগ ফল সাংখ্যিক সহগৰ যোগ বা বিয়োগফলৰ সহায়ত কৰা হয়। যেনে $3x + 2x = (3 + 2)x = 5x$, $7x - 3x = (7 - 3)x = 4x$ ইত্যাদি।

☆ অসদৃশ পদসমূহ যোগ বা বিয়োগ কৰিব নোৱাৰি।

☆ দুটা বা ততোধিক বীজগণিতীয় ৰাশিৰ যোগ নাইবা বিয়োগ কৰোঁতে সদৃশ পদবোৰ একেলগ কৰি যোগ বা বিয়োগ কৰিব লাগে আৰু অসদৃশ পদসমূহ যিদৰে আছে সেইদৰে ৰাখিব লাগে।

9.1 বীজগণিতীয় ৰাশিৰ পূৰণ (Multiplication of Algebraic expressions):

তোমালোকে ইতিমধ্যে পৰিমেয় সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰত বিভিন্ন বিধি শিকি আহিছা। উদাহৰণস্বৰূপে, যদি a, b, c যিকোনো তিনিটা পৰিমেয় সংখ্যা হয় তেন্তে

$a + b = b + a$ [যোগৰ ক্ৰম বিনিয়ম বিধি]

$(a + b) + c = a + (b + c)$ [যোগৰ সহযোগ বিধি]

$a \times b = b \times a$ [পূৰণৰ ক্ৰম বিনিময় বিধি]

$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ [পূৰণৰ সহযোগ বিধি]

$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ [যোগৰ ওপৰত পূৰণৰ বিতৰণ বিধি]

$1 \times a = a$ [পূৰণৰ অভেদ বিধি]

$0 \times a = 0$

$a + 0 = a = 0 + a$ [যোগৰ অভেদ বিধি]

যিহেতু বীজগণিতীয় চিহ্নবোৰ সংখ্যা বুজাবলৈ ব্যৱহাৰ কৰা হয়, গতিকে সংখ্যাৰ আটাইবোৰ বিধি বীজগণিতীয় ৰাশিৰ ক্ষেত্ৰতো প্ৰযোজ্য হ'ব।

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

মনত পেলোৱা

ধনাত্মক, ঋণাত্মক অথবা উভয় প্ৰকাৰৰ ৰাশিৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত অনুসৰণ কৰিবলগীয়া বিধিসমূহ

$(+)\times(+) = +$	$(+)\times(-) = -$	$(-)\times(+) = -$	$(-)\times(-) = +$
$7 \times 3 = 21$	$7 \times (-3) = -21$	$(-7) \times 3 = -21$	$(-7) \times (-3) = 21$

9.1.1 দুটা বা ততোধিক একপদ ৰাশিৰ পূৰণ (Multiplication of two or more monomials)

তলৰ উদাহৰণকেইটালৈ মন কৰা

(i) $5 \times 6x = 5 \times (6 \times x) = (5 \times 6) \times x = 30x$ [পূৰণৰ সহযোগ বিধি]

(ii) $x \times 7y = x \times 7 \times y = (x \times 7) \times y = (7 \times x) \times y$ [ক্ৰম বিনিময় বিধি]

$= 7 \times x \times y = 7xy$

(iii) $6x \times (-7y) \times 8xy = 6 \times x \times (-7) \times y \times 8 \times x \times y$

$= 6 \times (-7) \times 8 \times x \times y \times x \times y$ (ক্ৰম বিনিময় বিধি)

$= (-42) \times 8 \times x \times x \times y \times y$ (ক্ৰম বিনিময় বিধি)

$= -336 \times x^2 \times y^2$ [মন কৰা, $x \times x = x^{1+1} = x^2$ আৰু $y \times y = y^{1+1} = y^2$]

$= -336x^2y^2$

মন কৰা

পূৰণফলৰ সাংখ্যিক সহগ = ৰাশিবোৰৰ সাংখ্যিক সহগৰ পূৰণফল
পূৰণফলৰ বীজগণিতীয় সহগ = উৎপাদকবোৰৰ বীজগণিতীয় সহগৰ পূৰণফল

গতিকে দুটা বা ততোধিক একপদ ৰাশিৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰথমতে ৰাশিকেইটাৰ সহগবোৰ ওচৰা-ওচৰিকৈ লিখি একে জাতীয় বীজগণিতীয় উৎপাদকবোৰ ওচৰা-ওচৰিকৈ লিখিব লাগে। তাৰ পাছত সহগবোৰৰ পূৰণফল উলিয়াই সূচকৰ বিধিমতে বীজগণিতীয় উৎপাদকবোৰৰ পূৰণফল উলিয়াব লাগে। (শেষত সংখ্যা আৰু চলকবোৰৰ মাজৰ পৰা পূৰণ (×) চিন উঠাই দিব লাগে।)

আন কেইটামান উদাহৰণ মন কৰা

উদাহৰণ 1 ঃ পূৰণফল উলিওৱা $5x \times (-8x^3y)$

সমাধান ঃ $5x \times (-8x^3y)$

$= 5 \times (-8) \times x \times x^3 \times y$

$= -40 \times x^4 \times y$

$= -40x^4y$

সূচকৰ বিধি
$a^m \times a^n = a^{m+n}$

উদাহৰণ 2 ঃ পূৰণফল উলিওৱা— $3l^2m \times 4lm^2 \times 5mn$

সমাধান ঃ $3l^2m \times 4lm^2 \times 5mn$

$= 3 \times 4 \times 5 \times l^2 \times l \times m \times m^2 \times m \times n$

$= 60 \times l^3 \times m^4 \times n$

$= 60l^3m^4n$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

কাৰ্য ঃ তলত দিয়া পূৰণৰ তালিকাখনৰ খালী ঘৰবোৰ সম্পূৰ্ণ কৰা ঃ

$\times$	$6x$	$-3y$	$7xy$	$-5x^2y$	$8x^2y^3$
$6x$		$6x \times (-3y) = -18xy$			
$-3y$	$(-3y) \times 6x = -18xy$				
$7xy$					
$-5x^2y$				$(-5x^2y) \times (-5x^2y) = 25x^4y^2$	
$8x^2y^3$			$8x^2y^3 \times 7xy = 56x^3y^4$		

9.1.2 একপদ ৰাশিক দ্বিপদ বা ত্ৰিপদ ৰাশিৰে পূৰণ (Multiplication of a monomial by a binomial or trinomial)

এই উদাহৰণটোলৈ মন কৰা $3 \times 204 = 612$

ইয়াক আমি এই ধৰণেৰেও লিখিব পাৰোঁ

$3 \times 204 = 3 \times (200 + 4)$

$= (3 \times 200) + (3 \times 4)$ $[a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ বিধি ব্যৱহাৰ কৰি]

$= 600 + 12$

$= 612$

মন কৰিছানে, আমি ইয়াত পূৰণৰ বিতৰণ বিধি ব্যৱহাৰ কৰিছোঁ। বীজগণিতীয় ৰাশিৰ পূৰণৰ ক্ষেত্ৰতো যেতিয়া একপদ, দ্বিপদ বা বহুপদ ৰাশিৰ পূৰণৰ কথা আহে তেতিয়া এই বিধি ব্যৱহাৰ কৰিব লাগিব।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 3 ঃ পূৰণফল উলিওৱা $3x \times (9x^2 + 3)$

সমাধান ঃ $3x \times (9x^2 + 3) = (3x \times 9x^2) + (3x \times 3)$ [$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ বিধি ব্যৱহাৰ কৰি]

$= 3 \times 9 \times x \times x^2 + 3 \times 3 \times x$

$= 27x^3 + 9x$

উদাহৰণ 4 ঃ পূৰণফল উলিওৱা $(3x + 5xy) \times 2x^2$

সমাধান ঃ $(3x + 5xy) \times 2x^2 = (3x \times 2x^2) + (5xy \times 2x^2)$ [$\because (a+b) \times c = a \times c + b \times c$]

$= 3 \times 2 \times x \times x^2 + 5 \times 2 \times x \times x^2 \times y$

$= 6x^3 + 10x^3y$

উদাহৰণ 5 ঃ পূৰণফল উলিওৱা $3m^2 \times (5m^2 - 2m + 1)$

সমাধান ঃ $3m^2 \times (5m^2 - 2m + 1) = (3m^2 \times 5m^2) - (3m^2 \times 2m) + (3m^2 \times 1)$

$= 3 \times 5 \times m^2 \times m^2 - 3 \times 2 \times m^2 \times m + 3m^2$

$= 15m^4 - 6m^3 + 3m^2$

9.1.3 দ্বিপদ ৰাশিক দ্বিপদ বা ত্ৰিপদ ৰাশিৰে পূৰণ (Multiplication of binomial by a binomial or trinomial)

ধৰা, যিকোনো দুটা দ্বিপদ ৰাশি $(3x + 2)$ আৰু $(7x + 3y)$ পূৰণ কৰিব লাগে। আগতে কৰাৰ দৰে ইয়াতো পূৰণৰ বিতৰণ বিধি ব্যৱহাৰ কৰিব লাগিব।

$(3x + 2) \times (7x + 3y) = 3x \times (7x + 3y) + 2 \times (7x + 3y)$

$= (3x \times 7x) + (3x \times 3y) + (2 \times 7x) + (2 \times 3y)$

$= 21x^2 + 9xy + 14x + 6y$

উদাহৰণ 6 ঃ পূৰণফল উলিওৱা $(7x + 2y) \times (11x - 4y)$

সমাধান ঃ $(7x + 2y) \times (11x - 4y) = 7x \times (11x - 4y) + 2y \times (11x - 4y)$

$= (7x \times 11x) - (7x \times 4y) + (2y \times 11x) - (2y \times 4y)$

$= 77x^2 - 28xy + 22yx - 8y^2$

$= 77x^2 - 28xy + 22xy - 8y^2$ [$\because xy = yx$]

$= 77x^2 - 6xy - 8y^2$

উদাহৰণ 7 ঃ পূৰণফল উলিওৱা $(4xy^2 + 5) \times (3xy - 5xy^2)$

সমাধান ঃ $(4xy^2 + 5) \times (3xy - 5xy^2)$

$= 4xy^2 \times (3xy - 5xy^2) + 5 \times (3xy - 5xy^2)$

$= (4xy^2 \times 3xy) - (4xy^2 \times 5xy^2) + (5 \times 3xy) - (5 \times 5xy^2)$

$= 12x^2y^3 - 20x^2y^4 + 15xy - 25xy^2$

মন কৰা যে ইয়াত এটাও সদৃশ পদ নাই

Copyright SCERT, Assam not to be republished

এতিয়া ধৰা দ্বিপদ ৰাশি $(a + 2b)$ক ত্ৰিপদ ৰাশি $(2a^2b + 2a + 3b)$ ৰে পূৰণ কৰিব লাগে।

$$(a + 2b)(2a^2b + 2a + 3b) = a \times (2a^2b + 2a + 3b) + 2b \times (2a^2b + 2a + 3b)$$
$$= 2a^3b + 2a^2 + 3ab + 4a^2b^2 + 4ab + 6b^2$$
$$= 2a^3b + 2a^2 + 4a^2b^2 + (3ab + 4ab) + 6b^2$$
$$= 2a^3b + 2a^2 + 4a^2b^2 + 7ab + 6b^2$$

উদাহৰণ 8 ঃ পূৰণফল উলিওৱা $(3x^2 + 2x + 5) \times (2x^2 - 3)$

সমাধান ঃ $(3x^2 + 2x + 5) \times (2x^2 - 3)$

$$= 3x^2 \times (2x^2 - 3) + 2x \times (2x^2 - 3) + 5 \times (2x^2 - 3)$$
$$= 6x^4 - 9x^2 + 4x^3 - 6x + 10x^2 - 15$$
$$= 6x^4 + 4x^3 - 9x^2 + 10x^2 - 6x - 15$$
$$= 6x^4 + 4x^3 + x^2 - 6x - 15$$

সৰল কৰা ঃ

উদাহৰণ 9 ঃ $2xy(x - y)$ৰ লগত $3x(2xy + 5y)$ যোগ কৰা।

সমাধান ঃ প্ৰথম ৰাশি $= 2xy(x - y) = 2x^2y - 2xy^2$

দ্বিতীয় ৰাশি $= 3x(2xy + 5y) = 6x^2y + 15xy$

ৰাশি দুটা যোগ কৰি,

$$\begin{array}{rrrr} & 2x^2y & -2xy^2 & \\ + & 6x^2y & & +15xy \\ \hline & 8x^2y & -2xy^2 & +15xy \end{array}$$

উদাহৰণ 10 ঃ $(4y + 3)(3y^2 + 5y - 7)$ৰ লগত $5(y^3 - 4y^2 + 2)$ যোগ কৰা।

সমাধান ঃ প্ৰথম ৰাশি $= (4y + 3)(3y^2 + 5y - 7)$

$= 4y(3y^2 + 5y - 7) + 3(3y^2 + 5y - 7)$ [বিতৰণ বিধি প্ৰয়োগ কৰি]

$= 12y^3 + 20y^2 - 28y + 9y^2 + 15y - 21$ [বিতৰণ বিধি প্ৰয়োগ কৰি]

$= 12y^3 + (20y^2 + 9y^2) - (28y - 15y) - 21$

$= 12y^3 + 29y^2 - 13y - 21$

দ্বিতীয় ৰাশি $= 5(y^3 - 4y^2 + 2)$

$= 5y^3 - 20y^2 + 10$ [বিতৰণ বিধি প্ৰয়োগ কৰি]

ৰাশি দুটা যোগ কৰি পাওঁ

$$\begin{array}{rrrrr} & 12y^3 & +29y^2 & -13y & -21 \\ + & 5y^3 & -20y^2 & & +10 \\ \hline & 17y^3 & +9y^2 & -13y & -11 \end{array}$$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 11 ঃ $(l + m)(3l + 2m)$ ৰ পৰা $m(12l - m)$ বিয়োগ কৰা।

সমাধান ঃ প্ৰথম ৰাশি $= (l + m)(3l + 2m)$

$= l(3l + 2m) + m(3l + 2m)$

$= 3l^2 + 2ml + 3ml + 2m^2$

$= 3l^2 + 5ml + 2m^2$

দ্বিতীয় ৰাশি $= m(12l - m)$

$= 12ml - m^2$

প্ৰথম ৰাশিৰ পৰা দ্বিতীয় ৰাশি বিয়োগ কৰি,

$$\begin{array}{rrrrr} & 3l^2 & + & 5ml & + & 2m^2 \\ (-) & & & 12ml & - & m^2 \\ & & (-) & & (+) & \\ \hline & 3l^2 & - & 7ml & + & 3m^2 \end{array}$$

উদাহৰণ 12 ঃ ৰাশিসমূহ সৰল কৰা

(i) $(2p + 4)(3p + 8)$

(ii) $n(6 + m) - 2(m - n)$

সমাধান ঃ (i) $(2p + 4)(3p + 8) = 2p(3p + 8) + 4(3p + 8)$

$= 6p^2 + 16p + 12p + 32$

$= 6p^2 + 28p + 32$

(ii) $n(6 + m) - 2(m - n) = 6n + mn - 2m + 2n$

$= 6n + 2n + mn - 2m$

$= 8n + mn - 2m$

অনুশীলনী 9.1

1. পূৰণফল উলিওৱা ঃ

(i) $3x^2 \times 11xy \times \frac{2}{3}y^2$ (ii) $(-5x) \times 3a^2 \times (-3ax)$

(iii) $(-3pq) \times (-15p^3q^3) \times q^2$ (iv) $3x(5x^2 + 8)$

(v) $\frac{2}{3}y(18y^2 - y)$ (vi) $(-8a^3)(a + 3b + 2c)$

(vii) $(3mn - 2n)(-2m^2n)$ (viii) $(9x^2 + 4x + 3) \times 11x$

(ix) $(20a^2 - 3b^2 + ab) \times (-7b^2)$ (x) $3x^3y^2(xy + xy^3 - 2)$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

2. পূৰণফল উলিওৱা ঃ

(i) $(x^2 + y)(3x^2y - y^2)$

(ii) $(7x - 2y)(2x + 7y)$

(iii) $\left(\frac{1}{4}a^2 + 3b\right)\left(a^3 + \frac{2}{3}b^2\right)$

(iv) $(1.5x - 2.5y)(2.5x - 1.5y)$

(v) $(3x + 4y)(2x^2 + 3y + xy)$

(vi) $(2xy + 5x^2)(x^5y^4 - x^3y^2 + xy)$

(vii) $(3a^2b^2 - 4c)(a^3b^3 + 2a^4b^3c^3 - 6abc)$

(viii) $(4x^2y - 5xy^2 + 3xy)(3x^3y - 2)$

(ix) $(2x + 3y + z)(5x + 2y + 1)$

(x) $(3x^3 - 2y^2 + z)(3x^3 + 2y^2 - z)$

3. তলত দিয়া ৰাশিসমূহ সৰল কৰা ঃ

(i) $3x(5x + 8) - 10x$

(ii) $(2m + 3m^2)(-2mn)$

(iii) $8(3a + 4b) + 5$

(iv) $2x^2(4x - 1) + 3x(x - 3)$

4. সৰল কৰা ঃ

(i) $(p + q^2)(q^2 - p) + 15$

(ii) $(a - b)(a^2 + ab + b^2) + 3b^3$

(iii) $y^2(y^3 + 3x) + y(2xy + y^2)$

(iv) $\left(\frac{2}{3}x^4y^3 + \frac{4}{9}xy^3\right) \times \frac{1}{4} - \frac{1}{6}x^4y^3$

(v) $y^3(4y + 5) - (2y + 1)(y^3 + 2y^2 + 1)$

(vi) $(1.2l - 2.5m)(2.5l + 0.2m + 1.2) + 0.06l + 7m$

9.2 কেইটামান বীজগণিতীয় অভেদ (Some Algebraic Identities)

যিবোৰ সমতাৰ উক্তি চলকৰ যিকোনো মানৰ বাবে শুদ্ধ হয় তেনেবোৰ উক্তিকে **অভেদ (Identity)** বোলে।

এতিয়া আমি বীজগণিতত সচৰাচৰ প্ৰয়োগ হোৱা কেতবোৰ অভেদৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম। এই অভেদসমূহ এটা দ্বিপদ ৰাশিক আন এটা দ্বিপদ ৰাশিৰে পূৰণ কৰি পোৱা যায়।

9.2.1 প্ৰথমে আমি **দ্বিপদ ৰাশি $(x + a)$ ক দ্বিপদ ৰাশি $(x + b)$ ৰে পূৰণ** কৰোঁ আহা।

$$\begin{aligned}(x + a)(x + b) &= x(x + b) + a(x + b)\\ &= x^2 + xb + ax + ab\\ &= x^2 + bx + ax + ab\\ &= x^2 + (a + b)x + ab\end{aligned}$$

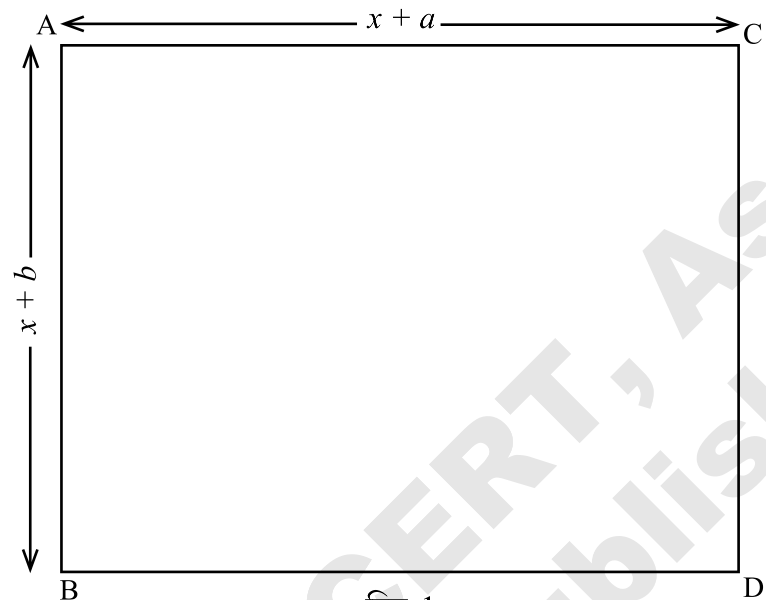
বিতৰণ বিধি আৰু ক্ৰম বিনিময় বিধি ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে

$$\therefore\ \mathbf{(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab}$$

Copyright SCERT, Assam not to be republished

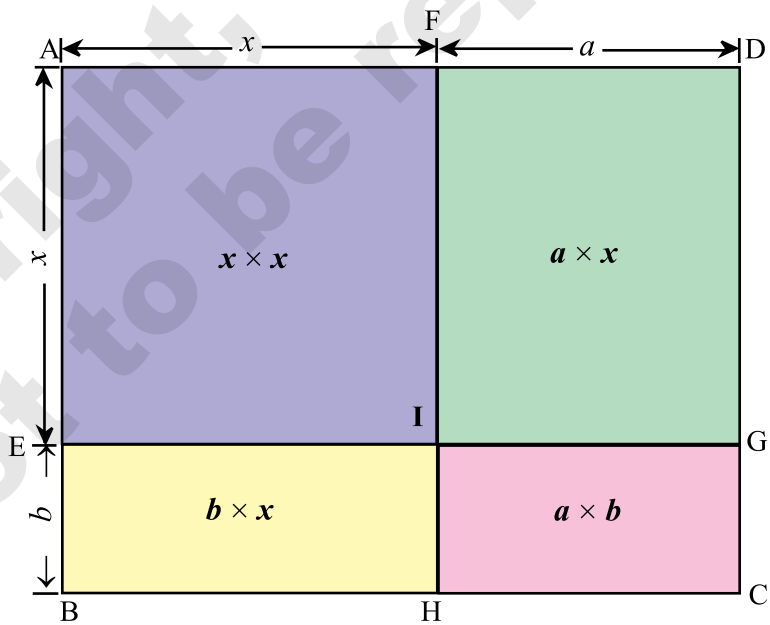
এই উক্তিটোৰ বাওঁপক্ষ আৰু সোঁপক্ষ x ৰ যিকোনো মানৰ বাবে সমান। অৰ্থাৎ x ৰ যিকোনো মানৰ বাবে ওপৰৰ সমতাটো সত্য। সেয়ে এটা $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ অভেদ।

এই অভেদক আমি জ্যামিতিকভাৱে সত্যাপণ কৰিব পাৰোঁ। দৈৰ্ঘ্য $(x + a)$ আৰু প্ৰস্থ $(x + b)$ বিশিষ্ট এটা আয়ত ABCD অংকন কৰা হ'ল (চিত্ৰ-1)। [তোমালোকে $x = 5$ চে মি, $a = 4$ চে মি, $b = 2$ চে মি আদি মান ল'ব পাৰিবা।]



চিত্ৰ-1

তাৰ পাছত ABCD আয়তক চিত্ৰ-2 ত দেখুওৱা ধৰণে চাৰিটা ভাগত ভাগ কৰা হ'ল।



চিত্ৰ-2

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

ABCD আয়তৰ কালি = AEIF বৰ্গৰ কালি + FIGD আয়তৰ কালি + EBHI আয়তৰ কালি + IHCG আয়তৰ কালি

বা, $(x + a) \times (x + b) = x \times x + a \times x + b \times x + a \times b$

অথবা, $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

কাৰ্য ঃ তোমালোকে x, a আৰু b ৰ মান বেলেগ বেলেগ কৰি লৈ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ অভেদটোৰ জ্যামিতিকভাৱে সত্যাপণ কৰা।

উদাহৰণ 13 ঃ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ অভেদটো ব্যৱহাৰ কৰি পূৰণফল উলিওৱা

(i) $(2x + 3)(2x + 7)$

(ii) $(x + 8)(x - 5)$

(iii) $(3x^2 - 5)(3x^2 + 6)$

(iv) $(p^2 - 15)(p^2 - 10)$

(v) 102×97

সমাধান ঃ (i) $(2x + 3)(2x + 7) = (2x)^2 + (3 + 7)2x + 3 \times 7$

$= 4x^2 + 10 \times 2x + 21$

$= 4x^2 + 20x + 21$

(ii) $(x + 8)(x - 5) = (x + 8)\{x + (-5)\}$

$= x^2 + \{8 + (-5)\}x + 8 \times (-5)$

$= x^2 + (8 - 5)x - 40$

$= x^2 + 3x - 40$

(iii) $(3x^2 - 5)(3x^2 + 6) = \{3x^2 + (-5)\}(3x^2 + 6)$

$= (3x^2)^2 + \{(-5) + 6\} \times 3x^2 + (-5) \times 6$

$= 9x^4 + (6 - 5)3x^2 - 30$

$= 9x^4 + 3x^2 - 30$

(iv) $(p^2 - 15)(p^2 - 10) = (p^2)^2 + \{(-15) + (-10)\} \times p^2 + (-15) \times (-10)$

$= p^4 + (-15 - 10)p^2 + 150$

$= p^4 - 25p^2 + 150$

(v) $102 \times 97 = (100 + 2) \times (100 - 3)$

$= (100)^2 + \{2 + (-3)\} \times 100 + 2 \times (-3)$

$= 10000 + (-1) \times 100 - 6$

$= 10000 - 106$

$= 9894$

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

9.2.2 এতিয়া আমি যিকোনো **এটা দ্বিপদ ৰাশি $(a + b)$ ৰ বৰ্গৰ** মান উলিয়াওঁ আহা।

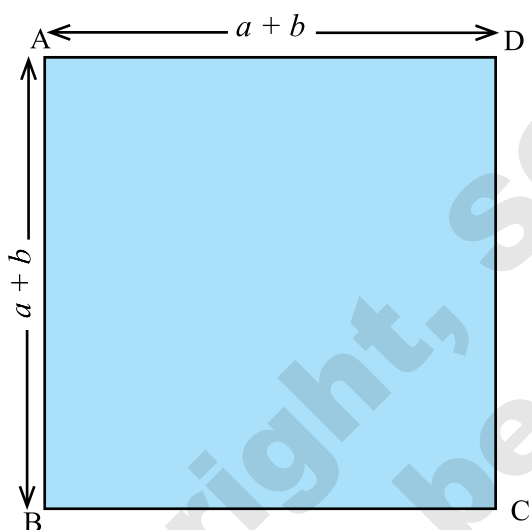
$$(a + b)^2 = (a + b) \times (a + b)$$
$$= a(a + b) + b(a + b)$$
$$= a^2 + ab + ba + b^2 \qquad [\because \quad a^2 = a \times a \,; \quad b^2 = b \times b]$$
$$= a^2 + ab + ab + b^2 \qquad [\text{ ক্ৰম বিনিময় বিধিমতে } ab = ba]$$
$$= a^2 + 2ab + b^2$$

গতিকে $\boldsymbol{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$

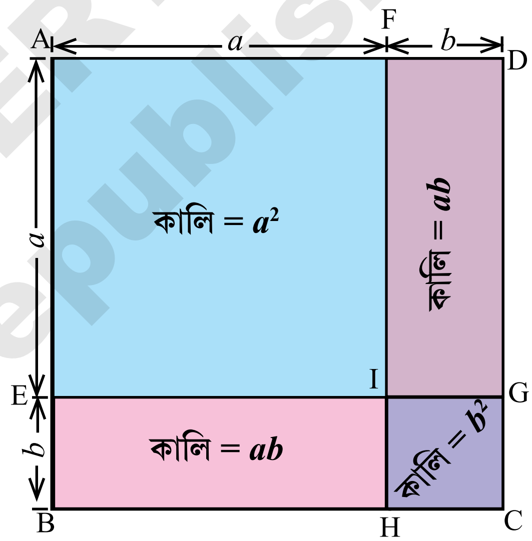
বা, **(প্ৰথম পদ + দ্বিতীয় পদ)^2 = (প্ৰথম পদ)^2 + 2 × (প্ৰথম পদ) × (দ্বিতীয় পদ) + (দ্বিতীয় পদ)^2**

যিহেতু বাওঁফালৰ দ্বিপদ ৰাশি দুটাৰ প্ৰকৃত পূৰণ কৰি সোঁফালৰ ৰাশিটো পোৱা গৈছে, গতিকে ই এটা অভেদ। এই সমতাটো a আৰু bৰ যিকোনো মানৰ বাবে সত্য।

এই অভেদটো জ্যামিতিক চিত্ৰৰ সহায়ত সত্যাপন কৰিবলৈ চিত্ৰ-1ত দেখুওৱা ধৰণে $(a + b)$ একক দৈৰ্ঘ্যৰ এটা বৰ্গ ABCD লোৱা হৈছে। চিত্ৰ -2ত ABCD বৰ্গটোক চাৰিটা ভাগত ভাগ কৰা হ'ল।



চিত্ৰ-1



চিত্ৰ-2

ABCD বৰ্গৰ কালি = AEIF বৰ্গৰ কালি + EBHI আয়তৰ কালি + FIGD আয়তৰ কালি + IHCG বৰ্গৰ কালি

অৰ্থাৎ $(a + b) \times (a + b) = a \times a + b \times a + a \times b + b \times b$

বা $(a + b)^2 = a^2 + ba + ab + b^2$

বা $(a + b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 \qquad [\because ab = ba]$

বা $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

উদাহৰণ 14 ঃ অভেদ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ব্যৱহাৰ কৰি পূৰণফল উলিওৱা ঃ

(i) 203^2 (ii) $(3p+5)^2$ (iii) $(7x^2+2y)^2$

সমাধান ঃ

(i) $203^2 = (200+3)^2$
$= (200)^2 + 2 \times 200 \times 3 + 3^2$
$= 40000 + 1200 + 9$
$= 41209$

(ii) $(3p+5)^2 = (3p)^2 + 2 \times 3p \times 5 + 5^2$
$= 9p^2 + 30p + 25$

(iii) $(7x^2+2y)^2 = (7x^2)^2 + 2 \times 7x^2 \times 2y + (2y)^2$
$= 49x^4 + 28x^2y + 4y^2$

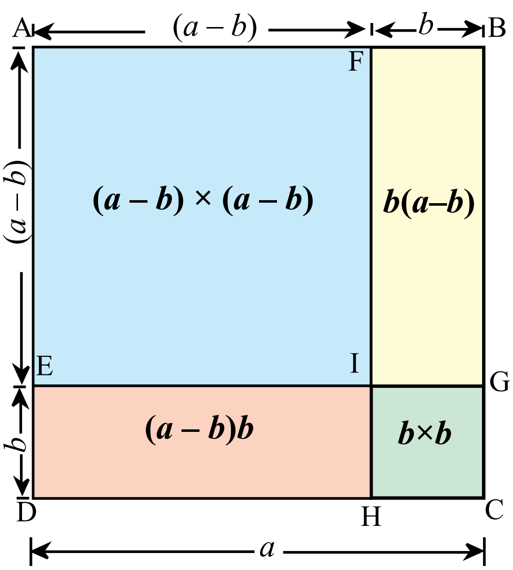
9.2.3 এইবাৰ আমি যিকোনো **এটা দ্বিপদ ৰাশি $(a-b)$ ৰ বৰ্গৰ** মান উলিয়াওঁ আহা।

$(a-b)^2 = (a-b) \times (a-b)$
$= a(a-b) - b(a-b)$
$= a^2 - ab - ba + b^2$
$= a^2 - ab - ab + b^2$ $[\because ab = ba]$
$= a^2 - 2ab + b^2$

গতিকে $\boldsymbol{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

অৰ্থাৎ **(প্ৰথম পদ – দ্বিতীয় পদ)^2 =(প্ৰথম পদ)^2 – 2 ×(প্ৰথম পদ) ×(দ্বিতীয় পদ) + (দ্বিতীয় পদ)^2**

এই অভেদৰ জ্যামিতিক সত্যাপনৰ বাবে a বাহুবিশিষ্ট এটা বৰ্গ ABCD অংকন কৰা হ'ল। এই ডাঙৰ বৰ্গটোক এতিয়া দুটা সৰু বৰ্গ [কালি ক্ৰমে $(a-b)^2$ আৰু b^2] আৰু দুটা আয়ত [প্ৰত্যেকৰে কালি $b(a-b)$]ত ভাগ কৰা হ'ল তলৰ চিত্ৰত দেখুওৱাৰ দৰে।



ABCD বৰ্গৰ কালি = AEIF বৰ্গৰ কালি
+ FIGB আয়তৰ কালি
+ EDHI আয়তৰ কালি
+ IHCG বৰ্গৰ কালি

বা $a \times a = (a-b)(a-b) + b(a-b) + (a-b)b + b \times b$

বা $a^2 = (a-b)^2 + ba - b^2 + ab - b^2 + b^2$

বা $a^2 = (a-b)^2 + ab + ab - b^2 - b^2 + b^2$

বা $a^2 = (a-b)^2 + 2ab - b^2$

বা $(a-b)^2 + 2ab - b^2 = a^2$

বা $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

উদাহৰণ 15 ঃ অভেদ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ব্যৱহাৰ কৰি পূৰণফল উলিওৱা ঃ

(i) 498^2 (ii) $(7a+2b)^2$ (iii) $\left(\frac{2}{3}x^2 - 5\right)^2$

সমাধান ঃ (i) 498^2

$$= (500-2)^2$$
$$= (500)^2 - 2 \times 500 \times 2 + 2^2$$
$$= 250000 - 2000 + 4$$
$$= 248000 + 4$$
$$= 248004$$

(ii) $(7a-2b)^2$

$$= (7a)^2 - 2 \times 7a \times 2b + (2b)^2$$
$$= 49a^2 - 28ab + 4b^2$$

(iii) $\left(\frac{2}{3}x^2 - 5\right)^2$

$$= \left(\frac{2}{3}x^2\right)^2 - 2 \times \frac{2}{3}x^2 \times 5 + 5^2$$
$$= \frac{4}{9}x^4 - \frac{2\times2\times5}{3}x^2 + 25$$
$$= \frac{4}{9}x^4 - \frac{20}{3}x^2 + 25$$

9.2.4 দ্বিপদ ৰাশি $(a+b)$ ক দ্বিপদ ৰাশি $(a-b)$ ৰে পূৰণ কৰোঁ আহা

$$(a+b)(a-b) = a(a-b) + b(a-b)$$
$$= a^2 - ab + ba - b^2$$
$$= a^2 - ab + ab - b^2 \quad [\because ab = ba]$$
$$= a^2 - b^2$$

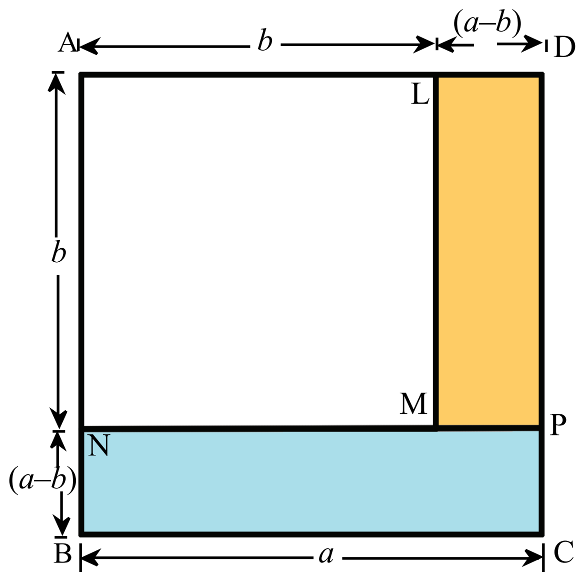
অৰ্থাৎ $\boxed{(a+b)(a-b) = a^2 - b^2}$

ঠিক তেনেকৈ, $\boxed{(a+b)(b-a) = b^2 - a^2}$

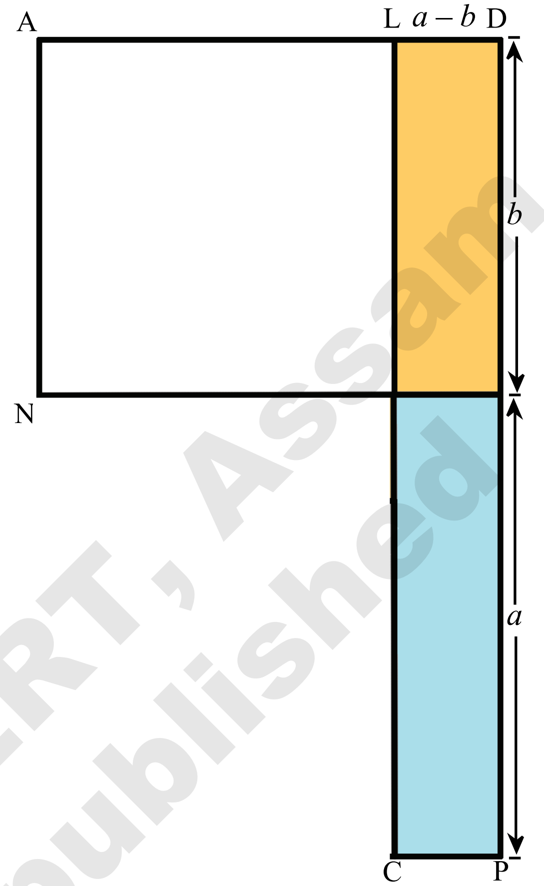
অৰ্থাৎ **(প্ৰথম পদ + দ্বিতীয় পদ) × (প্ৰথম পদ – দ্বিতীয় পদ) = (প্ৰথম পদ)² – (দ্বিতীয় পদ)²**

এই অভেদকো জ্যামিতিক চিত্ৰৰ সহায়ত সত্যাপন কৰিব পাৰি। a বাহুবিশিষ্ট এটা বৰ্গ ABCD অংকন কৰা হ'ল। চিত্ৰ-1ত দেখুওৱা ধৰণে ABCDৰ ওপৰত অন্য এটা বৰ্গ ALMN অংকন কৰা হ'ল যাতে $AN = AL = b, (b < a)$ হয়।

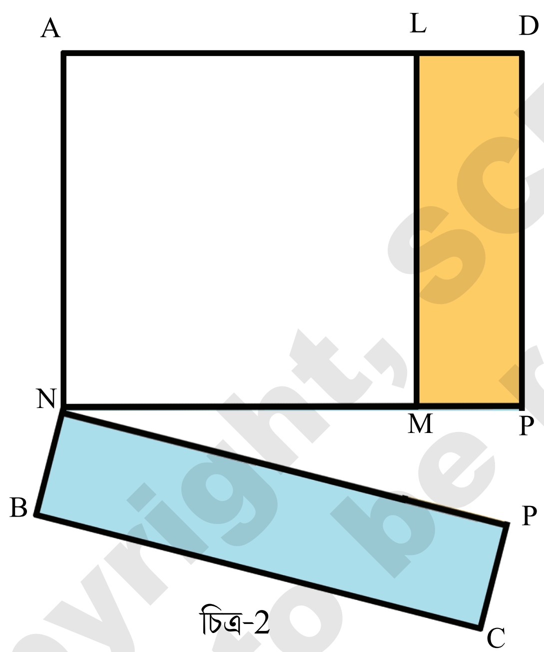
Copyright, SCERT, Assam not to be republished



চিত্ৰ-1



চিত্ৰ-3



চিত্ৰ-2

ইয়াত চিত্ৰ-2ত দেখুওৱা ধৰণে ABCD বৰ্গৰ পৰা NBCP আয়তটো পৃথক কৰি তলৰ চিত্ৰ-3ত দেখুওৱা ধৰণে LMPD আয়তৰ MP কাষৰ লগত NBCP আয়তৰ BN কাষ লগ লগোৱা হ'ল।

চিত্ৰ-3 ত ৰং কৰা অংশৰ কালি

= LCPD আয়তৰ কালি

= LD × DP

= $(a - b)(a + b)$

= $(a + b)(a - b)$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

আনহাতে, চিত্ৰ-1ৰ পৰা আমি পাওঁ

ৰং কৰা অংশৰ কালি = ABCD বৰ্গৰ কালি – ANML বৰ্গৰ কালি

$= a \times a - b \times b$

$= a^2 - b^2$

যিহেতু ৰং কৰা অংশৰ কালি আটাইবোৰ চিত্ৰতে সমান।

$\therefore \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

উদাহৰণ 16 ঃ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ ওপৰৰ অভেদটো ব্যৱহাৰ কৰি পূৰণফল উলিওৱা ঃ

(i) 102×98 (ii) $(x + 2y)(x - 2y)$ (iii) $(11xy + 3x)(11xy - 3x)$

সমাধান ঃ

(i) $102 \times 98 = (100 + 2) \times (100 - 2)$

$= (100)^2 - 2^2$

$= 10000 - 4$

$= 9996$

(ii) $(x + 2y)(x - 2y) = x^2 - (2y)^2$

$= x^2 - 4y^2$

(iii) $(11xy + 3x)(11xy - 3x) = (11xy)^2 - (3x)^2$

$= 121x^2y^2 - 9x^2$

বীজগণিতত সঘনাই ব্যৱহাৰ হোৱা অভেদসমূহ হ'ল

1. $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$
2. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
3. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
4. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

অনুশীলনী 9.2

1. অভেদ $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$ ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ ৰাশিবোৰ পূৰণ কৰা ঃ

(i) $(x + 7)(x + 5)$ (ii) $(7x + 2y)(7x + 6y)$

(iii) $(4x^3 + 8)(4x^3 + 10)$ (iv) $(4k^2 - 3\text{k})(4k^2 - 7k)$

(v) $\left(\frac{a}{2}+\frac{1}{2}\right)\left(\frac{a}{2}-\frac{1}{4}\right)$ (vi) $\left(\frac{n^2}{5}-0.6\right)\left(\frac{n^2}{5}+1.6\right)$

(vii) 98×97 (viii) 501×503

Copyright SCERT, Assam not to be republished

2. অভেদ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ বৰ্গবোৰৰ মান উলিওৱা।

(i) $(x + 5)^2$ (ii) $(5x + 4y)^2$ (iii) $(3a^3 + 4a^2)^2$

(iv) $\left(3x + \frac{1}{3x}\right)^2$ (v) $\left(\frac{p}{q} + \frac{q}{p}\right)^2$ (vi) 502^2

(vii) $(9.5)^2$ (viii) $\left(4\frac{1}{8}\right)^2$

3. অভেদ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ বৰ্গবোৰৰ মান উলিওৱা।

(i) $(x - 7)^2$ (ii) $(6x - 5)^2$ (iii) $(10x^2 - 3y)^2$

(iv) $(p^2 - q^2)^2$ (v) $(a^2x - ax^2)^2$ (vi) $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2$

(vii) 296^2 (viii) 1999^2

4. অভেদ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ ৰাশিবোৰ পূৰণ কৰা।

(i) $(y + 11)(y - 11)$ (ii) $(2x + 3)(2x - 3)$

(iii) $(6 + m^2)(m^2 - 6)$ (iv) $(ax^2 - by)(ax^2 + by)$

(v) $(1 - x^m)(1 + x^m)$ (vi) 61×59

(vii) 106×94 (viii) 9.5×8.5

5. উপযুক্ত অভেদ ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ ৰাশিবোৰৰ পূৰণফল উলিওৱা।

(i) $(3x - 5m)(3x - 5m)$ (ii) $(4m + 3)(4m + 2)$

(iii) $(9 + 4n)^2$ (iv) $\left(6x + \frac{1}{3}\right)(6x + 3)$

(v) $(4ab - c)(4ab + c)$ (vi) $\left(x - \frac{x}{2}\right)^2$

(vii) $\left(\frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{4}\right)\left(\frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{4}\right)$ (viii) $(0.5x^2 - 0.2y^2)^2$

(ix) $(-9x^2 + y^3)(9x^2 + y^3)$ (x) $\left(\frac{y^2}{2} - 4\right)\left(\frac{y^2}{2} + 6\right)$

(xi) $\left(7x^2 + \frac{1}{3}\right)^2$ (xii) $(x + y + z)(x + y - z)$

(xiii) 1002×999 (xiv) $(10.2)^2$

(xv) 79^2 (xvi) 6.2×5.8

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

6. সৰল কৰা

(i) $\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(2x+\frac{1}{x}\right)$

(ii) $(2l + m)^2 - (2l - m)^2$

(iii) $(a^2b + ab^2)^2 - 6a^3b^3$

(iv) $(x + y)(x - y) + (y + z)(y - z) + (z + x)(z - x)$

(v) $(5a - 6b)^2 + 20ab - (6b + 5a)^2$

(vi) $(4p^2 + 5q^2)(4p^2 - 5q^2) + (2p^2 - 5q^2)^2$

(vii) $(2x - 5)(2x + 3) - (x - 2)^2 + 29$

(viii) $\left(\frac{x}{3}-\frac{3y}{4}\right)\left(\frac{x}{3}+\frac{3y}{4}\right)+\left(\frac{3y}{4}+3x\right)\left(\frac{3y}{4}+x\right)$

(ix) $\left(\frac{x}{5}+\frac{y}{5}\right)^2+2\left(\frac{x}{5}+\frac{y}{5}\right)\left(\frac{x}{5}-\frac{y}{5}\right)+\left(\frac{x}{5}-\frac{y}{5}\right)^2$

(x) $2.89 \times 2.89 + 0.22 \times 2.89 + 0.0121$

(xi) $\frac{0.25-2\times0.5\times3.5+12.25}{3}$

(xii) $\frac{4.68\times4.68-3.32\times3.32}{1.36}$

7. দেখুওৱা যে

(i) $(a - b + c - d)^2 - (a + b - c + d)^2 + 4a(b + d) = 4ca$

(ii) $(1.5x^2 + 1.2y)^2 - (1.5x^2 - 1.2y)^2 = 7.2x^2y$

(iii) $\left(\frac{2}{3}x^2+5\right)^2-25=\frac{4}{9}x^4+\frac{20}{3}x^2$

(iv) $(a^2 + b^2)(a^2 - b^2) + (b^2 + c^2)(b^2 - c^2) + 2c^2(c^2 - a^2) = (c^2 - a^2)^2$

8. উপযুক্ত অভেদ ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ সমস্যাবোৰ সমাধান কৰা।

(i) এখন আয়তাকৃতি খেলপথাৰৰ দীঘ $(x + 8)$ মিটাৰ, প্ৰস্থ দীঘতকৈ 3 মিটাৰ কম। খেলপথাৰখনৰ কালি উলিওৱা।

(ii) এখন বৰ্গাকৃতি বাগিচাৰ দীঘ $\left(2x+\frac{1}{4}\right)$ মিটাৰ। বাগিচাখনৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

(iii) এজন খেতিয়কে পথাৰত দুডোখৰ বৰ্গাকৃতিৰ মাটিত জহাধান আৰু বৰাধানৰ খেতি কৰিলে। জহাধানৰ খেতি কৰা মাটি ডৰাৰ দীঘ বৰাধানৰ খেতি কৰা মাটিডৰাতকৈ 5 মিটাৰ বেছি। দুয়োডৰা মাটিৰ কালিৰ পাৰ্থক্য উলিওৱা।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

(iv) যদি 1 বৰ্গমিটাৰ বেৰত ৰং কৰোতে 9.00 টকা খৰচ হয়, তেন্তে 107 মিটাৰ দীঘ আৰু 93 মিটাৰ প্ৰস্থৰ বেৰ এখন ৰং কৰিবলৈ কিমান টকাৰ প্ৰয়োজন হ'ব?

(v) 197 মিটাৰ দৈৰ্ঘ্যৰ বৰ্গাকৃতি পথাৰ এখনৰ কালি উলিওৱা।

(vi) $x+\frac{1}{x}=3$ হ'লে $x^2+\frac{1}{x^2}$ আৰু $x^4+\frac{1}{x^4}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(vii) $2x-\frac{1}{2x}=2$ হ'লে $4x^2+\frac{1}{4x^2}$ আৰু $16x^4-\frac{1}{16x^4}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(viii) $a-b=10$ আৰু $ab=11$ হ'লে, $a+b$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

আমি কি শিকিলোঁ?

1. দুটা বা ততোধিক বীজগণিতীয় ৰাশিৰ পূৰণত পূৰণফলৰ সাংখ্যিক সহগ = ৰাশিবোৰৰ সাংখ্যিক সহগৰ পূৰণফল।

2. কেইটামান অতি দৰকাৰী অভেদ

   (i) $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

   (ii) $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

   (iii) $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

   (iv) $(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$

   এই অভেদবোৰক জ্যামিতিক চিত্ৰৰে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।

❑❑❑

Copyright: SCERT, Assam not to be republished

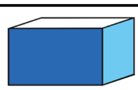
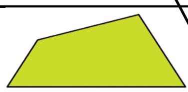
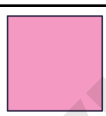
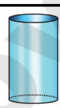
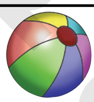
অধ্যায়-10

গোটা আকৃতিৰ দৃশ্যায়ন
(Visualization of solid figures)

H5N7Y6

সপ্তম শ্ৰেণীত তোমালোকে কিছুমান সামতলিক আৰু গোটা আকৃতিৰ লগত চিনাকি হৈছিলা। ত্ৰিভুজ, বৃত্ত, বৰ্গ, আয়ত, চতুৰ্ভুজ ইত্যাদি সামতলিক আকৃতিৰ কিছুমান উদাহৰণ। তেনেদৰে ঘনক, আয়তীয় ঘনক, চুঙা, শংকু, পিৰামিড, প্ৰিজম ইত্যাদি গোটা আকৃতিৰ উদাহৰণ। সামতলিক আকৃতিবোৰক দ্বিমাত্ৰিক (Two Dimensional বা চমুকৈ 2D) আকৃতি বুলি কোৱা হয়। আকৌ গোটা বস্তুৰ তিনিটা মাত্ৰা আছে। সেয়েহে, এনে আকৃতিবোৰক ত্ৰি-মাত্ৰিক (Three Dimensional বা চমুকৈ 3D) আকৃতি বুলি কয়। তোমালোকে ত্ৰিমাত্ৰিক আকৃতিয়ে যে ঠাই আগুৰে আৰু এই আকৃতিসমূহ বেলেগ বেলেগ অৱস্থানৰ পৰা যে বেলেগ বেলেগ দেখি এই বিষয়ে জানি আহিছা।

কাৰ্য তলৰ আকৃতিবিলাকৰ চিত্ৰৰ লগত আকৃতিৰ নাম আৰু মাত্ৰা মিলোৱা

আকৃতিৰ চিত্ৰ	আকৃতিৰ নাম	আকৃতিৰ মাত্ৰা
	বৰ্গ (Square)	ত্ৰিমাত্ৰিক (3D)
	শংকু (Cone)	ত্ৰিমাত্ৰিক (3D)
	চুঙা (Cylinder)	দ্বিমাত্ৰিক (2D)
	আয়তীয় ঘনক (Cuboid) →	ত্ৰিমাত্ৰিক (3D)
	চতুৰ্ভুজ (Quadrileteral)	দ্বিমাত্ৰিক (2D)
	গোলক (Sphere)	ত্ৰিমাত্ৰিক (3D)

ওপৰৰ তালিকাখন মিলাই তোমালোকে বুজিব পাৰিলা যে ওপৰৰ আকৃতি বিলাকৰ কিছুমান দ্বিমাত্ৰিক আৰু কিছুমান ত্ৰিমাত্ৰিক।

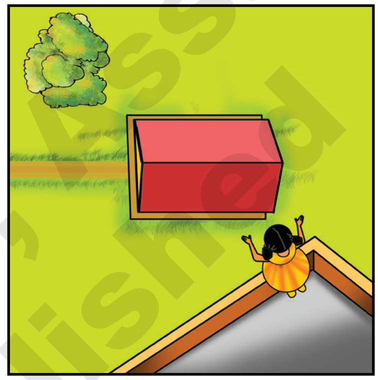
Copyright SCERT, Assam
not to be republished

10.1 ত্ৰিমাত্ৰিক আকৃতিৰ বেলেগ বেলেগ অৱস্থানৰ পৰা দেখা দৃশ্য (View of three dimensional figures from different positions)

তোমালোকে ইতিমধ্যে আগৰ শ্ৰেণীত ত্ৰিমাত্ৰিক আকৃতিবিলাক বেলেগ বেলেগ অৱস্থানৰ পৰা যে বেলেগ বেলেগ দেখা যায় সেইটো পাই আহিছা। উদাহৰণস্বৰূপে ঘনক এটা ওপৰৰ পৰা বা পাৰ্শ্ব দিশৰ পৰা চালে যে বেলেগ বেলেগ দেখি এই বিষয়ে শিকিছা। এই আকৃতিবিলাকৰ বেলেগ বেলেগ অৱস্থানৰ ত্ৰিমাত্ৰিক ৰূপত চিত্ৰ আঁকিব পাৰি। উদাহৰণস্বৰূপে, চিত্ৰ 1, 2 আৰু 3 লৈ মন কৰা। ইয়াৰ চিত্ৰ 1ত ঘৰ এটা সন্মুখৰ পৰা চোৱা দৃশ্য, চিত্ৰ 2ত ঘৰ এটা কাষৰ পৰা চোৱা দৃশ্য বা পাৰ্শ্ব দৃশ্য আৰু চিত্ৰ 3ত ঘৰ এটা ওপৰৰ পৰা চোৱা দৃশ্য। প্ৰত্যেক বাৰতেই পৰ্যবেক্ষকজনে বেলেগ বেলেগ অৱস্থানৰ পৰা বেলেগ দৃশ্য দেখিছে, নহয়নে?

সন্মুখৰ দৃশ্য (**Front view)**
চিত্ৰ 1

পাৰ্শ্ব দৃশ্য **(Side view)**
চিত্ৰ 2



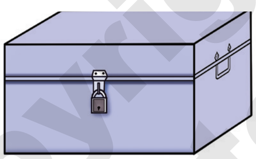
ওপৰৰ দৃশ্য **(Top view)**
চিত্ৰ 3

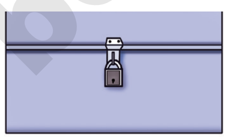
Copyright SCERT, Assam, not to be republished

অনুশীলনী 10.1

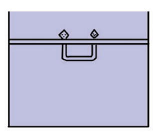
1. তলত কিছুমান ত্ৰিমাত্ৰিক বস্তু দিয়া হৈছে। বস্তুবোৰৰ সন্মুখৰ, ওপৰৰ আৰু পাৰ্শ্বদৃশ্যবোৰ দিয়া আছে। প্ৰতিটো বস্তুৰ অনুৰূপ সন্মুখ, ওপৰ আৰু পাৰ্শ্ব দৃশ্যবোৰ চিনাক্ত কৰা।

(a) বাকচ





(i)

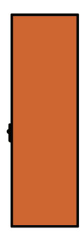


(ii)

(iii)

(b) আলমাৰি

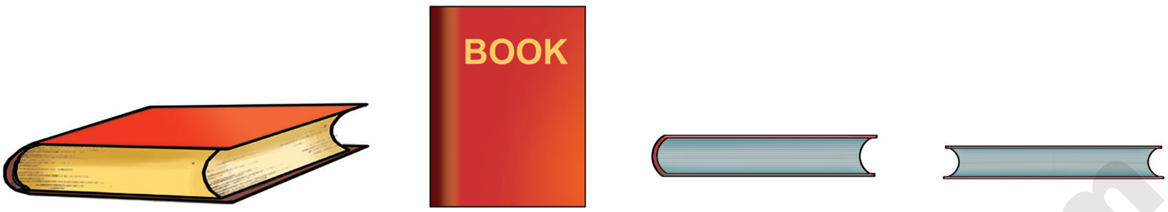
(i)



(ii)

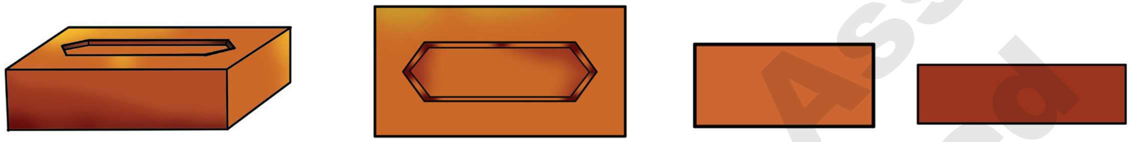
(iii)

(c) এখন কিতাপ



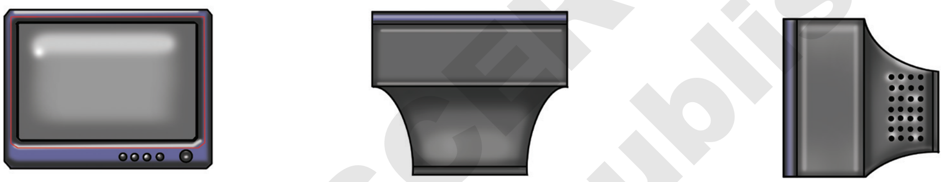
(i) (ii) (iii)

(d) ইটা



(i) (ii) (iii)

(e) টিভি

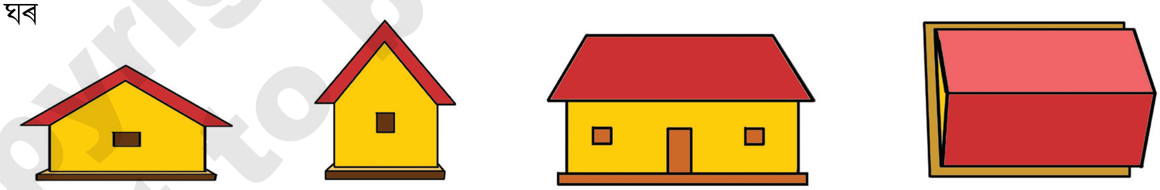


(i) (ii) (iii)

(f) দগা

(i) (ii) (iii)

(g) ঘৰ



(i) (ii) (iii) (iv)

(h) ডাষ্টবিন

(i) (ii)

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

কাৰ্য তলত দিয়া গোটা বস্তুবিলাকৰ অনুৰূপ সন্মুখৰ দৃশ্য, পাৰ্শ্ব দৃশ্য আৰু ওপৰৰ দৃশ্যসমূহ দলত আলোচনা কৰি আঁকা।

(i) এটা চ'কৰ বাকচ

(ii) তোমালোকৰ বিদ্যালয়ত থকা আলমাৰি

(iii) বিদ্যালয় গৃহ

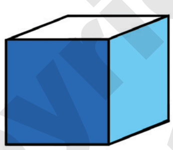
(iv) শ্ৰেণীকোঠাৰ টেবুল, ডেস্ক-বেঞ্চ

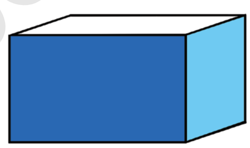
10.2 তল বা পৃষ্ঠ, কাষ আৰু শীৰ্ষবিন্দু (Faces, Edges and Vertices)

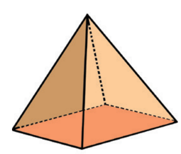
আমি ব্যৱহাৰিক জীৱনত বহুতো গোটা বস্তু দেখি আহিছো। লঘু পানীয়ৰ বটল, লুডুৰ গুটি, ইটা, গিলাচ ইত্যাদি বস্তুবিলাকৰ কিছুমানৰ দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতা আছে। সকলো গোটা বস্তুৰেই ঠাই আগুৰে।

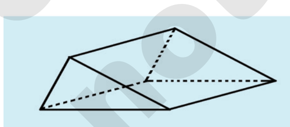
কাৰ্য ঘনক, আয়তীয় ঘনক, চুঙা, গোলক ইত্যাদি ত্ৰিমাত্ৰিক আকৃতিৰ বস্তু বিলাক পৰ্যবেক্ষণ কৰা আৰু অনুসন্ধান আৰু আলোচনাৰ জৰিয়তে শীৰ্ষবিন্দু, তল বা পৃষ্ঠ আৰু কাষৰ সংখ্যা গণনা কৰা। তোমালোকে গণনা কৰি পোৱা তল, কাষ আৰু শীৰ্ষবিন্দুৰ সংখ্যা তলৰ তালিকাত দিয়া সংখ্যাৰ লগত মিলাই চোৱা। মিলিছেনে?

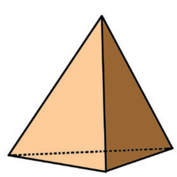
গোটা বস্তু	শীৰ্ষ বিন্দু	তল বা পৃষ্ঠ	কাৰ্য
ঘনক	8	6	12
আয়তীয় ঘনক	8	6	12
চুঙা	0	2 খন সমতল (Plane Surface) 1 খন বক্ৰতল (Curved Surface)	2
গোলক	0	1 খন বক্ৰতল	0
শংকু	1	1 খন সমতল 1 খন বক্ৰতল	1

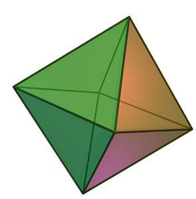

ঘনক (Cube)


আয়তীয় ঘনক (Cuboid)


বৰ্গভূমিৰ পিৰামিড (Square Pyramid)


ত্ৰিভুজাকৃতিৰ প্ৰিজম (Triangular Prism)

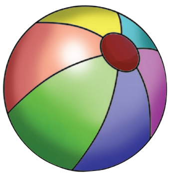

ত্ৰিভুজভূমিৰ পিৰামিড (Triangular Pyramid)


অষ্টফলক (Octahedron)

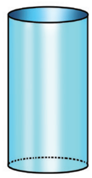
© Copyright, SCERT, Assam not to be republished

সিপিঠিত দিয়া গোটা বস্তুৰ চিত্ৰবোৰলৈ মন কৰা। এই বিশেষ ধৰণৰ গোটা বস্তুবিলাক বহুভুজীয় ক্ষেত্ৰৰ দ্বাৰা গঠিত যাক তল বুলি কয়। ইয়াৰ চিধা কাষ থাকে। এনেকুৱা গোটা বস্তুক বহুতল বিশিষ্ট ঘনক্ষেত্ৰ বা বহুফলক (Polyhedron) বুলি কয়। Polyhedron শব্দটো গ্ৰীক শব্দ। Poly মানে বহুত আৰু Hedron মানে ভূমি বা বহা আসন। বহুফলক এটাৰ 3টা বা তাতোকৈ বেছি চিধা কাষ থাকে আৰু এই কাষবিলাক এটা বিন্দুত মিলিত হয় যাক শীৰ্ষবিন্দু বুলি কয়।

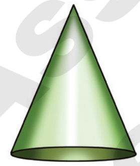
এইখিনিতে এটা প্ৰশ্ন হয়, সকলো গোটা বস্তুৱেই বহুফলক হয়নে? তলত দিয়া গোটা বস্তুবোৰৰ চিত্ৰলৈ মন কৰা।



গোলক (Sphere)
চিত্ৰ (1)



চুঙা (Cylinder)
চিত্ৰ (2)



শংকু (Cone)
চিত্ৰ (3)

চিত্ৰ (1) গোলকৰ চিত্ৰ — গোলকৰ এখন বক্ৰ তল থাকে। ইয়াৰ কাষ আৰু শীৰ্ষ বিন্দু নাই।

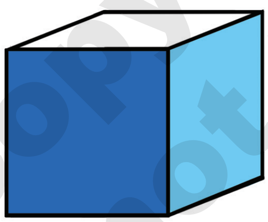
চিত্ৰ (2) চুঙাৰ চিত্ৰ — চুঙাৰ এখন বক্ৰ পাৰ্শ্বতল আছে। ইয়াৰ চিধা কাষ নাই।

চিত্ৰ (3) শংকুৰ চিত্ৰ — শংকুৰ এখন বক্ৰ পাৰ্শ্বতল আছে। ইয়াৰ চিধা কাষ নাই। এটা শীৰ্ষ বিন্দু আৰু এখন বৃত্তাকৃতিৰ সমতল আছে।

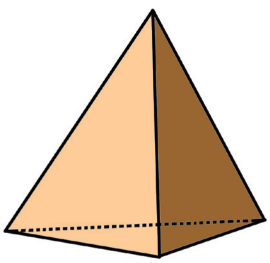
কি মন কৰিলা? এইবিলাক বহুফলক নহয়। কিয় বাৰু? কাৰণ এইবিলাকৰ তলবিলাক সমতল নহয়, ভূমি বহুভুজ নহয় আৰু চিধা কাষ নাই।

এই বহুফলকবিলাক নিয়মিত (Regular) আৰু অনিয়মিত (Irregular) আকৃতিৰ থাকে।

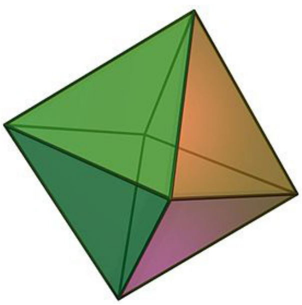
নিয়মিত বা সুষম বহুফলকৰ তলবিলাক সৰ্বাংগসম বহুভুজ আৰু একে সংখ্যক তলৰ দ্বাৰা শীৰ্ষবিন্দু গঠিত হয়। আকৌ তলৰ চিত্ৰ তিনিটালৈ মন কৰা।



ঘনক (Cube)
চিত্ৰ (A)



সুষম চতুঃফলক
(Regular Tetrahedron)
চিত্ৰ (B)



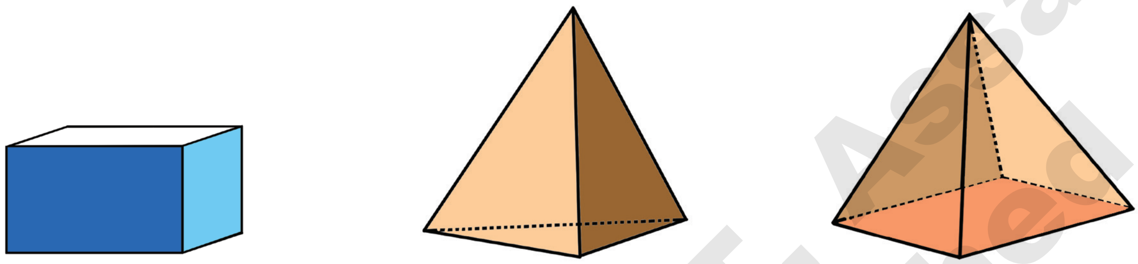
সুষম অষ্টফলক
(Regular Octahedron)
চিত্ৰ (C)

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

চিত্ৰ (A) ঃ ঘনকত তিনিখন সৰ্বসম তলৰ দ্বাৰা শীৰ্ষবিন্দু গঠিত হৈছে।
চিত্ৰ (B) ঃ সুষম চতুঃফলক (Tetrahedron)ত চাৰিখন সৰ্বসম তলৰ দ্বাৰা শীৰ্ষবিন্দু গঠিত হৈছে।
চিত্ৰ (C)ঃ সুষম অষ্টফলক (Octahedron)ত আঠখন সৰ্বসম তলৰ দ্বাৰা শীৰ্ষবিন্দু গঠিত হৈছে।

আনহাতে, অনিয়মিত বহুফলকবিলাকৰ তলবিলাক সৰ্বসম নহয়।

উদাহৰণস্বৰূপে, আয়তীয় ঘনক অনিয়মিত বহুফলকৰ এটা উদাহৰণ কিয়নো, ইয়াৰ আটাইকেইখন তল সৰ্বসম নহয়। তলত কেইটামান অনিয়মিত বহুফলকৰ চিত্ৰ দিয়া হৈছে।



আয়তীয় ঘনক (Cuboid) | ত্ৰিভুজাকৃতি ভূমিৰ পিৰামিড (Pyramid with triangular base) | বৰ্গাকৃতি ভূমিৰ পিৰামিড (Pyramid with square base)

প্ৰিজম আৰু পিৰামিডক বহুফলক পৰিয়ালৰ গুৰুত্বপূৰ্ণ সদস্য হিচাপে ধৰা হয়।

প্ৰিজম কেইবা প্ৰকাৰৰো আছে— বৰ্গাকৃতি ভূমিৰ প্ৰিজম, ত্ৰিভুজাকৃতি ভূমিৰ প্ৰিজম, পঞ্চভুজাকৃতি ভূমিৰ প্ৰিজম ইত্যাদি।

তেনেদৰে পিৰামিডো বহু প্ৰকাৰৰ আছে যেনে— বৰ্গাকৃতি ভূমিৰ পিৰামিড, ত্ৰিভুজাকৃতি ভূমিৰ পিৰামিড ইত্যাদি।

তলৰ তালিকাত থকা বহুফলকবোৰৰ তল, কাষ আৰু শীৰ্ষবিন্দুৰ সংখ্যা লিখা। F, V আৰু E য়ে যথাক্ৰমে তল, শীৰ্ষবিন্দু আৰু কাষৰ সংখ্যা বুজাইছে। (প্ৰথমটো তোমালোকৰ বাবে কৰি দিয়া হৈছে)

বহুফলক	**F**	**V**	**E**	**F+V**	**E +2**
ঘনক	6	8	12	14	14
আয়তীয় ঘনক					
বৰ্গাকৃতি ভূমিৰ পিৰামিড					
বৰ্গকৃতি ভূমিৰ প্ৰিজম					
ত্ৰিভুজাকৃতি ভূমিৰ প্ৰিজম					
ত্ৰিভুজাকৃতি ভূমিৰ পিৰামিড					

তালিকাখন পূৰ কৰি তোমালোকে কি পালা?

প্ৰত্যেকটো বহুফলকৰ বাবে তালিকাখনৰ শেষৰ দুটা স্তম্ভত থকা F +V আৰু E + 2 ৰ মান কেইটা একে।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

ওপৰৰ সম্বন্ধটো আমি এনেদৰে লিখিব পাৰোঁ

$$F + V - E = 2$$

Leonhard Euler
(1707-1783)

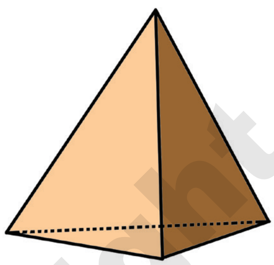
এই সম্বন্ধটো অয়লাৰ (Euler) নামৰ গণিতজ্ঞ এজনে উদ্ভাৱন কৰিছিল। সেয়েহে এই সম্বন্ধটোক **অয়লাৰৰ সূত্ৰ** বুলি কোৱা হয়। এই সূত্ৰটো যি কোনো বহুফলকৰ বাবে সত্য।

চেষ্টা কৰা

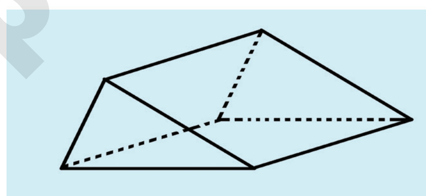
- ➢ এটা ঘনক লোৱা। ইয়াৰ এটা চুক কাটিলে উৎপন্ন হোৱা আকৃতিটোৰ F, V আৰু E ৰ মান কিমান হ'ব দলীয় আলোচনাৰ জৰিয়তে নিৰ্ণয় কৰা। অয়লাৰৰ সূত্ৰ পৰীক্ষা কৰা।
- ➢ এটা বৰ্গাকৃতিৰ প্ৰিজম, ঘনকৰ সৈতে কিবা ক্ষেত্ৰত একে হয়নে? কাৰ্যৰ জৰিয়তে আলোচনা কৰা।

অনুশীলনী 10.2

1. এটা বহুফলকৰ শীৰ্ষবিন্দু আৰু তলৰ সংখ্যা ক্ৰমে 12 আৰু 20 হ'লে কাষৰ সংখ্যা কিমান হ'ব?
2. এটা বহুফলকৰ কাষ আৰু শীৰ্ষবিন্দু সংখ্যা ক্ৰমে 12 আৰু 6 হ'লে তলৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা।
3. তলত দিয়া বহুফলক দুটাৰ বাবে অয়লাৰৰ সূত্ৰ পৰীক্ষা কৰা।



ত্ৰিভুজাকৃতি ভূমিৰ পিৰামিড



বৰ্গাকৃতি ভূমিৰ প্ৰিজম

10.3 আমাৰ চাৰিওফালৰ ঠাইৰ মানচিত্ৰ অংকন (Drawing map of our sorrounding places)

তোমালোকে মানচিত্ৰ (Map)ত এখন বিশেষ ঠাই, নদী, বনাঞ্চল ইত্যাদিৰ অৱস্থান কেনেদৰে নিৰ্ণয় কৰে এই বিষয়ে শিকি আহিছা। মানচিত্ৰই এখন বিশেষ ঠাইলৈ কেনেকৈ যাব, ইয়াৰ দূৰত্ব ইত্যাদি তথ্যৰ যোগান ধৰে। মানচিত্ৰত ঠাই, নদী, পৰ্বত, জলপথ, স্থলপথ ইত্যাদি দেখুৱাবলৈ চিহ্ন আৰু ৰঙৰ ব্যৱহাৰ কৰা হয়। উদাহৰণস্বৰূপে, সেউজীয়া ৰং বনাঞ্চল, নীলা ৰং পানী ইত্যাদিৰ বাবে ব্যৱহাৰ কৰা হয়। এখন মানচিত্ৰ আঁকোতে শুদ্ধ স্কেল ব্যৱহাৰ কৰিব লাগে। মেপত দেখুওৱা দূৰত্ব প্ৰকৃত দূৰত্বৰ সমানুপাতিক হ'ব লাগে।

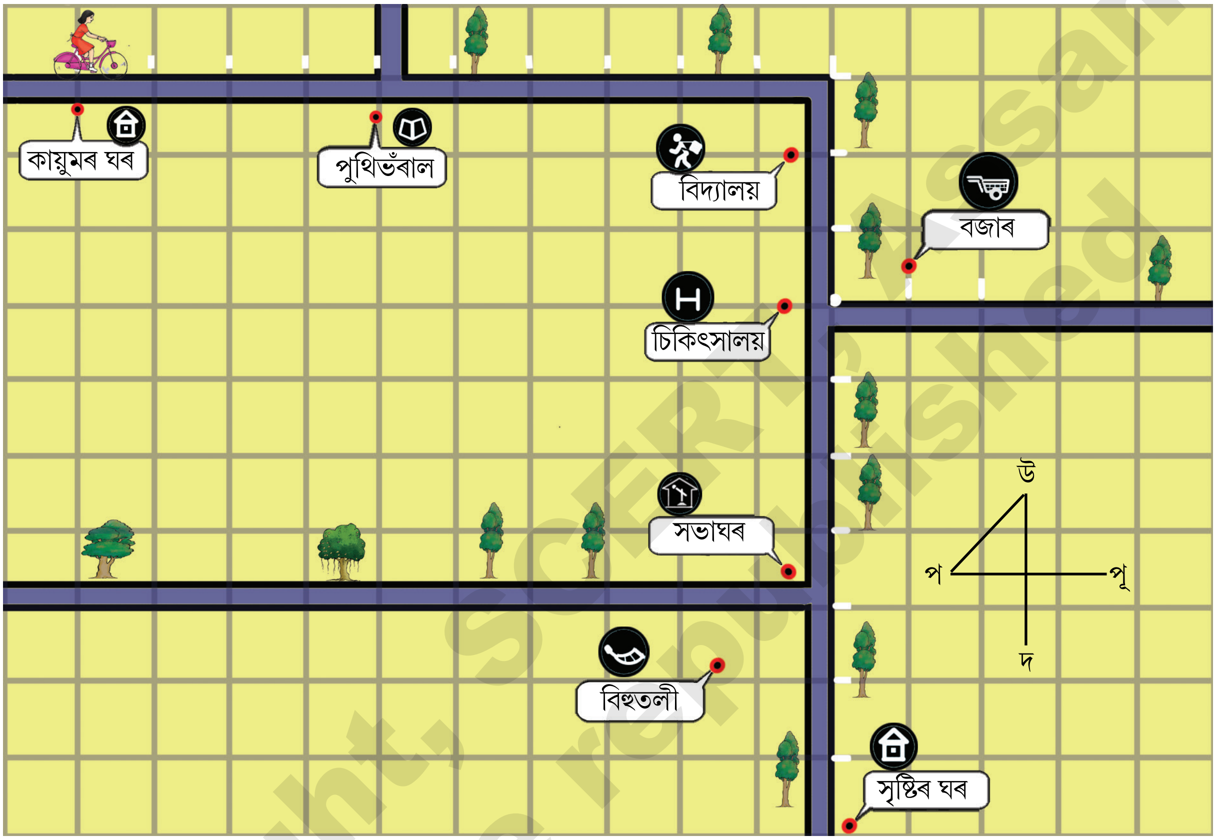
এই আলোচনাৰ পৰা আমি মানচিত্ৰ অংকন আৰু ছবি অঁকা একে বুলি ক'ব পাৰো নেকি? ছবি আঁকোতে আমি ছবিখন বাস্তৱত দেখাৰ নিচিনাকৈ আঁকিবলৈ প্ৰয়াস কৰোঁ। আমি জানো যে এখন ছবি পৰ্যবেক্ষকৰ অৱস্থান ভেদে বেলেগ বেলেগ হ'ব পাৰে। ছবিখন পৰ্যবেক্ষকজনে ওপৰৰ পৰা চাইছেনে নে তলৰ পৰা চাইছেনে কাষৰ

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

পৰা চাইছে তাৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ কৰে। আমি ঘৰৰ ছবি এখন উদাহৰণ স্বৰূপে ল'ব পাৰোঁ।

কিন্তু মানচিত্ৰৰ ক্ষেত্ৰত এইটো প্ৰযোজ্য নহয়, কিয়নো পৰ্যবেক্ষকজনৰ অৱস্থান য'তেই নহওক কিয় মানচিত্ৰখন একেখনেই হ'ব।

তলত দিয়া মানচিত্ৰখন পৰ্যবেক্ষণ কৰা। মানচিত্ৰখনত কায়ুমে তাইৰ ঘৰৰ পৰা বান্ধৱী সৃষ্টিৰ ঘৰলৈ যোৱা পথটো আঁকিছে। কায়ুমে গোটেই পথটোত পোৱা ঠাইবিলাকৰ বাবে বেলেগ বেলেগ চিহ্ন ব্যৱহাৰ কৰিছে।



চিহ্নৰ ব্যৱহাৰ আৰু দূৰত্বৰ উল্লেখে মানচিত্ৰ অধ্যয়ন সহজ আৰু সঠিক হয়। কায়ুমে মানচিত্ৰখন আঁকোতে স্কেল ধৰি আঁকিছে। তাই মানচিত্ৰত দূৰত্ব উল্লেখ কৰোঁতে প্ৰকৃত দূৰত্ব জানি লৈছে। কায়ুমে মানচিত্ৰৰ স্কেল প্ৰকৃত স্কেলৰ সমানুপাতিকভাৱে ধৰিছে। তাই অঁকা মানচিত্ৰখনত মেপৰ দূৰত্ব 1 চে মি = প্ৰকৃত দূৰত্ব 100 মি।

এই জোখ বেলেগ বেলেগ মানচিত্ৰৰ বাবে বেলেগ হ'ব।

মন কৰিবা, দুখন মানচিত্ৰ একে আকাৰৰ আঁকিলেও ইহঁতৰ জোখ আৰু দূৰত্ব বেলেগ বেলেগ হ'ব পাৰে। উদাহৰণস্বৰূপে, অসমৰ আৰু ভাৰতৰ মানচিত্ৰ দুখন একে আকাৰৰ আঁকিব পাৰি কিন্তু মানচিত্ৰ দুখনৰ স্কেলৰ অনুপাত বেলেগ বেলেগ হ'ব। অসমৰ মানচিত্ৰখনত দেখুওৱা 1 চে মি দূৰত্বই ভাৰতৰ মানচিত্ৰখনত দেখুওৱা দূৰত্বতকৈ তুলনামূলকভাৱে কম হ'ব লাগিব।

কাৰ্য

কায়ুমৰ নিচিনা তোমালোকেও তোমালোকৰ ঘৰৰ পৰা বিদ্যালয়লৈ অহা পথৰ এখন মানচিত্ৰ অংকন কৰা। পথত থকা বিশেষ ঠাই বিলাকৰ বাবে চিহ্ন আৰু মেপৰ স্কেল উল্লেখ কৰিবা।

Copyright, SCERT Assam not to be republished

আমি কি শিকিলোঁ ?

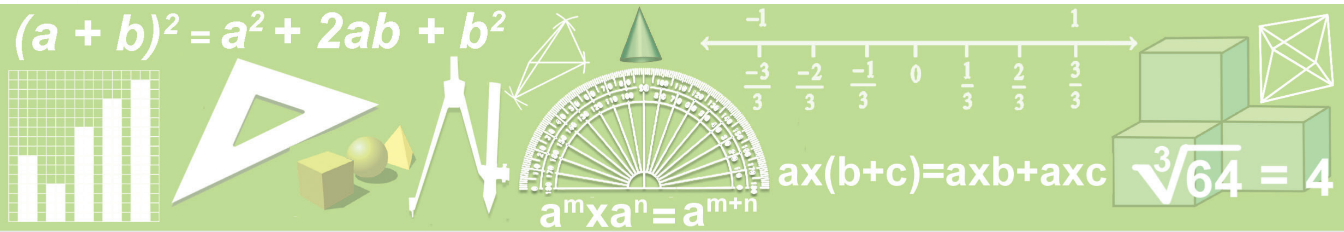
1. যিকোনো ত্ৰিমাত্ৰিক বস্তু এটা বেলেগ বেলেগ অৱস্থানৰ পৰা চালে ইয়াৰ বেলেগ বেলেগ দৃশ্য দেখা পোৱা যায়।
2. এখন মানচিত্ৰই নিৰ্দিষ্ট বস্তু বা ঠাইৰ অৱস্থান অন্য বস্তু বা ঠাইৰ সাপেক্ষে চিহ্নিত কৰে।
3. মানচিত্ৰত ব্যৱহৃত চিহ্নবিলাক বেলেগ বেলেগ ঠাই নিৰ্দেশ কৰিবলৈ ব্যৱহাৰ কৰা হয়।
4. এখন মানচিত্ৰ আঁকিবলৈ প্ৰয়োজন অনুসৰি নিৰ্দিষ্ট স্কেলৰ ব্যৱহাৰ কৰা হয়।
5. যিকোনো বহুফলকৰ বাবে

   $F+V-E = 2$

   য'ত F য়ে বহুফলকটোৰ তল বা পিঠিৰ, V য়ে শীৰ্ষবিন্দুৰ আৰু E য়ে কাষৰ সংখ্যা বুজাইছে। এই সম্বন্ধটোক **অয়লাৰৰ সূত্ৰ** বুলি কোৱা হয়।

❑❑❑

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

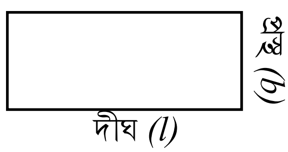
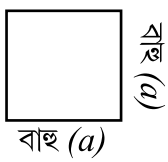
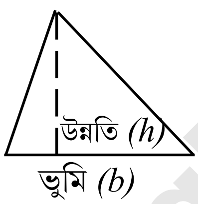
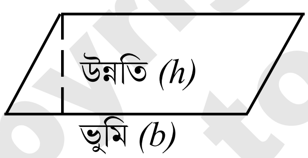
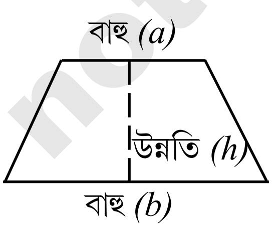


অধ্যায়-11

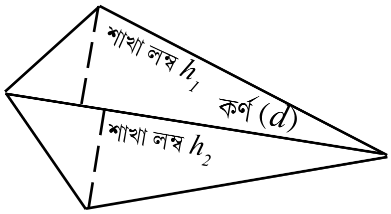
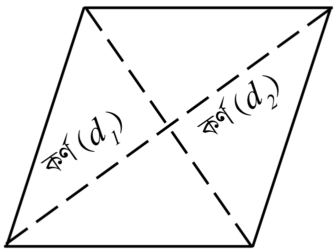
পৰিমিতি
(Mensuration)

C8L1X6

আগৰ শ্ৰেণীত তোমালোকে ত্ৰিভুজ আৰু চতুৰ্ভুজৰ কালি নিৰ্ণয় কৰিবলৈ শিকিছা। তলৰ তালিকাখনত থকা আকৃতিবোৰৰ কালি মনত পেলাও আহা —

চিত্ৰ	আকৃতিৰ নাম	কালি নিৰ্ণয়ৰ সূত্ৰ
	আয়ত (Rectangle)	দীঘ × প্ৰস্থ $= (l \times b)$
	বৰ্গ (Square)	বাহু × বাহু = (বাহু)^2 $= a \times a = a^2$
	ত্ৰিভুজ (Triangle)	$= \frac{1}{2}$ × ভুমি × উন্নতি $= \frac{1}{2} \times b \times h$
	সামান্তৰিক (Parallelogram)	= ভুমি × উন্নতি $= b \times h$
	ট্ৰেপিজিয়াম (Trapezium)	$= \frac{1}{2} \times (a+b)\, h$ $= \frac{1}{2}$(সমান্তৰাল বাহু দুটাৰ সমষ্টি) × (সমান্তৰাল বাহু দুডালৰ মাজৰ লম্ব দূৰত্ব)

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

চিত্ৰ	আকৃতিৰ নাম	কালি নিৰ্ণয়ৰ সূত্ৰ
	বৃত্ত(Circle)	$\pi \times$ (ব্যাসাৰ্ধ)^2 $= \pi r^2$
	চতুৰ্ভুজ (Quadrilateral)	$\frac{1}{2}$ (শাখা লম্বৰ সমষ্টি) $\times$ কৰ্ণ $\left[\frac{1}{2}\text{ (sum of the offsets} \times \text{diagonal)}\right]$ $= \frac{1}{2}(h_1 + h_2)\,d$
	ৰম্বাছ (Rhombus)	$= \frac{1}{2} \times$ কৰ্ণ দুডালৰ পূৰণফল $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

ওপৰত দিয়া চিত্ৰবোৰ দ্বিমাত্ৰিক। যদি চে মি এককত জোখবোৰ লওঁ তেন্তে ইহঁতৰ কালিৰ একক হ'ব বৰ্গ চে মি বা চমুকৈ চে মি^{2}। আকৌ যদি মিটাৰত জোখবোৰ লওঁ তেন্তে ইহঁতৰ কালিৰ একক হ'ব বৰ্গমিটাৰ বা চমুকৈ মিটাৰ^2।

উদাহৰণ 1 ঃ বৰ্গাকৃতিৰ বাগিচা এখনৰ দীঘ 40 মিটাৰ। আনহাতে আয়াতাকৃতিৰ বাগিচা এখনৰ দীঘ 50 মিটাৰ আৰু প্ৰস্থ 30 মিটাৰ। দুয়োখন বাগিচাৰ প্ৰত্যেকৰে পৰিসীমা কিমান? কোনখন বাগিচাৰ কালি বেছি আৰু কিমান বেছি?

সমাধান ঃ বৰ্গাকৃতি বাগিচাখনৰ ক্ষেত্ৰত দীঘ $(a) = 40$ মিটাৰ

পৰিসীমা = 4 × এটা বাহুৰ মাপ

$= 4 \times a$

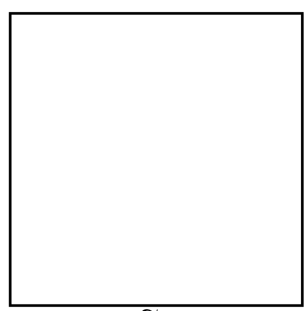
$= 4 \times 40$ মি

$= 160$ মি

$\therefore$ কালি $= a^2$

$= (40$ মিটাৰ$)^2$

$= 1600$ বৰ্গ মিটাৰ



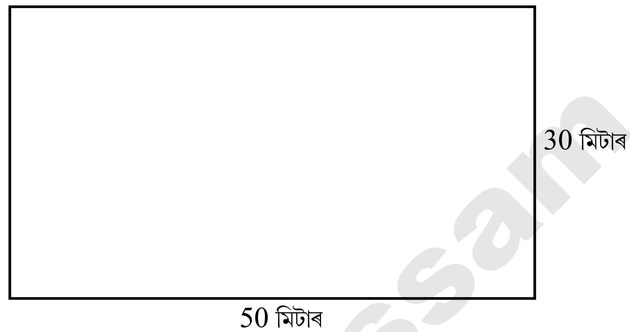
40 মিটাৰ

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

আয়তাকৃতিৰ বাগিচাখনৰ ক্ষেত্ৰত

দীঘ $(l) = 50$ মিটাৰ

প্ৰস্থ $(b) = 30$ মিটাৰ



$\therefore$ কালি $= l \times b$

$= 50$ মিটাৰ $\times 30$ মিটাৰ

$= 1500$ বৰ্গ মিটাৰ

$\therefore$ পৰিসীমা $= 2 \times (l + b)$

$= 2 \times (50 + 30)$

$= 2 \times 80$

$= 160$ মি

$\therefore$ বৰ্গাকৃতিৰ বাগিচাখনৰ কালি আয়তাকৃতিৰ বাগিচাখনৰ কালিতকৈ $(1600 - 1500) = 100$ বৰ্গ মিটাৰ বেছি। মন কৰিলানে? দুয়োটা আকৃতিৰ **পৰিসীমা একে হ'লেও কালি বেলেগ বেলেগ হ'ব পাৰে।**

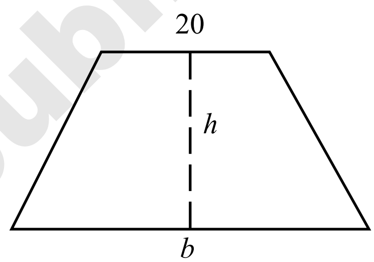
উদাহৰণ 2 ঃ এটা ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি 200 বৰ্গ মিটাৰ। সমান্তৰাল বাহু দুটাৰ চুটি বাহুটোৰ দীঘ 20 মিটাৰ আৰু ইহঁতৰ মাজৰ লম্ব দূৰত্ব 8 মিটাৰ। সমান্তৰাল বাহু দুটাৰ আনটো বাহুৰ দীঘ নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ সমান্তৰাল বাহু এটাৰ দীঘ $(a) = 20$ মিটাৰ

ধৰা হ'ল আনটো সমান্তৰাল বাহুৰ দীঘ b মিটাৰ

উচ্চতা $(h) = 8$ মিটাৰ

ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি $= 200$ বৰ্গ মিটাৰ



$\therefore \quad \frac{1}{2}(a + b)h = 200$

বা, $\frac{1}{2}(20 + b).8 = 200$

বা, $4(20 + b) = 200$

বা, $20 + b = 50$

বা, $b = 50 - 20$ [পক্ষান্তৰ কৰি]

$\therefore \quad b = 30$

$\therefore$ আনটো বাহুৰ মাপ $= 30$ মিটাৰ

উদাহৰণ 3 ঃ এটা ৰম্বাছৰ কৰ্ণ দুডালৰ দৈৰ্ঘ্য 10 চে মি আৰু 14 চে মি। ৰম্বাছটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

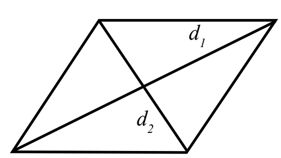
সমাধান ঃ কৰ্ণ দুডালৰ দৈৰ্ঘ্য $(d_1) = 10$ চে মি

$(d_2) = 14$ চে মি

ৰম্বাছটোৰ কালি $= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 14$ বৰ্গ চে মি

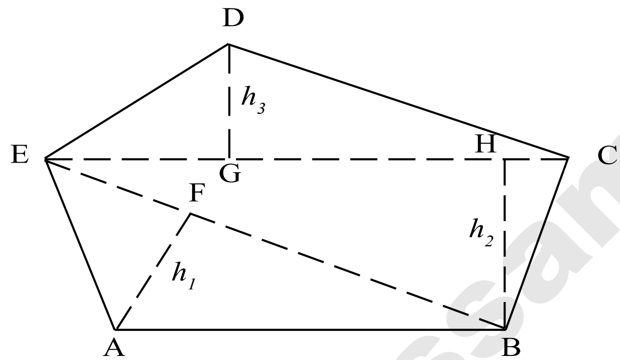
$= 70$ বৰ্গ চে মি



Copyright SCERT Assam not to be republished

11.1 বহুভুজৰ কালি (Area of Polygon)

ABCDE এটা পঞ্চভুজ। এই পঞ্চভুজটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰিব লাগে। EB আৰু EC দুডাল কৰ্ণ আঁকি পঞ্চভুজটোক তিনিটা ত্ৰিভুজত ভাগ কৰা হ'ল। এই ত্ৰিভুজ তিনিটাৰ কালিৰ সমষ্টিয়েই হ'ল পঞ্চভুজটোৰ কালি।



ত্ৰিভুজকেইটাৰ কালি কিদৰে নিৰ্ণয় কৰিবা চিন্তা কৰাচোন। ত্ৰিভুজৰ কালি = $\frac{1}{2}$ ভূমি × উচ্চতা।
ত্ৰিভুজকেইটাৰ ভূমি আৰু উচ্চতা নিশ্চিত কৰিব পাৰিলে সিহঁতৰ কালি নিৰ্ণয় কৰিব পৰা যাব।

EB আৰু EC কৰ্ণ দুডালক ত্ৰিভুজকেইটাৰ ভূমি হিচাবে ধৰিলে এই কৰ্ণ দুডালৰ ওপৰত বিপৰীত শীৰ্ষ বিন্দুৰ পৰা লম্ব হ'ব ক্ৰমে AF, BH আৰু DG।

$\therefore$ ABCDE পঞ্চভুজটোৰ কালি = Δ ABEৰ কালি + ΔBCE ৰ কালি + ΔCDEৰ কালি।

$$= \frac{1}{2}\ EB.AF + \frac{1}{2}\ EC.BH + \frac{1}{2}\ EC.DG$$

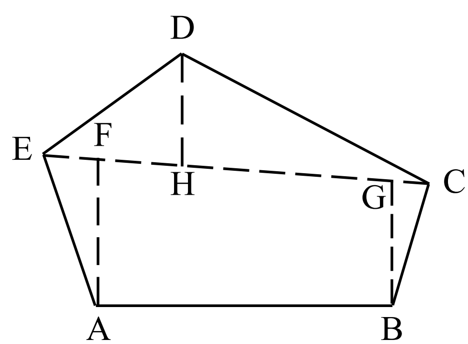
$$= \frac{1}{2}\ EB.h_1 + \frac{1}{2}\ EC.h_2 + \frac{1}{2}\ EC.h_3$$

আকৌ আমি পঞ্চভুজটোৰ কালি আন এটা নিয়মেৰে উলিয়াও আহাচোন —

ABCDE পঞ্চভুজটোৰ EC কৰ্ণ টানি লোৱা। এতিয়া ইয়াৰ ওপৰত AF আৰু BG লম্ব টানি লোৱাত ABGF এটা ট্ৰেপিজিয়াম পোৱা গ'লনে? ECৰ ওপৰত শীৰ্ষ বিন্দু Dৰ পৰা আকৌ DH লম্ব টনা হ'ল।

ABCDE পঞ্চভুজটোৰ কালি = AFE সমকোণী ত্ৰিভুজৰ কালি + ABGF ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি + BGC সমকোণী ত্ৰিভুজৰ কালি + ECD ত্ৰিভুজৰ কালি।

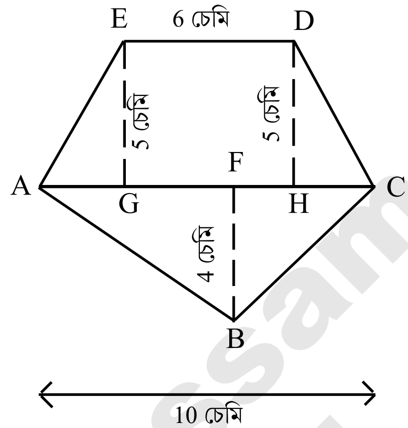
$$= \frac{1}{2}EF.AF + \frac{1}{2}(AF+BG).FG + \frac{1}{2}CG.BG + \frac{1}{2}EC.DH$$



এতিয়া দেখা গ'ল **পঞ্চভুজ এটাৰ কালি নিৰ্ণয় কৰিবলৈ পঞ্চভুজটোক সৰল জ্যামিতিক চিত্ৰ যেনে ত্ৰিভুজ, বৰ্গ, আয়ত, ট্ৰেপিজিয়াম আদিত ভাগ কৰি ল'ব পাৰি। এইবোৰৰ কালিৰ যোগফলেই পঞ্চভুজটোৰ কালি।**

Copyright SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 3 ঃ কাষৰ বহুভুজটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।



সমাধান ঃ

Δ ABCৰ কালি $= \frac{1}{2}$ AC $\times$ BF

$= \frac{1}{2} \times 10$ চে মি $\times$ 4 চে মি

= 20 বৰ্গ চে মি

ACDE ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি $= \frac{1}{2}$ (AC + ED) $\times$ EG

$= \frac{1}{2}$ (10 + 6) $\times$ 5 বৰ্গ চে মি

$= \frac{1}{2} \times 16 \times 5$ বৰ্গ চে মি

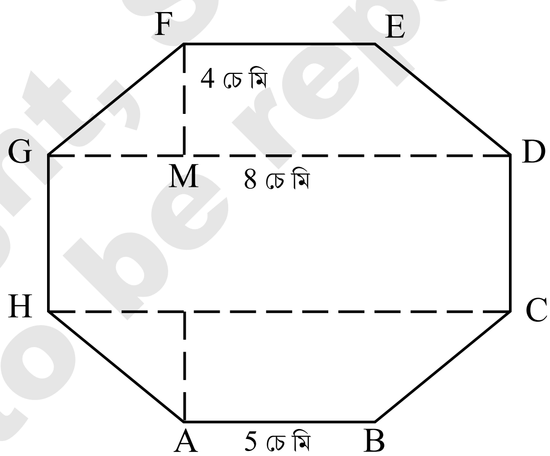
= 40 বৰ্গ চে মি

$\therefore$ ABCDE বহুভূজ (পঞ্চভুজ)ৰ কালি = ΔABCৰ কালি + ACDE ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি

= (20 + 40) বৰ্গ চে মি

= 60 বৰ্গ চে মি

উদাহৰণ 4 ঃ তলৰ চিত্ৰত ABCDEFGH এটা সুষম অষ্টভুজ (Octagon)। ইয়াৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।



সমাধান ঃ ইয়াত AB = BC = CD = DE = EF = FG = GH = HA = 5 চে মি

FM = 4 চে মি

GD = 8 চে মি

GDEF ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি $= \frac{1}{2}$ (GD + EF) $\times$ FM

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

$= \frac{1}{2}(8 + 5) \times 4$ বৰ্গ চে মি

$= 26$ বৰ্গ চে মি

আকৌ HCDG আয়তৰ কালি $=$ দীঘ $\times$ প্ৰস্থ

$= GD \times GH$

$= 8 \times 5$ বৰ্গ চে মি

$= 40$ বৰ্গ চে মি

যিহেতু ABCDEFGH এটা সুষম অষ্টভুজ।

গতিকে ABCH ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি = GDEF ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি = 26 বৰ্গ চে মি

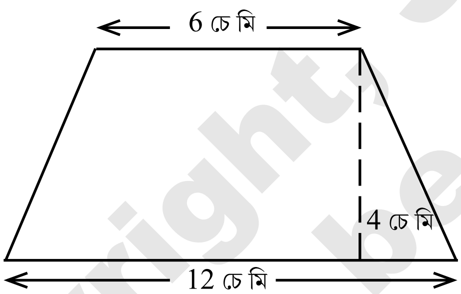
এতিয়া ABCDEFGH অষ্টভূজৰ কালি = GDEF ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি + HCDG আয়তৰ কালি + ABCH ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি।

$= (26 + 40 + 26)$ বৰ্গ চে মি

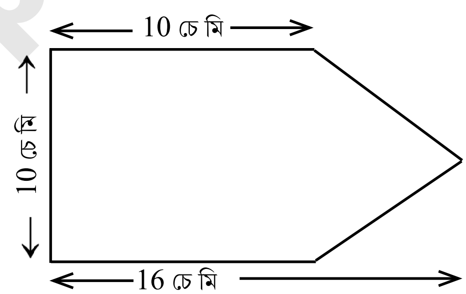
$= 92$ বৰ্গ চে মি

অনুশীলনী 11.1

1. তলৰ চিত্ৰসমূহৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা —



(a)

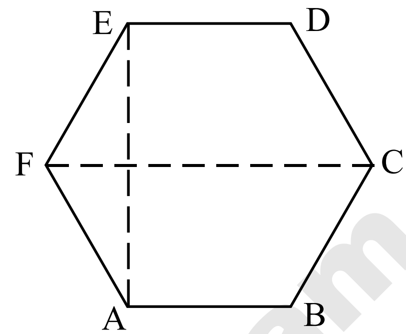


(b)

2. এটা ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি 34 বৰ্গ চে মি যদি ট্ৰেপিজিয়ামটোৰ সমান্তৰাল বাহুযোৰৰ এডালৰ দৈৰ্ঘ্য 10 চে মি আৰু ইহঁতৰ মাজৰ দূৰত্ব 4 চে মি হয়, তেন্তে আনডাল (সমান্তৰাল) বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য উলিওৱা।
3. এটা চতুৰ্ভুজৰ কৰ্ণডালৰ দৈৰ্ঘ্য 20 মি আৰু ইয়াৰ ওপৰত বিপৰীত শীৰ্ষ বিন্দু দুটাৰ পৰা টনা লম্ব দুডালৰ দৈৰ্ঘ্য 8.5 মিটাৰ আৰু 11 মিটাৰ। চতুৰ্ভুজটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।
4. এটা ৰম্বাছৰ কৰ্ণ দুডালৰ দীঘ 10 চে মি আৰু 14 চে মি। ৰম্বাছটোৰ কালি উলিওৱা।
5. এটা চতুৰ্ভুজৰ কালি 100 বৰ্গ চে মি। শাখা লম্ব দুডালৰ দৈৰ্ঘ্য 6 চে মি আৰু 4 চে মি। শাখালম্ব দুডাল লম্ব হোৱা কৰ্ণডালৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।

Copyright SCERT, Assam not to be republished

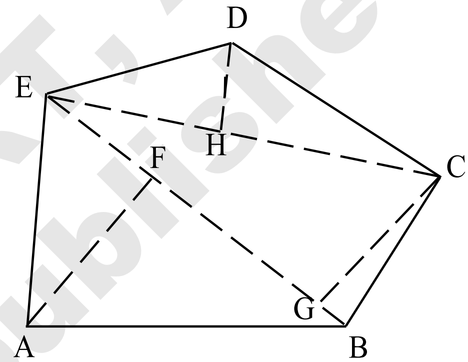
6. এটা সুষম ষড়ভুজ ABCDEFৰ প্ৰতিটো বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য 6 চে মি CF = 10 চে মি AE = 8 চে মি। সুষম ষড়ভুজটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা। বেলেগ বেলেগ ধৰণেৰে উলিয়াবলৈ চেষ্টা কৰা।



7. এটা ৰম্বাছৰ কালি আৰু এটা ত্ৰিভুজৰ কালি সমান। যদি ত্ৰিভুজটোৰ ভূমি আৰু অনুৰূপ উন্নতিৰ দৈৰ্ঘ্য ক্ৰমে 24.8 চে মি আৰু 5.5 চে মি। ৰম্বাছটোৰ এডাল কৰ্ণৰ দৈৰ্ঘ্য 22 চে মি হ'লে আনডাল কৰ্ণৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।

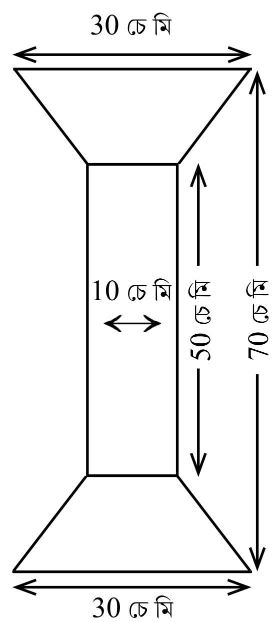
8. ট্ৰেপিজিয়াম আকৃতিৰ বাগিচা এখনৰ কালি 480 মিটাৰ^2, উচ্চতা 15 মিটাৰ আৰু সমান্তৰাল বাহু এটাৰ দৈৰ্ঘ্য 20 মিটাৰ। আনটো সমান্তৰাল বাহুৰ মাপ উলিওৱা।

9. ABCDE বহুভুজটোৰ BE = 8 চে মি, CE = 10 চে মি, AF = 5 চে মি, CG = 4 চে মি, DH = 3 চে মি হ'লে বহুভুজটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।



10. এটা ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি 68 চে মি^{2} আৰু সমান্তৰাল বাহু দুটাৰ দৈৰ্ঘ্য ক্ৰমে 13 চে মি আৰু 21 চে মি হ'লে সমান্তৰাল বাহু দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব উলিওৱা।

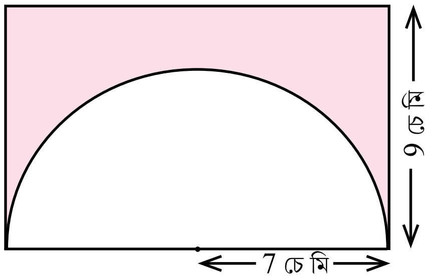
11. কাষত দিয়া চিত্ৰটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।



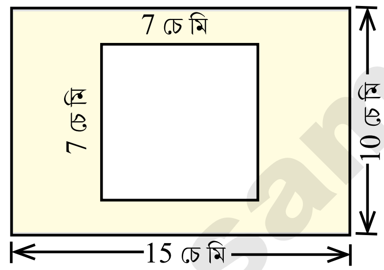
Copyright SCERT, Assam
not to be republished

12. তলত দিয়া চিত্ৰবোৰৰ আচ্ছাদিত অংশৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা। $\left(\pi = \frac{22}{7}\right)$

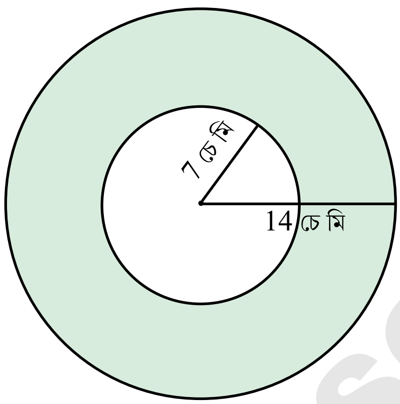
(a)



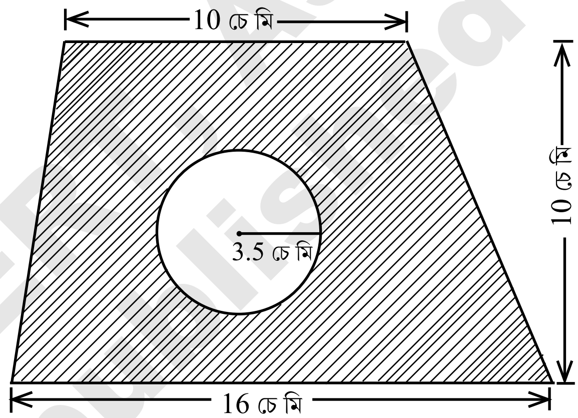
(b)



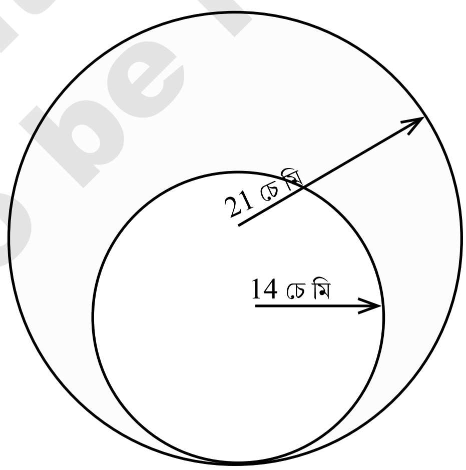
(c)



(d)



(e)

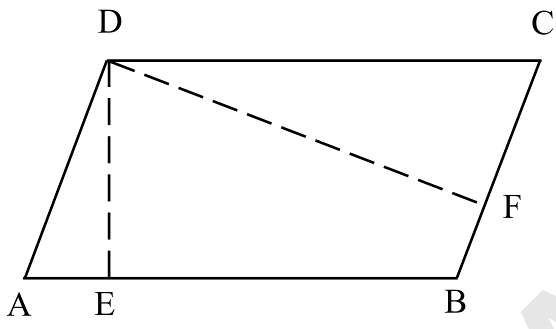


13. এটা ট্ৰেপিজিয়ামৰ সমান্তৰাল বাহু দুটাৰ মাপ 7 চে মি আৰু 5 চেমি, উচ্চতা 4 চে মি হ'লে ট্ৰেপিজিয়ামটোৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।

14. এটা ৰম্বাছৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য 13 চে মি আৰু এডাল কৰ্ণৰ দৈৰ্ঘ্য 24 চে মি হ'লে ৰম্বাছটোৰ কালি উলিওৱা।

Copyright, SCERT Assam
not to be republished

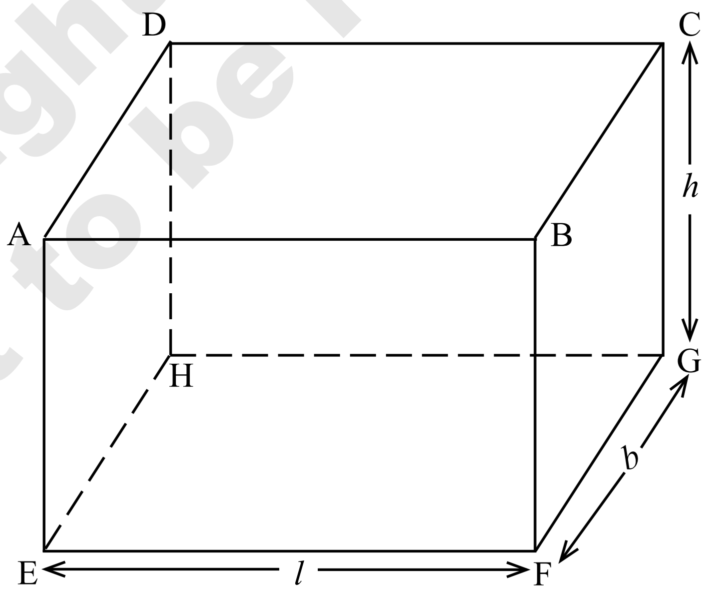
15. ABCD সামান্তৰিকৰ DE আৰু DF দুডাল লম্ব। AB = 12 চে মি, DE = 7 চে মি, DF = 14 চে মি হ'লে সামান্তৰিকটোৰ BC বাহুৰ মাপ নিৰ্ণয় কৰা।



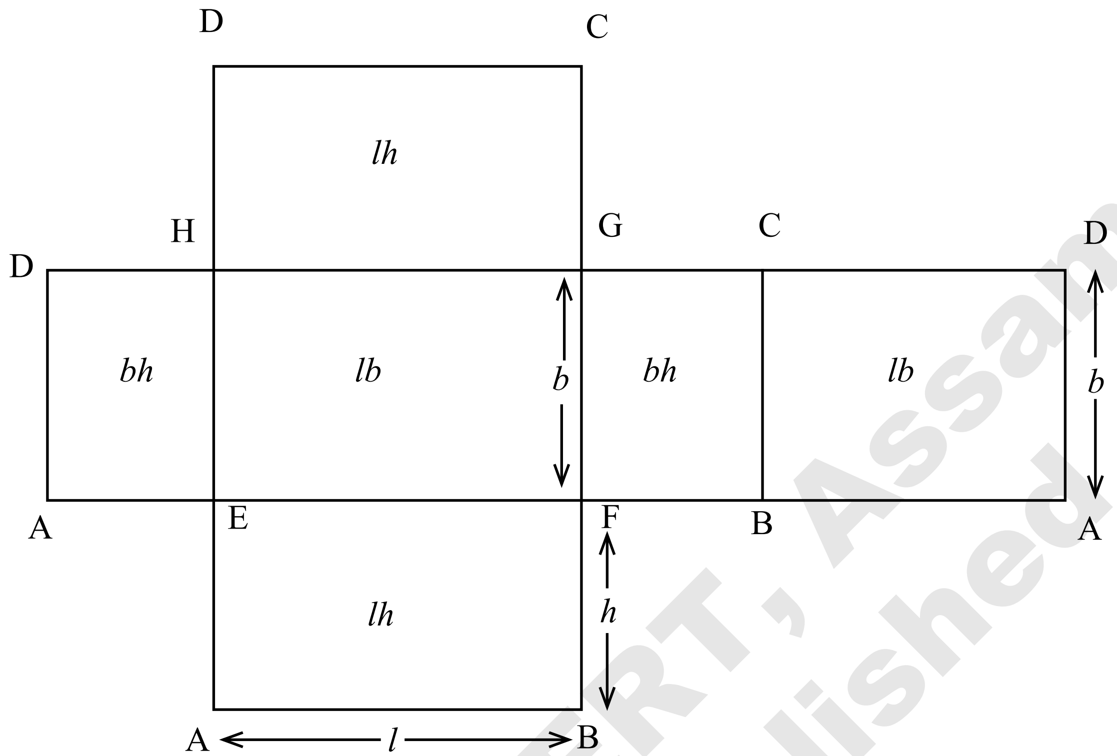
16. এটা ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি 180 চে মি^{2}। ইয়াৰ সমান্তৰাল বাহু দুটাৰ অনুপাত 1 : 2 । সমান্তৰাল বাহু দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব 12 চে মি। সমান্তৰাল বাহু দুটাৰ দীঘ নিৰ্ণয় কৰা।

11.2 আয়তীয় ঘনকৰ পৃষ্ঠকালি (Surface Area of a Cuboid)

চ'কৰ বাকচ এটা লোৱা। ইয়াৰ তলকেইখন কেঁচি এখনেৰে কাটি উলিওৱা। নিশ্চয়কৈ একে জোখৰ তল তিনিযোৰ পালা। এই তল 6 খনৰ মুঠ কালিয়েই হ'ব চ'ক বাকচটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি।



Copyright, SCERT, Assam not to be republished



ইয়াৰ তল 6 খন হ'ল AEHD, EFGH, FBAE, HGCD, FBCG আৰু ABCD.

আয়তীয় ঘনকটোৰ ভূমি তল দুখন ABCD আৰু EFGH আৰু পাৰ্শ্বতল চাৰিখন AEHD, FBAE, HGCD আৰু FBCG.

আয়তীয় ঘনকটোৰ দীঘ = l , প্ৰস্থ = b আৰু উচ্চতা = h বুলি ধৰিলে

AEHD তলৰ কালি = bh

EFGD তলৰ কালি = lb

FBAE তলৰ কালি = lh

HGCD তলৰ কালি = lh

FBCG তলৰ কালি = bh

ABCD তলৰ কালি = lb

∴ আয়তীয় ঘনকটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি = 6 খন তলৰ মুঠ কালি

$= bh + lb + lh + lh + bh + lb$

$= 2\,lb + 2\,bh + 2\,lh$

$= 2(lb + bh + lh)$

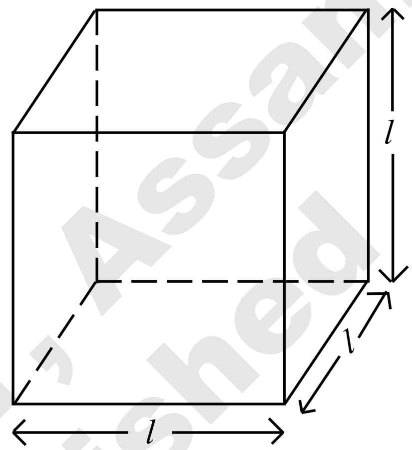
মনত ৰাখিবা ঃ আয়তীয় ঘনকৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি = $2(lb + bh + lh)$

পাৰ্শ্বীয় পৃষ্ঠ (Lateral surface) ঃ যিকোনো ত্ৰিমাত্ৰিক আকৃতিৰ (গোলকৰ বাহিৰে) বস্তুৰ তল আৰু ওপৰৰ পৃষ্ঠ দুখন বাদ দি যিবোৰ পৃষ্ঠ থাকে, সেই পৃষ্ঠবোৰক সেই আকৃতিটোৰ **পাৰ্শ্বীয় পৃষ্ঠ (Lateral surface)** বোলা হয়।

© SCERT, Assam not to be republished

আয়তীয় ঘনকটোৰ মুঠ পাৰ্শ্বীয় পৃষ্ঠকালি $= lh + bh + lh + bh$
$= 2lh + 2bh$
$= 2h(l + b)$
$= 2(l + b) \times h$
= পৰিসীমা × উচ্চতা

11.3 ঘনকৰ পৃষ্ঠকালি (Surface area of Cube)



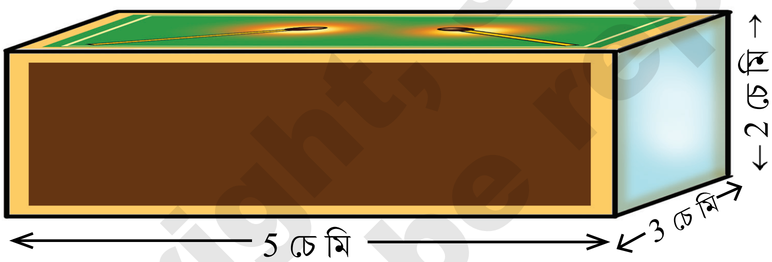
তোমালোকে ইতিমধ্যে আয়তীয় ঘনকৰ পৃষ্ঠকালি কেনেদৰে নিৰ্ণয় কৰে তাৰ বিষয়ে শিকিলা। তোমালোকে ইয়াকো জানা যে ঘনকৰ ক্ষেত্ৰত দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতা সমান। ঘনকৰ পৃষ্ঠকালি উলিয়াবলৈ আমি আয়তীয় ঘনকৰ পৃষ্ঠকালিৰ সূত্ৰত $l = b = h$ ব্যৱহাৰ কৰিও উলিয়াব পাৰো।

ঘনকৰ পৃষ্ঠকালি $= 2(l^2 + l^2 + l^2) = 6l^2$

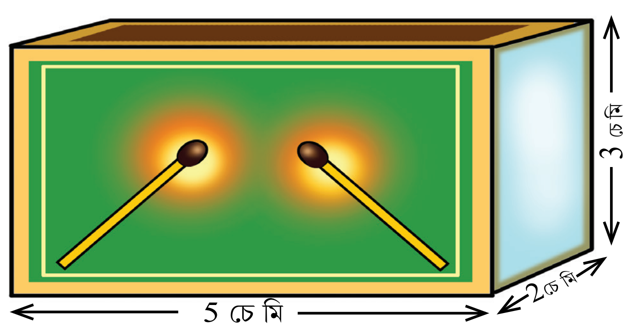
ঘনকটোৰ ওপৰ আৰু ভূমিতল দুখন বাদ দি বাকী চাৰিখন তলেই হ'ব ঘনকটোৰ পাৰ্শ্বতল।

ঘনকটোৰ পাৰ্শ্বপৃষ্ঠ কালি $= 4 \times l^2$

কাৰ্য ঃ তিনিটা একে ধৰণৰ জুইশলাৰ বাকচ সংগ্ৰহ কৰা। বাকচকেইটা তলৰ চিত্ৰত দেখুওৱা ধৰণে থিয় কৰি থোৱা।

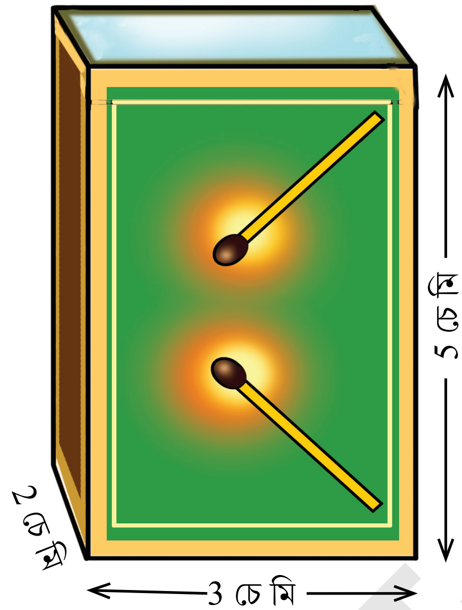


চিত্ৰ (a)



চিত্ৰ (b)

Copyright SCERT, Assam
not to be republished



চিত্ৰ (c)

জুইশলা বাকচটোৰ দীঘ *(l)* = 5 চে মি, প্ৰস্থ *(b)* = 3 চে মি আৰু উচ্চতা *(h)* = 2 চে মি ধৰি চিত্ৰ *(a)*, *(b)* আৰু *(c)*ৰ পাৰ্শ্বতলৰ কালি উলিওৱা। প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে পাৰ্শ্বপৃষ্ঠৰ কালি একে পালানে? যদি পোৱা নাই তেন্তে কিয় পোৱা নাই চিন্তা কৰা। (শিক্ষকৰ সহায় ল'বা।) তোমালোকে অন্য আয়তীয় ঘনক আকৃতিৰ বস্তু লৈও (যেনে দন্ত-মঞ্জনৰ বাকচ, জোতাৰ বাকচ, ঔষধৰ বাকচ ইত্যাদি) একে ধৰণে ভূমিতল সলনি কৰি পাৰ্শ্বীয় পৃষ্ঠকালিবোৰ উলিয়াই চাবা।

আকৌ এইবাৰ তিনিটা একেধৰণৰ লুডুগুটি (Dice) লৈ বেলেগ বেলেগ তলক ভূমিতল হিচাবে লৈ থিয় কৰাই লোৱা। প্ৰতিখন পাৰ্শ্বতলৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা। এইবাৰ একেই পালানে?

আয়তীয় ঘনকৰ ভূমিতল বেলেগ বেলেগকৈ ৰাখিলে সিহঁতৰ পাৰ্শ্বতলৰ কালি একে হ'বনে চোৱা।

মন কৰিবা ঃ তল, পিঠি, পৃষ্ঠ— এই তিনিওটা শব্দই একে অৰ্থকে বুজাইছে।

উদাহৰণ 1 ঃ এটা চক বাকচৰ দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতা ক্ৰমে 16 চে মি, 8 চে মি আৰু 6 চে মি হ'লে চক বাকচটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি আৰু পাৰ্শ্বপৃষ্ঠ কালি উলিওৱা।

সমাধান ঃ যিহেতু চক বাকচটো আয়তীয় ঘনক আকৃতিৰ

$l = 16$ চে মি $\quad b = 8$ চে মি $\quad h = 6$ চে মি

$\therefore$ চক বাকচটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি $= 2\,(lb + bh + lh)$

$= 2(16 \times 8 + 8 \times 6 + 16 \times 6)$ বৰ্গ চে মি

$= 544$ বৰ্গ চে মি

চক বাকচটোৰ পাৰ্শ্বীয়পৃষ্ঠ কালি $= 2\,(lh + bh)$

$= 2\,(16 \times 6 + 8 \times 6)$ বৰ্গ চে মি

$= 288$ বৰ্গ চে মি

Copyright SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 2 ঃ এটা ঘনকৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি 384 বৰ্গ মিটাৰ হ'লে ঘনকটোৰ প্ৰতিটো বাহুৰ মাপ কিমান ?

সমাধান ঃ ধৰি লোৱা প্ৰতিটো বাহুৰ মাপ $= l$ মিটাৰ

ঘনকটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি = 384 বৰ্গ মিটাৰ

গতিকে $6\,l^2 = 384$

বা $l^2 = \frac{384}{6} = 64 = 8^2$

বা $l = 8$

প্ৰতিটো বাহুৰ মাপ = 8 মি

উদাহৰণ 3 ঃ এটা আয়তীয় ঘনক আকৃতিৰ কোঠাৰ ভিতৰৰ মাপ 16 মিটাৰ × 10 মিটাৰ × 8 মিটাৰ। প্ৰতি বৰ্গ মিটাৰত 10 টকা হিচাবে কোঠাটোৰ ভিতৰৰ চাৰিওখন বেৰত চুণ দিওঁতে কিমান টকা খৰচ হ'ব ?

সমাধান ঃ ধৰি লোৱা কোঠাটোৰ দৈৰ্ঘ্য $(l) = 16$ মিটাৰ

কোঠাটোৰ প্ৰস্থ $(b) = 10$ মিটাৰ

কোঠাটোৰ উচ্চতা $(h) = 8$ মিটাৰ

$\therefore$ কোঠাটোৰ চাৰিওখন বেৰৰ কালি $= 2(lh + bh)$

$= 2(l + b).h$

$= 2(16 + 10).8$ বৰ্গ মিটাৰ

$= 2 \times 26 \times 8$ বৰ্গ মিটাৰ

$= 416$ বৰ্গ মিটাৰ

1 বৰ্গ মিটাৰত বেৰত চুণ দিওঁতে খৰচ হয় =10 টকা

$\therefore$ 416 বৰ্গ মিটাৰ বেৰত চুণ দিওঁতে খৰচ হয় $= 10 \times 416 = 4160$ টকা

উদাহৰণ 4 ঃ ঘনক এটাৰ ভূমি পৃষ্ঠ এখনৰ কালি 25 বৰ্গ চে মি হ'লে ঘনকটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি কিমান হ'ব ?

সমাধান ঃ ঘনকৰ এখন পৃষ্ঠৰ কালি $(l^2) = 25$ বৰ্গ চে মি

আমি জানো যে ঘনকটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি $= 6 \times l^2$

$= 6 \times 25$ বৰ্গ চে মি

$= 150$ বৰ্গ চে মি

উদাহৰণ 5 ঃ 2 লি ৰঙেৰে 9.375 বৰ্গ মিটাৰ ঠাইত ৰং কৰিব পাৰে। সেই পৰিমাণৰ ৰঙেৰে 22.5 চে মি × 10 চে মি × 7.5 চে মি জোখৰ কিমানটা ইটাৰ টুকুৰাত ৰং কৰিব পৰা যাব ?

সমাধান ঃ দিয়া আছে, ইটা টুকুৰাৰ দীঘ $(l) = 22.5$ চে মি, প্ৰস্থ $(b) = 10$ চে মি

উচ্চতা $(h) = 7.5$ চে মি, ইটা টুকুৰাৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি $= 2(lb + bh + lh)$

$= 2(22.5 \times 10 + 10 \times 7.5 + 7.5 \times 22.5)$ বৰ্গ চে মি

$= 2(225 + 75 + 168.75)$ বৰ্গ চে মি

$= 937.5$ বৰ্গ চে মি

2 লিটাৰেৰে ৰং কৰিব পাৰে $= 9.375$ বৰ্গ মিটাৰ

$= 9.375 \times 10000$ বৰ্গ চে মি

$= 93750$ বৰ্গ চে মি

Copyright SCERT, Assam not to be republished

ৰং কৰিব পৰা ইটাৰ সংখ্যা $\frac{93750}{937.5}$ টা

$= \frac{937500}{9375}$ টা

= 100 টা

> 1 মিটাৰ = 100 চে মি
> 1 বৰ্গ মিটাৰ = 100 × 100 বৰ্গ চে মি
> = 10000 বৰ্গ চে মি

উদাহৰণ 6 ঃ এটা আয়তীয় ঘনক আকৃতিৰ তেলৰ টিন এটাৰ মাপ 30 চে মি × 40 চে মি × 50 চে মি। প্ৰতি বৰ্গ মিটাৰ টিনত 20 টকা হিচাবে তেনেকুৱা 20টা টিন বনাওঁতে কিমান খৰচ পৰিব?

সমাধান ঃ দিয়া আছে টিনটোৰ দীঘ (l) = 30 চে মি, প্ৰস্থ (b) = 40 চে মি, উচ্চতা (h) = 50 চে মি

∴ টিনটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি $= 2(lb + bh + lh)$

= 2(30 × 40 + 40 × 50 + 30 × 50) বৰ্গ চে মি

= 2(1200 + 2000 + 1500) বৰ্গ চে মি

= 2 × 4700 বৰ্গ চে মি

= 9400 বৰ্গ চে মি

20টা টিনৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি = 20 × 9400 বৰ্গ চে মি

= 188000 বৰ্গ চে মি

$= \frac{188000}{10000}$ বৰ্গ মিটাৰ

= 18.8 বৰ্গ মিটাৰ

আকৌ, 1 বৰ্গ মিটাৰ টিনৰ খৰচ = 20 টকা

∴ 18.8 বৰ্গ মিটাৰ টিনৰ খৰচ = (20 × 18.8) টকা

= 376 টকা

20টা টিন বনাওঁতে মুঠ খৰচ হ'ব = 376 টকা

11. 4 চুঙাৰ পৃষ্ঠকালি (Surface Area of Cylinder)

কাষৰ চিত্ৰসমূহলৈ মন কৰা। চিত্ৰৰ আটাইবোৰ বস্তু চুঙা আকৃতিৰ, তোমালোকে চৌপাশত এনেকুৱা চুঙাকৃতিৰ বহু ধৰণৰ বস্তু দেখা পাবা।

এনেকুৱা চুঙাকৃতি বস্তু এটা লক্ষ্য কৰিলে দেখা পাবা যে সিহঁতৰ—

(i) এখন পাৰ্শ্বীয় তল

(ii) দুখন বৃত্তাকৃতিৰ সমতল পোৰা যায়।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

এটা চুঙাকৃতিৰ টেমা লৈ তাৰ পিঠিকেইখন কাগজেৰে এনেদৰে মেৰিয়াই দিয়া যাতে ই চুঙাটোৰ পিঠিত খাপ খাই যায়। বাকী থকা অংশ কেঁচী এখনেৰে কাটি দিয়া। এই কাগজখনৰ কালিয়েই হ'ব চুঙাটোৰ পৃষ্ঠকালি। কাগজখন খুলি আনিলে ই আয়তাকৃতিৰ হ'ব। কাগজ খিলাৰ দীঘ টেমাটোৰ বৃত্তাকৃতিৰ পৰিধিৰ সমান আৰু প্ৰস্থ টেমাটোৰ উচ্চতাৰ সমান। টেমাটোৰ পাৰ্শ্বীয় (বা বক্ৰ) তলৰ কাগজখিলা আয়ত আকৃতিৰ (চিত্ৰ i)।

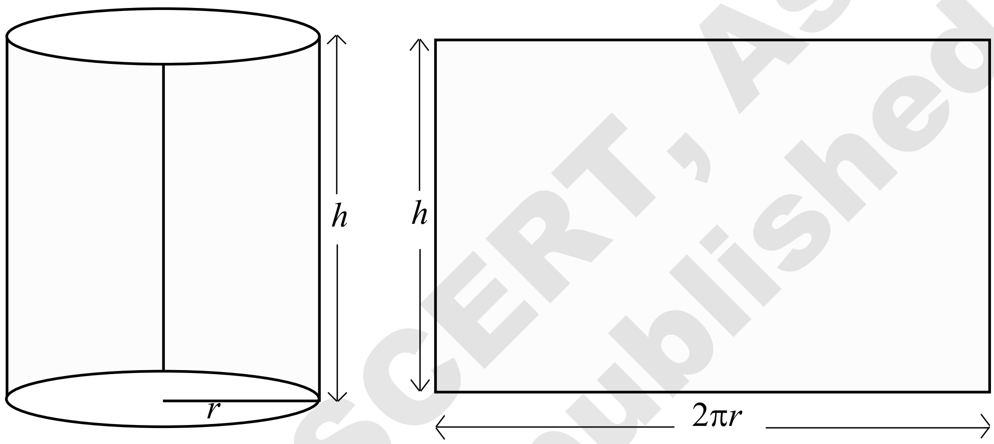
টেমাটোৰ পাৰ্শ্বতলৰ কালি = আয়তাকৃতি কাগজখনৰ কালি

= দীঘ × প্ৰস্থ

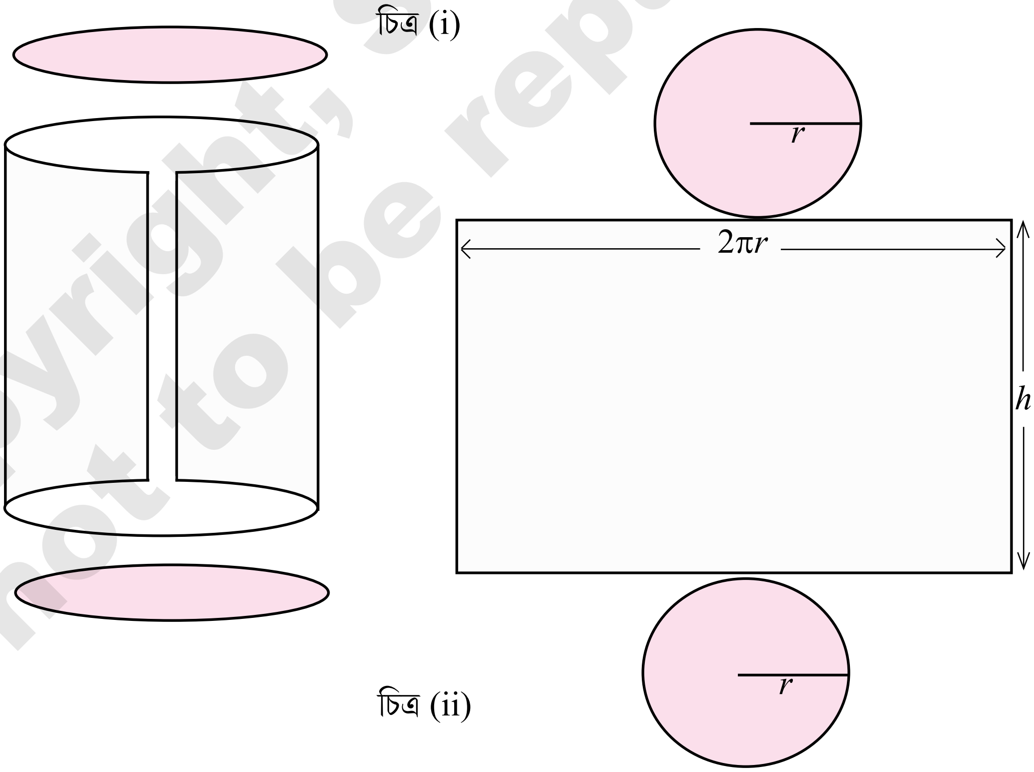
= টেমাটোৰ বৃত্তাকৃতি তলৰ পৰিসীমা × টেমাটোৰ উচ্চতা

= $2\pi r \times h$

ইয়াত 'r' হ'ল চুঙাটোৰ ব্যাসাৰ্দ্ধ আৰু 'h' হ'ল চুঙাটোৰ উচ্চতা।



চিত্ৰ (i)



চিত্ৰ (ii)

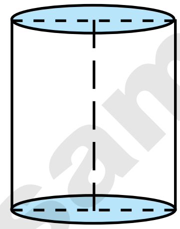
Copyright, SCERT, Assam not to be republished

ওপৰ আৰু তলফালে থকা বৃত্তাকৃতিৰ তল দুখনৰ কালি = $2 \times \pi r^2$ (চিত্ৰ ii)

$\therefore$ টেমাটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি = পাৰ্শ্ব তলৰ কালি + বৃত্তাকৃতিৰ তল দুখনৰ কালি

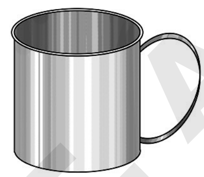
$= 2\pi hr + 2\pi r^2$

$= 2\pi r\,(r + h)$



মন কৰিবা ঃ চুঙাটোৰ বৃত্তাকৃতিৰ তল দুখনৰ কেন্দ্ৰ সংযোগী অক্ষডাল বৃত্তাকৃতিৰ তল দুখনৰ প্ৰত্যেকৰে লম্ব হোৱা বাবে এই চুঙাটোক **সমকোণীয় বৃত্তাকৃতিৰ চুঙা (Right circular cylinder)** বুলিও কোৱা হয়।

এখন খোলা বা এখন মুখ বন্ধ চুঙাৰ পৃষ্ঠকালি ঃ

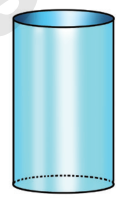


এখন মুখ খোলা চুঙা এটাৰ এখন পাৰ্শ্বীয় তল আৰু এখন বৃত্তাকৃতিৰ তল থাকিব।

গতিকে মুঠ পৃষ্ঠকালি = $2\pi rh + \pi r^2$

দুখন মুখ খোলা চুঙাৰ পৃষ্ঠকালি ঃ

দুয়োখন মুখ খোলা চুঙাৰ ক্ষেত্ৰত পাৰ্শ্বীয় তলখনেই থাকিব। গতিকে মুঠ পৃষ্ঠকালি = $2\pi rh$



মনত ৰাখিবা ঃ (i) চুঙা এটাৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি $= 2\pi r\,(r + h)$

(ii) এখন মুখ খোলা চুঙা এটাৰ পৃষ্ঠকালি $= 2\pi rh + \pi r^2$

(iii) দুখন মুখ খোলা চুঙাৰ পৃষ্ঠকালি $= 2\pi rh$

উদাহৰণ 7 ঃ এটা চুঙাকৃতি পাউডাৰ গাখীৰৰ টেমাৰ ভূমি ব্যাসাৰ্ধ 7 চে মি আৰু উচ্চতা 15 চে মি হ'লে টেমাটোৰ পাৰ্শ্বপৃষ্ঠৰ কালি আৰু মুঠ পৃষ্ঠকালি উলিওৱা। ($\pi = \frac{22}{7}$ ধৰিবা)

সমাধান ঃ টেমাটোৰ ভূমি ব্যাসাৰ্ধ $(r) = 7$ চে মি

টেমাটোৰ উচ্চতা $(h) = 15$ চে মি

টেমাটোৰ পাৰ্শ্বপৃষ্ঠৰ কালি $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 15$ বৰ্গ চে মি

$= 660$ বৰ্গ চে মি

টেমাটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি $= 2\pi r\,(r + h)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(7 + 15)$ বৰ্গ চে মি

$= 2 \times 22 \times 22$ বৰ্গ চে মি

$= 968$ বৰ্গ চে মি

উদাহৰণ 8 ঃ ধাতুৰ পাতেৰে নিৰ্মিত বন্ধ চুঙা এটাৰ ব্যাসাৰ্ধ 7 চে মি আৰু মুঠ পৃষ্ঠকালি 968 বৰ্গ চে মি হ'লে চুঙাটোৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ বন্ধ চুঙাৰ ব্যাসাৰ্ধ $(r) = 7$ চে মি

Copyright SCERT, Assam not to be republished

চুঙাটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি = 968 বৰ্গ চে মি

বা, $2\pi r (r + h) = 968$

বা, $2 \times \frac{22}{7} \times 7 (7 + h) = 968$

বা, $44 \times (7 + h) = 968$

বা, $7 + h = \frac{968}{44}$

বা, $7 + h = 22$

বা, $h = 22 - 7$

$\therefore \quad h = 15$

চুঙাটোৰ উচ্চতা = 15 চে মি

উদাহৰণ 9 ঃ এটা চুঙাৰ উচ্চতা 14 চে মি আৰু বক্ৰপৃষ্ঠৰ কালি 88 বৰ্গ চে মি হ'লে চুঙাটোৰ ব্যাসৰ দৈৰ্ঘ্য উলিওৱা।

সমাধান ঃ

চুঙাৰ উচ্চতা (h) = 14 চে মি

বক্ৰপৃষ্ঠৰ কালি = 88 বৰ্গ চে মি

প্ৰশ্নমতে, $2\pi rh = 88$ (আমি জানো যে চুঙা এটাৰ বক্ৰপৃষ্ঠৰ কালি = $2\pi rh$)

বা, $2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times r = 88$

বা, $88r = 88$

$\therefore \quad r = \frac{88}{88} = 1$

চুঙাটোৰ ব্যাস = $2r$

= 2×1 চে মি

= 2 চে মি

উদাহৰণ 10 ঃ 28 চে মি ব্যাসৰ আৰু 10 মিটাৰ দৈৰ্ঘ্যৰ পানীৰ নল এটা ৰং কৰিবলৈ কিমান টকা লাগিব যদিহে প্ৰতি বৰ্গমিটাৰ ৰং কৰা খৰচ 120 টকা হয়?

সমাধান ঃ পানীযোৱা নলটো দুটা মুখ খোলা চুঙা আকৃতিৰ

$\therefore$ নলটোৰ পৃষ্ঠকালি = $2\pi rh$

= $\pi(2r)h$

য'ত $2r$ = ব্যাস = 28 চে মি

= $\frac{28}{100}$ মি

h = উচ্চতা বা নলটোৰ দীঘ = 10 মি

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

∴ নলটোৰ পৃষ্ঠকালি $= \pi \times (2r)h$

$= \frac{22}{7} \times \frac{28}{100} \times 10$ বৰ্গ মি

$= \frac{88}{10}$ বৰ্গ মি

দিয়া আছে, 1 বৰ্গমিটাৰ ৰং কৰোঁতে খৰচ হয় 120 টকা

∴ $\frac{88}{10}$ বৰ্গমিটাৰ ৰং কৰোঁতে খৰচ হ'ব $= 120 \times \frac{88}{10}$

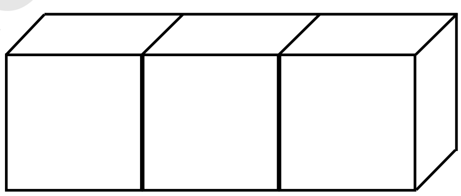
$= 88 \times 12$

$= 1056$ টকা।

∴ ৰং কৰা খৰচ পৰিমাণ $= 1056$ টকা

অনুশীলনী 11.2

1. এটা ঘনকৰ প্ৰতিটো বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য 27 চে মি হ'লে ঘনকটোৰ পৃষ্ঠকালি উলিওৱা।
2. এটা কোঠাৰ মজিয়াখনৰ পৰিসীমা 30 মিটাৰ আৰু কোঠাটোৰ উচ্চতা পৰিসীমাৰ $\frac{1}{10}$ অংশ হ'লে কোঠাটোৰ চাৰিবেৰৰ কালি নিৰ্ণয় কৰা।
3. আয়তীয় ঘনক এটাৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি 50 বৰ্গ মিটাৰ আৰু পাৰ্শ্বপৃষ্ঠৰ কালি 30 বৰ্গ মি হ'লে ইয়াৰ ভূমি তলৰ কালি উলিওৱা।
4. 80 চে মি × 48 চে মি × 24 চে মি মাপৰ বাকচ এটা এখন কাপোৰেৰে ঢাকিব লাগে। যদি কাপোৰখনৰ প্ৰস্থ 96 চে মি হয় তেন্তে 100টা বাকচ ঢাকিবলৈ কিমান মিটাৰ কাপোৰ লাগিব?
5. এটা ৰোলাৰৰ ব্যাস 84 চে মি আৰু দীঘ 120 চে মি। এখন খেলপথাৰ সমান কৰিবলৈ ৰোলাৰখনৰ 500 বাৰ ঘূৰ্ণনৰ আৰশ্যক হয়। প্ৰতি বৰ্গ মিটাৰত 75 পইচা হিচাবে খেলপথাৰখন সমান কৰোতে কিমান খৰচ পৰিব?
6. এখন মুখ খোলা দৈৰ চুঙা এটাৰ ভূমি ব্যাসাৰ্ধ 14 চে মি আৰু উচ্চতা 30 চে মি হ'লে চুঙাটোৰ বক্ৰ পিঠিৰ কালি উলিওৱা।
7. 5 চে মি বাহু দৈৰ্ঘ্যৰ 3টা ঘনক দীঘে দীঘে লগ লগোৱা হৈছে। এই আয়তীয় ঘনকটোৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি উলিওৱা।



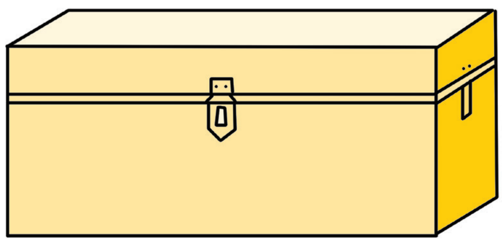
8. 14 চে মি উচ্চতাৰ চুঙা এটাৰ বক্ৰপৃষ্ঠৰ কালি 88 বৰ্গ চে মি হ'লে চুঙাটোৰ ভূমিৰ ব্যাস নিৰ্ণয় কৰা।
9. এটা মন্দিৰত 25টা লম্ব বৃত্তাকাৰ খুঁটা আছে আৰু প্ৰতিটো খুঁটাৰ ব্যাসাৰ্ধ 28 চে মি আৰু উচ্চতা 4 মিটাৰ। প্ৰতি বৰ্গমিটাৰত 8 টকা হাৰে খুঁটাকেইটাৰ বক্ৰপৃষ্ঠত ৰং কৰিবলৈ কিমান টকা খৰচ পৰিব?

Copyright SCERT, Assam not to be republished

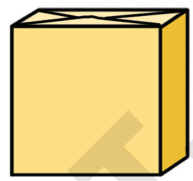
10. 7 চে মি ব্যাসৰ আৰু 12 চে মি চুঙাকৃতি উচ্চতাৰ গিলাচ এটাৰ পাৰ্শ্বীয় আৰু ভূমিতলৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি কিমান হ'ব?
11. চিমেণ্টেৰে নিৰ্মিত হিউম নল (Hume Pipe) এডালৰ ব্যাস 1400 মি মি আৰু দৈৰ্ঘ্য 2500 মি মি। তেনেকুৱা 22 ডাল নলৰ বাহিৰৰ ফালে ৰং কৰিলে খৰচ কিমান হ'ব যদি প্ৰতি বৰ্গ মিটাৰৰ খৰছ 8 টকা হয়?

11.5 আয়তীয় ঘনকৰ আয়তন (Volume of Cuboid)

ত্ৰিমাত্ৰিক বস্তু একোটাই যিমান ঠাই (space) আগুৰি থাকে তাৰ পৰিমাণকে বস্তুটোৰ আয়তন বোলে। তলত কেইটামান আয়তীয় ঘনক আকৃতিৰ বস্তুৰ ছবি দিয়া হৈছে।



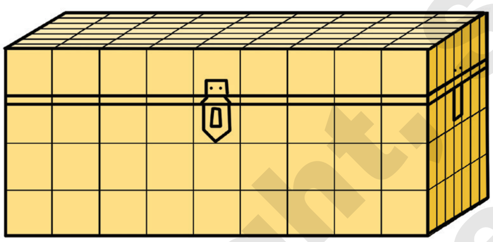
বাকচ



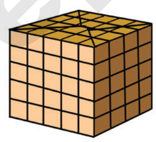
চকৰ বাকচ

ঔষধৰ বাকচ

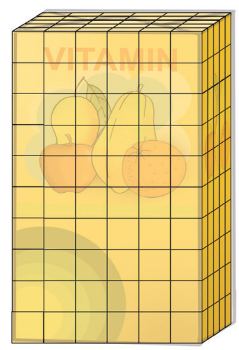
এতিয়া কিছুমান সমান আয়তনৰ ঘনকৰ টুকুৰাৰে এনে আয়তীয় ঘনক তৈয়াৰ কৰোঁ আহাচোন—



(i) (9 × 4 × 7)



(ii) (5 × 5 × 4)



(iii) (10 × 6 × 5)

একক আয়তনৰ ঘনকৰ সংখ্যা ঃ

(i) দীঘত = 9 টাকৈ
প্ৰস্থত = 7 টাকৈ
উচ্চতাত = 4 টাকৈ
মুঠ = 252 টা

(ii) দীঘত = 5 টাকৈ
প্ৰস্থত = 4 টাকৈ
উচ্চতাত = 5 টাকৈ
মুঠ = 100 টা

(iii) দীঘত = 6 টাকৈ
প্ৰস্থত = 5 টাকৈ
উচ্চতাত = 10 টাকৈ
মুঠ = 300 টা

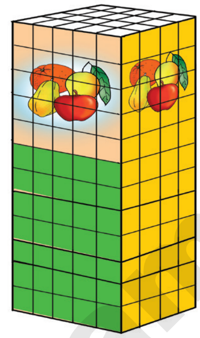
মন কৰিছানে ওপৰত তৈয়াৰ কৰা আয়তীয় ঘনকবোৰৰ আয়তন আমি ঘনকৰ সংখ্যাৰে প্ৰকাশ কৰিব পাৰোঁ।

যদি আমি ব্যৱহাৰ কৰা ঘনকৰ টুকুৰাবোৰৰ জোখ 1 চে মি × 1 চে মি × 1 চে মি বা এক ঘন চে মি হয়, তেন্তে ওপৰৰ আয়তীয় ঘনককেইটাৰ আয়তন হ'ব ক্ৰমে 252 ঘন চে মি, 100 ঘন চে মি আৰু 300 ঘন চে মি অৰ্থাৎ আয়তীয় ঘনককেইটাৰ আয়তনৰ জোখ ঘন চে মি এককত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।

Copyright SCERT, Assam not to be republished

কাষত এটা ঔষধৰ বাকচৰ ছবি দিয়া আছে। যাৰ দীঘ, প্ৰস্থ, উচ্চতা ক্ৰমে 5 চে মি, 4 চে মি, 12 চে মি। এই বাকচটো ঘন চে মিৰ টুকুৰাৰে তৈয়াৰ কৰিবলৈ কিমানটা ঘনক লাগিব। $(12 \times 4 \times 5)$ 240 টা নহয়নে?

অৰ্থাৎ ইয়াৰ আয়তন হ'ব 240 ঘন চে মি বা 240 চে মি^{3}।



মন কৰিবা আয়তীয় ঘনকৰ আকাৰ বুজাবলৈ দীঘ × প্ৰস্থ × উচ্চতা, এইদৰে লিখা হয়। ইয়াৰ পৰা আয়তীয় ঘনকৰ আকাৰ আমি অনুমান কৰিব পাৰোঁ। দীঘ, প্ৰস্থ, উচ্চতাৰ জোখ বুজোৱা সংখ্যাকেইটা পূৰণ কৰি আয়তীয় ঘনকটোৰ আয়তন ঘন এককত প্ৰকাশ কৰিব পাৰোঁ। তলৰ তালিকাখন পূৰ কৰা—

দৈৰ্ঘ্য (l) চে মি	প্ৰস্থ (b) চে মি	উচ্চতা (h) চে মি	আয়তন $= l \times b \times h$ ঘন চে মি
10	7	6	420
8	9	12	....
3	6	11	....
4	15	20	....
12	8	6	....
9	7	12	....

উদাহৰণ 11 ঃ আয়তীয় ঘনক এটাৰ দীঘ 15 চে মি, প্ৰস্থ 10 চে মি আৰু উচ্চতা 8 চে মি হ'লে আয়তীয় ঘনকটোৰ আয়তন নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ আয়তীয় ঘনকটোৰ দীঘ (l) = 15 চে মি

আয়তীয় ঘনকটোৰ প্ৰস্থ (b) = 10 চে মি

আয়তীয় ঘনকটোৰ উচ্চতা (h) = 8 চে মি

∴ আয়তীয় ঘনকটোৰ আয়তন = দীঘ × প্ৰস্থ × উচ্চতা

= 15 চে মি × 10 চে মি × 8 চে মি

= 1200 ঘন চে মি

মন কৰিবা ঃ বস্তুৰ আয়তন ডাঙৰ হ'লে এককটো ডাঙৰ লোৱা হয়। উদাহৰণ স্বৰূপে ডাঙৰ চৌবাচ্চা এটাৰ আয়তন জুখিবলৈ ঘন চে মিৰ সলনি ঘন মিটাৰ কৰিব পাৰোঁ। তেতিয়া ইয়াৰ আয়তনৰ জোখ ঘনমিটাৰ বা মিটাৰ^{3}ত প্ৰকাশ কৰা হয়।

1 ঘন মিটাৰ = 1 মি × 1 মি × 1 মি

= 100 চে মি × 100 চে মি × 100 চে মি

= 1000000 ঘন চে মি

= 10^6 ঘন চে মি

1 ঘন মিটাৰ = 10^6 ঘন চে মি

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 12 ঃ এটা আয়তীয় ঘনকৰ আয়তন 440 ঘন চে মি। ইয়াৰ দীঘ আৰু প্ৰস্থ ক্ৰমে 22 চে মি আৰু 4 চে মি হ'লে তাৰ উচ্চতা কিমান হ'ব?

সমাধান ঃ আয়তীয় ঘনকৰ আয়তন = 440 ঘন চে মি

দীঘ (l) = 22 চে মি

প্ৰস্থ (b) = 4 চে মি

অৰ্থাৎ $l \times b \times h = 440$

প্ৰশ্নমতে, $22 \times 4 \times h = 440$

বা, $88\,h = 440$

$\therefore h = \frac{440}{88} = 5$

আয়তীয় ঘনকটোৰ উচ্চতা = 5 চে মি

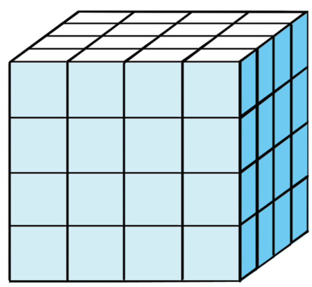
দলগত কাৰ্য

24 টা ৰুবিক কিউব (Rubik cube) বা লুডুগুটি (Ludo dice) সংগ্ৰহ কৰা। সেইবোৰ বিভিন্ন ধৰণে সজাই ভিন ভিন আকৃতিৰ আয়তীয় ঘনক তৈয়াৰ কৰা। প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰত তৈয়াৰ হোৱা আয়তীয় ঘনকটোৰ আয়তন আৰু পৃষ্ঠকালি নিৰ্ণয় কৰা।

চিন্তা কৰা ঃ একে আয়তনৰ আয়তীয় ঘনকবোৰৰ পৃষ্ঠকালি একে সমান হ'বনে?

11.6 ঘনকৰ আয়তন (Volume of Cube)

যদি এটা আয়তীয় ঘনকৰ দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতা সমান হয়, তেন্তে আয়তীয় ঘনকটোক সুষম ঘনক বা ঘনক (Cube) বোলে। গতিকে যদি ঘনকৰ বাহুৰ দীঘ l একক ধৰা হয় তেন্তে আয়তন হ'ব l^3 ঘন একক। কাষৰ চিত্ৰটোত 64 টা সম আয়তনৰ ঘনক লগ লাগি এটা ঘনক তৈয়াৰ হৈছে।



তোমালোকে লক্ষ্য কৰিলে দেখিবা যে ঘনকটোৰ

দীঘ = প্ৰস্থ = উচ্চতা = 4 একক

ঘনকটোৰ আয়তন = 64 ঘন একক

$= 4 \times 4 \times 4$ ঘন একক

= দীঘ × প্ৰস্থ × উচ্চতা

= দীঘ × দীঘ × দীঘ

= দীঘ^3

উদাহৰণ 13 ঃ ঘনক এটা বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য 7 চে মি হ'লে ঘনকটোৰ আয়তন কিমান হ'ব?

সমাধান ঃ ঘনকটোৰ বাহুৰ দীঘ = 7 চে মি

ঘনকটোৰ আয়তন = (দীঘ)^3

= (7 চে মি)^3

= 343 ঘন চে মি

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 14 ঃ 20 চে মি দৈৰ্ঘ্যৰ ডাঙৰ ঘনক এটাৰ পৰা 5 চে মি দৈৰ্ঘ্যৰ কিমানটা ঘনক কাটি উলিয়াব পৰা যাব ?

সমাধান ঃ ডাঙৰ ঘনকটোৰ দৈৰ্ঘ্যৰ = 20 চে মি

$\therefore$ ডাঙৰ ঘনকটোৰ আয়তন (v) = (20 চে মি)^3

= 8000 ঘন চে মি

আকৌ

সৰু ঘনকটোৰ দৈৰ্ঘ্য = 5 চে মি

সৰু ঘনকটোৰ আয়তন (v) = (5 চে মি)^3

= 125 ঘন চে মি

কাটি আনিব পৰা ঘনকৰ সংখ্যা = $\dfrac{\text{ডাঙৰ ঘনকটোৰ আয়তন}}{\text{সৰু ঘনকটোৰ আয়তন}}$

$= \dfrac{8000}{125}$

= 64 টা

11.7 চুঙাৰ আয়তন (Volume of Cylinder)

একে আকাৰৰ এটকীয়া মুদ্ৰা কিছুমান সংগ্ৰহ কৰি এটাৰ ওপৰত এটাকৈ সজাই এটা থাক কৰিলে এটা গোটা চুঙাৰ আকৃতি পোৱা যাব। এতিয়া এই মুদ্ৰাকেইটাৰ মুঠ আয়তনেই হ'ব চুঙাটোৰ আয়তন। এটা মুদ্ৰাৰ উচ্চতা 1 একক ধৰি ল'লে চুঙাটোৰ উচ্চতা হ'ব মুঠ মুদ্ৰাৰ উচ্চতাৰ যোগফল। যদি মুদ্ৰাবোৰৰ মুঠ উচ্চতা h হয় —

চুঙাটোৰ আয়তন = এটা মুদ্ৰাৰ পৃষ্ঠতলৰ কালি × উচ্চতা

$= \pi r^2 \times h \qquad [\pi = \dfrac{22}{7}]$

ইয়াত মুদ্ৰাটোৰ ব্যাসাৰ্ধ $= r$ ধৰা হৈছে।

মুদ্ৰাবোৰৰ মুঠ উচ্চতা $= h$

চুঙাটোৰ আয়তন $= \pi r^2 h$

তলত দিয়া তালিকাখন পূৰ কৰা —

উচ্চতা (h) চে মি	ব্যাস (d) চে মি	ব্যাসাৰ্ধ (r) চে মি	ভূমি পৃষ্ঠৰ কালি πr^2 বৰ্গ চে মি	চুঙাৰ আয়তন (v) ঘন চে মি
15	14			?
10			44	?
20		0.7		?
?			250	500

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

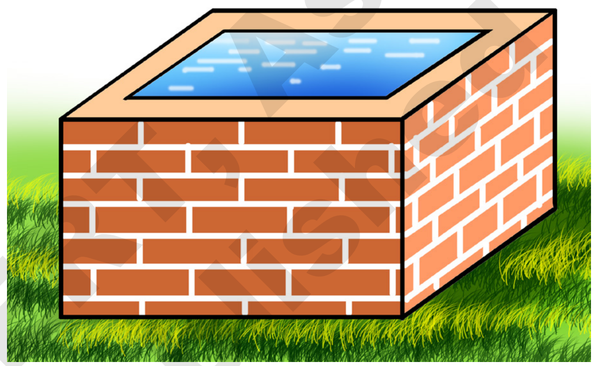
11.8 আয়তন আৰু ধাৰণ ক্ষমতা (Volume and Capacity)

আয়তন আৰু ধাৰণ ক্ষমতাৰ মাজত থকা সাধাৰণ পাৰ্থক্য —

বস্তু এটাৰ আয়তন মানে ই আগুৰি থকা ঠাইৰ পৰিমাণ।

আনহাতে ধাৰণ ক্ষমতা মানে এটা পাত্ৰত ভৰাব পৰা বস্তুৰ আয়তন।

এটা উদাহৰণৰ সহায়ত আয়তন আৰু ধাৰণ ক্ষমতাৰ মাজৰ পাৰ্থক্যখিনি বুজি লওঁ আঁহা। চিত্ৰত দেখুওৱা ধৰণে এটা চৌবাচ্চাৰ বাহিৰৰ দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতাৰ জোখ পূৰণ কৰিলে চৌবাচ্চাটোৰ আয়তন পাম। আনহাতে চৌবাচ্চাটোৰ ভিতৰৰ খালী অংশৰ দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতাৰ জোখ পূৰণ কৰিলে চৌবাচ্চাটোৰ ধাৰণ ক্ষমতা পাম। গতিকে চৌবাচ্চাটোৰ ভিতৰত ধৰা পানীৰ পৰিমাণে হ'ব চৌবাচ্চাটোৰ ধাৰণ ক্ষমতা। এইক্ষেত্ৰত চৌবাচ্চাটোৰ আয়তন ইয়াৰ ধাৰণ ক্ষমতাতকৈ বেছি।



চৌবাচ্চাটোৰ বেৰ কেইখনৰ ডাঠ যদি একেবাৰে নগণ্য হয় তেতিয়াহ'লে চৌবাচ্চাটোৰ আয়তন আৰু ইয়াৰ ধাৰণ ক্ষমতা একে হ'ব বুলি ধৰি লোৱা হ'ব। এই পাঠটোত আমি সাধাৰণতে পাত্ৰৰ আয়তন আৰু পাত্ৰটোৰ ধাৰণ ক্ষমতা একে বুলি ধৰি ল'ম।

উদাহৰণস্বৰূপে এটা পাত্ৰৰ ভিতৰৰ খালী অংশৰ দীঘ, প্ৰস্থ আৰু উচ্চতা যদি 10 চে মি হয়, তেন্তে পাত্ৰটোৰ

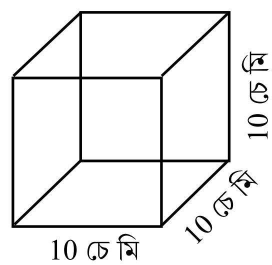
ভিতৰৰ আয়তন হ'ব = 10 চে মি × 10 চে মি × 10 চে মি

= 1000 ঘন চে মি

কিন্তু 1 ঘন চে মি = 1 মিলি লিটাৰ

গতিকে 1000 ঘন চে মি = 1000 মি লি = 1 লিটাৰ

অৰ্থাৎ ইয়াৰ ধাৰণ ক্ষমতা হ'ব = 1 লিটাৰ



জানি থওঁ আহা —

1 ঘন চে মি = 1 মিলি লিটাৰ

1000 ঘন চে মি = 1 লিটাৰ

1 ঘন মিটাৰ = 1000 লিটাৰ

বা 1000000 ঘন চে মি = 1000 লিটাৰ

Copyright SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 15 ঃ 2 মি × 0.5 মি × 2 মি মাপৰ আয়তীয় ঘনক এটাৰ পানীৰ ধাৰণ ক্ষমতা উলিওৱা।

সমাধান ঃ আয়তীয় ঘনকটোৰ আয়তন = দীঘ × প্ৰস্থ × উচ্চতা

= 2 মি × 0.5 মি × 2 মি

$= 2 \times \frac{1}{2} \times 2$ ঘন মিটাৰ

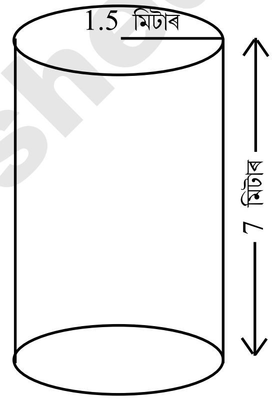
= 2 ঘন মিটাৰ

∴ 1 ঘন মিটাৰ আয়তনৰ পাত্ৰ এটাত পানী ধৰে 1000 লিটাৰ

∴ 2 ঘন মিটাৰ আয়তনৰ পাত্ৰটোত পানী ধৰে, 2 × 1000 লিটাৰ = 2000 লিটাৰ

∴ পাত্ৰটোৰ ধাৰণ ক্ষমতা = 2000 লিটাৰ

উদাহৰণ 16 ঃ এটা চুঙাকৃতিৰ গাখীৰৰ পাত্ৰৰ ভিতৰফালৰ ব্যাসাৰ্ধ 1.5 মি আৰু দৈৰ্ঘ্য 7 মিটাৰ। পাত্ৰটোত কিমান লিটাৰ গাখীৰ ভৰাব পৰা যাব?



সমাধান ঃ গাখীৰৰ পাত্ৰটোৰ ব্যাসাৰ্ধ *(r)* = 1.5 মি

গাখীৰৰ পাত্ৰটোৰ দৈৰ্ঘ্য *(h)* = 7 মিটাৰ

গাখীৰৰ পাত্ৰটোৰ আয়তন *(v)* $= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times (1.5)^2 \times 7$ ঘন মিটাৰ

= 22 × 2.25 ঘন মিটাৰ

= 49.5 ঘন মিটাৰ

1 ঘন মিটাৰ আয়তনৰ পাত্ৰটোত গাখীৰ ধৰে = 1000 লিটাৰ

49.5 ঘন মিটাৰ আয়তনৰ পাত্ৰটোত গাখীৰ ধৰে = 1000 × 49.5 লিটাৰ

= 49500 লিটাৰ

গাখীৰৰ পাত্ৰটোত গাখীৰ ধৰিব = 49500 লিটাৰ

উদাহৰণ 17 ঃ 18 মি × 12 মি × 9 মি মাপৰ আয়তীয় ঘনক এটাৰ পৰা 3 মিটাৰ দৈৰ্ঘ্যৰ কিমানটা ঘনক কাটি উলিয়াব পৰা যাব?

সমাধান ঃ আয়তীয় ঘনকৰ আয়তন = 18 × 12 × 9 ঘন মিটাৰ

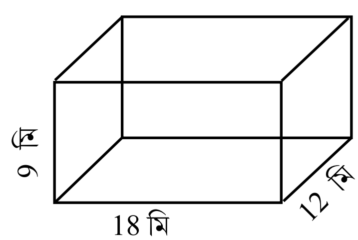
= 1944 ঘন মিটাৰ

ঘনকটোৰ দীঘ = 3 মিটাৰ

ঘনকটোৰ আয়তন = (দীঘ)^3

= 3^3 ঘন মিটাৰ

= 27 ঘন মিটাৰ



ঘনকৰ সংখ্যা $= \frac{\text{আয়তীয় ঘনকটোৰ আয়তন}}{\text{প্ৰতিটো ঘনকৰ আয়তন}}$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

$$= \frac{1944}{27}$$

$= 72$ টা

উদাহৰণ 18 ঃ এটা ঘনকৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি 96 চে মি^{2} হ'লে ঘনকটোৰ আয়তন নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ ঘনকৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি = 96 চে মি^{2}, ঘনকটোৰ এখন পৃষ্ঠৰ কালি = দীঘ^2

$\therefore\ 6 \times$ দীঘ$^2 = 96$

বা দীঘ$^2 = \frac{96}{6} = 16$

$\therefore$ দীঘ $= \sqrt{16} = 4$ চে মি

$\therefore$ ঘনকটোৰ আয়তন = দীঘ^3

$= 4^3$ ঘন চে মি

$= 64$ ঘন চে মি

উদাহৰণ 19 ঃ কেইটামান 1.5 চে মি ব্যাস আৰু 0.2 চে মি ডাঠ মুদ্ৰা গলাই এটা লম্ব বৃত্তাকৃতিৰ চুঙা গঠন কৰা হ'ল যাৰ উচ্চতা 10 চে মি আৰু ব্যাস 4.5 চে মি। চুঙাটো গঠন কৰোঁতে ব্যৱহাৰ হোৱা মুদ্ৰাৰ সংখ্যা উলিওৱা।

সমাধান ঃ মুদ্ৰাটোৰ ব্যাস $(d_1) = 1.5$ চে মি

মুদ্ৰাটোৰ ব্যাসাৰ্ধ $(r_1) = \frac{1.5}{2} = 0.75$ চে মি

ডাঠ বা উচ্চতা $(h_1) = 0.2$ চে মি

$\therefore$ মুদ্ৰাটোৰ আয়তন $= \pi r_1^2 h$

$= \pi \times (0.75)^2 \times 0.2$ ঘন চে মি

আকৌ চুঙাটোৰ ব্যাস $(d_2) = 4.5$ চে মি

চুঙাটোৰ ব্যাসাৰ্ধ $(r_2) = \frac{4.5}{2} = 2.25$ চে মি

চুঙাটোৰ উচ্চতা $(h_2) = 10$ চে মি

$\therefore$ চুঙাটোৰ আয়তন $= \pi r_2^2 h_2$

$= \pi \times (2.25)^2 \times 10$ ঘন চে মি

$\therefore$ মুদ্ৰাৰ সংখ্যা $= \frac{\text{চুঙাটোৰ আয়তন}}{\text{মুদ্ৰা এটাৰ আয়তন}}$

$$= \frac{\pi \times r_1^2 \times h_1}{\pi \times r_2^2 \times h_2}$$

$$= \frac{(2.25)^2 \times 10}{(0.75)^2 \times 0.2}$$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

$$= \frac{2.25 \times 2.25 \times 10}{0.75 \times 0.75 \times 0.2}$$

$= 3 \times 3 \times 50$

$= 450$ টা

উদাহৰণ 20 ঃ কোনো নিৰ্দিষ্ট উষ্ণতাত 50 চে মি দৈৰ্ঘ্যৰ ঘনক আকৃতিৰ বৰফৰ টুকুৰা এটাৰ ভৰ কিমান হ'ব যদিহে 1 ঘন মিটাৰ বৰফৰ ভৰ 900 কিলোগ্ৰাম।

সমাধান ঃ ঘনকটোৰ দৈৰ্ঘ্য $= 50$ চে মি

$= \frac{50}{100}$ মিটাৰ $= \frac{1}{2}$ মিটাৰ

$\therefore$ বৰফৰ টুকুৰাটোৰ আয়তন $= \left(\frac{1}{2}\right)^3$ ঘন মিটাৰ $= \frac{1}{8}$ ঘন মিটাৰ

দিয়া আছে, 1 ঘন মিটাৰ বৰফৰ ভৰ $= 900$ কিলোগ্ৰাম

$\therefore$ $\frac{1}{8}$ ঘন মিটাৰ বৰফৰ ভৰ $= \frac{1}{8} \times 900$ কিলোগ্ৰাম

$= 112.5$ কিলোগ্ৰাম

অনুশীলনী 11.3

1. এটা আয়তীয় ঘনক আকৃতিৰ পাত্ৰত 105 লিটাৰ পানী ধৰে। যদি পাত্ৰটোৰ ভিতৰ ফালৰ ভূমি তলৰ মাপ 15 মিটাৰ × 3.5 মিটাৰ তেন্তে পাত্ৰটোৰ উচ্চতা কিমান?
2. এটা 12 চে মি দৈৰ্ঘ্যৰ বাহুৰ ধাতুৰ ঘনক গলাই তিনিটা সৰু সৰু ঘনক তৈয়াৰ কৰা হ'ল। ইয়াৰে দুটা ঘনকৰ বাহুৰ দৈৰ্ঘ্য ক্ৰমে 6 চে মি আৰু 8 চে মি হ'লে তৃতীয় ঘনকটোৰ বাহুৰ দীঘ উলিওৱা।
3. এটা আয়তীয় ঘনকৰ ভূমিৰ কালি 180 বৰ্গ চে মি আৰু আয়তন 900 ঘন চে মি হ'লে উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা।
4. 60 চে মি × 54 চে মি × 30 চে মি মাপৰ এটা খোলা আয়তীয় ঘনকত 6 চে মি বাহুৰ কিমানটা ঘনক ভৰাব পৰা যাব?
5. 6 মিটাৰ ব্যাস আৰু 21 মিটাৰ গভীৰতাৰ গাঁত এটা খান্দিলে কিমান ঘন মিটাৰ মাটি ওলাব?
6. এটা আয়তীয় ঘনক আকৃতিৰ টেংকীত প্ৰতি মিনিটত 40 লিটাৰকৈ পানী ভৰোৱা হৈছে। যদি টেংকীটোৰ আয়তন 54 ঘন মিটাৰ হয় তেন্তে খালী টেংকীটো কিমান ঘণ্টাত পূৰ্ণ হ'ব?
7. 2200 ঘন চে মি ধাতুৰ টুকুৰা এটা গলাই 0.5 চে মি ব্যাসৰ এডাল সুষম তাঁৰ তৈয়াৰ কৰা হ'ল। এই ধাতুৰ তাঁৰডালৰ দৈৰ্ঘ্য কিমান?
8. এটা আয়তীয় ঘনকৰ আয়তন 440 ঘন চে মি আৰু ইয়াৰ ভূমি তলৰ কালি 88 চে মি^{2} হ'লে উচ্চতা উলিওৱা।
9. এটা আয়তীয় ঘনকৰ আয়তন 168 ঘন মিটাৰ আৰু ভূমি পৃষ্ঠৰ কালি 2800 বৰ্গ চে মি হ'লে উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা।

Copyright SCERT, Assam
not to be republished

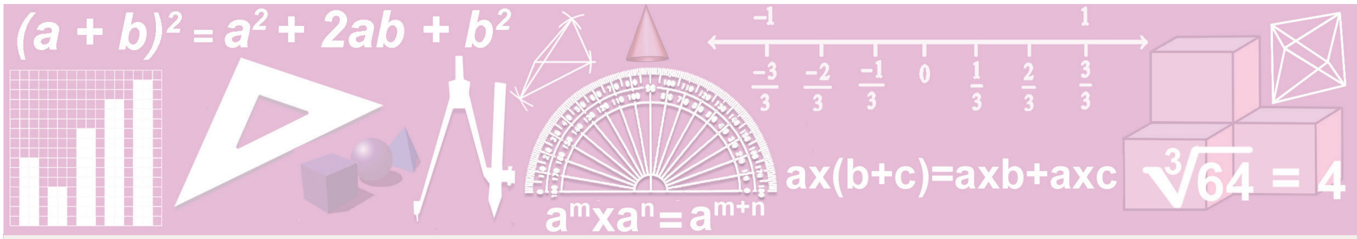
10. এটা আয়তাকৃতিৰ চৌবাচ্চাৰ ভিতৰৰ দীঘ 6 মিটাৰ, প্ৰস্থ 2 মিটাৰ আৰু উচ্চতা 1 মিটাৰ হ'লে চৌবাচ্চাটোত কিমান লিটাৰ পানী ধৰিব?
11. এটা চুঙাৰ ভূমিতলৰ পৰিসীমা 132 চে মি আৰু উচ্চতা 25 চে মি হ'লে চুঙাটোৰ আয়তন কিমান হ'ব?
12. দুটা সমআয়তনৰ চুঙাৰ উচ্চতাৰ অনুপাত 1:4 হ'লে ইয়াৰ ব্যাসাৰ্ধৰ অনুপাত কিমান?
13. এটা আয়তীয় ঘনক আকৃতিৰ পানীৰ টেংকীৰ ভিতৰৰ মাপ 4.2 মিটাৰ × 300 চে মি × 1.8 মিটাৰ হ'লে টেংকীটোৰ ধাৰণ ক্ষমতা লিটাৰত প্ৰকাশ কৰা।
14. এটা গোটা চুঙাকৃতি খুঁটাৰ মুঠ পৃষ্ঠকালি 924 বৰ্গ চে মি। খুঁটাটোৰ বক্ৰপৃষ্ঠৰ কালি মুঠ পৃষ্ঠকালিৰ দুই তৃতীয়াংশ হ'লে খুঁটাটোৰ ব্যাসাৰ্ধ আৰু আয়তন উলিওৱা।

আমি কি শিকিলোঁ?

1. এটা ট্ৰেপিজিয়ামৰ কালি = সমান্তৰাল বাহু দুটাৰ যোগফলৰ আধা × সিহঁতৰ লম্ব দূৰত্ব।
2. এটা ৰম্বাছৰ কালি = কৰ্ণ দুডালৰ পূৰণফলৰ আধা।
3. বহুভুজৰ কালি উলিয়াবলৈ আমি বহুভুজটোক ত্ৰিভুজ, বৰ্গ, আয়ত, ট্ৰেপিজিয়াম আদিত ভাগ কৰি ল'ব পাৰোঁ। এই জ্যামিতিক আকৃতিবোৰৰ কালিৰ যোগফলেই হৈছে বহুভুজটোৰ কালি।
4. গোটা বস্তুৰ পৃষ্ঠকালি গোটা বস্তুটোৰ পৃষ্ঠকেইখনৰ কালিৰ সমান।
   - (i) আয়তীয় ঘনকৰ পৃষ্ঠকালি = $2(lb + bh + lh)$
   - (ii) ঘনকৰ পৃষ্ঠকালি = $6l^2$
   - (iii) দুখন মুখ বন্ধ চুঙাৰ পৃষ্ঠকালি = $2\pi r(r + h)$
   - (iv) দুখন মুখ খোলা চুঙাৰ পৃষ্ঠকালি = $2\pi rh$
   - (v) এখন মুখ খোলা চুঙাৰ পৃষ্ঠকালি = $2\pi rh + \pi r^2$
5. আয়তন
   - (i) আয়তীয় ঘনকৰ আয়তন = $l \times b \times h$
   - (ii) ঘনকৰ আয়তন = l^3
   - (iii) চুঙাৰ আয়তন = $\pi r^2 h$
6. (i) 1 ঘন চে মি = 1 মিলি লিটাৰ
   - (ii) 1 লিটাৰ = 1000 মিলি লিটাৰ = 1000 ঘন চে মি
   - (iii) 1 ঘন মিটাৰ = 100 চে মি × 100 চে মি × 100 চে মি
     = 1000000 ঘন চে মি
     = 1000000 মিলি লিটাৰ
     = 1000 লিটাৰ

❑❑❑

Copyright SCERT Assam not to be republished



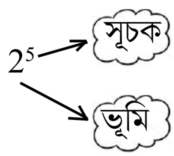
অধ্যায়-12

সূচক আৰু ঘাত
(Exponents and Powers)

K7P5N9

তোমালোকে সপ্তম শ্ৰেণীত সূচক আৰু ঘাতৰ বিষয়ে শিকিছা। তোমালোকে মনত পেলোৱা 2^5 ৰ অৰ্থ কি?

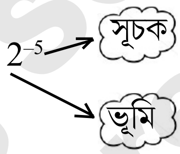
$$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$
$$= 32$$



2^5 হৈছে 32 ৰ সূচকীয় ৰূপ

ইয়াত 5 টা 2 পূৰণ কৰা হৈছে। ইয়াত 2 ক ভূমি বোলে। 2 ৰ ঘাত কি হ'ব? ক'ব পাৰিবানে? ইয়াত 2 ৰ ঘাত 5 লৈ উন্নীত কৰা হ'ল। 5 এ 2 ৰ ঘাত সূচাইছে।

এইবাৰ 2^{-5} ৰ অৰ্থ কি হ'ব পাৰে চিন্তা কৰা। ইয়াত (–5) টা 2 পূৰণ কৰা হৈছে বুলি ক'ব পাৰিবানে? নিশ্চয় নোৱাৰিবা। কাৰণ, (–5) টা 2 ৰ পূৰণফল অৰ্থহীন। ইয়াৰ সূচকটো ঋণাত্মক সংখ্যা।



এই পাঠত তোমালোকে ঋণাত্মক সূচকৰ বিষয়ে শিকিব পাৰিবা।

12.1 ঋণাত্মক সূচকযুক্ত ঘাত (Power with negative exponents)

তোমালোকে জানা যে

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$
$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 = \frac{16}{2}$$
$$2^2 = 2 \times 2 = 4 = \frac{8}{2}$$
$$2^1 = 2 = \frac{4}{2}$$
$$2^0 = 1 = \frac{2}{2}$$

এতিয়া ওপৰৰ চানেকিটো বুজিব পাৰিলানে? যেতিয়া সূচকৰ মান 1 কৈ কমে, তেতিয়া তাৰ মান কি হ'ব লক্ষ্য কৰা।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

এতিয়া 2^{-1}ৰ মান কি হ'ব?

ওপৰৰ চানেকিটো লক্ষ্য কৰিলে দেখিবা যে $2^{-1} = \frac{1}{2} = \frac{1}{2^1}$

আকৌ $2^{-2} = \frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{2^2}$

$2^{-3} = \frac{1}{2^2} \div 2 = \frac{1}{2^2 \times 2} = \frac{1}{2^3}$

$2^{-4} = \frac{1}{2^3} \div 2 = \frac{1}{2^3 \times 2} = \frac{1}{2^4}$

$2^{-5} = \frac{1}{2^4} \div 2 = \frac{1}{2^4 \times 2} = \frac{1}{2^5}$ ইত্যাদি।

সেইদৰে, $2^{-7} = \frac{1}{2^7}$

$3^{-19} = \frac{1}{3^{19}}$

$5^{-6} = \frac{1}{5^6}$

$10^{-1} = \frac{1}{10}$, $10^{-2} = \frac{1}{10^2}$, $10^{-3} = \frac{1}{10^3}$ ইত্যাদি।

তোমালোকে একে পদ্ধতিৰে 10^{-5}ৰ মান নিৰ্ণয় কৰিব পাৰিবানে?

এতিয়া ভূমি আৰু সূচক দুয়োটাই ঋণাত্মক সংখ্যা হ'লে কি হ'ব চাওঁ আহা।

$(-2)^{-5} = \frac{1}{(-2)^5}$, $(-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4}$, $(-10)^{-7} = \frac{1}{(-10)^7}$ এইবোৰৰ একোটা নিৰ্দিষ্ট মান পাম।

গতিকে যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা a ৰ বাবে $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ য'ত m এটা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা।

উদাহৰণ 1 ঃ $(-3)^{-4}$ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ $(-3)^{-4} = \frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)}$

$= \frac{1}{81}$

অৰ্থাৎ $(-3)^{-4} = \frac{1}{81}$

Copyright SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 2 ঃ মান নিৰ্ণয় কৰা

(i) 5^{-4} (ii) $(-5)^{-4}$ (iii) $(-5)^{-3}$ (iv) $(-4)^{-5}$

সমাধান ঃ (i) $5^{-4} = \frac{1}{5^4}$

$= \frac{1}{5\times5\times5\times5}$

$= \frac{1}{625}$

(ii) $(-5)^{-4} = \frac{1}{(-5)^4}$

$= \frac{1}{(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)}$

$= \frac{1}{625}$

(iii) $(-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3}$

$= \frac{1}{(-5)\times(-5)\times(-5)}$

$= \frac{1}{-125}$

$= -\frac{1}{125}$

(iv) $(-4)^{-5}$

$= \frac{1}{(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)\times(-4)}$

$= \frac{1}{-1024}$

$= -\frac{1}{1024}$

12.2 সূচকৰ সহায়ত সংখ্যাৰ বিস্তাৰিত ৰূপ (Expanded form of number using exponents)

উদাহৰণ 3 ঃ 57463 ক বিস্তাৰিত ৰূপত লিখা

সমাধান ঃ $57463 = 50000 + 7000 + 400 + 60 + 3$

$= 5 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 6 \times 10 + 3$

বা

$= 5 \times 10^4 + 7 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 3 \times 10^0$

উদাহৰণ 4 ঃ 57463.812 ক বিস্তাৰিত ৰূপত লিখা।

সমাধান ঃ $57463.812 = 50000 + 7000+400+60+3 +0.8 +0.01 +0.002$

$= 50000 + 7000 + 400 + 60 + 3 + \frac{8}{10} + \frac{1}{100} + \frac{2}{1000}$

$= 5 \times 10^4+7\times10^3+4\times10^2+6\times10+3\times10^0+8\times10^{-1}+1\times10^{-2} + 2\times10^{-3}$

12.3 সূচকৰ বিধি (Laws of Indices)

সূচকৰ বিধিকেইটা এনেধৰণৰ ঃ

(i) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(ii) $a^m \div a^n = a^{m-n}$, $a \neq 0$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

(iii) $(a^m)^n = a^{mn}$

(iv) $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

(v) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m = \dfrac{a^m}{b^m}$, $b \neq 0$

(vi) $a^0 = 1$, $a \neq 0$

এতিয়া সূচকবোৰ ঋণাত্মক হ'লে বিধিকেইটা শুদ্ধ হ'বনে? পৰীক্ষা কৰি চাওঁ আহা।
কেইটামান উদাহৰণ চাওঁ আহা

(i) $(-3)^{-5} \times (-3)^{-6}$

সমাধান ঃ $(-3)^{-5} \times (-3)^{-6}$

$= \dfrac{1}{(-3)^5} \times \dfrac{1}{(-3)^6}$

$= \dfrac{1}{(-3)^5 \times (-3)^6}$

$= \dfrac{1}{(-3)^{5+6}}$

$= (-3)^{-5+(-6)}$

(ii) $(-5)^3 \times (-5)^{-7}$

সমাধান ঃ $(-5)^3 \times (-5)^{-7}$

$= (-5)^3 \times \dfrac{1}{(-5)^7}$

$= \dfrac{(-5)^3}{(-5)^7}$

$= (-5)^{3-7}$

$= (-5)^{3+(-7)}$

(iii) $(-4)^{-5} \times (-4)^6$

সমাধান ঃ $(-4)^{-5} \times (-4)^6$

$= \dfrac{1}{(-4)^5} \times (-4)^6$

$= \dfrac{(-4)^6}{(-4)^5}$

$= (-4)^{6-5}$

$= (-4)^{-5+6}$

ওপৰৰ উদাহৰণ তিনিটাৰ পৰা কি শিকিলোঁ? একে ভূমিবিশিষ্ট দুটা সংখ্যাৰ পূৰণফলত সূচক দুটা যোগ হয়। তোমালোকে আন সংখ্যা লৈও কৰি চোৱাচোন। ধৰ্মটো মিলিছে নে?

গতিকে, যিকোনো অশূন্য অখণ্ড সংখ্যা aৰ বাবে $a^m \times a^n = a^{m+n}$ য'ত m আৰু n অখণ্ড সংখ্যা।

সেইদৰে তোমালোকে সূচকৰ আন বিধিসমূহ পৰীক্ষা কৰি চাব পাৰা a আৰু b অশূন্য অখণ্ড সংখ্যা আৰু m আৰু n যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা। ওপৰৰ সূচকৰ সকলো বিধি সত্য হ'ব।

এতিয়া তলৰ পূৰণফলকেইটা মন কৰা-

$5^3 \times 5^{-3}$

$= 5^3 \times \dfrac{1}{5^3}$

$= \dfrac{5^3}{5^3}$

$= 1$

$7^6 \times 7^{-6}$

$= 7^6 \times \dfrac{1}{7^6}$

$= \dfrac{7^6}{7^6}$

$= 1$

$2^5 \times 2^{-5}$

$= 2^5 \times \dfrac{1}{2^5}$

$= \dfrac{2^5}{2^5}$

$= 1$

ইতিমধ্যে প্ৰথম অধ্যায়ত পাই আহিছা যে যদি দুটা সংখ্যাৰ পূৰণফল 1হয়, তেন্তে সংখ্যা দুটাৰ এটাক আনটোৰ গুণাত্মক বিপৰীত বা প্ৰতিক্ৰম বা অন্যোনক (Reciprocal or Multiplicative inverse) বুলি কোৱা হয়।

Copyright SCERT, Assam not to be republished

অৰ্থাৎ 5^3 গুণাত্মক বিপৰীত 5^{-3} আৰু 5^{-3} গুণাত্মক বিপৰীত 5^3

ঠিক তেনেকৈ,

7^6 ৰ গুণাত্মক বিপৰীত 7^{-6} আৰু 7^{-6}ৰ গুণাত্মক বিপৰীত 7^6 ইত্যাদি।

অৰ্থাৎ a^m ৰ গুণাত্মক বিপৰীত হ'ব a^{-m} বা $\frac{1}{a^m}$ য'ত a আৰু m দুটা অখণ্ড সংখ্যা আৰু $a \neq 0$

উদাহৰণ 5 ঃ মান নিৰ্ণয় কৰা (সূচকৰ বিধি প্ৰয়োগ কৰি)

(i) $(-4)^7 \times (-4)^{-5} \times (-4)^{-2}$ (ii) $(-3)^{-3} \div (-3)^{-2}$

(iii) $(-2)^{-2} \times 3^{-2}$ (iv) $(2^{-2})^{-3}$

সমাধান ঃ

(i) $(-4)^7 \times (-4)^{-5} \times (-4)^{-2}$

$= (-4)^{7+(-5)+(-2)}$ $[a^m \times a^n = a^{m+n}]$

$= (-4)^0$

$= 1$

(ii) $(-3)^{-3} \div (-3)^{-2}$

$= (-3)^{-3-(-2)}$ $[a^m \div a^n = a^{m-n}]$

$= (-3)^{-3+2}$

$= (-3)^{-1}$

$= \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$

(iii) $(-2)^{-2} \times 3^{-2}$

$= (-2 \times 3)^{-2}$ $[a^m \times b^m = (a \times b)^m]$

$= (-6)^{-2}$

$= \frac{1}{(-6)\times(-6)}$

$= \frac{1}{36}$

(iv) $(2^{-2})^{-3}$

$= 2^{(-2)\times(-3)}$ $[(a^m)^n = a^{mn}]$

$= 2^6$

$= 64$

উদাহৰণ 6 ঃ সৰল কৰা (উত্তৰবোৰ সূচকীয় ৰূপত ৰাখিবা)

(i) $3^{-7} \times 3^{-4} \times 3^2 \times 3^{-5}$ (ii) $(-7)^{-9} \div (-7)^{-2}$

(iii) $(-4)^{-5} \times (-3)^{-5} \times 2^{-5}$ (iv) $(3^{-5})^{-3}$

সমাধান ঃ

(i) $3^{-7} \times 3^{-4} \times 3^2 \times 3^{-5}$

$= 3^{-7+(-4)+2+(-5)}$

$= 3^{-16+2}$

$= 3^{-14}$

$= \frac{1}{3^{14}}$

(ii) $(-7)^{-9} \div (-7)^{-2}$

$= (-7)^{-9-(-2)}$

$= (-7)^{-9+2}$

$= (-7)^{-7}$

$= \frac{1}{(-7)^7}$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

(iii) $(-4)^{-5} \times (-3)^{-5} \times 2^{-5}$

$= \{(-4) \times (-3) \times 2\}^{-5}$

$= (24)^{-5} \quad = \dfrac{1}{24^5}$

(iv) $(3^{-5})^{-3}$

$= 3^{(-5) \times (-3)}$

$= 3^{15}$

উদাহৰণ 7 ঃ $\left(\dfrac{2}{3}\right)^4$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ $\left(\dfrac{2}{3}\right)^4 = \left(\dfrac{2}{3}\right) \times \left(\dfrac{2}{3}\right) \times \left(\dfrac{2}{3}\right) \times \left(\dfrac{2}{3}\right)$ [4 টা $\left(\dfrac{2}{3}\right)$]

$= \dfrac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3}$

$= \dfrac{2^4}{3^4} = \dfrac{16}{81}$ গতিকে, $\left(\dfrac{2}{3}\right)^4 = \dfrac{16}{81}$

উদাহৰণ 8 ঃ $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-4}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-4} = \dfrac{1}{\left(\dfrac{2}{3}\right)^4} = \dfrac{1}{\dfrac{2^4}{3^4}} = \dfrac{3^4}{2^4} = \dfrac{81}{16}$

গতিকে $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-4} = \dfrac{3^4}{2^4} = \dfrac{81}{16}$

অৰ্থাৎ $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \dfrac{b^n}{a^n}$ বা $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\dfrac{b}{a}\right)^n$

উদাহৰণ 9 ঃ $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-3}$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\dfrac{5}{2}\right)^3 = \dfrac{5^3}{2^3} = \dfrac{125}{8}$

উদাহৰণ 10 ঃ $\left(\dfrac{3}{7}\right)^{-6}$ ক ধনাত্মক সূচকলৈ পৰিৱৰ্তন কৰা।

সমাধান ঃ $\left(\dfrac{3}{7}\right)^{-6} = \left(\dfrac{7}{3}\right)^6$

Copyright SCERT, Assam not to be republished

টোকা তোমালোকে পাই অহা সূচকৰ বিধিসমূহত a আৰু b অশূন্য অখণ্ড সংখ্যা আৰু m, n যিকোনো অখণ্ড সংখ্যা লোৱা হৈছিল। a আৰু b পৰিমেয় সংখ্যা হ'লেও এই বিধিসমূহ প্ৰযোজ্য হ'ব।

যদি a এটা অশূন্য পৰিমেয় সংখ্যা হয় তেন্তে $a^m \times a^n = a^{m+n}$ য'ত m, n অখণ্ড সংখ্যা এই বিধিটো শুদ্ধ হ'বনে পৰীক্ষা কৰি চাওঁ আহা।

উদাহৰণ 11 ঃ $\left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^7$ ৰ মান উলিওৱা।

সমাধান ঃ

$$\left(\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \underbrace{\left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right)}_{5\text{ বাৰ}} \times \underbrace{\left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right)}_{7\text{ বাৰ}}$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^{12}$$

অৰ্থাৎ, পৰিমেয় সংখ্যাৰ ক্ষেত্ৰতো সূচকৰ বিধিটো প্ৰযোজ্য হয়।

গতিকে যিকোনো অশূন্য পৰিমেয় সংখ্যা aৰ বাবে $a^m \times a^n = a^{m+n}$ য'ত m আৰু n অখণ্ড সংখ্যা। সেইদৰে তোমালোকে সূচকৰ বাকী বিধিকেইটাও পৰীক্ষা কৰি চাব পাৰিবা য'ত a আৰু b অশূন্য পৰিমেয় সংখ্যা।

উদাহৰণ 12 ঃ সূচকৰ বিধি প্ৰয়োগ কৰি সৰল কৰা ঃ

(i) $\left(\frac{19}{15}\right)^8 \times \left(\frac{19}{15}\right)^{11} \times \left(\frac{19}{15}\right)^{-7}$ (ii) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times \left\{\left(-\frac{2}{3}\right)^7 \div \left(-\frac{2}{3}\right)^5\right\}$

(iii) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-4} \times \left(-\frac{5}{3}\right)^4 \times \left(-\frac{3}{5}\right)^{-3}$ (iv) $\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^5\right\}^{-3}$ (v) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5} \div \left(\frac{4}{3}\right)^8$

সমাধান ঃ

(i) $\left(\frac{19}{15}\right)^8 \times \left(\frac{19}{15}\right)^{11} \times \left(\frac{19}{15}\right)^{-7}$

$= \left(\frac{19}{15}\right)^{8+11+(-7)}$ $[a^m \times a^n \times a^p = a^{m+n+p}]$

$= \left(\frac{19}{15}\right)^{12}$

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

(ii) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times \left\{\left(-\frac{2}{3}\right)^7 \div \left(-\frac{2}{3}\right)^5\right\}$

$= \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times \left\{\left(-\frac{2}{3}\right)^{7-5}\right\}$ $[a^m \div a^n = a^{m-n}]$

$= \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2$

$= \left(-\frac{2}{3}\right)^{2+2}$

$= \left(-\frac{2}{3}\right)^4 = \left(-1.\frac{2}{3}\right)^4 = (-1)^4\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^4$

(iii) $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-4} \times \left(-\frac{5}{3}\right)^4 \times \left(-\frac{3}{5}\right)^{-3}$

$= \left(-\frac{3}{5}\right)^{-4} \times \left(-\frac{3}{5}\right)^{-4} \times \left(-\frac{3}{5}\right)^{-3}$ [$\because \left(-\frac{5}{3}\right)^4 = \left(-\frac{3}{5}\right)^{-4}$ ভূমি কেইটা একে কৰি লোৱা হ'ল]

$= \left(-\frac{3}{5}\right)^{-4+(-4)+(-3)} = \left(-\frac{3}{5}\right)^{-11} = \left(-\frac{5}{3}\right)^{11}$

(iv) $\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^5\right\}^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{5\times(-3)} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-15} = \left(\frac{3}{2}\right)^{15}$

(v) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5} \div \left(\frac{4}{3}\right)^8 = \left(\frac{4}{3}\right)^5 \div \left(\frac{4}{3}\right)^8$

$= \left(\frac{4}{3}\right)^{5-8} = \left(\frac{4}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{4}\right)^3$

উদাহৰণ 13 ঃ যদি $\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^2\right\}^6 = \left(\frac{3}{2}\right)^{3k-3}$ তেন্তে kৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ দিয়া আছে, $\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^2\right\}^6 = \left(\frac{3}{2}\right)^{3k-3}$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

বা, $\left(\frac{2}{3}\right)^{2\times 6}=\left(\frac{2}{3}\right)^{-(3k-3)}$ $[(a^m)^n=a^{mn}]$

বা, $\left(\frac{2}{3}\right)^{12}=\left(\frac{2}{3}\right)^{3-3k}$

গতিকে $12 = 3 - 3k$ [দুয়োপক্ষৰ ভূমি একে গতিকে সূচকবোৰ সমান হ'ব]

বা, $3k = 3 - 12$

বা, $3k = -9$

বা, $k = -3$

$\therefore$ kৰ নিৰ্ণেয় মান -3

অনুশীলনী 12.1

1. মান নিৰ্ণয় কৰা ঃ

(i) 5^{-3} (ii) $(-4)^{-2}$ (iii) $(-4)^{-3}$

(iv) $\left(-\frac{5}{7}\right)^{5}$ (v) $\left(-\frac{5}{7}\right)^{-5}$ (vi) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{8}$

2. সূচকীয় ৰূপত প্ৰকাশ কৰা ঃ

(i) $\frac{343}{125}$ (ii) $\frac{1}{288}$ (iii) $-\frac{27}{343}$

(iv) $-\frac{125}{216}$ (v) $-\frac{27}{16\times 49}$ (vi) $\frac{128}{81}$

3. সৰল কৰা ঃ (উত্তৰবোৰ ধনাত্মক সূচকীয় ৰূপত ৰাখিবা)

(i) $(-2)^4 \times \left(\frac{3}{2}\right)^4$ (ii) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(-\frac{3}{4}\right)^3$

(iii) $5^{-7} \times \left(\frac{1}{5}\right)^3$ (iv) $3^{-5} \times (-2)^{-5} \times (-4)^{-5}$

4. মান নিৰ্ণয় কৰা ঃ

(i) $\left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \left(-\frac{3}{5}\right)^3 \times \left(-\frac{7}{9}\right)^2$ (ii) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}$

(iii) $\left(\frac{1}{3}\right)^0+\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}+\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$ (iv) $(5^{-1} + 3^{-1} + 7^{-2})^0$

(v) $(5^{-1} \times 2^{-1}) \times 6^{-1}$ (vi) $(3^{-2})^{-3}$

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

5. তলত দিয়াবোৰৰ গুণাত্মক বিপৰীত লিখা ঃ

(i) 3^4 (ii) $\left(\frac{2}{3}\right)^6$ (iii) $\left(-\frac{4}{9}\right)^{50}$

(iv) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-5}$ (v) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-7}$ (vi) $\left(\frac{3}{8}\right)^{-4}$

6. সৰল কৰা ঃ (সূচকৰ বিধি ব্যৱহাৰ কৰি)

(i) $\left(-\frac{4}{5}\right)^3 \times \left(-\frac{4}{5}\right)^2 \times \left(-\frac{4}{5}\right)$ (ii) $\left(\frac{5}{3}\right)^0 \times \left(\frac{5}{3}\right)^{-3} \times \left(\frac{5}{3}\right)^{-2}$

(iii) $\left\{\left(-\frac{5}{3}\right)^{15} \times \left(-\frac{5}{3}\right)^{-8}\right\} \div \left(-\frac{5}{3}\right)^6$ (iv) $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-5} \times \left(-\frac{3}{2}\right)^{-7} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^8 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^4$

(v) $(3^{-4})^{-2} \times (3^{-5})^2 \div (3^{-2})^{-3}$

7. (i) যদি $\left(\frac{5}{7}\right)^{-7} \times \left(\frac{7}{5}\right)^{-9} = \left(\frac{5}{7}\right)^{2m}$ তেন্তে m ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) যদি $\left(\frac{9}{49}\right)^{-5} \times \left(\frac{9}{49}\right)^{7} = \left(\frac{9}{49}\right)^{-6k}$ তেন্তে k ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(iii) যদি $(1.4)^8 \times (1.4)^5 = (1.4)^3 \times (1.4)^k$ তেন্তে k ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(iv) m ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা যাতে $5^m \div 5^{-3} = 5^5$

8. সৰল কৰা ঃ

(i) $\frac{125 \times 3^{-4} \times 2^2}{5^{-4} \times 100 \times 3^{-7}}$ (ii) $\frac{3^{2k} \times 27 \times 9^{-3}}{81^{-2k} \times 3^{-4} \times 3^5}$ (iii) $\frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 125}{5^{-7} \times 6^{-5}}$

(iv) $\frac{25 \times l^{-4}}{5^{-3} \times 10 \times l^{-8}}$ $(l \neq 0)$ (v) $\frac{2^{m+2} \times 3^{2m-n} \times 6^n}{6^m \times 2^n \times 4 \times 3^m}$

9. বিস্তাৰিত ৰূপত প্ৰকাশ কৰা ঃ

(i) 15737.348 (ii) 35792.39

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

12.4 ডাঙৰ সংখ্যাক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ (Expressing large numbers in standard form)

এটা সংখ্যাক বিস্তাৰিত ৰূপত কেনেকৈ প্ৰকাশ কৰিব পাৰি তোমালোকে শিকিছা। তাত একক, দহক, শতক আদি স্থানত 10ৰ ঘাত হিচাপে ক্ৰমে 10^0, 10^1, 10^2 ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে।

তলৰ সংখ্যাকেইটা মন কৰা

$$58 = 5.8 \times 10 = 5.8 \times 10^1$$
$$580 = 5.8 \times 100 = 5.8 \times 10^2$$
$$5800 = 5.8 \times 1000 = 5.8 \times 10^3$$
$$58000 = 5.8 \times 10000 = 5.8 \times 10^4$$
$$580000 = 5.8 \times 100000 = 5.8 \times 10^5$$

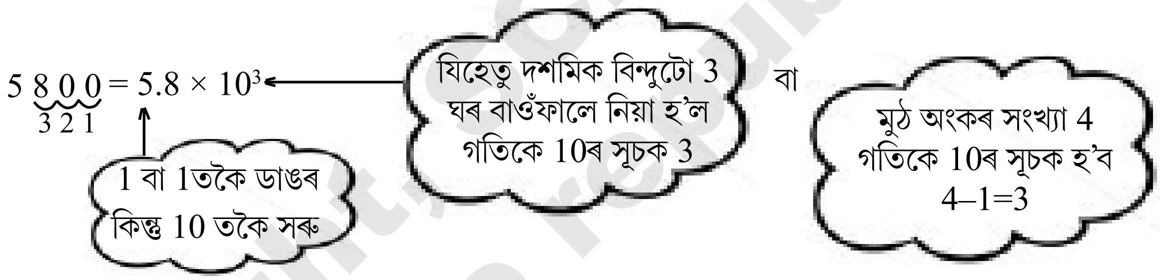
সংখ্যাৰ এনে ৰূপকে প্ৰামাণিক ৰূপ বা বৈজ্ঞানিক ৰূপ বুলি কোৱা হয়।

5800 ক আমি বিভিন্ন ধৰণেৰে প্ৰকাশ কৰিব পাৰোঁ।

$$5800 = 58 \times 100 = 58 \times 10^2$$
$$5800 = 580 \times 10 = 580 \times 10^1$$
$$5800 = 0.5800 \times 10000 = 0.5800 \times 10^4$$

এইবোৰ 5800 ৰ প্ৰামাণিক ৰূপ নহয়। কিন্তু 5.8×10^3 ক 5800ৰ প্ৰামাণিক ৰূপ বোলে।

এই সংখ্যাটোক আমি তলত দিয়া ধৰণে প্ৰামাণিক ৰূপত লিখোঁ



অৰ্থাৎ ডাঙৰ সংখ্যাৰ প্ৰামাণিক ৰূপ হ'ব $K \times 10^n$

য'ত $1 \leq K < 10$ আৰু n হ'ল পূৰ্ণ সংখ্যা। দশমিক বিন্দুটো বাওঁফালে লৈ প্ৰথম অংকৰ ঠিক পিছলৈ কিমান ঘৰ নিয়া হয় সেয়ে nৰ মান। বা n ৰ মান = দশমিকৰ বাওঁফালে থকা অংকৰ সংখ্যা –1।

5 8 0 0 ৰ ক্ষেত্ৰত দশমিক বিন্দুটো তিনিঘৰ বাওঁফালে নিয়া হ'ল গতিকে 10ৰ সূচক হ'ব 3 । বা 4–1=3

সেইদৰে, 47300000 সংখ্যাটোৰ প্ৰমাণিক ৰূপ হ'ব 4.73×10^7।

তোমালোকে জানা যে সূৰ্যটো আমাৰ পৰা 149600,000,000 মিটাৰ দূৰত আছে। এই সংখ্যাটো পঢ়িবলৈও কঠিন। ইয়াক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰোঁ আহা। দশমিক বিন্দুটো সোঁফালৰ পৰা বাওঁফাললৈ প্ৰথম অংক 1ৰ কাষলৈ আনিব লাগিব। ইয়াত মুঠ অংক 12 টা, গতিকে 12–1=11

1 4 9 6 0 0 0 0 0 0 0 0
11 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

দেখা পালো যে 11 ঘৰ অনাৰ পিছত 1ৰ কাষ পালে।

গতিকে $149600,000,000 = 1.496 \times 10^{11}$

Copyright SCERT, Assam not to be republished

অৰ্থাৎ আমি এইদৰে ক'ব পাৰো যে সূৰ্যটো আমাৰ পৰা 1.49×10^{11} মিটাৰ দূৰত আছে।

তোমালোকে মন কৰিবা যে বৃহৎ সংখ্যাবোৰ পঢ়িবলৈ কঠিন আৰু লিখিবলৈও কঠিন। সেয়েহে ইয়াক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰিলে বুজিবলৈ সহজ হয় লগতে পঢ়িবলৈ আৰু লিখিবলৈও সহজ হয়। তোমালোকে উচ্চ শ্ৰেণীৰ কিতাপত পঢ়িবলৈ পাবা যে পৃথিৱীৰ ভৰ প্ৰায় 5976000000000000000000000 কি গ্ৰাম। এই সংখ্যাটো কেনেদৰে পঢ়িবা? ইয়াক প্ৰামাণিক ৰূপত কিদৰে প্ৰকাশ কৰিবা চিন্তা কৰা। সংখ্যাটোৰ প্ৰথম অংকটো 5, দশমিক বিন্দুটো সোঁফালৰ পৰা বাওঁফাললৈ অৰ্থাৎ 5ৰ ঠিক পিছলৈ কিমান ঘৰ আনিব লাগিব গণি চোৱা। 24 ঘৰ আনিব লাগিব। গতিকে সংখ্যাটোৰ প্ৰামাণিক ৰূপ হ'ব 5.976×10^{24}। অৰ্থাৎ পৃথিৱীৰ ভৰ প্ৰায় 5.976×10^{24} কি গ্ৰাম।

উদাহৰণ 14 ঃ তলৰ সংখ্যাবোৰ প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰা ঃ

(i) 4000,000,000 (ii) 5376.3×10^5

(iii) 0.278×10^5 (iv) 0.00327×10^7

সমাধান ঃ (i) $4000,000,000 = 4 \times 10^9$

(ii) $5376.3 \times 10^5 = 5.3763 \times 10^3 \times 10^5 = 5.3763 \times 10^8$

(iii) $0.278 \times 10^5 = \frac{2.78}{10} \times 10^5 = 2.78 \times 10^{5-1} = 2.78 \times 10^4$

(iv) $0.00327 \times 10^7 = \frac{3.27}{1000} \times 10^7 = \frac{3.27}{10^3} \times 10^7 = 3.27 \times 10^{7-3} = 3.27 \times 10^4$

12.5 সৰু সংখ্যাক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰিবলৈ সূচকৰ ব্যৱহাৰ (Use of exponents to express small numbers in standard form)

ডাঙৰ সংখ্যাবোৰক প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰাৰ দৰে সৰু সংখ্যাবোৰকো প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। তোমালোকে তলৰ কথাখিনি মন কৰাচোন—

$$0.1 = \frac{1}{10} = \frac{1}{10^1} = 10^{-1}$$

$$0.01 = \frac{1}{100} = \frac{1}{10^2} = 10^{-2}$$

$$0.001 = \frac{1}{1000} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$$

$$0.0001 = \frac{1}{10000} = \frac{1}{10^4} = 10^{-4}$$

$$0.00001 = \frac{1}{100000} = \frac{1}{10^5} = 10^{-5}$$ ইত্যাদি।

Copyright SCERT, Assam not to be republished

তোমালোকে দেখিলা যে, $0.00001 = 10^{-5}$ বা 1×10^{-5}

সেইদৰে 0.00004ৰ প্ৰামাণিক ৰূপ কি হ'ব চিন্তা কৰা।

$$0.00004 = \frac{4}{100000}$$
$$= \frac{4}{10^5}$$
$$= 4 \times 10^{-5}$$

$\therefore$ 0.00004 ৰ প্ৰামাণিক ৰূপ 4×10^{-5}

তুমি এনেদৰেও চিন্তা কৰিব পাৰা যে দশমিক বিন্দুটো বাওঁফালৰ পৰা সোঁফাললৈ 5 ঘৰ আহি 4 ৰ সোঁফালে বহিল। গতিকে 10 ৰ সূচক –5

0 .|0|0|0|0|4|
1 2 3 4 5

$\therefore$ $0.00004 = 4 \times 10^{-5}$

সেইদৰে 0.000000123ৰ প্ৰামাণিক ৰূপ কি হ'ব? ইয়াত দশমিক বিন্দুটো 1 ৰ ঠিক সোঁফালে লৈ আনিব লাগিব। কিমান ঘৰ আনিবা?

0 .|0|0|0|0|0|0|1|2 3
1 2 3 4 5 6 7

নিশ্চয় 7 ঘৰ আনিব লাগিব। তেন্তে $0.000000123 = 1.23 \times 10^{-7}$

গতিকে তোমালোকে মন কৰিবা যে এটা সংখ্যাৰ (সৰুৱেই হওক বা ডাঙৰেই হওক) প্ৰামাণিক ৰূপটো হ'ব $K \times 10^n$ য'ত $1 \leq K < 10$ আৰু n হ'ল অখণ্ড সংখ্যা।

উদাহৰণ 15 ঃ তলৰ সংখ্যাবোৰ প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰা।

(i) 0.0000000007 (ii) 0.0000001234

(iii) 0.00000008034 (iv) $\frac{1}{100000000}$

সমাধান ঃ (i) $0.0000000007 = 7 \times 10^{-10}$

(ii) $0.0000001234 = 1.234 \times 10^{-7}$

(iii) $0.00000008034 = 8.034 \times 10^{-8}$

(iv) $\frac{1}{100000000} = \frac{1}{10^8} = 1 \times 10^{-8}$

12.6 বৃহৎ সংখ্যাৰ যোগ আৰু বিয়োগ (Addition and subtraction of large numbers)

উদাহৰণ 16 ঃ সূৰ্যগ্ৰহণৰ সময়ত পৃথিৰী আৰু চন্দ্ৰৰ মাজৰ দূৰত্ব 3.844×10^8 মি। চন্দ্ৰ আৰু সূৰ্য্যৰ মাজৰ দূৰত্ব 1.492×10^{11} মি। গতিকে পৃথিৰী আৰু সূৰ্যৰ মাজৰ দূৰত্ব কিমান হ'ব উলিওৱা।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

সমাধান ঃ এইক্ষেত্ৰত **প্ৰামাণিক ৰূপত থকা সংখ্যাবোৰক একে সূচক বিশিষ্ট সংখ্যালৈ পৰিৱৰ্তন কৰিব লাগিব।**

পৃথিৱী আৰু সূৰ্যৰ মাজৰ দূৰত্ব = পৃথিৱী আৰু চন্দ্ৰৰ মাজৰ দূৰত্ব + চন্দ্ৰ আৰু সূৰ্যৰ মাজৰ দূৰত্ব।

$\therefore$ পৃথিৱী আৰু সূৰ্যৰ মাজৰ দূৰত্ব $= 3.844 \times 10^8 + 1.492 \times 10^{11}$ মি

$= 3.844 \times 10^8 + 1.492 \times 10^3 \times 10^8$ মি

$= 3.844 \times 10^8 + 1492 \times 10^8$ মি

$= (3.844 + 1492) \times 10^8$ মি

$= 1495.844 \times 10^8$ মি

$= 1.495844 \times 10^3 \times 10^8$ মি

$= 1.495844 \times 10^{11}$ মি

উদাহৰণ 17 ঃ পৃথিৱী আৰু চন্দ্ৰ ভৰ ক্ৰমে $= 5.972 \times 10^{24}$ কি গ্ৰা আৰু 7.352×10^{22} কি গ্ৰা। কাৰ ভৰ বেছি? কিমান বেছি হ’ব?

সমাধান ঃ ইয়াত $5.972 \times 10^{24} > 7.352 \times 10^{22}$

এতিয়া $5.972 \times 10^{24} - 7.352 \times 10^{22}$

$= 5.972 \times 10^2 \times 10^{22} - 7.352 \times 10^{22}$ [প্ৰতিটো সংখ্যাক একে সূচক বিশিষ্ট কৰি লোৱা হ’ল]

$= 597.2 \times 10^{22} - 7.352 \times 10^{22}$

$= (597.2 - 7.352) \times 10^{22}$

$= 589.848 \times 10^{22}$

$= 5.89848 \times 10^2 \times 10^{22}$

$= 5.89848 \times 10^{24}$

গতিকে পৃথিৱীৰ ভৰ চন্দ্ৰতকৈ 5.89848×10^{24} কি গ্ৰা বেছি।

অনুশীলনী 12.2

1. তলৰ সংখ্যাবোৰ প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰা ঃ
   (i) 35700000 (ii) 705030000 (iii) 37800.35
   (iv) 5362.8×10^6 (v) 4003.2×10^5
2. তলৰ সংখ্যাবোৰ প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰা ঃ
   (i) 0.0000000382 (ii) 0.00000009057 (iii) 0.00000756
   (iv) 0.00023×10^{-2} (v) 0.000314×10^{-3}
3. তলৰ সংখ্যাবোৰ সাধাৰণ ৰূপত প্ৰকাশ কৰা ঃ
   (i) 7.02×10^5 (ii) 3.972×10^7 (iii) 1.001×10^8
   (iv) 3×10^{-8} (v) 2.1×10^{-6} (vi) 3.09×10^{-5}
4. তলৰ উক্তিবোৰত থকা সংখ্যাসমূহ প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰা ঃ
   (i) পোহৰৰ বেগ প্ৰতি চেকেণ্ডত 300000 কি মি
   (ii) সূৰ্য আৰু শনিৰ মাজৰ দূৰত্ব 1,433,500,000,000 মিটাৰ

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

(iii) 18 গ্ৰাম পানীত 602,300,000,000,000,000,000,000 সংখ্যক অণু থাকে।

(iv) কোনো এটা পদাৰ্থৰ অণুৰ ব্যাস 0.000000015 চেমি

(v) এটা বেক্টেৰিয়াৰ আকাৰ 0.0000005 মি

(vi) এডাল মিহি তাঁৰৰ ব্যাস 0.0000032 মি

(vii) 1 মাইক্ৰন = $\frac{1}{1000000}$ মি

5. তলৰ সংখ্যাবোৰ প্ৰামাণিক ৰূপত প্ৰকাশ কৰি উৰ্ধ্বক্ৰমত সজোৱা

925×10^4; 94.2×10^5, 875×10^5, 87.5×10^4

6. যোগ কৰা

(i) $3.04 \times 10^{11} + 5.02 \times 10^{10}$

(ii) $6.03 \times 10^7 + 6.03 \times 10^8$

7. বিয়োগ কৰা

(i) $6.47 \times 10^8 - 3.15 \times 10^6$

(ii) $3.76 \times 10^7 - 3.76 \times 10^5$

আমি কি শিকিলোঁ ?

1. m, n দুটা অখণ্ড সংখ্যা হ'লে

(a) $a^m \times a^n = a^{m+n}$

(b) $a^m \div a^n = a^{m-n}$

(c) $(a^m)^n = a^{mn}$

(d) $a^m \times b^m = (ab)^m$

(e) $a^0 = 1$

(f) $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

2. সূচক ব্যৱহাৰ কৰি অতি ডাঙৰ আৰু অতি সৰু সংখ্যাক প্ৰামাণিক ৰূপত লিখিব পাৰি।

❑❑❑

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

অধ্যায়-13

প্ৰত্যক্ষ আৰু ব্যস্ত সমানুপাত
(Direct and Inverse Proportions)

Q8C1G3

তলৰ উদাহৰণবোৰলৈ মন কৰা—

(a) এটা পানী উঠোৱা মেচিনেৰে 10 মিনিটত 100 লিটাৰ পানী উঠাব পাৰি। সেই একেটা মেচিনেৰে 20 মিনিটত 200 লিটাৰ পানী উঠাব পাৰি।

(b) এখন কিতাপৰ মূল্য 150 টকা, তেনেকুৱা 7খন কিতাপৰ মূল্য 1050 টকা।

(c) এজন শ্ৰমিকৰ দৈনিক মজুৰি 300 টকা। তেওঁ 3 দিন কাম কৰিলে তেওঁৰ মজুৰি হ'ব 900 টকা।

(d) এক বেগ চাউলৰ ওজন 10 কেজি। একে জোখৰ 4 বেগ চাউলৰ ওজন হ'ব 40 কেজি।

(e) 40 টা কমলাৰ মূল্য 400 টকা। 20 টা কমলাৰ মূল্য হ'ব 200 টকা।

ওপৰৰ উদাহৰণকেইটা মন কৰিলে দেখিবা যে (a), (b), (c) আৰু (d) উদাহৰণটোত এটাৰ পৰিমাণ বৃদ্ধি হ'লে সেই অনুপাতে আনটো বস্তুৰ পৰিমাণো বৃদ্ধি পাইছে। আনহাতে (e) উদাহৰণত কমলাৰ সংখ্যা কমাৰ লগে লগে একে অনুপাতত প্ৰয়োজন হোৱা টকাও কমিছে।

আমি দৈনন্দিন জীৱনত এনেকুৱা বহুতো উদাহৰণ দেখা পাওঁ য'ত এটা পৰিমাণ বাঢ়িলে তাৰ লগত সম্বন্ধ থকা আনটোৰ পৰিমাণ সমান অনুপাতত বাঢ়ে। তেনেদৰে আন এটাৰ পৰিমাণ হ্ৰাস পালে তাৰ লগত সম্বন্ধ থকা আনটোৰ পৰিমাণ সমান অনুপাতত হ্ৰাস পোৱা দেখা যায়।

কাৰ্য

উদাহৰণ (a) ৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি তলৰ তালিকাখন সম্পূৰ্ণ কৰা

সময় (মিনিট)	1	2	3		10		20
পানীৰ পৰিমাণ (লিটাৰ)	10	20		50		180	

উদাহৰণ (b) ৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি তলৰ তালিকাখন সম্পূৰ্ণ কৰা

কিতাপৰ সংখ্যা	1	2		7	9	12		20
কিতাপৰ মূল্য	150		750	1050			2100	

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

তোমালোকে আন উদাহৰণকেইটাও এনেদৰে নিজাকৈ সংখ্যা বহুৱাই সম্পূৰ্ণ কৰি গণিতৰ শিক্ষকক দেখুওৱা। এনে ধৰণৰ সমান অনুপাতত বৃদ্ধি বা হ্ৰাসক **প্ৰত্যক্ষ সমানুপাত (Direct Proportion) বা প্ৰত্যক্ষ বিচৰণ (Direct Variation)** বোলে।

13.1 প্ৰত্যক্ষ সমানুপাত (Direct Proportion)

এটা উদাহৰণ লোৱা যাওক। ধৰাহ'ল, দুটা নেমুৰ মূল্য 10 টকা, 3 টাৰ মূল্য 15 টকা, 7 টাৰ মূল্য 35 টকা, 15 টাৰ মূল্য 75 টকা ইত্যাদি।

এতিয়া আমি এখন তালিকা প্ৰস্তুত কৰোঁ আঁহা

নেমুৰ সংখ্যা (x)	2 (x_1)	3 (x_2)	7 (x_3)	15 (x_4)
খৰচ (টকাত) (y)	10 (y_1)	15 (y_2)	35 (y_3)	75 (y_4)
$\frac{x}{y}$	$\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$	$\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$	$\frac{7}{35}=\frac{1}{5}$	$\frac{15}{75}=\frac{1}{5}$

ওপৰৰ তালিকাখনত আমি নেমুৰ সংখ্যাক x আৰু নেমুৰ মূল্যক y বুলি ধৰি লৈছোঁ। তালিকাখনত মন কৰা যে নেমুৰ সংখ্যা বাঢ়োঁতে খৰচো সমান অনুপাতত বাঢ়িছে। আনহাতে, নেমুৰ সংখ্যা কমোতে মূল্যও সমান অনুপাতত কমিছে। আকৌ,

$$\frac{x}{y}=\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}=\frac{x_3}{y_3}=\frac{x_4}{y_4}=\frac{1}{5}, \text{ এটা ধ্ৰুৱক}$$

আমি যদি $\frac{1}{5}$ ক kৰে চিহ্নিত কৰোঁ, তেন্তে

$$\frac{x}{y}=k \text{ বা } x=ky$$

এইধৰণৰ বিচৰণক য'ত এটা চলক x ৰ বৃদ্ধিয়ে আনটো চলক yৰ বৃদ্ধি বুজায় (অথবা এটা চলক x ৰ হ্ৰাসে আনটো চলক y ৰ হ্ৰাস বুজায়) তেনে বিচৰণক **প্ৰত্যক্ষ বিচৰণ** বোলে আৰু আমি কওঁ যে x আৰু y প্ৰত্যক্ষ সমানুপাতিক। লিখোঁতে $x \propto y$ বুলি লিখোঁ। পঢ়োঁতে x প্ৰত্যক্ষ সমানুপাতিক y (x is directly proportional to y) বুলি পঢ়োঁ আৰু এই ক্ষেত্ৰত $\frac{x}{y}$ সদায় এটা ধ্ৰুৱক।

ওপৰৰ উদাহৰণটোত $k=\frac{1}{5}$, এটা ধ্ৰুৱক (স্থিৰ সংখ্যা)। বেলেগ উদাহৰণত k ৰ মান বেলেগ বেলেগ হ'ব পাৰে।

ওপৰৰ তালিকাখনৰ পৰা নেমুৰ সংখ্যাৰ পৰিৱৰ্তনৰ লগে লগে আমি তাৰ মূল্যও নিৰ্ণয় কৰিব পাৰোঁ।

Copyright SCERT, Assam not to be republished

কৰি চোৱা

হিমা আৰু সীমাৰ বয়সৰ তালিকা এখন তলত দিয়া হ'ল

	5 বছৰৰ আগৰ বয়স	এতিয়াৰ বয়স	5 বছৰৰ পিছত বয়স
হিমাৰ বয়স (x)	9	14	19
সীমাৰ বয়স (y)	10	15	20
$\frac{x}{y}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{14}{15}$	$\frac{19}{20}$

এতিয়া চোৱা যে ওপৰৰ তালিকাখনত x বাঢ়োঁতে y বাঢ়িছে কিন্তু $\frac{x}{y}$ ধ্ৰুৱক নহয় অৰ্থাৎ **দুটা চলক একেলগে বৃদ্ধি বা হ্ৰাস হ'লেও কিন্তু সমানুপাতিকভাৱে নহ'ব পাৰে।**

উদাহৰণ 1 ঃ এখন গাড়ীয়ে 20 লিটাৰ পেট্ৰ'লেৰে 240 কিলোমিটাৰ অতিক্ৰম কৰে। গাড়ীখনে 5 লিটাৰ, 8 লিটাৰ, 12 লিটাৰ আৰু 25 লিটাৰ পেট্ৰ'লত অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ববোৰ নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ ধৰাহ'ল, পেট্ৰ'লৰ পৰিমাণ x লিটাৰ আৰু অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব y কিলোমিটাৰ। এতিয়া তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰা যাওক ঃ

x (লিটাৰ)	$20(x_1)$	$5(x_2)$	$8(x_3)$	$12(x_4)$	$25(x_5)$
y (কিঃ মিঃ)	$240(y_1)$	y_2	y_3	y_4	y_5

গাড়ী এখনে অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব বৃদ্ধি হ'লে পেট্ৰ'লৰ খৰচো সমান অনুপাতত বৃদ্ধি হয়। গতিকে, পেট্ৰ'লৰ খৰচ আৰু অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব প্ৰত্যক্ষ সমানুপাতিক।

গতিকে, $\frac{x}{y}=k$ বা $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}=\frac{x_3}{y_3}=\frac{x_4}{y_4}=\frac{x_5}{y_5}$

(i) $x_1=20, y_1=240, x_2=5, y_2=?$

এতিয়া $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}$

বা, $\frac{20}{240}=\frac{5}{y_2}$

বা, $\frac{1}{12}=\frac{5}{y_2}$

বা, $y_2=12\times5=60$

(ii) $x_3=8, y_3=?$

এতিয়া $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_3}{y_3}$

বা, $\frac{20}{240}=\frac{8}{y_3}$

বা, $\frac{1}{12}=\frac{8}{y_3}$

বা, $y_3=96$

Copyright SCERT Assam not to be republished

(iii) $x_4 = 12,\ y_4 = ?$

এতিয়া $\dfrac{x_1}{y_1} = \dfrac{x_4}{y_4}$

বা, $\dfrac{20}{240} = \dfrac{12}{y_4}$

বা, $\dfrac{1}{12} = \dfrac{12}{y_4}$

বা, $y_4 = 144$

(iv) $x_5 = 25,\ y_5 = ?$

এতিয়া $\dfrac{x_1}{y_1} = \dfrac{x_5}{y_5}$

বা, $\dfrac{20}{240} = \dfrac{25}{y_5}$

বা, $\dfrac{1}{12} = \dfrac{25}{y_5}$

বা, $y_5 = 12 \times 25 = 300$

এতিয়া সম্পূৰ্ণ তালিকাখন তলত দিয়া হ'ল

x (লিটাৰ)	20	5	8	12	25
y (কি মি)	240	60	96	144	300

উদাহৰণ 2 ঃ মাধুৰ্যই চাইকেলেৰে 10 মিনিটত 1 কিলোমিটাৰ বাট অতিক্ৰম কৰিব পাৰে। সেই একে গতিৰে সি 1 ঘণ্টা 20 মিনিটত কিমান বাট যাব?

সমাধান ঃ 1 ঘণ্টা 20 মিনিট = (60 + 20) মিনিট

= 80 মিনিট

প্ৰথম পদ্ধতি ঃ ধৰাহ'ল x আৰু y এ ক্ৰমে সময় আৰু অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব বুজাইছে। এতিয়া তলৰ তালিকাখন চোৱা। সময় বৃদ্ধি হ'লে অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব বৃদ্ধি পাব। গতিকে x আৰু y প্ৰত্যক্ষ সমানুপাতিক।

সময় (x)	$10(x_1)$	$80(x_2)$
দূৰত্ব (y)	$1(y_1)$	y_2

$\dfrac{x_1}{y_1} = \dfrac{x_2}{y_2}$ (অথবা $\dfrac{x}{y} = k$ এটা ধ্ৰুৱক)

বা, $\dfrac{10}{1} = \dfrac{80}{y_2}$

বা, $10 \times y_2 = 80 \times 1$

বা, $y_2 = \dfrac{80}{10} = 8$

$\therefore$ মাধুৰ্যই 1 ঘণ্টা 20 মিনিটত 8 কিলোমিটাৰ দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিব।

Copyright SCERT, Assam not to be republished

দ্বিতীয় পদ্ধতি (ঐকিক প্ৰণালী) ঃ

10 মিনিটত অতিক্ৰম কৰে 1 কিলোমিটাৰ

$\therefore$ 1 মিনিটত অতিক্ৰম কৰে $\frac{1}{10}$ কিলোমিটাৰ

$\therefore$ 80 মিনিটত অতিক্ৰম কৰে $\frac{1}{10}\times 80$ কিলোমিটাৰ

$= 8$ কিলোমিটাৰ

তৃতীয় পদ্ধতি ঃ

$\because$ বেছি সময়ত বেছি দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিব

$\therefore$ এইক্ষেত্ৰত প্ৰত্যক্ষ সমানুপাত হ'ব

যিহেতু আমি দূৰত্ব উলিয়াব লাগে আৰু বেছি সময়ত বেছি দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিব

$\therefore$ নিৰ্ণেয় দূৰত্ব $= 1$ কিঃমিঃ $\times \frac{80}{10} = 8$ কিঃমিঃ

(সময়ৰ অনুপাত $\frac{80}{10}$ ৰে পূৰণ কৰিব লাগিব কাৰণ আমাৰ দূৰত্ব বঢ়াবলৈ অনুপাতটো 1 তকৈ ডাঙৰ হ'ব লাগিব।)

উদাহৰণ 3 ঃ এখন ৰেলগাড়ী 18 ঘণ্টাত 720 কিলোমিটাৰ ৰেলপথ অতিক্ৰম কৰিব পাৰে। সেই গাড়ীখনে 200 কিলোমিটাৰ অতিক্ৰম কৰিবলৈ কিমান ঘণ্টা লাগিব?

সমাধান ঃ প্ৰথম পদ্ধতিঃ

ধৰাহ'ল x আৰু yয়ে ক্ৰমে সময় আৰু অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব বুজাইছে।

এতিয়া তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰোঁ আহা—

সময় (x)	$18(x_1)$	x_2
দূৰত্ব (y)	$720(y_1)$	$200(y_2)$

যিহেতু বেছি দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিবলৈ বেছি সময়ৰ প্ৰয়োজন হয়, গতিকে এইক্ষেত্ৰত এইটো এটা প্ৰত্যক্ষ সমানুপাত

$\therefore \quad \frac{x_1}{y_1} = \frac{x_2}{y_2}$

বা $\frac{18}{720} = \frac{x_2}{200}$

বা $x_2 = \frac{18}{720}\times 200 = 5$

$\therefore$ 200 কিঃ মিঃ অতিক্ৰম কৰিবলৈ 5 ঘণ্টা লাগিব।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

দ্বিতীয় পদ্ধতি ঃ (ঐকিক প্ৰণালী) (Unitary Method)

720 কিলোমিটাৰ যাওঁতে সময় লাগে 18 ঘণ্টা

$\therefore$ 1 কিলোমিটাৰ যাওঁতে সময় লাগে $\frac{18}{720}$ ঘণ্টা

$\therefore$ 200 কিলোমিটাৰ যাওঁতে সময় লাগে $\left(\frac{18}{720}\times 200\right)$ ঘণ্টা = 5 ঘণ্টা

তৃতীয় পদ্ধতি

যিহেতু কম দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিবলৈ কম সময় লাগিব (এইক্ষেত্ৰত প্ৰত্যক্ষ সমানুপাত) ইয়াত আমি সময় উলিয়াব লাগিব আৰু সময় কম লাগিব।

$\therefore$ নিৰ্ণেয় সময় $= 18\times\frac{200}{720} = 5$ ঘণ্টা

(দূৰত্বৰ অনুপাত $\frac{200}{720} < 1$ ৰে পূৰণ কৰিব লাগিব যিহেতু সময় কমাব লাগিব।)

উদাহৰণ 4 ঃ 12 খিলা ডাঠ কাগজৰ ওজন যদি 40 গ্ৰাম হয়, একে ধৰণৰ কিমান খিলা কাগজৰ ওজন $2\frac{1}{2}$ কিলোগ্ৰাম হ'ব?

সমাধান ঃ $2\frac{1}{2}$ কিলোগ্ৰাম = (2000 + 500) গ্ৰাম

= 2500 গ্ৰাম

ধৰাহ'ল $2\frac{1}{2}$ কিলোগ্ৰাম ওজনৰ বাবে x খিলা কাগজ লাগিব। আমি ওপৰৰ তথ্যখিনি তলৰ তালিকাখনত দেখুৱাম ঃ

কাগজৰ সংখ্যা (খিলাত)	12	x
কাগজৰ ওজন (গ্ৰামত)	40	2500

কাগজৰ সংখ্যা বেছি হ'লে ওজনো বেছি হ'ব। গতিকে প্ৰত্যক্ষ সমানুপাত।

$\therefore \quad \frac{12}{40} = \frac{x}{2500}$

বা, $40\times x = 12\times 2500$

বা, $x = \frac{12\times 2500}{40} = 750$

$\therefore$ উলিয়াবলগীয়া কাগজৰ সংখ্যা = 750 খিলা

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

চমুকৈ

নির্ণেয় কাগজৰ সংখ্যা $=12\times\frac{2500}{40}$ $\quad(\frac{2500}{40}>1$, বেছি ওজন বেছি কাগজ)

$=750$ খিলা

উদাহৰণ 5 ঃ

এখন মেপৰ চেণ্টি মিটাৰ স্কেল এনেধৰণে দিয়া হৈছে 1 : 300000 । সেইখন মেপত দুখন চহৰ 4 চে.মি. দূৰত্বত দেখুওৱা হৈছে। সিহঁতৰ মাজত প্ৰকৃত দূৰত্ব উলিওৱা।

সমাধান ঃ

ইয়াত $300000=3\times10^5$

ধৰাহ'ল মেপৰ দূৰত্ব x চে মি আৰু প্ৰকৃত দূৰত্ব y চে মি

দিয়া আছে $1:300000=x:y$

বা, $\frac{1}{3\times10^5}=\frac{x}{y}$

$\therefore\ x=4$ ৰ বাবে

বা, $\frac{1}{3\times10^5}=\frac{4}{y}$

বা, $y=4\times3\times10^5$

$=12\times10^5$ চে মি

$\therefore$ দূৰত্ব $=12$ কি মি ($\because$ 10^5 চে মি $=1$ কি মি)

অনুশীলনী 13.1

1. তলৰ তালিকাকেইখন পর্যবেক্ষণ কৰা আৰু x আৰু y প্ৰত্যক্ষ সমানুপাত হয় নে নহয় উলিওৱা।

i)

x	20	17	14	11	8	5	2
y	40	34	28	22	16	10	4

ii)

x	6	10	14	18	22	26	30
y	4	8	12	16	20	24	28

iii)

x	5	8	12	15	18	20
y	15	24	36	60	72	100

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

2. যদি মূলধন 1000 টকা, সুতৰ হাৰ বছৰি 8% তেন্তে, তলৰ তালিকাখন পূৰ কৰা আৰু কোনটোৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰত্যক্ষ সমানুপাত হয় বিচাৰি উলিওৱা।

সময়ৰ ম্যাদ	1 বছৰ	2 বছৰ	3 বছৰ
সৰল সুত (টকাত)			
চক্ৰবৃদ্ধি সুত (টকাত)			

3. কৰিমে চাইকেলেৰে ঘণ্টাত 15 কিলোমিটাৰ বাট অতিক্ৰম কৰে। তেওঁ (i) 3 ঘণ্টাত, (ii) 5 ঘণ্টাত, (iii) 1 ঘণ্টা 20 মিনিটত কিমান দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিব?
4. ঘণ্টাত গড়ে 50 কিলোমিটাৰ বেগত গৈ থকা গাড়ী এখনেৰে 3 ঘণ্টা 15 মিনিটত জুলুমীয়ে কাজিৰঙা পালেগৈ। তেওঁ কিমান দূৰৰ পৰা কাজিৰঙালৈ আহিছে?
5. ঘণ্টাত 510 কিলোমিটাৰ বেগত গৈ থকা বিমান এখনে 2 ঘণ্টা 20 মিনিটত কিমান দূৰ যাব?
6. মেৰীয়ে ঘণ্টাত 4.5 কিলোমিটাৰ দৌৰিব পাৰে আৰু গুৰপ্ৰীতে 9 মিনিটত 600 মিটাৰ দৌৰিব পাৰে। ঘণ্টাত কোনে বেছি দৌৰিব পাৰে?
7. এটা লঘু পানীয় ফেক্টৰীৰ মেচিনে 6 ঘণ্টাত 840 টা বটল পূৰ কৰে। ই 5 ঘণ্টাত কিমানটা বটল পূৰ কৰিব?
8. মডেল জাহাজ এখনৰ পালৰ খুঁটাটোৰ উচ্চতা 9 চে মি। প্ৰকৃত জাহাজখনৰ পালৰ খুঁটাটোৰ উচ্চতা 12 মি। প্ৰকৃত জাহাজখনৰ দৈৰ্ঘ্য যদি 28 মি হয়, তেন্তে মডেল জাহাজখনৰ দৈৰ্ঘ্য কিমান হ'ব?
9. এটা 5 মি 60 চে মি ওখ উলম্ব স্তম্ভই 3 মি. 20 চে মি দৈৰ্ঘ্যৰ ছাঁ পেলায়। একেটা সময়ত—
   i) 10 মি 50 চে মি ওখ স্তম্ভ এটাই পেলোৱা ছাঁৰ দৈৰ্ঘ্য নিৰ্ণয় কৰা।
   ii) 5 মি দৈৰ্ঘ্যৰ ছাঁ পেলোৱা স্তম্ভ এটাৰ উচ্চতা নিৰ্ণয় কৰা।
10. লিমচিঙৰ হাতত ৰাস্তাৰ এখন মেপ আছে। মেপৰ দূৰত্ব আৰু প্ৰকৃত দূৰত্বৰ অনুপাত হৈছে 1 চে মি ঃ 18 কি মি। তেওঁ 72 কি মি দূৰত্ব গাড়ী চলালে মেপত দূৰত্ব কিমান হ'ব?

13.2 পৰোক্ষ বা ব্যস্ত সমানুপাত (Inverse Proportion)

তলৰ উদাহৰণকেইটা মন কৰা—

উদাহৰণ 1 ঃ নগাঁও আৰু গুৱাহাটীৰ মাজৰ দূৰত্ব 120 কি মি। ৰমেনে মটৰেৰে ঘণ্টাত 40 কি মি বেগেৰে নগাঁৱৰ পৰা গুৱাহাটীলৈ আহোঁতে 3 ঘণ্টা লাগিল। আকৌ উভতি যাওঁতে ঘণ্টাত 60 কি মি বেগেৰে গ'ল। সময় লাগিল 2 ঘণ্টা। গতিকে গতিবেগ বঢ়ালে কোনো এক নিৰ্দিষ্ট দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰোঁতে সময় কম লাগে।

উদাহৰণ 2 ঃ কোনো এটা কাম কৰোঁতে 5 জন মানুহৰ 18 দিন লাগে। যদি 10 জন মানুহ কামটোত নিয়োগ কৰা হয়, তেন্তে কামটো 9 দিনত সম্পূৰ্ণ হৈ যায়। অৰ্থাৎ মানুহ বেছি হ'লে সময় কম লাগে।

উদাহৰণ 3 ঃ ৰহদৈয়ে 144 বৰ্গ মিটাৰ জোখৰ আয়তাকৃতিৰ মাটি এটুকুৰা কিনিব বিচাৰিলে। তেওঁ যদি মাটি টুকুৰাৰ এটা ফালৰ দৈৰ্ঘ (ধৰা হ'ল x) 12 মি ল'ব বিচাৰে, তেন্তে আনটো ফালৰ দৈৰ্ঘ (ধৰা হ'ল y) 12 মি ল'ব

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

লাগিব (যিহেতু 12 মি × 12 মি = 144 বৰ্গ মিটাৰ)। আকৌ তেওঁ যদি x দৈৰ্ঘটো কমায় 9 মি লয়, তেন্তে y ৰ দৈৰ্ঘ বাঢ়ি 16 মি হয়গৈ। আনহাতে x ৰ দৈৰ্ঘ যদি বঢ়াই 36 মি লয় তেন্তে y ৰ দৈৰ্ঘ 4 মি হে পাব, কিয়নো মাটিৰ পৰিমাণ তিনিওটাৰ ক্ষেত্ৰতে একে থাকিব। গতিকে আমি মন কৰিলোঁ যে এক নিৰ্দিষ্ট কালিৰ আয়তাকৃতিৰ মাটিৰ বাবে এটা ফালৰ দৈৰ্ঘ্য (x) বাঢ়িলে আনটো ফালৰ দৈৰ্ঘ (y) কমে বা x ৰ মান কমিলে y ৰ মান বাঢ়ে।

প্ৰথম উদাহৰণটোত, দূৰত্ব = সময় × গতিবেগ

দূৰত্ব ধ্ৰুৱক ৰাখি গতিবেগ বঢ়ালে সময় সমান অনুপাতত কমে, বা, সময় বাঢ়িলে গতিবেগ সমান অনুপাতত কমিব।

দ্বিতীয় উদাহৰণত এটা নিৰ্দিষ্ট কামৰ বাবে মানুহ বাঢ়িলে সময় সমানুপাতিকভাৱে কম লাগে। বা মানুহ কমিলে সময় সমানুপাতিকভাৱে বেছি লাগে।

তৃতীয় উদাহৰণত, আয়তাকৃতিৰ মাটিৰ কালি নিৰ্দিষ্ট ৰাখি এটা ফালৰ দীঘ বঢ়ালে সমান অনুপাতে আনটো ফালৰ দীঘ কমে, বা এটা কমিলে আনটো বাঢ়ে।

উদাহৰণকেইটা অনুসাৰে তলৰ তালিকাকেইখন পূৰ কৰা—

তালিকা 1

গাড়ীৰ গতিবেগ (কি মি/ঘ) x	10		20	40	60	80
সময় (ঘ) y	12	8		3	2	
xy	120	120	120		120	120

তালিকা 2

মানুহৰ সংখ্যা (x)	5	10		18	30	
সময় (দিন) y	18	9	6		3	2
xy	90	90	90	90		90

তালিকা 3

এটা ফালৰ দীঘ (x) মি	12	9	36		8	24	
আনটো ফালৰ দীঘ (y) মি	12	16	4	26		6	3
xy	144	144	144	144	144		144

1 নং তালিকাখনত গতিবেগক x বুলি ধৰি আৰু পূৰ কৰিবলৈ লোৱা সময়ক y বুলি ধৰিলে প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে সিহঁতৰ পূৰণফল $x \times y$ এটা ধ্ৰুৱক হৈছে কাৰণ প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে $x \times y = 120$

সেইদৰে দ্বিতীয় আৰু তৃতীয় তালিকাত ক্ৰমে মানুহৰ সংখ্যা আৰু সময়ৰ পূৰণফল, দীঘ আৰু প্ৰস্থৰ পূৰণফলবোৰ একো একোটা ধ্ৰুৱক।

Copyright SCERT, Assam not to be republished

সিপিঠিৰ আলোচনাখিনিত আমি দেখিলোঁ যে, x আৰু y দুটা ৰাশিৰ এটা বাঢ়িলে আনটো সমানুপাতিকভাৱে কমে বা এটা কমিলে আনটো সমানুপাতিকভাৱে বাঢ়ে। ইহঁতৰ পূৰণফল এটা ধ্ৰুৱক। এনেবোৰ ক্ষেত্ৰত x আৰু y ক ব্যস্ত সমানুপাতিক বোলা হয় (x is inversely proportional to y)।

$$x \propto \frac{1}{y}$$ এনেদৰে লিখা হয়।

বা, $xy = k$ (ধ্ৰুৱক)

প্ৰথম উদাহৰণটোত গতিবেগ (x) আৰু সময় (y) য'ত kৰ মান 120।

কৰি চোৱা

ধৰাহ'ল এখন বিদ্যালয়ৰ প্ৰাতঃ সভাত ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক 10 টা শাৰীত সজোৱা হ'ল। প্ৰতিটো শাৰীতে 40 জনকৈ ছাত্ৰ-ছাত্ৰী আছে। এতিয়া সেই একেখিনি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰে শাৰীৰ সংখ্যা সলনি কৰি, একোটা শাৰীত থকা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা নিৰ্ণয় কৰা আৰু তালিকাখন পূৰ কৰা।

শাৰীৰ সংখ্যা (x)	10 (x_1)	16 (x_2)	20 (x_3)	8 (x_4)
একোটা শাৰীত থকা ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা (y)	40 (y_1)	..... (y_2)	..... (y_3)	..... (y_4)

(i) তালিকাখনৰ পৰা তোমালোকে কি দেখিলা? x বৃদ্ধি হওঁতে y হ্ৰাস হৈছেনে অথবা x হ্ৰাস হওঁতে y বৃদ্ধি হৈছেনে?

(ii) $x \times y$ প্ৰতিক্ষেত্ৰতে একে হয়নে?

(iii) $\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}$ হয়নে?

(iv) $x_2 : x_3 = y_3 : y_2$ হয়নে?

(v) $x_1 : x_2 = y_1 : y_2$ হয়নে?

উদাহৰণ 1 : তলৰ তালিকাবোৰ পৰ্যবেক্ষণ কৰা আৰু চলকৰ কোনবোৰ যোৰ (ইয়াত x আৰু y) ব্যস্ত সমানুপাতত আছে উলিওৱা।

(i)

x	50	40	30	20
y	5	6	7	8

(ii)

x	100	200	300	400
y	60	30	20	15

(iii)

x	90	60	45	30	20	5
y	10	15	20	25	30	35

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

সমাধান ঃ

(i)

x	50	40	30	20
y	5	6	7	8
$x \times y$	250	240	210	160

যিহেতু প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে $x \times y$ ৰ মান একে নহয়, গতিকে $x \times y$ এটা ধ্ৰুৱক নহয়। গতিকে এইক্ষেত্ৰত x আৰু y ব্যস্ত সমানুপাতত নাই।

(ii)

x	100	200	300	400
y	60	30	20	15
$x \times y$	6000	6000	6000	6000

যিহেতু প্ৰতিটো ক্ষেত্ৰতে $x \times y$ৰ মান একেই, সেয়ে আমি ক'ব পাৰো যে $x \times y$ এটা ধ্ৰুৱক। গতিকে এইক্ষেত্ৰত x আৰু y ব্যস্ত সমানুপাতত আছে।

(iii)

x	90	60	45	30	20	5
y	10	15	20	25	30	35
$x \times y$	900	900	900	750	600	175

যিহেতু প্ৰতিক্ষেত্ৰতে $x \times y$ ৰ মান একেই নহয়, গতিকে $x \times y$ এটা ধ্ৰুৱক নহয়। সেয়েহে এইক্ষেত্ৰত x আৰু y ব্যস্ত সমানুপাতত নাই।

উদাহৰণ 2 : এটা পেঞ্চিল বাকচত থকা পেঞ্চিলবোৰ 15 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ মাজত ভগাই দিলে প্ৰতিজনে 8 ডালকৈ ভাগত পায়। যদি ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা 5 জন বঢ়াই দিওঁ, প্ৰতিজনে কিমানডালকৈ পেঞ্চিল পাব?

সমাধান ঃ প্ৰথম পদ্ধতি

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা বাঢ়িলে গাইপতি কমসংখ্যক পেঞ্চিল পাব।

∴ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা আৰু গাইপতি পোৱা পেঞ্চিলৰ সংখ্যা ব্যস্ত সমানুপাতিক।

ধৰাহ'ল, ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা $= x$

আৰু প্ৰতিজনে পোৱা পেঞ্চিলৰ সংখ্যা $= y$

এতিয়া তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰা হ'ল

ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা (x)	$15(x_1)$	$20(x_2)$
প্ৰতিজনে পোৱা পেঞ্চিলৰ সংখ্যা (y)	$8(y_1)$	$?\ (y_2)$

Copyright: SCERT, Assam not to be republished

যিহেতু x আৰু y ব্যস্ত সমানুপাতত আছে

$\therefore \quad x_1y_1 = x_2y_2$

বা, $15 \times 8 = 20 \times y_2$

বা, $y_2 = \dfrac{15\times 8}{20} = 6$

$\therefore$ প্ৰতিজন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে 6 ডালকৈ পেঞ্চিল পাব।

উদাহৰণ 3 ঃ

40 কি মি/ঘ গড়বেগত গৈ বাছ এখনে $4\frac{1}{2}$ ঘণ্টাত নিৰ্দিষ্ট দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰে। যদি উভতি আহোঁতে গতিবেগ 45 কি মি/ঘণ্টা হয়, তেন্তে বাছখনক সেইখিনি দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিবলৈ কিমান সময় লাগিব?

সমাধান ঃ লক্ষ্য কৰা যে বেছি গতিবেগত নিৰ্দিষ্ট দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিবলৈ কম সময় লাগিব। গতিকে ৰাশি দুটা ব্যস্ত সমানুপাতত আছে।

ধৰাহ'ল, বাছখনৰ গতিবেগ $= x$ কি মি/ঘ

আৰু বাছখনে লোৱা সময় $= y$ ঘণ্টা

এতিয়া তলৰ তালিকাখন প্ৰস্তুত কৰা হ'ল

বাছখনৰ গতিবেগ (x) কিমি/ঘ	$40(x_1)$	$45(x_2)$
সময় (ঘণ্টা) (y)	$4\frac{1}{2}(y_1)$	? (y_2)

যিহেতু, x আৰু y ব্যস্ত সমানুপাতিক

$\therefore \quad x_1y_1 = x_2y_2$

বা, $40 \times \dfrac{9}{2} = 45 \times y_2$

বা, $\dfrac{9}{2} \times \dfrac{40}{45} = y_2$

বা, $4 = y_2$

বাছখনে উভতি আহোতে 4 ঘণ্টাত নিৰ্দিষ্ট দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিব।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 4 ঃ এজন মানুহে এটা খেৰীঘৰ সাজি উলিয়াওঁতে 15 দিন সময় লয়। সেই ঘৰটো 3 জন মানুহে কেইদিনত সাজি উলিয়াব?

সমাধান ঃ ধৰাহ'ল মানুহৰ সংখ্যা= x আৰু সময়= y দিন।

ইয়াত মানুহ বেছি গতিকে কম সময় লাগিব। সেয়েহে x আৰু y ব্যস্ত সমানুপাতিক।

x	$1(x_1)$	$3(x_2)$
y	$15(y_1)$	$?\ (y_2)$

$\therefore \quad x_1y_1 = x_2y_2$

বা, $y_2 = \frac{1}{3} \times 15 = 5$

$\therefore$ 3 জন মানুহে 5 দিনত কামটো সম্পূৰ্ণ কৰিব।

উদাহৰণ 5 ঃ যদি 10 জন মানুহে এটা পুখুৰী 17 দিনত খান্দিব পাৰে, তেন্তে সেই পুখুৰীটো 34 জন মানুহে কিমান দিনত খান্দিব?

সমাধান ঃ

ধৰাহ'ল বনুৱাৰ সংখ্যা= x

আৰু সময়= y দিন

বেছি সংখ্যক মানুহ, কম দিন লাগিব।

$\therefore$ এইক্ষেত্ৰত x আৰু y ব্যস্ত সমানুপাতত আছে।

x	$10(x_1)$	$34(x_2)$
y	$17(y_1)$	y_2

$\therefore \quad x_1y_1 = x_2y_2$

বা, $10 \times 17 = 34 \times y_2$

বা, $y_2 = \frac{10 \times 17}{34} = 5$

$\therefore$ 34 জন মানুহে 5 দিনত পুখুৰীটো খান্দিব পাৰিব।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অনুশীলনী 13.2

1. তলৰ উক্তিবোৰ ব্যস্ত সমানুপাত হয়নে নহয় লিখা।
   (i) এটা কামৰ বাবে প্ৰয়োজন হোৱা কৰ্মীৰ সংখ্যা আৰু কামটো সম্পূৰ্ণ কৰিবলৈ লগা সময়।
   (ii) এটা নিৰ্দিষ্ট দূৰত্ব অতিক্ৰম কৰিবলৈ এখন গাড়ীৰ গতিবেগ আৰু লগা সময়।
   (iii) খেতি কৰা মাটিৰ কালি আৰু উৎপাদন কৰা শস্য।
2. এখন গাঁৱৰ ৰাইজে ৰাজহুৱা পুখুৰী এটা খন্দাৰ সিদ্ধান্ত ল'লে। 30 জন গঞাই যদি 35 দিনত পুখুৰীটো খান্দিব পাৰে, তেন্তে 210 জন গঞাই কিমান দিনত সেই কামটো কৰিব পাৰিব?
3. এটা আত্মসহায়ক গোটৰ 15 গৰাকী মহিলাই 24 দিনত 500 খন গামোচা বয়। সেই কামটো (500 খন গামোচা) কিমান দিনত সম্পন্ন হ'ব যদি মহিলাৰ সংখ্যা 5, 18 অথবা 24 হয়?
4. এটা খালী চৌবাচ্চা1 ঘণ্টা 20 মিনিটত পূৰ্ণ কৰিবলৈ 6 টা নলী (Pipe)ৰ প্ৰয়োজন হয়। যদি একেধৰণৰ 5 টা নলী ব্যৱহাৰ কৰা হয়, তেন্তে চৌবাচ্চাটো পূৰ্ণ কৰিবলৈ কিমান সময়ৰ প্ৰয়োজন হ'ব?
5. 4 কিলোমিটাৰ দীঘল মথাউৰি এটা 42 দিনত 120 জন মানুহে বান্ধিব পাৰে। সেই মথাউৰিটো 30 দিনত সম্পূৰ্ণ কৰিবলৈ কিমান মানুহৰ প্ৰয়োজন হ'ব?
6. যি উপাৰ্জনেৰে 6 জনীয়া পৰিয়াল এটাই 42 দিন চলিব পাৰে, পৰিয়ালটোত এজন সদস্য বাঢ়িলে সেই উপাৰ্জনেৰে কিমান দিন চলিব?
7. 35 গৰাকী মহিলাই এটা কাম 160 দিনত সম্পূৰ্ণ কৰিব পাৰে। তেওঁলোকৰ 28 গৰাকী মহিলাই সেই কামটো কিমান দিনত কৰিব পাৰিব?
8. দুজন মানুহে 7 দিনত 4 খন নতুন খিৰিকী লগাব পাৰে।
   (i) কাম আৰম্ভ কৰাৰ আগতে তাৰে এজন মানুহ অসুস্থ হ'ল। কামটো সম্পূৰ্ণ কৰিবলৈ বাকী থকা লোকজনৰ কেইদিন লাগিব?
   (ii) এদিনতে খিৰিকীবোৰ লগাবলৈ হ'লে কেইজন মানুহৰ প্ৰয়োজন হ'ব?

বহুবিকল্প প্ৰশ্ন (MCQ) ঃ

1. যদি x আৰু y প্ৰত্যক্ষ সামানুপাতত থাকে, তেন্তে তলৰ কোনটো শুদ্ধ?

   a) $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}$ b) $x_1y_1=x_2y_2$ c) $x_1x_2=y_1y_2$ d) $\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_2}{y_1}$
2. যদি $x_1=4, y_1=10, x_2=2$ আৰু x, y প্ৰত্যক্ষ সমানুপাতত থাকে, তেন্তে $y_2=$?

   a) 20 b) 5 c) 25 d) 10
3. যদি x আৰু y পৰোক্ষ সমানুপাতিক, তেন্তে তলৰ কোনটো শুদ্ধ?

   a) x বাঢ়িলে y বাঢ়ে b) x কমিলে y কমে

   c) x বাঢ়িলে y কমে d) ওপৰৰ এটাও নহয়

Copyright SCERT, Assam not to be republished

4. যদি 5 খন কিতাপৰ ওজন 4 কি গ্ৰা, তেন্তে তেনেকুৱা 8 খন কিতাপৰ ওজন কিমান হ'ব?

   a) 5 কি গ্ৰা b) 6 কি গ্ৰা c) 6.4 কি গ্ৰা d) 10 কি গ্ৰা

5. 10 জন মানুহক এটা গাত খান্দিবলৈ 6 ঘণ্টা লাগে। কিমানজন মানুহে 12 ঘণ্টাত গাতটো খান্দিব?

   a) 20 b) 5 c) 7 d) 15

6. এজন মানুহে এটা কাম সম্পূৰ্ণ কৰিবলৈ 6 দিন লাগে। তেন্তে 2 জন মানুহে এদিনত কামটোৰ কিমান অংশ সম্পূৰ্ণ কৰিব?

   a) $\frac{1}{3}$ অংশ b) $\frac{1}{6}$ অংশ c) $\frac{1}{2}$ অংশ d) $\frac{1}{12}$ অংশ

7. 36 জন মানুহে এটা কাম 20 দিনত সম্পূৰ্ণ কৰে। 12 জন মানুহে সেই কামটো কিমান দিনত কৰিব?

   a) $\frac{20}{3}$ দিনত b) 40 দিনত c) 60 দিনত d) 8 দিনত

8. এখন কেণ্টিনত 300 জন মানুহৰ 20 দিনৰ খাদ্য আছে। যদি 50 জন মানুহ কমি যায় সেইখিনি খাদ্যৰে কিমান দিন চলিব?

   a) 120 দিন b) 17 দিন c) 25 দিন d) 24 দিন

আমি কি শিকিলোঁ

1. দুটা ৰাশি x আৰু y ক প্ৰত্যক্ষ সমানুপাতিক বুলি কোৱা হ'ব যদিহে সিহঁতৰ হ্ৰাস বা বৃদ্ধিৰ অনুপাতৰ মান অপৰিবৰ্তনীয় বা ধ্ৰুৱক হয়। অৰ্থাৎ $\frac{x}{y}=k$ [য'ত, k এটা ধনাত্মক সংখ্যা]। তেতিয়া x আৰু y ৰ প্ৰত্যক্ষভাৱে পৰিবৰ্তন হোৱা বুলি কোৱা হয়। এনে ক্ষেত্ৰত যদি x ৰ দুটা মান x_1, x_2ৰ y ৰ অনুৰূপ মান ক্ৰমে y_1, y_2 হয় তেন্তে $\frac{x_1}{y_1}=\frac{x_2}{y_2}$ হ'ব।

2. দুটা ৰাশি x আৰু y ক ব্যস্ত সমানুপাতিক বুলি কোৱা হ'ব যদিহে x ৰ মান বৃদ্ধি হ'লে y ৰ মান সমানুপাতিকভাৱে হ্ৰাস হয় আৰু বিপৰীত ক্ৰমে x ৰ মান হ্ৰাস হ'লে y ৰ মান সমানুপাতিকভাৱে বৃদ্ধি হয়। এইক্ষেত্ৰত সিহঁতৰ ক্ৰমিক মানবোৰৰ পূৰণফল এটা ধ্ৰুৱক হয়। অৰ্থাৎ, যদি $xy = k$ তেন্তে x আৰু y ক ব্যস্ত সমানুপাতিক বুলি কোৱা হয়। এইক্ষেত্ৰত যদি x ৰ দুটা মান x_1, x_2ৰ বাবে y ৰ অনুৰূপ মান y_1, y_2 হয় তেন্তে $x_1 y_1 = x_2 y_2$ বা $\frac{x_1}{x_2}=\frac{y_2}{y_1}$ হ'ব।

❑❑❑

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অধ্যায়-14

বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ (Factorisation of Algebraic Expressions)

তোমালোকে স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ উৎপাদকৰ বিষয়ে আগতে শিকি আহিছা। যেনে

$105 = 1\times105 = 3\times35 = 5\times21 = 7 \times15 = 3\times5\times7$

ইয়াত, 105 সংখ্যাটোক পাঁচধৰণে বেলেগ বেলেগ সংখ্যাৰ পূৰণফলত প্ৰকাশ কৰা হৈছে। এনেদৰে কোনো এটা সংখ্যাক আন দুই বা ততোধিক সংখ্যাৰ পূৰণফলত প্ৰকাশ কৰিলে পিছৰ সংখ্যাকেইটাক আগৰ সংখ্যাটোৰ **উৎপাদক (Factors)**বোলা হয়। গতিকে 1, 3, 5, 7, 15, 21, 35 আৰু 105 এই আটাইকেইটা সংখ্যাই 105ৰ উৎপাদক। এই ক্ষেত্ৰত মন কৰা যে 3, 5, 7 উৎপাদক তিনিটাৰ প্ৰতিটোৱেই একোটা মৌলিক সংখ্যা। অৰ্থাৎ ইহঁতৰ এটাকো 1ৰ বাহিৰে সংখ্যাটোতকৈ সৰু আন কোনো সংখ্যাৰ পূৰণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব নোৱাৰি।

অৰ্থাৎ 105ৰ উৎপাদক হিচাপে 3, 5 আৰু 7 অলঘুকৰণীয় (Irreducible)।

আন ধৰণে ক'বলৈ হ'লে $105 = 3\times5\times7$, 105ৰ মৌলিক উৎপাদকত প্ৰকাশিত ৰূপ।

মৌলিক উৎপাদকত সংখ্যাৰ প্ৰকাশ গণিতৰ বিভিন্ন আলোচনাৰ বাবে প্ৰয়োজনীয়।

আমি জানো যে বীজগণিতীয় ৰাশিবোৰ বিভিন্ন পদৰ যোগ বা বিয়োগৰ দ্বাৰা গঠিত হয়। এই পদবোৰ আকৌ বিভিন্ন সংখ্যা, ধ্ৰুৱক আৰু বীজগণিতীয় চিহ্ন বা চলকৰ পূৰণৰ দ্বাৰা গঠিত হয়। যেনে, $10x^2y+6y^2+12y$ এটা বীজগণিতীয় ৰাশি য'ত $10x^2y$, $6y^2$ আৰু $12y$ ৰাশিটোৰ তিনিটা পদ। অৰ্থাৎ ই এটা বহুপদী (ত্ৰিপদী) (Trinomiat) বীজগণিতীয় ৰাশি। এই ৰাশিটোক অন্য দুই বা ততোধিক বীজগণিতীয় ৰাশিৰ পূৰণ হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পৰা যাবনে? অৰ্থাৎ $10x^2y+6y^2+12y$ ৰাশিটোৰ উৎপাদক পোৱা সম্ভৱনে? যদি সম্ভৱ হয়, তেন্তে উৎপাদকবোৰ কেনে হ'ব? এই প্ৰশ্নৰ সমিধান পাবলৈ প্ৰথমে বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উৎপাদক কেনেকৈ গঠন হয় সেইটো বিচাৰ কৰি চাওঁ আহা।

14.1 বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উৎপাদক (Factorisation of Algebraic Expressions)

ওপৰত আলোচিত ৰাশিটোৰ প্ৰথম পদটো অৰ্থাৎ $10x^2y$ লোৱা হওক। এই ৰাশিটো কিমান ধৰণে বেলেগ বেলেগ ৰাশিৰ পূৰণফল হিচাপে পাব পাৰি চোৱা—

$10x^2y = 10\times x^2y$

গতিকে $10x^2y$ৰ 10 আৰু x^2y দুটা উৎপাদক

ইয়াত $10 = 2\times5$ আৰু $x^2y = x^2\times y$

গতিকে, $10x^2y = 10\times x^2y = 2\times5\times x^2\times y$

অৰ্থাৎ, $10x^2y$ ৰ উৎপাদক 2, 5, x^2 আৰু y

আকৌ $x^2 = x \times x$

গতিকে $10x^2y = 2\times5\times x\times x\times y$

Copyright SCERT, Assam not to be republished

অৰ্থাৎ $10x^2y$ ৰ উৎপাদক $2, 5, x, x$ আৰু y

এতিয়া $10x^2y$ৰ উৎপাদক হিচাপে 2 আৰু 5 মৌলিক সংখ্যা অৰ্থাৎ 2 আৰু 5 ৰাশিটোৰ অলঘুকৰণীয় উৎপাদক।

একেদৰে $10x^2y$ৰ উৎপাদক হিচাপে x আৰু y ও অলঘুকৰণীয় অৰ্থাৎ, x বা yক আন কোনো ৰাশিৰ পূৰণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰাটো সম্ভৱ নহয়।

গতিকে, $10x^2y = 2\times5\times x\times x\times y$, ৰাশিটোৰ অলঘুকৰণীয় উৎপাদকৰ পূৰণফলত প্ৰকাশিত ৰূপ।

মন কৰা যে (i) $10x^2y = 10 \times x^2 y$ নিলিখি আমি $10x^2y = 10x\times xy$ বা $2\times5x^2 \times y$ বা $2x\times5xy$ ইত্যাদি ধৰণে লিখিব পাৰিলোঁহেঁতেন। তেতিয়া $10x, xy, 2, 5x^2, y, 2x, 5xy$ ইত্যাদি $10x^2y$ৰ উৎপাদক হিচাপে পালোঁহেঁতেন। কিন্তু এই উৎপাদকবোৰৰ ভিতৰত $10x, 5x^2, 2x, 5xy$ আদিৰ পুনৰ লঘুকৰণ সম্ভৱ হ'লহেঁতেন। কিন্তু এনে উৎপাদকবোৰক লঘু কৰি গৈ থাকিলে শেষত $10x^2y$ৰ অলঘুকৰণীয় উৎপাদক $2, 5, x, x$ আৰু y কে পালোঁহেঁতেন।

(ii) $10x^2y = 1\times10x^2y$ হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি। কিন্তু 1 যিকোনো ৰাশিতে পূৰণৰ দ্বাৰা যুক্ত হৈ থাকে। গতিকে 1 ক $10x^2y$ৰ উৎপাদক হিচাপে উল্লেখ কৰাৰ প্ৰয়োজন নহয়।

একেদৰে, প্ৰদত্ত ৰাশিটোৰ দ্বিতীয় পদটো অৰ্থাৎ $6y^2$ টো যদি লক্ষ্য কৰা, দেখিবা যে $6y^2$ৰ অলঘুকৰণীয় উৎপাদকৰ পূৰণফলত প্ৰকাশিত ৰূপটো হ'ল—

$6y^2 = 6\times y^2 = 2\times3\times y\times y$

ৰাশিটোৰ তৃতীয় পদটো অৰ্থাৎ $12y$ৰ অলঘুকৰণীয় উৎপাদকৰ পূৰণফলত প্ৰকাশিত ৰূপটো হ'ল—

$12y = 12\times y = 4\times3\times y = 2\times2\times3\times y$

প্ৰদত্ত ৰাশিটোৰ পদ তিনিটাৰ প্ৰত্যেককে অলঘুকৰণীয় উৎপাদকৰ পূৰণফলত প্ৰকাশ কৰাৰ পৰা আমাৰ কি সুবিধা হ'ল বাৰু?

আমি দেখিলোঁ যে 2 আৰু y তিনিওটা পদতে উৎপাদক হিচাপে আছে। অৰ্থাৎ, $2\times y = 2y$ তিনিওটা পদৰ সাধাৰণ উৎপাদক। যেনে

$$10x^2y = 2\times5\times x\times x\times y$$
$$= (2\times y)\times(5\times x\times x)$$
$$= 2y\times5x^2$$
$$6y^2 = 2\times3\times y\times y$$
$$= (2\times y)\times(3\times y)$$
$$= 2y\times3y$$
$$12y = 2\times2\times3\times y$$
$$= (2\times y)\times(2\times3)$$
$$= 2y\times6$$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

গতিকে প্ৰদত্ত ৰাশিটোক আমি এনেদৰে সজাব পাৰোঁ—

$10x^2y+6y^2+12y = 2y \times 5x^2 + 2y \times 3y + 2y \times 6$

সোঁফালৰ ৰাশিটোৰ পদ তিনিটাৰ ক্ষেত্ৰত $2y$ তিনিওটা পদৰে সাধাৰণ উৎপাদক। আনহাতে, $5x^2$, $3y$ আৰু 6 ৰাশিবোৰ পদ তিনিটাৰ সাধাৰণ উৎপাদক নহয়।

এতিয়া এটা পৰীক্ষা কৰি চাওঁ আহা।

পদ তিনিটাৰ সাধাৰণ উৎপাদক নোহোৱা কেইটাক যোগ কৰি সাধাৰণ উৎপাদকটোৰে পূৰণ কৰা।

যেনে—

$2y \times (5x^2 + 3y + 6)$

যোগৰ ওপৰত পূৰণৰ বিতৰণ ধৰ্ম প্ৰয়োগ কৰিলে আমি পাওঁ—

$$2y \times (5x^2+3y+6) = 2y \times 5x^2 + 2y \times 3y + 2y \times 6$$
$$= 2 \times 5x^2 \times y + 2 \times 3 \times y \times y + 2 \times 6 \times y$$
$$= 10x^2y + 6y^2 + 12y$$

ইয়াত সোঁফালৰ ৰাশিটো আমি প্ৰথমতে আলোচনা কৰা ৰাশিটোৱেই নহয়নে?

গতিকে দেখা গ'ল যে প্ৰদত্ত ৰাশিটো দুটা ৰাশি $2y$ আৰু $5x^2+3y+6$ৰ পূৰণফল।

অৰ্থাৎ $10x^2y + 6y^2 + 12y = 2y \times (5x^2+3y+6)$

$$= 2 \times y \times (5x^2+3y+6)$$

ইয়াত 2, y আৰু $5x^2+3y+6$ ৰাশিবোৰ প্ৰদত্ত ৰাশিটোৰ উৎপাদক হিচাপে অলঘুকৰণীয়।

দুই বা ততোধিক বীজগণিতীয় ৰাশিক পূৰণ কৰি নতুন ৰাশি গঠন কৰা কৌশল সম্পৰ্কে আমি আগৰ পাঠত শিকিছোঁ। আমাৰ পৰৱৰ্তী আলোচনাত যিকোনো এটা ৰাশি আন দুই বা ততোধিক ৰাশিৰ বিশেষকৈ অলঘুকৰণীয় ৰাশিৰ পূৰণফল হিচাপে কেনেকৈ পাব পাৰি সেই বিষয়ে আলোচনা কৰা হ'ব।

এটা বীজগণিতীয় ৰাশিক আন দুই বা ততোধিক অলঘুকৰণীয় ৰাশিৰ পূৰণফলত প্ৰকাশ কৰাকে ৰাশিটোৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ বোলা হয়।

ইয়াৰ পিছৰ আলোচনাত বিশেষভাৱে উল্লেখ কৰিবলগীয়া নহ'লে বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উৎপাদক বুলি কওঁতে **অলঘুকৰণীয়** উৎপাদককে বুজিম।

14.2 গৰিষ্ঠ সাধাৰণ উৎপাদক (Highest Common Factor)

দুটা ৰাশি $3xy$ আৰু $2x^2y$ ৰ পৰিপ্ৰেক্ষিতত কথাখিনি আলোচনা কৰোঁ আহা।

প্ৰথমে আমি প্ৰত্যেকটো ৰাশিক উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰি চাওঁ

$3xy = 3 \times x \times y$

$2x^2y = 2 \times x \times x \times y$ [ৰাশি দুটাৰ অলঘুকৰণীয় উৎপাদকত প্ৰকাশিত ৰূপ]

এতিয়া, $3xy$ৰ উৎপাদকবোৰ 1, 3, x, y, $3x$, $3y$, xy, $3xy$.

$2x^2y$ৰ উৎপাদকবোৰ 1, 2, x, x^2, y, $2x$, $2y$, $2x^2$, xy, x^2y, $2xy$, $2x^2y$.

গতিকে, $3xy$ আৰু $2x^2y$ৰ সাধাৰণ উৎপাদকসমূহ 1, x, y, xy.

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

এইক্ষেত্ৰত xy উৎপাদকটো $3xy$ আৰু $2x^2y$ ৰ সাধাৰণ উৎপাদকৰ ভিতৰত আটাইতকৈ ডাঙৰ উৎপাদক। অৰ্থাৎ $3xy$ আৰু $2x^2y$ গ.সা.উ. xy।

আন এটা উদাহৰণ $12ab^2$ আৰু $14ab^3$

$$12ab^2 = 2 \times 2 \times 3 \times a \times b \times b$$
$$14ab^3 = 2 \times 7 \times a \times b \times b \times b$$

$\therefore$ $12ab^2$ আৰু $14ab^3$ ৰ গ.সা.উ. হৈছে $2 \times a \times b \times b = 2ab^2$

অৰ্থাৎ ৰাশি দুটাৰ গ.সা.উ. পাবলৈ সাধাৰণ উৎপাদককেইটাক পূৰণ কৰা হৈছে।

একেদৰে pq আৰু abc ৰ গ.সা.উ. কি হ'ব চাওঁ আহা

$$pq = p \times q$$
$$abc = a \times b \times c$$

pq আৰু abc ৰ কোনো সাধাৰণ উৎপাদক নাই।

কিন্তু, আমি জানো যে 1 প্ৰত্যেকটো ৰাশিৰে এটা উৎপাদক।

গতিকে 1 সংখ্যাটো pq আৰু abc ৰ সাধাৰণ উৎপাদক হ'ব আৰু একমাত্ৰ উৎপাদক হোৱা বাবেই গ.সা. উ. হ'ব।

নিজে চেষ্টা কৰা গৰিষ্ঠ সাধাৰণ উৎপাদক উলিওৱা

(i) a^2 আৰু a^3 (ii) p^2q আৰু pq^2 (iii) $3a^3b^2$ আৰু $6a^2b^3$

(iv) $24l^2mn$ আৰু $36l^2m^3p$ (v) $18x^2yz^2$, $24x^3y^3z$ আৰু $20x^2y$ (v) a আৰু b

কৌশল এটা চাওঁ আহা

(i) x আৰু x^2 ৰ গ.সা.উ. হৈছে x

(ii) a^4 আৰু a^3 ৰ গ.সা.উ. হৈছে a^3

(iii) p^6 আৰু p^2 ৰ গ.সা.উ. p^2

কি শিকিলা ?

একে চলকযুক্ত দুটা বীজগণিতীয় ৰাশিৰ গ.সা.উ. হৈছে ক্ষুদ্ৰতম ঘাতৰ ৰাশিটো।

14.3 বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ

বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিবৰ বাবে আমি পদ্ধতি কিছুমান আলোচনা কৰোঁ আহা।

14.3.1 সাধাৰণ উৎপাদকৰ পদ্ধতি (Method of Common Factors)

এই পদ্ধতিটোত প্ৰদত্ত বীজগণিতীয় ৰাশিটোৰ উমৈহতীয়া উৎপাদকটো বাছি উলিওৱা হয়। তাৰ পাছত বিতৰণ ধৰ্ম $a \times b + a \times c = a \times (b + c)$ ব্যৱহাৰ কৰি উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা হয়। কেইটামান উদাহৰণ চাওঁ আহা।

Copyright SCERT, Assam
not to be republished

উদাহৰণ 1 ঃ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা $3x + 6$

সমাধান ঃ $3x = 3 \times x$

$6 = 3 \times 2$

$3x$ আৰু 6 ৰ গ.সা.উ. হৈছে 3

গতিকে, $3x + 6 = 3 \times x + 3 \times 2$

$= 3 \times (x + 2)$ [$a \times b + a \times c = a \times (b+c)$ প্ৰয়োগ কৰি]

অৰ্থাৎ, $3x + 6 = 3(x + 2)$

উদাহৰণ 2 ঃ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা $3xy + 3x$

সমাধান ঃ $3xy + 3x$

$= 3x \times y + 3x \times 1$

$= 3x(y+1)$

উদাহৰণ 3 ঃ $12a^2b + 3ab^2$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা

সমাধান ঃ $12a^2b = 2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times b$

$3ab^2 = 3 \times a \times b \times b$

$12a^2b$ আৰু $3ab^2$ ৰ গ.সা.উ. হৈছে $3 \times a \times b = 3ab$

$12a^2b + 3ab^2$

$= 3ab \times 4a + 3ab \times b$

$= 3ab(4a+b)$

উদাহৰণ 4 ঃ $12a^3b^2 - 15a^2b^3$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা

সমাধান ঃ $12a^3b^2 = 2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times a \times b \times b$

$15a^2b^3 = 3 \times 5 \times a \times a \times b \times b \times b$

$12a^3b^2$ আৰু $15a^2b^3$ গ সা উ $= 3 \times a \times a \times b \times b$

$= 3a^2b^2$

গতিকে,

$12a^3b^2 - 15a^2b^3$

$= 3a^2b^2 \times 4a - 3a^2b^2 \times 5b$

$= 3a^2b^2 (4a - 5b)$

চমুকৈ,

$12a^3b^2 - 15a^2b^3$

$= 3 \times 2 \times 2\, a^3b^2 - 3 \times 5 \times a^2 b^3$

$= 3a^2b^2(4a - 5b)$

উদাহৰণ 5 ঃ $10a^2b^3 - 12a^3b^2 + 18ab^2$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা

সমাধান ঃ $10a^2b^3 - 12a^3b^2 + 18ab^2$

$= 2ab^2(5ab - 6a^2 + 9)$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

মন কৰা

(i) 10, 12 আৰু 18 ৰ গ.সা.উ. 2

(ii) a^2, a^3 আৰু a ৰ গ.সা.উ. a

(iii) b^3 আৰু b^2 ৰ গ.সা.উ. b^2

গতিকে $10a^2b^3$, $12a^3b^2$ আৰু $18ab^2$ ৰ গ.সা.উ. $2ab^2$

উদাহৰণ 6 ঃ $3pq^2 + 15pq + 7p^2q$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা

সমাধান ঃ $3pq^2 + 15pq + 7p^2q$

$= pq \times 3q + pq \times 15 + pq \times 7p$ [মন কৰা যে pq হৈছে $3pq^2$, $15pq$ আৰু $7p^2q$ ৰ গ.সা.উ.]

$= pq \times (3q + 15 + 7p)$

$= pq(3q + 15 + 7p)$

নিজে চেষ্টা কৰা

উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা ঃ (i) $2xy + 2y$ (ii) $10x^2y^3 - 15xy^3$

14.3.2 বীজগণিতীয় ৰাশি থকা পদক উপযুক্ত গোটত সজাই উৎপাদক বিশ্লেষণ (Factorisation of algebric expressions by proper grouping of terms)

কেতিয়াবা বীজগণিতীয় ৰাশিত থকা পদসমূহক উপযুক্ত গোটত বা ক্রমত সজাই উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা হয়। তলৰ উদাহৰণটোলৈ মন কৰা —

উদাহৰণ 7 ঃ $ab + ay + xb + xy$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা।

তোমালোকে মন কৰা যে ৰাশিটোৰ প্ৰথম দুটা পদ ab আৰু ay ৰ সাধাৰণ উৎপাদক হৈছে a।

আনহাতে, xb আৰু xy ৰ সাধাৰণ উৎপাদক হৈছে x। কিন্তু আটাইকেইটা পদত 1ৰ বাহিৰে সাধাৰণ উৎপাদক এটাও নাই। আমি কেনেদৰে আগবাঢ়িম?

প্ৰথমে আমি সাধাৰণ উৎপাদক থকা পদসমূহক উৎপাদক ৰূপত লিখো আহা

$ab + ay = a \times b + a \times y$

$= a \times (b + y)$

$= a(b + y)$

তেনেদৰে, $xb + xy = x \times b + x \times y$

$= x \times (b + y)$

$= x(b+y)$

এতিয়া $ab + ay + xb + xy$

$= a(b + y) + x(b + y)$ [যিহেতু $(b + y)$ সাধাৰণ উৎপাদক, আমি বিতৰণ বিধি প্ৰয়োগ কৰিব পাৰোঁ।]

$= (b + y)(a + x)$

মন কৰা যে $ab + ay + xb + xy = ab + xb + ay + xy$ [ৰাশিবোৰৰ পুনৰ সাজোন]

$= b(a + x) + y(a + x)$

$= (a + x)(b + y)$ ধৰণেও উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিব পৰা যায়।

Copyright: SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 8 ঃ $3xy + 2y + 3x + 2$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা।

মন কৰা যে এই ৰাশিটোত প্ৰথম আৰু দ্বিতীয় পদত y ৰ বাহিৰে কোনো সাধাৰণ উৎপাদক নাই। তেনেদৰে $3x$ আৰু 2 ৰো 1 ৰ বাহিৰে কোনো সাধাৰণ উৎপাদক নাই।

সমাধান ঃ $3xy + 2y + 3x + 2 = y(3x + 2) + 1\,(3x + 2) = (3x + 2)\,(y + 1)$

অন্য ধৰণে $3xy + 2y + 3x + 2$

$= 3xy + 3x + 2y + 2$

$= 3x\,(y + 1) + 2(y + 1)$

$= (y + 1)\,(3x + 2)$

উদাহৰণ 9 ঃ $15xy - 6x + 5y - 2$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা।

সমাধান ঃ $15xy - 6x + 5y - 2$

$= 3 \times x \times 5 \times y - 3 \times x \times 2 + 5 \times y - 2$

$= 3x \times (5y - 2) + 1 \times (5y - 2)$

$= (5y - 2)\,(3x + 1)$

নাইবা,

$15xy - 6x + 5y - 2$

$= 15xy + 5y - 6x - 2$

$= 5y \times 3x + 5y \times 1 + (-2) \times 3x + (-2)$

$= 5y\,(3x + 1) + (-2)\,(3x + 1)$

$= (3x + 1)\,[5y + (-2)]$

$= (3x + 1)\,(5y - 2)$

নিজে চেষ্টা কৰা

তলৰ ৰাশিবোৰৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা ঃ

(i) $x^2 + xy + 4x + 4y$ (ii) $5xy + 5y + 2x + 2$

(iii) $px + qx - py - qy$ (iv) $x - 3 + 3yz - xyz$

14.3.3 অভেদ ব্যৱহাৰ কৰি উৎপাদক বিশ্লেষণ (Factorisation Using Identities)

তোমালোকে ইতিমধ্যে তলৰ অভেদসমূহ পাই আহিছা

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

এই অভেদবোৰ ব্যৱহাৰ কৰিও আমি উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিব পাৰোঁ। তাৰ বাবে উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিবলৈ দিয়া বীজগণিতীয় ৰাশিটো ওপৰৰ কোনটো অভেদৰ সোঁপক্ষৰ লগত মিলে বা মিলাব পাৰি আমি চিনাক্ত কৰিব লাগিব। চিনাক্ত কৰাৰ পিছত বাওঁহাতৰ অনুৰূপ ৰাশিটোৰেই হৈছে প্ৰদত্ত ৰাশিটোৰ উৎপাদক। কেইটামান উদাহৰণ চাওঁ আহা।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 10 ঃ $25x^2 - 30x + 9$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা

সমাধান ঃ $25x^2 - 30x + 9$

$= (5x)^2 - 2 \times (5x) \times 3 + 3^2$

$= (5x - 3)^2$

$= (5x - 3)(5x - 3)$

মন কৰা যে প্ৰদত্ত ৰাশিটো $a^2 - 2ab + b^2$ আৰ্হিৰ য'ত $a = 5x$ আৰু $b = 3$, $2ab = 2 \times 5x \times 3$

উদাহৰণ 11 ঃ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা

$9a^2 - 81b^2$

সমাধান ঃ $9a^2 - 81b^2$

$= (3a)^2 - (9b)^2$

$= (3a + 9b)(3a - 9b)$

$= 3(a + 3b)\, 3(a - 3b) = 9\,(a + 3b)\,(a - 3b)$

নাইবা, $9a^2 - 81b^2$

$= 9\,(a^2 - 9b^2)$

$= 9\,\{a^2 - (3b)^2\}$

$= 9\,(a + 3b)\,(a - 3b)$

উদাহৰণ 12 ঃ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা $16a^4 - 81$

সমাধান ঃ $16a^4 - 81$

$= (4a^2)^2 - 9^2$

$= (4a^2 + 9)(4a^2 - 9)$

$= (4a^2 + 9)\,\{(2a)^2 - 3^2\}$

$= (4a^2 + 9)(2a + 3)(2a - 3)$

উদাহৰণ 13 ঃ $a^2 - b^2 + 2bc - c^2$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা

সমাধান ঃ $a^2 - b^2 + 2bc - c^2$

$= a^2 - (b^2 - 2bc + c^2)$

$= a^2 - (b - c)^2$

$= \{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\}$

$= (a + b - c)(a - b + c)$

নিজে চেষ্টা কৰা

তলৰ ৰাশিবোৰৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা ঃ

(i) $a^2 + 12a + 36$ (ii) $p^4 + 8p^2 + 16$ (iii) $m^2 + 144 - 24m$

(iv) $16x^2 + 49 - 56x$ (v) $x^2 - 25$ (vi) $x^8 - m^8$

14.3.4 $x^2 + px + q$ আৰ্হিৰ ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ (Factorisation of expressions of the type $x^2 + px + q$)

$x^2 + 3x + 2$, $x^2 + 9x + 14$, $x^2 - 5x + 6$, $x^2 - 6x - 8$ ইত্যাদি ৰাশিবোৰ মন কৰা।

ৰাশিবোৰ $x^2 + px + q$ আৰ্হিৰ য'ত x ৰ সহগক p আৰু ধ্ৰুৱকক q ৰে চিহ্নিত কৰা হৈছে। এই ৰাশিকেইটাক আমি পাই অহা $a^2 + 2ab + b^2$, $a^2 - 2ab + b^2$ বা $a^2 - b^2$ আৰ্হিত পোনপটীয়াকৈ প্ৰকাশ কৰিব নোৱাৰি। আহাচোন এনেকুৱা আৰ্হিত থকা বীজগণিতীয় ৰাশিবোৰৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কেনেকৈ কৰে চাওঁ।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

আমি জানো যে $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)\ x + ab$ য'ত a আৰু b ধ্ৰুৱক।

a আৰু b ৰ যোগফল তথা a আৰু b ৰ পূৰণফলো একো একোটা ধ্ৰুৱক।

ধৰা হ'ল $a + b = p$ আৰু $ab = q$

$\therefore \quad x^2 + (a + b)x + ab = x^2 + px + q$

ওলোটাকৈ, $x^2 + px + q$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিবলৈ আমাক এনে দুটা সংখ্যা লাগিব যাৰ যোগফল x ৰ সহগৰ সমান আৰু পূৰণফল ধ্ৰুৱক ৰাশিটোৰ সমান হয়।

আহাচোন আমি কেইটামান উদাহৰণৰ সহায়ত বুজিবলৈ যত্ন কৰোঁ।

উদাহৰণ 14 ঃ উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা $x^2 + 7x + 12$

সমাধান ঃ ওপৰৰ ৰাশিটোত $p = 7$ আৰু $q = 12$

আমি এনে দুটা সংখ্যা a আৰু b বাচি উলিয়াব লাগে যাৰ পূৰণফল 12 আৰু যোগফল 7 অৰ্থাৎ $a \times b = 12, a + b = 7$ হ'ব। তাৰ বাবে তলৰ বিশ্লেষণবোৰ চাওঁ আঁহা

$$1 \times 12 = 12, \quad 1 + 12 = 13$$
$$2 \times 6 = 12, \quad 2 + 6 = 8$$
$$3 \times 4 = 12, \quad 3 + 4 = 7$$

গতিকে আমি দুটা উৎপাদক a আৰু b ক্ৰমে 3 আৰু 4 ল'ম কাৰণ 3 আৰু 4 ৰ যোগফল x ৰ সহগ 7 ৰ সমান আৰু 3 আৰু 4 ৰ পূৰণফল ধ্ৰুৱক ৰাশি 12ৰ সমান। 3 আৰু 4 ৰ বাহিৰে আন কোনো উৎপাদকৰ যোৰ নাপাওঁ যিয়ে এই সম্বন্ধটো মানি চলে। গতিকে,

$$x^2 + 7x + 12$$
$$= x^2 + (3 + 4)x + 3 \times 4$$
$$= x^2 + 3x + 4x + 3 \times 4$$
$$= x(x + 3) + 4(x + 3)$$
$$= (x + 3)(x + 4)$$

$\therefore x^2 + 7x + 12$ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ হ'ব $(x + 3)(x + 4)$

উদাহৰণ 15 ঃ উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা $x^2 - 5x + 6$

সমাধান ঃ ওপৰৰ ৰাশিটোত $p = -5$ আৰু $q = 6$

আমি এনে দুটা সংখ্যা উলিয়াব লাগিব যাতে ইহঁতৰ পূৰণফল 6 আৰু যোগফল – 5 হয়।

6 ৰ উৎপাদকবোৰ চাওঁ আঁহা

$$1 \times 6 = 6 \qquad 1 + 6 = 7$$
$$2 \times 3 = 6 \qquad 2 + 3 = 5$$

কিন্তু এনেদৰে আগবাঢ়িলে আমি যোগফল কেতিয়াও ঋণাত্মক সংখ্যা নাপাওঁ। গতিকে আমি আন ধৰণে চিন্তা কৰোঁ আঁহা।

$$(-1) \times (-6) = 6 \quad (-1) + (-6) = -7$$
$$(-2) \times (-3) = 6 \quad (-2) + (-3) = -5$$

Copyright: SCERT, Assam not to be republished

দেখা গ'ল যে – 2 আৰু – 3 যোগ কৰিলে – 5 পাম। গতিকে,

$$x^2 - 5x + 6$$
$$= x^2 - 2x - 3x + 6$$
$$= x(x - 2) - 3(x - 2)$$
$$= (x - 2)(x - 3)$$

$\therefore$ $x^2 - 5x + 6$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ হ'ল $(x - 2)(x - 3)$

উদাহৰণ 16 ঃ উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা $x^2 + 8x - 20$

সমাধান ঃ এই ৰাশিটোত $p = 8$ আৰু $q = -20$

আমি এনে দুটা সংখ্যা a আৰু b উলিয়াব লাগে যাৰ যোগফল 8 আৰু পূৰণফল – 20 হয়। মন কৰিবলগীয়া কথা এয়ে যে যিহেতু সংখ্যা দুটাৰ পূৰণফলটো এটা ঋণাত্মক সংখ্যা, গতিকে a আৰু b ৰ যিকোনো এটা ঋণাত্মক সংখ্যা হ'ব।

এইবাৰ আমি তালিকাৰ সহায়ত বিচাৰো আঁহা

a	b	$a \times b$	$a + b$
– 1	20	– 20	19
1	– 20	– 20	– 19
2	– 10	– 20	– 8
– 2	10	– 20	8
4	– 5	– 20	– 1
– 4	5	– 20	1

ওপৰৰ তালিকাখনৰ পৰা পাওঁ যে – 2 আৰু 10 ৰ বাবে যোগফল $(-2) + 10 = 8$ আৰু পূৰণফল $(-2) \times 10 = -20$ হয়।

গতিকে, $x^2 + 8x - 20$

$$= x^2 - 2x + 10x - 20$$
$$= x(x - 2) + 10(x - 2)$$
$$= (x - 2)(x + 10)$$

উদাহৰণ 17 ঃ উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা $x^2 - 5x - 24$

সমাধান ঃ a আৰু b উলিওৱা যাতে

$a + b = -5$ আৰু $ab = -24$

কাষৰ তালিকাখনলৈ মন কৰা

a	b	$a \times b$	$a + b$
24	– 1	– 24	23
– 24	1	– 24	– 23
2	– 12	– 24	– 10
– 2	12	– 24	10
3	– 8	– 24	– 5
– 3	8	– 24	5
– 6	4	– 24	– 2
6	– 4	– 24	2

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

$$x^2 - 5x - 24$$
$$= x^2 + 3x - 8x - 24$$
$$= x(x + 3) - 8(x + 3)$$
$$= (x + 3)(x - 8)$$

উদাহৰণ 18 ঃ $x^2 + 3x - 108$ ক উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা।

সমাধান ঃ তালিকাৰ সহায় নোলোৱাকৈ অভ্যাস কৰোঁ আঁহা—

$$x^2 + 3x - 108$$
$$= x^2 + (12 - 9)x - 108$$
$$= x^2 + 12x - 9x - 108$$
$$= x(x + 12) - 9(x + 12)$$
$$= (x + 12)(x - 9)$$

শিক্ষকলৈ নিৰ্দেশনা ঃ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীক প্ৰথমে তালিকা তৈয়াৰ কৰি উৎপাদক উলিয়াই শিকাব পাৰে। পিছত অভ্যস্ত হৈ গ'লে মুখে মুখে কৰিব পাৰিব।

নিজে চেষ্টা কৰা

তলৰ ৰাশিবোৰৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা ঃ

(i) $x^2 + 7x + 10$ (ii) $x^2 - 7x + 10$ (iii) $x^2 - 7x - 10$

(iv) $x^2 + 11x + 24$ (v) $x^2 - 15x + 36$ (vi) $x^2 - 20x - 64$

14.3.5 $mx^2 + px + q$ আৰ্হিৰ ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ *(Factorisation of expressions of the type $mx^2 + px + q$)*

ইতিমধ্যে তোমালোকে $x^2 + px + q$ আকাৰৰ ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণৰ বিষয়ে জানিলা। য'ত x^2 ৰ সহগ 1। এইবাৰ আমি এনেকুৱা কিছুমান বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ চাম যিবোৰৰ x^2 ৰ সহগ 1 বাহিৰে অন্য সংখ্যা থাকে।

এটা উদাহৰণ লওঁ যেনে $15x^2 + 11x + 2$

এই ৰাশিটোৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিবলৈ আমি আগৰ $x^2 + px + q$ আকাৰৰ ৰাশিৰ ক্ষেত্ৰত কৰাৰ দৰে দুটা সংখ্যা a আৰু b লৈ চাওঁ যাতে $a + b = 11$ আৰু $ab = 15 \times 2 = 30$

পৰ্যবেক্ষণৰ জৰিয়তে আমি $a = 6$ আৰু $b = 5$ পাম।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অৰ্থাৎ, $15x^2 + 11x + 2 = 15x^2 + 6x + 5x + 2$

$= 3x(5x + 2) + (5x + 2)$

$= (5x + 2)(3x + 1)$

তলৰ পূৰণটোলৈ লক্ষ্য কৰা ঃ

$(ax + b)(cx + d)$

$= ax(cx + d) + b(cx + d)$

$= acx^2 + adx + bcx + bd$

$= acx^2 + (ad + bc)x + bd$

$= mx^2 + px + q$ যʼত $m = ac$

$p = ad + bc$

$q = bd$

মন কৰা $m \times q = ac \times bd = ad \times bc$

$\therefore$ m আৰু q গুণফলটো ad আৰু bc ৰ গুণফলৰ সমান আৰু p অৰ্থাৎ x ৰ সহগ ad আৰু bc ৰ যোগফলৰ সমান।

অৰ্থাৎ $mx^2 + px + q$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিবলৈ আমাক এনেকুৱা দুটা সংখ্যা লাগিব যাৰ পূৰণফল mq (অৰ্থাৎ x^2 ৰ সহগ আৰু ধ্ৰুৱক ৰাশিৰ পূৰণফল)ৰ সমান হয় আৰু সেই সংখ্যা দুটাৰ যোগফল x ৰ সহগৰ সমান হয়।

কেইটামান উদাহৰণ চাওঁ আহা

উদাহৰণ 19 ঃ $2x^2 + 9x + 9$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা।

সমাধান ঃ $2x^2 + 9x + 9$

$= 2x^2 + (3 + 6)x + 9$

$= 2x^2 + 3x + 6x + 9$

$= x(2x + 3) + 3(2x + 3)$

$= (2x + 3)(x + 3)$

x^2 ৰ সহগ 2 আৰু ধ্ৰুৱক ৰাশি 9 ৰ পূৰণফল $2 \times 9 = 18$

a	b	ab	$a + b$
2	9	18	11
3	**6**	**18**	**9**
1	18	18	19

উদাহৰণ 20 ঃ $4m^2 + 25m - 21$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা।

সমাধান ঃ $4m^2 + 25m - 21$

$= 4m^2 + 28m - 3m - 21$

$= 4m(m + 7) - 3(m + 7)$

$= (m + 7)(4m - 3)$

m^2 ৰ সহগ 4 আৰু ধ্ৰুৱক ৰাশি -21 ৰ পূৰণফল $4 \times (-21) = -84$

যিহেতু পূৰণফলটো ঋণাত্মক। গতিকে a আৰু b ৰ যিকোনো এটা ঋণাত্মক হʼব লাগিব।

© SCERT, Assam
Copyright, not to be republished

উদাহৰণ 21 ঃ $6x^2 - 20x - 16$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা।

সমাধান ঃ $6x^2 - 20x - 16$

$= 6x^2 - 24x + 4x - 16$

$= 6x(x - 4) + 4(x - 4)$

$= (x - 4)(6x + 4)$

$= 2(x - 4)(3x + 2)$

বৈকল্পিকভাৱে $6x^2 - 20x - 16$

$= 2[3x^2 - 10x - 8]$

$= 2[3x^2 - 12x + 2x - 8]$

$= 2[3x(x - 4) + 2(x - 4)]$

$= 2[(x - 4)(3x + 2)]$

$= 2(x - 4)(3x + 2)$

উদাহৰণ 22 ঃ $56y - 3 - 221y^2$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা।

সমাধান ঃ $56y - 3 - 221y^2$

$= -221y^2 + 56y - 3$ [$mx^2 + px + q$ আৰ্হিত সজাই লৈ]

$= -(221y^2 - 56y + 3)$

$= -[221y^2 - (39 + 17)y + 3]$

$= -[221y^2 - 39y - 17y + 3]$

$= -[13y(17y - 3) - 1(17y - 3)]$

$= -(17y - 3)(13y - 1)$

নিজে চেষ্টা কৰা

তলৰ ৰাশিবোৰক উৎপাদকত বিশ্লেষণ কৰা-

(i) $6x^2 + 5x + 1$ (ii) $2x^2 + 6x + 4$ (iii) $3a^2 + 2a - 8$

(iv) $4b^2 - 2b - 6$

অনুশীলনী 14.1

1. তলৰ ৰাশিবোৰৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা ঃ

   (i) $3x^2y + 5xy$ (ii) $10x^2y - 5xy^2$ (iii) $7a^2bc - 21ab^2c + 14abc$

2. উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা ঃ

   (i) $a^2 + ab + 6a + 6b$ (ii) $a^2 + bc + ab + ac$ (iii) $1 + x + x^2 + x^3$

   (iv) $ab + a + b + 1$ (v) $4ax + 3ay - 4bx - 3by$

3. উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা ঃ

   (i) $x^2 - 36$ (ii) $9x^2 + 30x + 25$ (iii) $16a^2 - 88a + 121$

   (iv) $11x^2 - 44$ (v) $x^4 - 81$ (vi) $4 - x^2 - y^2 + 2xy$

   (vii) $x^8 - y^8$ (viii) $a^3 - ab^2 - a^2b + b^3$

4. উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰা ঃ

   (i) $16 + 8x + x^2$ (ii) $15 - 2x - x^2$ (iii) $x^2 + 8x - 20$

   (iv) $x^2 + 2x - 3$ (v) $a^2 - 4a - 12$ (vi) $x^2 - 21x + 104$

   (vii) $2x^2 + 18x + 40$ (viii) $l^2 - 13l + 42$ (ix) $-a^2 - a + 20$

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

5. তলৰ ৰাশিবোৰৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰা ঃ

(i) $3x^2 + 8x + 4$ (ii) $2m^2 + 7m + 3$ (iii) $2p^2 + p - 28$

(iv) $9a^2 + 21a - 8$ (v) $4y^2 + 25y - 21$ (vi) $3m^6 - 6m^4n - 45m^2n^2$

(vii) $1 - x - 6x^2$ (viii) $6a^2 + 7ab - 3b^2$

6. খালী ঠাই পূৰোৱা (নিৰীক্ষণ কৰি) ঃ

(i) $9x^2 + 15x + 4 = (3x + ...) (.... + 1)$

(ii) $12y^2 - 17y + 6 = (.... - 2) (4y - ....)$

(iii) $6m^2 - m - 15 = (3m ....) (2m ....)$

14.4 বীজগণিতীয় ৰাশিৰ হৰণ (Division of Algebraic Expressions)

তোমালোকে ইতিমধ্যে বীজগণিতীয় ৰাশিৰ যোগ, বিয়োগ আৰু পূৰণ কেনেকৈ কৰা হয় শিকি আহিছা। এই খণ্ডত বীজগণিতীয় ৰাশিক আন এটা ৰাশিৰে কেনেকৈ হৰণ কৰিব পাৰি তাকে আলোচনা কৰা হৈছে।

আমি জানো যে হৰণ হৈছে পূৰণৰ বিপৰীত প্ৰক্ৰিয়া।

যেনে $7 \times 8 = 56$ গতিকে $56 \div 7 = 8$ বা $56 \div 8 = 7$

একেদৰে, বীজগণিতীয় ৰাশিৰ ক্ষেত্ৰতো আমি একেধৰণে আগবাঢ়িব পাৰোঁ

(i) $4x \times 3x = 12x^2$ গতিকে $12x^2 \div 4x = 3x$ নাইবা $12x^2 \div 3x = 4x$

(ii) $6x^2 + 7x + 2 = (3x + 2)(2x + 1)$ গতিকে $(6x^2 + 7x + 2) \div (3x + 2) = 2x + 1$

নাইবা, $(6x^2 + 7x + 2) \div (2x + 1) = 3x + 2$

(iii) $3x + 2 = 1 \times (3x + 2)$, গতিকে $(3x + 2) \div (3x + 2) = 1$ আৰু $(3x + 2) \div 1 = (3x + 2)$ ইত্যাদি।

আহাচোন আমি বিতংভাৱে আলোচনা কৰোঁ

14.4.1 একপদী ৰাশিক একপদী ৰাশিৰে হৰণ (Division of a monomial by another monomial)

উদাহৰণ ঃ (i) $4x^3 \div 2x$

সমাধান ঃ $4x^3 \div 2x$

$$= \frac{4x^3}{2x} \quad [\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \text{ বিধি ব্যৱহাৰ কৰি}]$$

$$= 2.x^{3-1}$$

$$= 2x^2$$

(ii) $-30x^4 \div 5x^2$

সমাধান ঃ $\frac{-30x^4}{5x^2}$

$$= \frac{-6\times5\times x^4}{5\times x^2}$$

$$= -6x^{4-2} = -6x^2$$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

(iii) $34x^3y^3z^3 \div 51xy^2z^3$

সমাধান ঃ $\dfrac{34x^3y^3z^3}{51xy^2z^3}$

$= \dfrac{2\times17\times x^3y^3z^3}{3\times17\times xy^2z^3}$

$= \dfrac{2}{3}x^{3-1}y^{3-2}z^{3-3}$

$= \dfrac{2}{3}x^2y^1z^0$

$= \dfrac{2}{3}x^2y \quad [\because z^0 = 1]$

(iv) $39p^2q^3r \div 26p^4qr^2$

সমাধান ঃ $\dfrac{39p^2q^3r}{26p^4qr^2}$

$= \dfrac{13\times3\times p^2q^3r}{13\times2\times p^4qr^2}$

$= \dfrac{3}{2}p^{2-4}q^{3-1}r^{1-2}$

$= \dfrac{3}{2}p^{-2}q^2r^{-1}$

$= \dfrac{3q^2}{2p^2r}$

নিজে চেষ্টা কৰা

(i) $48y^3 \div 12y$ (ii) $-35a^3 \div 5a$ (iii) $19x^2y^3 \div 7xz$
(iv) $28p^4 \div 56p$ (v) $12a^8b^8 \div (-6a^6b^4)$

14.4.2 বহুপদ ৰাশিক একপদী ৰাশিৰে হৰণ (Division of a polynomial by a monomial)

কেইটামান উদাহৰণৰ সহায়ত বুজিবলৈ যত্ন কৰোঁ আহা

উদাহৰণ ঃ (i) $(12x^2 - 6x) \div 3x$

সমাধান ঃ $12x^2 - 6x = 6x(2x - 1)$ (বিতৰণ বিধি প্ৰয়োগ কৰি)

$\therefore (12x^2 - 6x) \div 3x = \dfrac{6x(2x-1)}{3x}$

$= 2(2x - 1)$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

নাইবা,

$$(12x^2 - 6x) \div 3x$$
$$= (12x^2 - 6x) \times \frac{1}{3x}$$
$$= 12x^2 \times \frac{1}{3x} - 6x \times \frac{1}{3x}$$ (বিতৰণ বিধি প্ৰয়োগ কৰি)
$$= \frac{12x^2}{3x} - \frac{6x}{3x}$$
$$= 4x - 2 \qquad = 2(2x - 1)$$

(ii) $8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3) \div 2x^2y^2z^2$

সমাধান ঃ $8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3)$

$$= 8x^2y^2z^2(x + y + z)$$

$$\therefore\ 8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3) \div 2x^2y^2z^2$$
$$= \frac{8x^2y^2z^2(x+y+z)}{2x^2y^2z^2}$$
$$= 4(x + y + z)$$

নাইবা,

$$8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3) \div 2x^2y^2z^2$$
$$= 8(x^3y^2z^2 + x^2y^3z^2 + x^2y^2z^3) \times \frac{1}{2x^2y^2z^2}$$
$$= \frac{8x^3y^2z^2}{2x^2y^2z^2} + \frac{8x^2y^3z^2}{2x^2y^2z^2} + \frac{8x^2y^2z^3}{2x^2y^2z^2}$$ (বিতৰণ বিধি প্ৰয়োগ কৰি)
$$= 4x + 4y + 4z$$
$$= 4(x + y + z)$$

14.4.3 বহুপদ ৰাশিক বহুপদী ৰাশিৰে হৰণ (Division of a polynomial by a polynomial)

উদাহৰণ 1 ঃ $5x^2 + 15x$ক $x + 3$ ৰে হৰণ কৰা

সমাধান ঃ প্ৰথমতে আমি $5x^2 + 15x$ক উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিম।

$$5x^2 + 15x$$
$$= 5x(x + 3)$$

এতিয়া

$$(5x^2 + 15x) \div (x + 3)$$
$$= \frac{5x(x+3)}{(x+3)} \qquad = 5x$$

© Copyright, SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 2 ঃ $4m^2 + 4m - 15$ক $(2m - 3)$ ৰে হৰণ কৰা।

সমাধান ঃ $4m^2 + 4m - 15$ক উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিলে পাম

$$\begin{aligned} & 4m^2 + 4m - 15 \\ &= 4m^2 + (10 - 6)m - 15 \\ &= 4m^2 + 10m - 6m - 15 \\ &= 2m \times 2m + 5 \times 2m - 3 \times 2m - 3 \times 5 \\ &= 2m \times (2m + 5) - 3\,(2m + 5) \\ &= (2m + 5)\,(2m - 3) \end{aligned}$$

গতিকে, $$\begin{aligned} & \frac{4m^2 + 4m - 15}{2m - 3} \\ &= \frac{(2m+5)(2m-3)}{(2m-3)} \\ &= 2m + 5 \end{aligned}$$

উদাহৰণ 3 ঃ $16x^3y\,(x^8 - y^8) \div 4xy^2(x + y)$

সমাধান ঃ $$\begin{aligned} & (x^8 - y^8) = (x^4)^2 - (y^4)^2 \\ &= (x^4 + y^4)\,(x^4 - y^4) \\ &= (x^4 + y^4)\,[(x^2)^2 - (y^2)^2] \\ &= (x^4 + y^4)\,(x^2 + y^2)\,(x^2 - y^2) \\ &= (x^4 + y^4)\,(x^2 + y^2)\,(x + y)\,(x - y) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore\ & 16x^3y\,(x^8 - y^8) \div 4xy^2(x + y) \\ &= \frac{16x^3y(x^4 + y^4)(x^2 + y^2)(x + y)(x - y)}{4xy^2(x + y)} \\ &= \frac{4x^2(x^4 + y^4)(x^2 + y^2)(x - y)}{y} \end{aligned}$$

ভুল-শুদ্ধ বিচাৰ কৰোঁ আহা (Let us find out error)

শিক্ষকে শ্ৰেণীকোঠাত কৰিবলৈ দিয়া হৰণ অংক এটা তিনিগৰাকী বান্ধৱীয়ে বেলেগে বেলেগে তলত দিয়া ধৰণে কৰিলে

পাৰিজাত ঃ $\frac{x+7}{7} = x + 1$

তমাল ঃ $\frac{x+7}{7} = x$

মালতী ঃ $\frac{x+7}{7} = \frac{x}{7} + 1$

কোনে হৰণটো শুদ্ধকৈ কৰিলে? কোনে ভুলকৈ কৰিলে? আলোচনা কৰা।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অতিৰিক্ত দুটামান উদাহৰণ চাওঁ আহা

উদাহৰণ 1 ঃ $3x^2 + 10x + 8$

সমাধান ঃ প্ৰথম কাম a, b উলিওৱা যাতে $a + b = 10$ আৰু $ab = 24$

$3x^2 + 10x + 8$
$= 3x^2 + 6x + 4x + 8$
$= 3x(x + 2) + 4(x + 2)$
$= (x + 2)(3x + 4)$

উদাহৰণ 2 ঃ $3x^2 - 10x + 8$
$= 3x^2 - 6x - 4x + 8$
$= 3x(x - 2) - 4(x - 2)$
$= (x - 2)(3x - 4)$

উদাহৰণ 3 ঃ $3x^2 + 10x - 8$
$= 3x^2 + 12x - 2x - 8$
$= 3x(x + 4) - 2(x + 4)$
$= (x + 4)(3x - 2)$

উদাহৰণ 4 ঃ $3x^2 - 10x - 8$
$= 3x^2 - 12x + 2x - 8$
$= 3x(x - 4) - 2(x - 4)$
$= (x - 4)(3x + 2)$

অনুশীলনী 14.2

1. তলৰ হৰণবোৰ কৰা ঃ

   (i) $x^5 \div x^2$ (ii) $6p^3 \div 3p$ (iii) $36m^3n^2 \div (-4mn^3)$
   (iv) $96p^2q^2r^4 \div 72pqr$ (v) $-12a^8b^7 \div 17a^4b^9$

2. তলৰ বহুপদ ৰাশিবোৰক একপদ ৰাশিৰে হৰণ কৰা ঃ

   (i) $(5y^3 - 3y^2) \div y^2$
   (ii) $(5a^8 - 4a^6 + 3a^4) \div 2a^4$
   (iii) $(5p^2q^3r^4 - 10p^2q^2r^2 + 15p^3q^3r^4) \div 5p^2q^2r^2$
   (iv) $(ax^3 + bx^2 - cx) \div ax$
   (v) $(m^3n^6 - m^6n^3) \div m^3n^3$

3. তলৰ হৰণবোৰ কৰা ঃ

   (i) $(9x - 21) \div (3x - 7)$
   (ii) $10m(8m + 12) \div (4m + 6)$
   (iii) $7p^2q^2(22p - 6) \div pq(121p - 33)$
   (iv) $1729xyz(3x + 12)(4y - 24) \div 19(x + 4)(y - 6)$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

4. হৰণফল নির্ণয় কৰা ঃ

(i) $(x^2 - 25) \div (x + 5)$

(ii) $(4a^2 + 8a + 4) \div (a + 1)^2$

(iii) $(9p^2 - 18p + 9) \div (p - 1)$

(iv) $26pqr(p + q)(q + r)(r + p) \div 52pq(q + r)(r + p)$

(v) $(x^4 - 81) \div (3 - x)$

(vi) $(x^2 + 10x + 21) \div (x + 3)$

(vii) $(m^2 + 6m - 27) \div (m - 3)$

(viii) $(4y^2 + 25y - 21) \div (y + 7)$

(ix) $(4u^2 + 25u + 21) \div (u + 1)$

(x) $52y^3(50y^2 - 98) \div 26y^2(5y + 7)$

5. তলৰ গাণিতিক উক্তিবোৰৰ পৰা ভুলটো বাছি উলিওৱা আৰু ভুলবিলাক শুদ্ধ কৰা ঃ

(i) $\dfrac{9x^2}{9x^2} = 0$

(ii) $\dfrac{4x^2 + 1}{4x^2} = 1 + 1 = 2$

(iii) $\dfrac{3x + 2}{3x} = \dfrac{1}{2}$

(iv) $\dfrac{7x + 5}{5} = 7x$

(v) $\dfrac{4x^2 + 8x + 4}{4} = x^2 + 8x + 4$

আমি কি শিকিলোঁ ?

1. এটা বীজগণিতীয় ৰাশিক ইয়াৰ উৎপাদকবোৰৰ পূৰণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।
2. অলঘুকৰণীয় উৎপাদকবোৰক পুনৰ অন্য উৎপাদকৰ পূৰণফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰিব নোৱাৰি।
3. বীজগণিতীয় ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণত তিনিটা স্তৰ থাকে— (i) ৰাশিটোৰ পদবোৰক প্ৰথমে অলঘুকৰণীয় উৎপাদকৰ পূৰণফল হিচাপে লিখা হয়, (ii) উমৈহতীয়া বা সাধাৰণ উৎপাদকবোৰ বিচাৰি পৃথক কৰা হয়, (iii) বিতৰণ বিধি প্ৰয়োগ কৰি প্ৰতিটো পদত বাকী ৰৈ যোৱা উৎপাদকবোৰ একেলগ কৰা হয়।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

4. $x^2 + px + q$ ৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিবলৈ আমাক এনে দুটা সংখ্যা লাগিব যাৰ যোগফল x ৰ সহগৰ সমান আৰু পূৰণফল ধ্ৰুৱক ৰাশিটোৰ সমান হয়।

5. $mx^2 + px + q$ আৰ্হিৰ ৰাশিৰ উৎপাদক বিশ্লেষণ কৰিবলৈ আমাক এনেকুৱা দুটা সংখ্যা লাগিব যাৰ পূৰণফল mq (অৰ্থাৎ x^2 ৰ সহগ আৰু ধ্ৰুৱক ৰাশিৰ পূৰণফল)ৰ সমান হয় আৰু সেই সংখ্যা দুটাৰ যোগফল x ৰ সহগ p ৰ সমান হয়।

6. এটা বহুপদ অন্য এটা বহুপদ ৰাশিৰে হৰণ কৰোঁতে ভাজ্য আৰু ভাজক ৰাশি দুটা উৎপাদকত প্ৰকাশ কৰি লোৱা হয়। ইয়াৰ পিছত হৰ আৰু লবত থকা উমৈহতীয়া উৎপাদকবোৰেৰে হৰণ কৰি দিয়া হয়।

❑ ❑ ❑

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অধ্যায়-15

লেখৰ সৈতে পৰিচয় (Introduction to graphs)

D9M4D1

তোমালোকে ইতিমধ্যে বিভিন্ন প্ৰকাৰৰ লেখৰ সৈতে পৰিচিত হৈছা। দৈনন্দিন জীৱনত এই লেখবোৰৰ ব্যৱহাৰ আৰু গুৰুত্ব অপৰিসীম। লেখৰ জৰিয়তে সাংখ্যিক তথ্যক চিত্ৰৰ মাধ্যমেৰে দৃশ্য ৰূপত প্ৰকাশ কৰা হয় যাতে তথ্যসমূহ কম সময়ত স্পষ্টকৈ সহজতে বুজিব পাৰি। বাতৰিকাকত, দূৰদৰ্শন, আলোচনী, বিভিন্ন বিজ্ঞাপন আদিত লেখৰ ব্যৱহাৰ আমি দেখি আহিছোঁ।

এইটো অধ্যায়ত আমি বিভিন্ন প্ৰকাৰৰ লেখৰ অধ্যয়ন, বিন্দুৰ স্থানাংক তথা লেখৰ ব্যৱহাৰৰ বিষয়ে আলোচনা কৰিম।

বিভিন্ন প্ৰকাৰৰ লেখৰ পুনৰালোচনা ঃ

15.1 সচিত্ৰ লেখ (Pictograph) :

কোনো এখন বিদ্যালয়ৰ তথ্য ফলকত 2019 বৰ্ষৰ ষষ্ঠ, সপ্তম আৰু অষ্টম শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ বিৱৰণ আছিল এনেধৰণৰ—

লেখটোৰ অধ্যয়ন ঃ

2019 চনত বিদ্যালয়ত

(i) ষষ্ঠ শ্ৰেণীত মুঠ 60 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰী আছে।

(ii) সপ্তম শ্ৰেণীত মুঠ 40 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰী আছে।

(iii) অষ্টম শ্ৰেণীত মুঠ 70 জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰী আছে।

(iv) অষ্টম শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা আটাইতকৈ বেছি আৰু সপ্তম শ্ৰেণীৰ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা আটাইতকৈ কম।

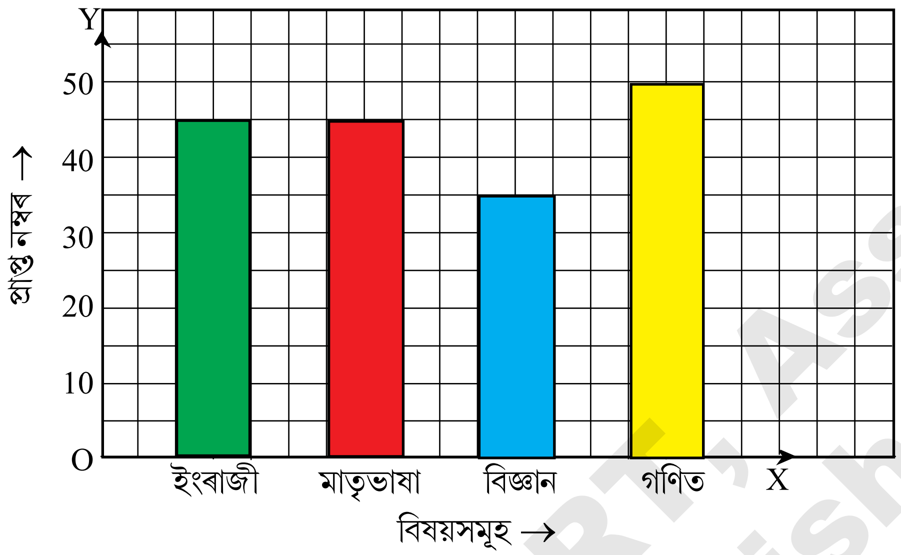
(v) তিনিওটা শ্ৰেণীৰ সৰ্বমুঠ ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ সংখ্যা 170 জন।

এনে ধৰণৰ চিত্ৰ বা প্ৰতীক ব্যৱহাৰ কৰি তথ্যৰ উপস্থাপনেই হৈছে **সচিত্ৰ লেখ (Pictograph)**। তথ্য প্ৰকাশৰ ই এক অতি সাধাৰণ আৰু সহজ পদ্ধতি।

Copyright SCERT, Assam not to be republished

15.2 দণ্ড লেখ (Bar graph) :

এগৰাকী ছাত্ৰীয়ে তৃতীয় সাময়িক মূল্যায়নত চাৰিটা বিষয়ত পোৱা নম্বৰ দণ্ডচিত্ৰৰ সহায়ত দেখুওৱা হৈছে—



লেখটোৰ অধ্যয়ন ঃ

☆ কিমানটা বিষয়ৰ তথ্য প্ৰকাশ কৰা হৈছে? — 4 টা বিষয়ৰ।
☆ আটাইতকৈ বেছি নম্বৰ কোন বিষয়ত পাইছে? — গণিতত।
☆ আটাইতকৈ কম নম্বৰ পোৱা বিষয়টো কি? — বিজ্ঞান।
☆ সমান নম্বৰ পোৱা বিষয়কেইটা কি কি? — ইংৰাজী আৰু মাতৃভাষা।

লেখটোত কি দেখিলা বাৰু?

(i) $\overrightarrow{OX}$ অনুভূমিক (Horizontal) আৰু $\overrightarrow{OY}$ উলম্ব (Vertical)ৰেখা দুডাল আঁকি লৈ দুয়োডাল ৰেখাত তথ্যখিনি দুটা দিশত ক্ৰমে বিষয় আৰু প্ৰাপ্ত নম্বৰ বহুৱাবৰ বাবে নিৰ্দিষ্ট কৰি লোৱা হৈছে।

(ii) সেইদৰে $\overrightarrow{OX}$ আৰু $\overrightarrow{OY}$ ৰেখা দুডালত কিছুমান দাগ সমদূৰত্বত দি লোৱা হৈছে। তথ্যৰ মানবোৰ বহুৱাব পৰাকৈ দাগ দিয়া ঘৰবোৰ নিৰ্দিষ্টকৈ ধৰি লোৱা হয়। ইয়াকে ‘একক’ (Unit) বুলি কোৱা হয়।

(iii) আয়তাকৃতিৰ দণ্ডবোৰৰ প্ৰস্থবোৰ সমান। এনে চিত্ৰত প্ৰতিটো দণ্ডৰ প্ৰস্থবোৰ সমান।

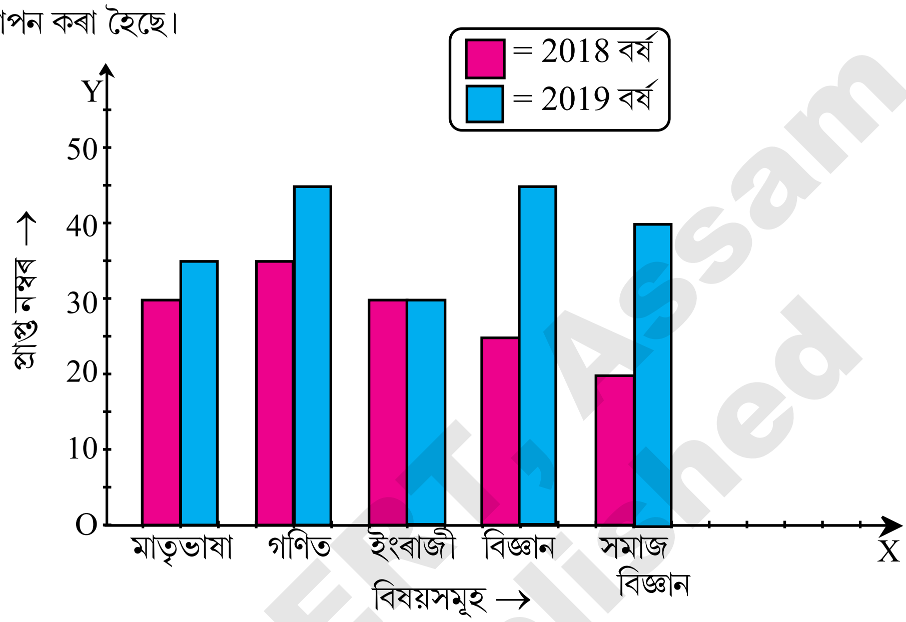
(iv) প্ৰতিযোৰ দণ্ডৰ মাজৰ দূৰত্বও সমান।

কোনো তথ্যৰ সাধাৰণ উপস্থাপনৰ বাবে **দণ্ডলেখ (Bar graph)** ব্যৱহাৰ কৰা হয়। দণ্ডলেখ দুই বা ততোধিক সমান্তৰাল উলম্ব বা অনুভূমিক আয়তাকৃতিৰ দণ্ডৰে গঠিত হয়।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

15.3 দ্বৈত দণ্ড লেখ (Double Bar graph) :

দুই বা ততোধিক তথ্যৰ একেলগে তুলনামূলক অধ্যয়নৰ বাবে দ্বৈত দণ্ড লেখ ব্যৱহাৰ কৰা হয়। তলৰ চিত্ৰত কোনো এখন বিদ্যালয়ৰ বিভিন্ন বিষয়ত 2018 আৰু 2019 বৰ্ষৰ চতুৰ্থ সাময়িক মূল্যায়নত এজন ছাত্ৰই লাভ কৰা নম্বৰৰ তথ্য উপস্থাপন কৰা হৈছে।



লেখটোৰ অধ্যয়ন ঃ

(i) এখন বিদ্যালয়ৰ কোনো এজন ছাত্ৰৰ 2018 আৰু 2019 বৰ্ষত 5 টা বিষয়ত লাভ কৰা নম্বৰৰ তুলনামূলক অধ্যয়ন কৰা হৈছে।

(ii) 2018 বৰ্ষৰ তুলনাত 2019 বৰ্ষত ছাত্ৰজনে 4 টা বিষয়ত অধিক নম্বৰ পাবলৈ সক্ষম হৈছে।

(iii) ইংৰাজী বিষয়ত দুয়োটা বৰ্ষতে সমান নম্বৰ লাভ কৰিছে।

(iv) 2018 বৰ্ষত সমাজ বিজ্ঞানত সৰ্বনিম্ন 20 নম্বৰ পোৱাৰ বিপৰীতে 2019 বৰ্ষত 40 নম্বৰ পাবলৈ সক্ষম হৈছে।

(v) 2019 বৰ্ষত গণিত আৰু বিজ্ঞান প্ৰত্যেকতে সৰ্বাধিক 45 নম্বৰ পাবলৈ সক্ষম হৈছে।

লেখটো পৰ্যবেক্ষণ কৰি কি দেখিলোঁ ঃ

(i) $\overrightarrow{OX}$ অনুভূমিক ৰেখাত বিভিন্ন বিষয়সমূহ আৰু $\overrightarrow{OY}$ উলম্ব ৰেখাত বিষয়সমূহত লাভ কৰা নম্বৰসমূহ উপস্থাপন কৰা হৈছে।

(ii) দুয়োটা বৰ্ষৰ নম্বৰ বুজাবলৈ দণ্ডবোৰত একে ৰং ব্যৱহাৰ কৰা হৈছেনে?

☆ নাই, নহয়। 2018 বৰ্ষৰ ■ ৰং আৰু 2019 বৰ্ষৰ বাবে ■ ৰং দিয়া দণ্ডৰ ব্যৱহাৰ কৰা হৈছে।

(iii) দণ্ডলেখ আৰু দ্বৈত দণ্ডলেখৰ মাজত কিবা প্ৰভেদ দেখা পাইছানে?

☆ হয়, দণ্ডলেখত এটা বিষয়ৰ বাবে এডাল দণ্ড আৰু দ্বৈত দণ্ডলেখত এটা বিষয়ৰ বাবে দুডাল দুডাল দণ্ডৰ চিত্ৰ আঁকা হৈছে। অৱশ্যে দণ্ডবোৰৰ প্ৰস্থ সমান আৰু দুয়োডাল দণ্ড মাজত ব্যৱধান নৰখাকৈ আঁকা হৈছে। আনহাতে বেলেগ বেলেগ বিষয়ৰ মাজত সমান সমান ব্যৱধান ৰখা হৈছে।

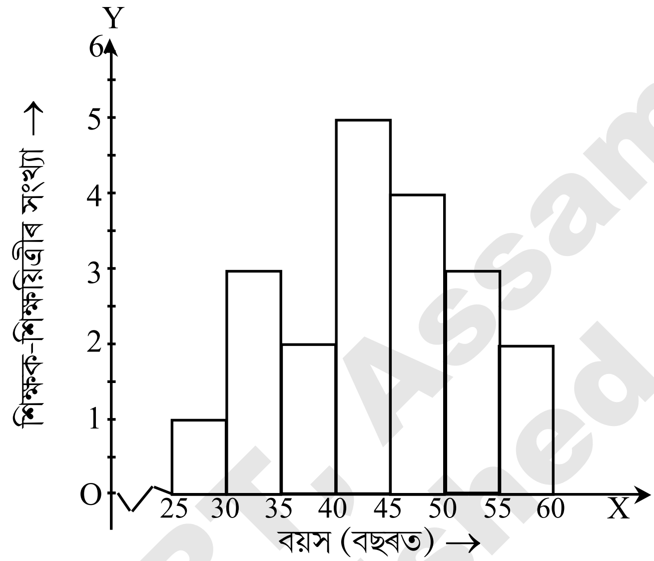
এনেদৰে দুটা তথ্য একেলগে উপস্থাপন কৰাৰ বাবেই এই ধৰণৰ লেখক **দ্বৈত দণ্ডলেখ (Double bar graph)** বোলে।

Copyright SCERT Assam not to be republished

15.4 স্তম্ভলেখ (Histogram) :

তলৰ চিত্ৰটোত এখন বালিকা মজলীয়া বিদ্যালয়ৰ 20 গৰাকী শিক্ষক-শিক্ষয়িত্ৰীৰ বয়সৰ তথ্য উপস্থাপন কৰা হৈছে।

বয়সৰ বিভাজন	সংখ্যা
25 – 30ৰ কম	1
30 – 35ৰ কম	3
35 – 40ৰ কম	2
40 – 45ৰ কম	5
45 – 50ৰ কম	4
50 – 55ৰ কম	3
55 – 60ৰ কম	2
মুঠ ঃ	20



[ভগ্নৰেখাই 0 আৰু 25 বছৰ বয়সৰ কোনো শিক্ষক-শিক্ষয়িত্ৰী নোহোৱা বুজাইছে]

লেখটোৰ অধ্যয়ন ঃ

(i) $\overrightarrow{OX}$ দিশত অবিৰতভাৱে বয়সৰ বিভাজনসমূহ আৰু $\overrightarrow{OY}$ দিশত নিৰ্দিষ্ট বয়সত শিক্ষক-শিক্ষয়িত্ৰীৰ সংখ্যা দেখুওৱা হৈছে।

(ii) বিদ্যালয়ৰ 20 গৰাকী শিক্ষক-শিক্ষয়িত্ৰীৰ বয়সৰ তথ্য উপস্থাপন কৰা হৈছে।

(iii) বিদ্যালয়খনত 25 – 30 বছৰ বয়সৰ ভিতৰত সকলোতকৈ কম শিক্ষক-শিক্ষয়িত্ৰী (1 গৰাকী) থকাৰ বিপৰীতে 40 – 45 বছৰ বয়সৰ ভিতৰত সকলোতকৈ বেছি (5 গৰাকী) শিক্ষক-শিক্ষয়িত্ৰী আছে।

(iv) 30 – 35 বছৰ আৰু 50 – 55 বছৰৰ ভিতৰত বয়সৰ সমান সংখ্যক (3 গৰাকী) শিক্ষক-শিক্ষয়িত্ৰী আছে।

(v) 55 – 60 বছৰ বয়সৰ ভিতৰত কেৱল দুগৰাকী শিক্ষক-শিক্ষয়িত্ৰী আছে।

লেখটো পৰ্যবেক্ষণ কৰি কি পালোঁ—

(i) বয়সৰ বিভাজনবোৰৰ মাজত বিৰতি ৰখা হৈছিল নে?

☆ নাই, 5 বছৰৰ বয়সৰ বিভাজনবোৰ অবিৰতভাৱে উপস্থাপন কৰা হৈছে।

(ii) দণ্ডবোৰৰ মাজত প্ৰভেদ ৰখা হৈছে নে?

☆ নাই, দণ্ডবোৰৰ মাজত কোনো ধৰণৰ প্ৰভেদ ৰখা হোৱা নাই আৰু দণ্ডবোৰৰ প্ৰস্থ অন্য দণ্ড লেখৰ নিচিনাকৈ সমান।

অৰ্থাৎ অবিৰত শ্ৰেণী অন্তৰালযুক্ত কোনো তথ্যৰ মানসমূহৰ ব্যৱধানবিহীন দণ্ডৰ উপস্থাপনেই হৈছে **স্তম্ভলেখ বা হিষ্ট'গ্ৰাম**। এই বিধ লেখ আঁতৰৰ পৰা দেখিবলৈ স্তম্ভ এটাৰ দৰে হোৱাৰ বাবে ইয়াক স্তম্ভলেখ বোলা হয়।

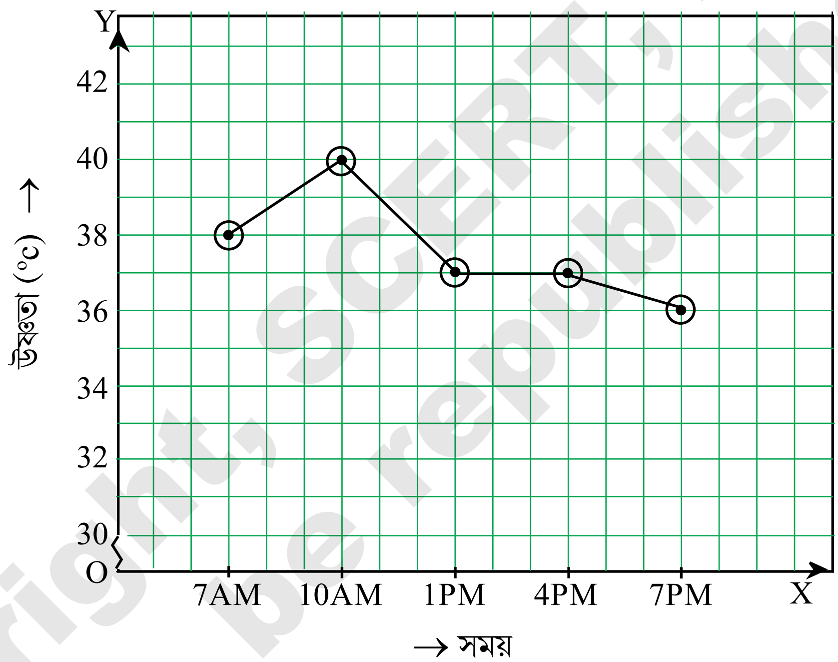
Copyright SCERT Assam not to be republished

15.5 ৰেখা লেখ (Line Graph) :

নিৰ্দিষ্ট সময়ৰ মূৰে মূৰে হোৱা তথ্যৰ পৰিৱৰ্তন সহজে বুজিবলৈ ৰেখা লেখৰ ব্যৱহাৰ কৰা হয়। লেখ কাগজত এটা অক্ষৰে সময় আৰু আনটো অক্ষৰে অনুৰূপ তথ্য চিহ্নিত কৰা বিন্দুবোৰ একাদিক্ৰমে ৰেখাৰে সংলগ্ন কৰি ৰেখা লেখ পাব পাৰি। পৰৱৰ্তী উদাহৰণবোৰৰ দ্বাৰা কথাখিনি বুজিবলৈ চেষ্টা কৰোঁ আহা।

উদাহৰণ 1 ঃ তলৰ চিত্ৰটো চোৱা। এজনী ছোৱালীৰ জ্বৰ হওঁতে প্ৰতি তিনি ঘণ্টাৰ মূৰে মূৰে পোৱা শৰীৰৰ উষ্ণতা তলত দিয়া ধৰণৰ —

সময়	7 AM	10 AM	1 PM	4 PM	7 PM
উষ্ণতা (°C)	38	40	37	37	36



লেখটোৰ অধ্যয়ন ঃ

(i) লেখটোৱে ৰুগীয়া ছোৱালী এজনীৰ এটা দিনৰ 12 ঘণ্টাৰ দেহৰ উষ্ণতাৰ তথ্য প্ৰকাশ কৰিছে।

(ii) লেখটোত পুৱা 7 বজাৰ পৰা গধূলি 7 বজালৈ উষ্ণতাৰ তথ্য সন্নিৱিষ্ট কৰা হৈছে।

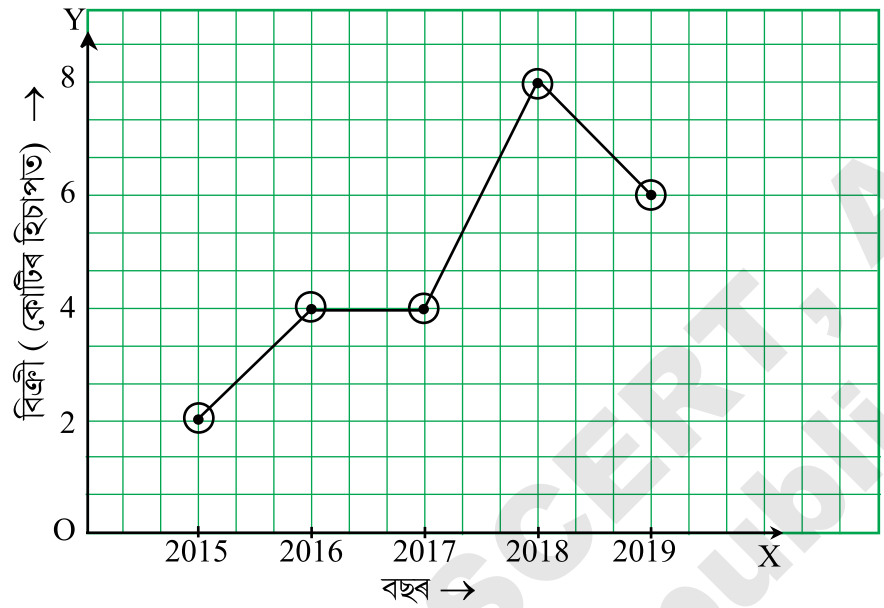
(iii) দিনৰ 10 বজাত উষ্ণতা সৰ্বাধিক 40°C হৈছে আৰু গধূলি 7 বজাত উষ্ণতা কমি 36°C হৈছেগৈ।

(iv) দিনৰ 10 বজাৰ পৰা উষ্ণতা কমিবলৈ আৰম্ভ কৰিছে আৰু দুপৰীয়া 1 বজাৰ পৰা আবেলি 4 বজাৰ ভিতৰত পৰিৱৰ্তন হোৱা নাই।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

ৰেখা লেখ আঁকিবলৈ লেখ কাগজখনত অনুভূমিক আৰু উলম্ব অক্ষ দুডাল লোৱা হয়। সাধাৰণতে অনুভূমিক অক্ষক $\overrightarrow{OX}$ আৰু উলম্ব অক্ষক $\overrightarrow{OY}$ ৰে বুজোৱা হয়। তথ্যৰ উপস্থাপনৰ সময়ত প্ৰয়োজন আৰু সুবিধা অনুসৰি দুয়োডাল অক্ষত উপযুক্ত একক ধৰি লোৱা হয়। সময় সম্বন্ধীয় তথ্যৰ উপস্থাপনৰ ক্ষেত্ৰত সাধাৰণতে অনুভূমিক অক্ষত সময়বোৰ বহুওৱা হয়। শেষত উপস্থাপন কৰা বিন্দুবোৰক সৰলৰেখাৰে একাদিক্ৰমে সংযোগ কৰা হয়।

উদাহৰণ 2 ঃ তলৰ চিত্ৰত এটা কোম্পানীৰ যোৱা পাঁচ বছৰৰ বছেৰেকীয়া বিক্ৰীৰ তথ্য দেখুওৱা হৈছে।



স্কেল ঃ
OY অক্ষত ঃ প্ৰতি 3 টা সৰু বৰ্গৰ বাহুৰ দীঘ = 2 কোটি টকা
OX অক্ষত ঃ প্ৰতি 3 টা সৰু বৰ্গৰ বাহুৰ দীঘ = 1 বছৰ

লেখটোৰ অধ্যয়ন ঃ

(i) লেখটোৰ অনুভূমিক অক্ষ বা X অক্ষই বছৰবোৰৰ নিৰ্দেশনা কৰিছে আৰু উলম্ব অক্ষ বা Y অক্ষই কোটিৰ হিচাপত বিক্ৰীৰ তথ্য দেখুৱাইছে।

(ii) কোম্পানীটোৰ 2015 বৰ্ষত বিক্ৰীৰ পৰিমাণ আটাইতকৈ কম আৰু 2018 বৰ্ষত বিক্ৰীৰ পৰিমাণ বেছি।

(iii) 2016 আৰু 2017 বৰ্ষৰ বিক্ৰীৰ পৰিমাণ সমান।

(iv) 2019 বৰ্ষৰ বিক্ৰীৰ পৰিমাণ 2018 বৰ্ষৰ তুলনাত হ্ৰাস হৈছে।

(v) কোম্পানীটোৰ বিক্ৰীৰ সৰ্বোচ্চ আৰু সৰ্বনিম্ন পৰিমাণৰ পাৰ্থক্য (8 – 2) = 6 কোটি টকা।

উদাহৰণ 3 ঃ সিপিঠিৰ লেখচিত্ৰত 2019 বৰ্ষত অনুষ্ঠিত হোৱা দহখন বেলেগ বেলগে ক্ৰিকেট খেলত P আৰু Q বেট্‌ছমেন দুজনে সংগ্ৰহ কৰা মুঠ ৰাণৰ সংখ্যা উপস্থাপন কৰা হৈছে। গতিকে লেখদুডাল অধ্যয়ন কৰা আৰু তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া।

(i) লেখদুডালে কিহৰ তথ্য উপস্থাপন কৰিছে?

(ii) অক্ষ দুডালে কি কি তথ্যৰ নিৰ্দেশনা দিছে?

(iii) - - -দিয়া লেখডালে কোনজন বেট্‌ছমেনৰ তথ্যৰ নিৰ্দেশ কৰিছে?

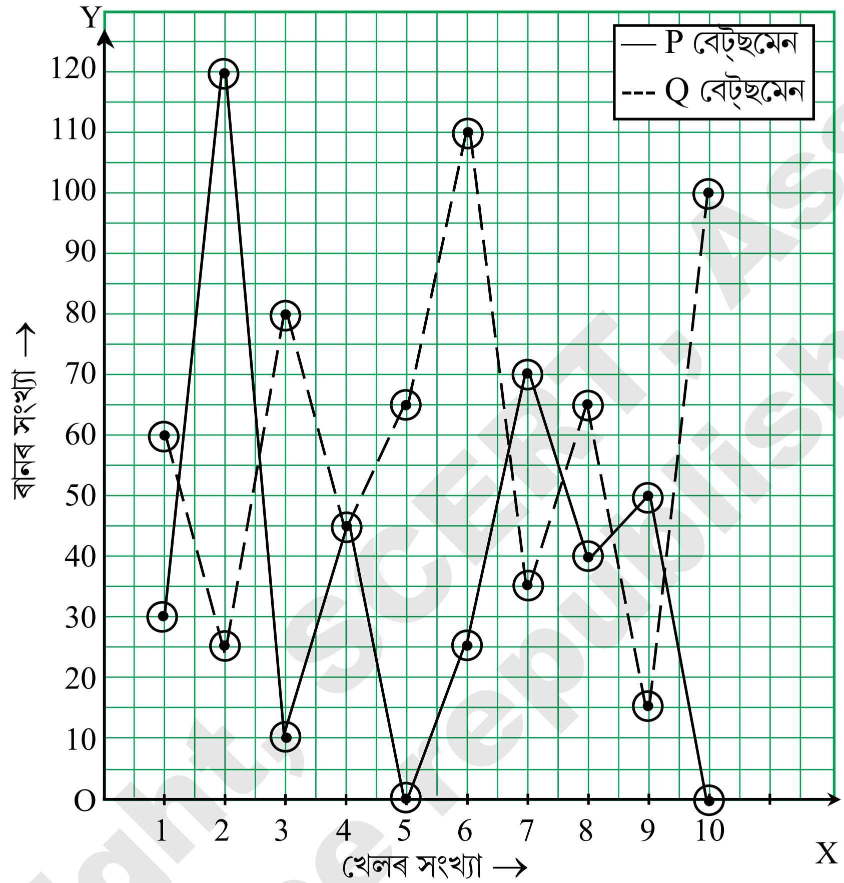
Copyright: SCERT, Assam
not to be republished

(iv) কোনখন খেলত দুয়োজন বেট্‌ছমেনে সমান সংখ্যক ৰাণ সংগ্ৰহ কৰিছিল?

(v) কোনোবা খেলত এটাও ৰাণ নকৰা (0 ৰাণ) বেট্‌ছমেন আছেনে? যদি আছে, কোনজন বেট্‌ছমেন আৰু কেইখন খেলত এনে হৈছিল?

(vi) খেলকেইখনত কোনজন বেট্‌ছমেনৰ সামগ্ৰিক প্ৰদৰ্শন ভাল আছিল?

(vii) P বেট্‌ছমেনৰ সৰ্বাধিক আৰু সৰ্বনিম্ন ৰাণ কিমান?



সমাধান ঃ

(i) লেখডালে 2019 বৰ্ষত অনুষ্ঠিত হোৱা 10 খন বেলেগ বেলেগ ক্ৰিকেট খেলত দুজন বেটছমেন ক্ৰমে P আৰু Q-এ সংগ্ৰহ কৰা ৰাণৰ তথ্য উপস্থাপন কৰা হৈছে।

(ii) অক্ষ দুডালৰ ক্ৰমে X অক্ষই (অনুভূমিক অক্ষ) খেলৰ সংখ্যা আৰু Y অক্ষই (উলম্ব অক্ষ) প্ৰতিখন খেলত দুয়োজন বেটছমেনে সংগ্ৰহ কৰা ৰাণৰ সংখ্যা নিৰ্দেশ কৰিছে।

(iii) - - - - দিয়া লেখডালে Q বেটছমেনজনৰ ৰাণৰ তথ্য নিৰ্দেশ কৰিছে।

(iv) 4 নং খেলখনত দুয়োজন বেট্‌ছমেনে সমান ৰান সংগ্ৰহ কৰিছিল।

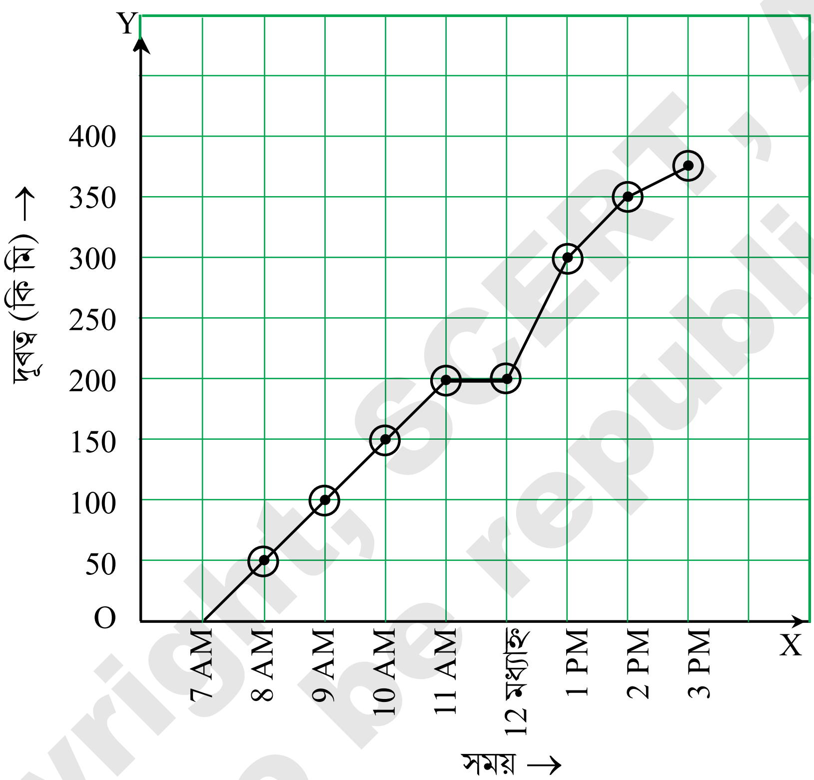
(v) হয়, খেলকেইখনত P বেট্‌ছমেনজনে ক্ৰমে 5 নং আৰু 10 নং খেলত এটাও ৰাণ কৰিবলৈ সক্ষম নহ'ল।

(vi) খেলকেইখনত Q বেট্‌ছমেনজনৰ সামগ্ৰিক প্ৰদৰ্শন উন্নত আছিল।

(vii) P বেট্‌ছমেনজনৰ সৰ্বাধিক আৰু সৰ্বনিম্ন ৰাণ আছিল ক্ৰমে 120 ৰাণ আৰু 0 ৰাণ।

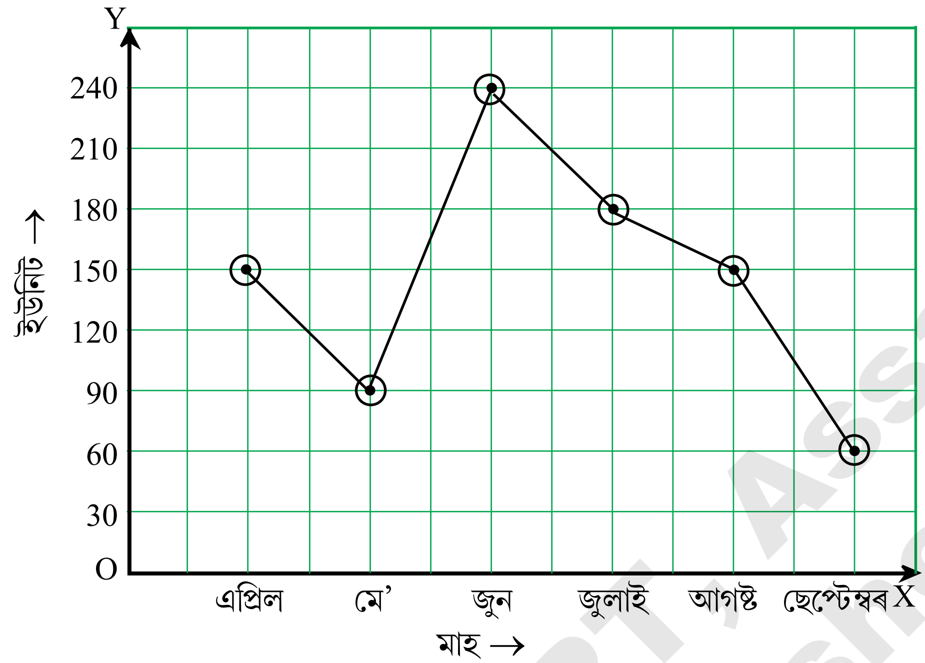
অনুশীলনী 15.1

1. এখন গাড়ী লক্ষীমপুৰৰ পৰা গুৱাহাটীলৈ গৈছিল। তলৰ চিত্ৰত দূৰত্ব আৰু সময়ৰ ৰেখা লেখ এডাল দেখুওৱা হৈছে। লেখডাল অধ্যয়ন কৰা আৰু তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া।
   - (i) অক্ষ দুডালে কি কি তথ্য নিৰ্দেশ কৰিছে?
   - (ii) গাড়ীখনে মুঠতে কিমান সময়ত কিমান দূৰত্ব ভ্ৰমণ কৰিলে?
   - (iii) কোনখিনি সময়ত গাড়ীখনৰ বেগ বেছি আছিল?
   - (iv) গাড়ীখনে বাটত ৰৈছিল নে? যদি ৰৈছিল, কিমান সময়ৰ বাবে ৰৈছিল?
   - (v) কোনখিনি সময়ত গাড়ীখনৰ বেগ সমান আছিল?

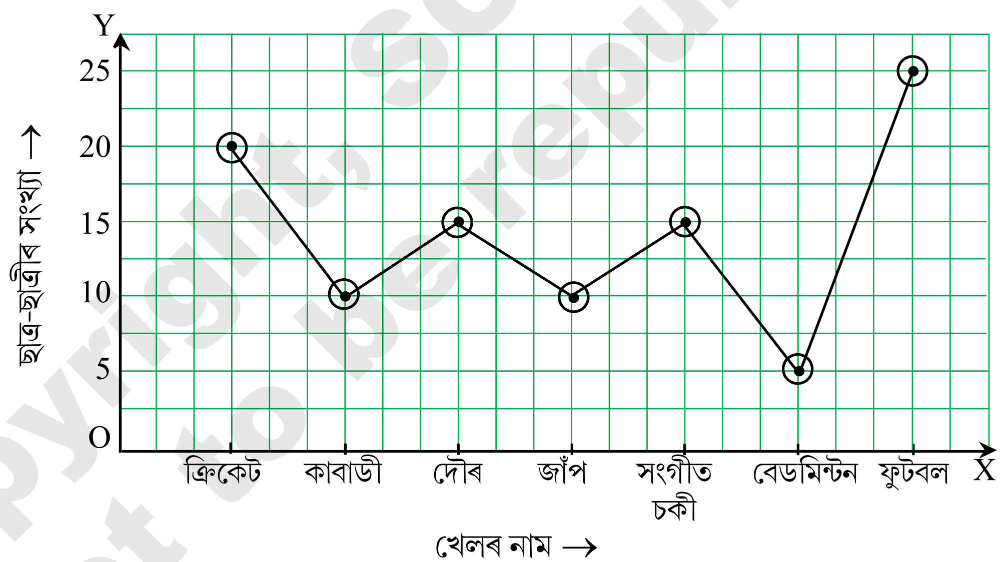


2. এঘৰ গৃহস্থীৰ যোৱা ছমাহৰ বিদ্যুতৰ বিলৰ ৰেখা লেখডাল সিপিঠিত দিয়া ধৰণৰ। লেখডাল অধ্যয়ন কৰা আৰু তলৰ প্ৰশ্নকেইটাৰ উত্তৰ দিয়া।
   - (i) লেখডালে কি তথ্যৰ উপস্থাপন কৰিছে?
   - (ii) Y অক্ষই কি তথ্যৰ নিৰ্দেশ কৰিছে?
   - (iii) কোন মাহত বেছি ইউনিট বিদ্যুৎ খৰচ হৈছে?
   - (iv) আটাইতকৈ কম ইউনিট বিদ্যুৎ খৰচ হোৱা মাহ কোনটো?
   - (v) সমান সমান ইউনিট বিদ্যুৎ খৰচ হোৱা মাহকেইটা কি কি?

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished



3. কোনো এখন বিদ্যালয়ৰ বিভিন্ন খেল ভালপোৱা 100জন ছাত্ৰ-ছাত্ৰীৰ এডাল ৰেখা লেখ দিয়া আছে। লেখডাল অধ্যয়ন কৰি তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া।



(i) লেখডালত কিমানটা খেলৰ তথ্য দিয়া আছে?

(ii) আটাইতকৈ বেছি সংখ্যকে ভাল পোৱা খেলবিধ কি?

(iii) একেবাৰে কম সংখ্যকে ভালপোৱা খেলবিধ কি?

(iv) সমান সংখ্যক ছাত্ৰ-ছাত্ৰীয়ে ভালপোৱা খেল কেইবিধ কি কি?

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

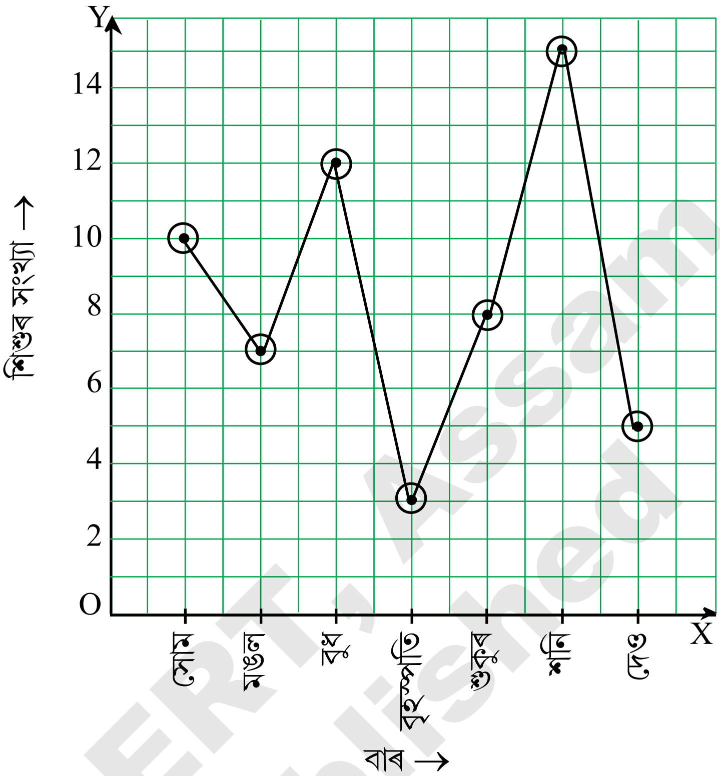
4. এখন চিকিৎসালয়ত এটা সপ্তাহত জন্ম হোৱা শিশুৰ সংখ্যা কাষৰ ৰেখা লেখত দেখুওৱা হৈছে। লেখডাল অধ্যয়ন কৰি তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ দিয়া।

(i) লেখডালত X অক্ষই কিহৰ নিৰ্দেশ কৰিছে?

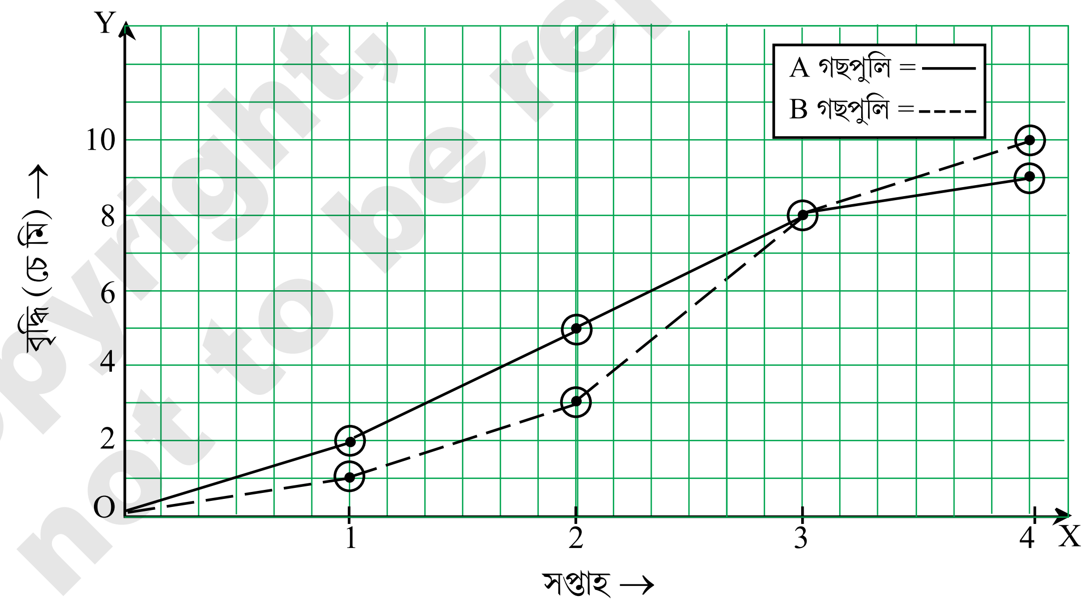
(ii) সপ্তাহটোত আটাইতকৈ বেছি শিশু জন্ম হোৱা দিন কোনটো?

(iii) কোনটো বাৰত আটাইতকৈ কম সংখ্যক শিশু জন্ম হৈছিল?

(iv) সপ্তাহটোত মুঠতে কিমানটি শিশুৰ জন্ম হৈছিল?



দলীয় কাৰ্য ঃ প্ৰকল্প এটা কৰিবৰ বাবে মেধাশ্ৰীয়ে আৰু মেঘাশ্ৰীয়ে দুটা বেলেগ বেলেগ প্ৰজাতিৰ গছপুলি A আৰু B একে ধৰণৰ অৱস্থাত পৰীক্ষাগাৰত ডাঙৰ হ'বলৈ দিছিল। প্ৰতি সপ্তাহত পুলিকেইটাৰ বৃদ্ধিৰ জোখ লোৱা হৈছিল। এমাহৰ মূৰত তেওঁলোকৰ সংগৃহীত তথ্যৰ বিৱৰণ এনেধৰণৰ—



(i) A গছপুলিটো (a) প্ৰথম সপ্তাহত, (b) দ্বিতীয় সপ্তাহত, (c) তৃতীয় সপ্তাহত কিমান বৃদ্ধি হৈছিল?

(ii) B গছপুলিটো (a) প্ৰথম সপ্তাহত, (b) দ্বিতীয় সপ্তাহত, (c) চতুৰ্থ সপ্তাহত কিমান বৃদ্ধি হৈছিল?

© SCERT, Assam
not to be republished

(iii) দ্বিতীয় আৰু চতুৰ্থ সপ্তাহলৈ মন কৰা। গছপুলি দুটাৰ বৃদ্ধিৰ ধৰণ একে আছিল নে? যদি নাছিল, তেন্তে কি পৰিৱৰ্তন হৈছিল?

(iv) কোন সপ্তাহত দুয়োটা পুলিৰ বৃদ্ধি সমান আছিল?

(v) এমাহৰ অন্তত কোনটো পুলিৰ বৃদ্ধিৰ পৰিমাণ বেছি হৈছিল?

15.6 ৰৈখিক লেখ (Linear Graph) :

যিকোনো এডাল ৰেখা লেখত কিছুমান ৰেখাখণ্ড সংযোগ হৈ থাকে। কেতিয়াবা লেখডাল সম্পূৰ্ণ অবিচ্ছিন্ন ৰেখাও হ'ব পাৰে। এনেকুৱা অবিচ্ছিন্ন ৰেখা লেখকে ৰৈখিক লেখ বোলা হয়। এডাল ৰৈখিক লেখ আঁকিবলৈ এখন লেখ কাগজত বিন্দুসমূহৰ অৱস্থান নিৰ্ণয় কৰি লোৱা হয়। এতিয়া লেখ কাগজত এটা বিন্দুৰ অৱস্থান কেনেকৈ অতি সহজতে নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি তলত সেই বিষয়ে আলোচনা কৰোঁ আহা—

15.6.1 বিন্দুৰ অৱস্থান (Location of a point):

তলৰ কথোপকথনখিনিলৈ মন কৰা—

শিক্ষক ঃ উৰ্মী, তোমালোকৰ ঘৰ ক'ত?

উৰ্মী ঃ মাধৱপুৰত ছাৰ।

শিক্ষক ঃ মাধৱপুৰৰ কোনখিনিত?

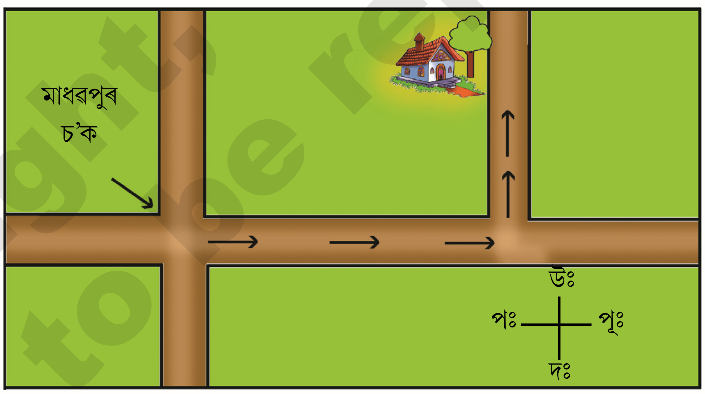
উৰ্মী ঃ মাধৱপুৰৰ চ'কৰ পৰা পূব দিশেৰে যাব লাগে ছাৰ।

শিক্ষক ঃ কিমান দূৰ যাব লাগে?

উৰ্মী ঃ সেইফালে 200 মিটাৰমান গৈ পুনৰ উত্তৰ দিশেৰে 150 মিটাৰ গ'লেই আমাৰ ঘৰটো পাব।

শিক্ষক ঃ ৰাস্তাৰ বাওঁফালে নে সোঁফালে তোমালোকৰ ঘৰটো?

উৰ্মী ঃ ৰাস্তাৰ বাওঁফালে বকুল এজোপাৰ কাষতে আমাৰ ঘৰ।



অৰ্থাৎ উৰ্মীহঁতৰ ঘৰটো বিচাৰি উলিয়াবলৈ হ'লে, মাধৱপুৰ চ'কৰ পৰা পূব দিশেৰে 200 মিটাৰ যোৱাৰ পাছত উত্তৰ দিশেৰে 150 মিটাৰ গৈ বাওঁফালে বকুল এজোপাৰ কাষতে ঘৰটো আছে।

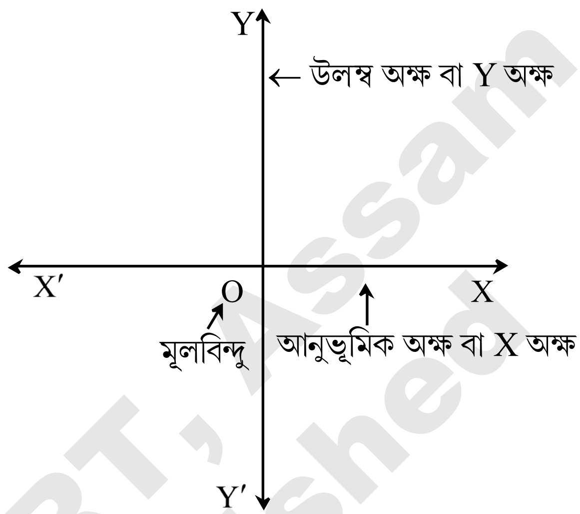
অৰ্থাৎ কোনো এটা নিৰ্দিষ্ট স্থানৰ অৱস্থিতিৰ বৰ্ণনা দিবলৈ প্ৰথমতে আমাক সকলোৰে জনা বা চিনি পোৱা স্থান এটা লাগিব আৰু সেই স্থানৰ পৰা নিৰ্দিষ্ট স্থানলৈ কোন দিশেৰে কিমানদূৰ যাব লাগিব তথা যোৱাৰ বাওঁফালে নে সোঁফালে আদিৰ বৰ্ণনা সঠিক হ'ব লাগিব। বৰ্ণনা শুদ্ধ আৰু সঠিক নহ'লে নিৰ্দিষ্ট স্থানত উপস্থিত হোৱাত অসুবিধা হ'ব।

ঠিক তেনেদৰেই সহজতে কোনো এটা বিন্দুৰ সঠিক অৱস্থান নিৰ্ণয় কৰিবৰ বাবে দুডাল নিৰ্দেশক

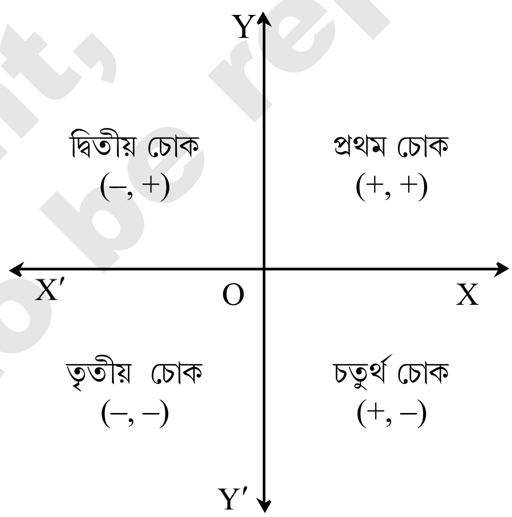
Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

ৰেখাৰ প্ৰয়োজন হয়। লেখ কাগজত দুয়োডাল ৰেখা পৰস্পৰ লম্বভাৱে লোৱা হয় অৰ্থাৎ তাৰে এডাল আনুভূমিকভাৱে আৰু আনডাল উলম্বভাৱে থাকিব। এই ৰেখা দুডালক 'অক্ষ' (axes) বুলি কোৱা হয়।

আনুভূমিক অক্ষডালক XOX′ অক্ষ বা চমুকৈ X অক্ষ আৰু উলম্ব অক্ষডালক YOY′ অক্ষ বা চমুকৈ Y অক্ষ বোলা হয়। এই দুয়োডাল অক্ষ প্ৰকৃততে দুডাল সংখ্যাৰেখা। দুয়োডাল অক্ষই O বিন্দুত পৰস্পৰে লম্বভাৱে কটাকটি কৰে। এই O বিন্দুটোক 'মূল বিন্দু' (origin) বুলি কোৱা হয়। মূলবিন্দুৰ স্থানাংক (0,0) হয়। X অক্ষ আৰু Y অক্ষ থকা সমতলখনক 'কাৰ্টেজীয় সমতল' (Cartesian plane) বোলে। এখন সমতল ভূমিত থকা কোনো এটা বিন্দুৰ অৱস্থান নিৰ্ণয় কৰা পদ্ধতিটো পোন প্ৰথমে 17 শ শতিকাত ফৰাচী দাৰ্শনিক তথা গণিতজ্ঞ ৰেণে ডেকাৰ্টিজে ব্যৱহাৰ কৰিছিল আৰু পিছলৈ তেওঁৰ সন্মানাৰ্থে উক্ত পদ্ধতিটোক কাৰ্টেজীয় স্থানাংক পদ্ধতি (Cartesian Coordinate System) নাম দিয়া হয়।



কাৰ্টেজীয় পদ্ধতিত X আৰু Y অক্ষই সমতলখনক চাৰিটা ভাগত বিভক্ত কৰে। প্ৰতিটো ভাগক **চোক** (Quadrant) বুলি কোৱা হয়। তলৰ চিত্ৰত উক্ত চাৰিওটা চোক দেখুওৱা হৈছে। এই অধ্যায়ত আমি কেৱল প্ৰথম চোকৰ (+, +) বিন্দুৰ অৱস্থান নিৰ্ণয়ৰ বিষয়েহে আলোচনা কৰিম।

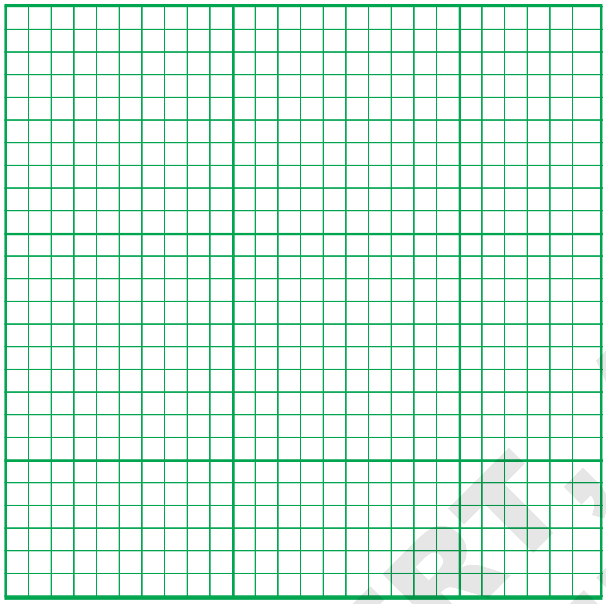


লেখ কাগজ বা চক কাগজ (Graph paper) কি ?

লেখ কাগজ বা চক কাগজ হৈছে কিছুমান বৰ্গৰ জালি সদৃশ এখন কাৰ্টেজীয় সমতল। ইয়াত প্ৰয়োজন আৰু সুবিধা অনুসৰি X অক্ষ আৰু Y অক্ষ অংকন কৰা হয়। মূল বিন্দু O ৰ সাপেক্ষে নিৰ্ধাৰিত বা প্ৰয়োজনীয় বিন্দুবোৰ

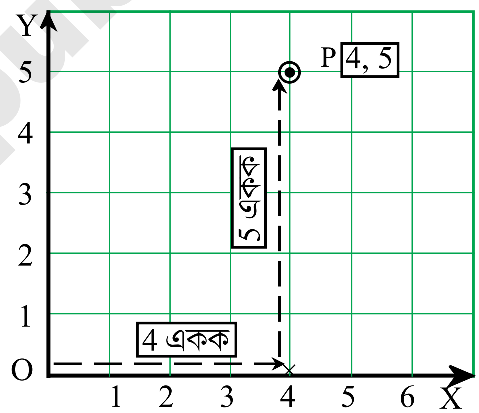
Copyright, SCERT, Assam not to be republished

বহুওৱা হয়। সেইদৰে তথ্যৰ মানৰ ওপৰত ভিত্তি কৰি লেখ কাগজখনৰ আকাৰ অনুসৰি এককবোৰ নিৰ্ধাৰণ কৰি লোৱা হয় বা ল'ব পাৰি।



15.6.2 কাৰ্টেজীয় স্থানাংক (Cartesian Coodinate) ঃ

ধৰাহ'ল, কাৰ্টেজীয় সমতল এখনত P এটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দু। এই P বিন্দুটো Y অক্ষৰ পৰা 4 একক দূৰত্বত আৰু X অক্ষৰ পৰা 5 একক দূৰত্বত অৱস্থিত। অন্য ধৰণে আমি ক'ব পাৰোঁ যে, P বিন্দুটো মূল বিন্দুৰ পৰা OX দিশত 4 একক দূৰত্বত আৰু এই স্থানৰ পৰা OY দিশত 5 একক দূৰত্বত আছে। গতিকে P বিন্দুটোৰ স্থানাংক হ'ব (4, 5)। ইয়াৰ 4 ক P বিন্দুৰ 'ভুজ' (Abscissa) বা 'x- স্থানাংক' আৰু 5ক P বিন্দুৰ 'কোটি' (Ordinate) বা 'y- স্থানাংক' বুলি কোৱা হয়।



মনত ৰাখিবা ঃ কোনো বিন্দুৰ স্থানাংকৰ প্ৰথম সংখ্যাই X- অক্ষৰ দিশত মান আৰু দ্বিতীয় সংখ্যাই Y অক্ষৰ দিশত মান নিৰ্দেশ কৰে।

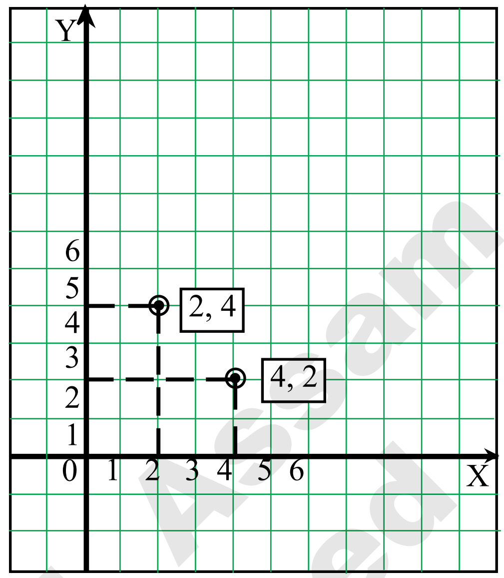
ওপৰৰ চিত্ৰটোলৈ লক্ষ্য কৰা। কাৰ্টেজীয় সমতলখনত (4, 5) বিন্দুটো বহুওৱা হৈছে। বিন্দুটোৰ স্থানাংক (4, 5)। অৰ্থাৎ বিন্দুটোৰ মূল বিন্দুৰ পৰা X অক্ষত 4 একক ঘৰ যোৱাৰ পাছত তাৰ পোনে পোনে ওপৰলৈ Y অক্ষত 5 একক ঘৰত আছে। এইক্ষেত্ৰত লেখ কাগজত সুবিধা অনুসৰি আমি একক ল'ব পাৰোঁ। ইয়াত লেখ কাগজৰ এটা বৰ্গৰ বাহুক এক একক ধৰা হৈছে।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

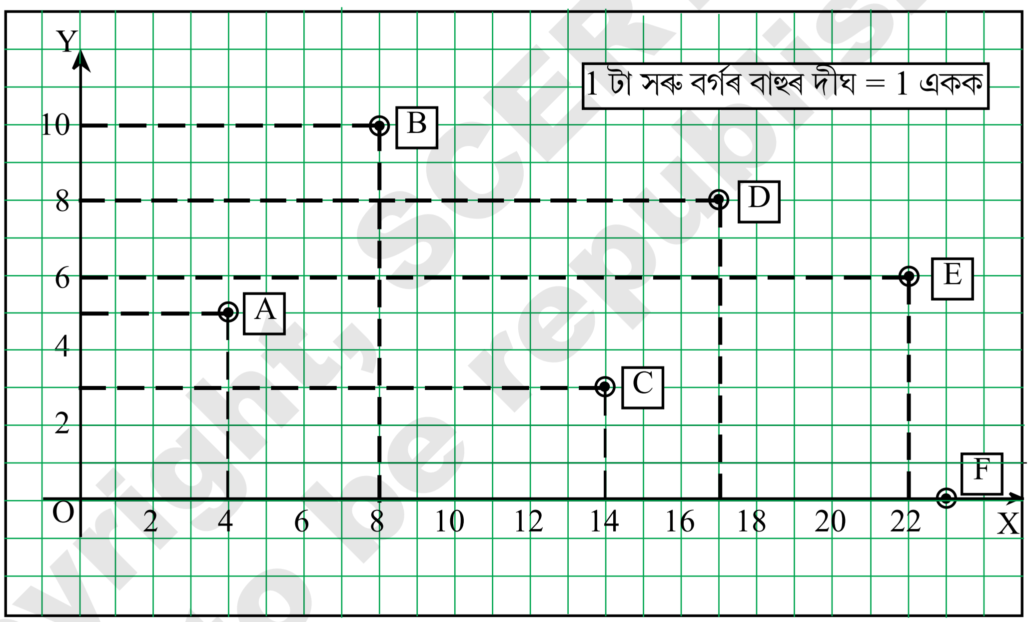
উদাহৰণ 4 ঃ লেখ কাগজত (4, 2) বিন্দুটো বহুওৱা। এই বিন্দুটো (2, 4) বিন্দুৰ সৈতে একেনে?

সমাধান ঃ লেখ কাগজত X অক্ষ আৰু Y অক্ষ দুডাল অঁকা হ'ল। এতিয়া এটা সৰু বৰ্গ = 1 একক ধৰি O (0, 0) বিন্দুৰ পৰা সোঁফালে X অক্ষত 4 ঘৰ যোৱাৰ পাছত X অক্ষৰ ওপৰৰ ফালে Yৰ দিশত 2 ঘৰ যোৱাত প্ৰশ্নৰ (4, 2) বিন্দুটো পোৱা হ'ল।

তাৰ পাছত একেখন লেখ কাগজৰ একে অক্ষতে একে একক ব্যৱহাৰ কৰি (2, 4) বিন্দুটো বহুৱাই দেখা গ'ল যে, (4, 2) আৰু (2, 4) বিন্দু দুটা সম্পূৰ্ণ বেলেগ বিন্দু।



উদাহৰণ 5 ঃ লেখৰ সহায়ত তালিকাখন পূৰ কৰোঁ আহা—



বিন্দু	ভুজ	কোটি	X অক্ষৰ পৰা দূৰত্ব	Y অক্ষৰ পৰা দূৰত্ব	স্থানাংক
A	4	5	5	4	(4, 5)
B					
C					
D					
E					
F					

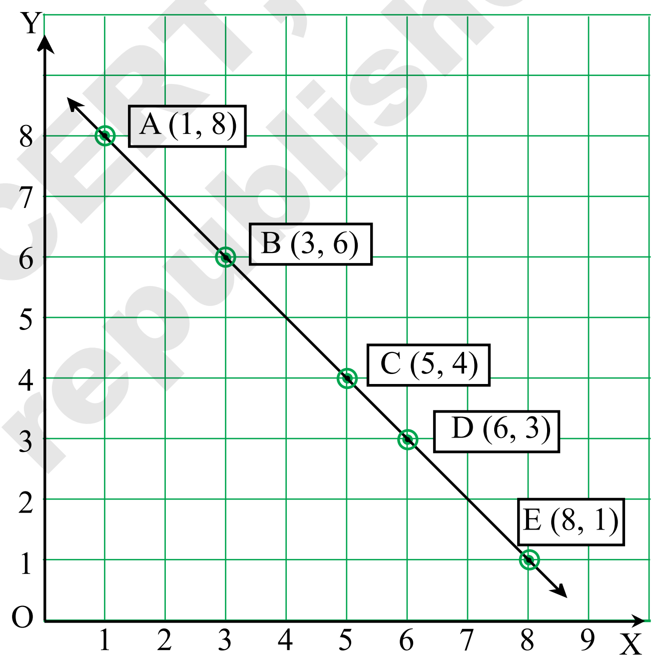
Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

সমাধান ঃ তালিকাৰ পৰা A বিন্দুৰ ভুজ 4 আৰু কোটি 5 আৰু স্থানাংক (4, 5)। এনেদৰেই বাকী B, C, D আৰু E বিন্দুৰ ক্ষেত্ৰত তালিকাখন পূৰ কৰা হৈছে। কিন্তু F বিন্দুৰ ক্ষেত্ৰত কিছু বেলেগ হ'ব। F বিন্দুটো Y অক্ষৰ পৰা 23 একক দূৰত্বত আছে, কিন্তু বিন্দুটো X অক্ষৰ গাতে লাগি আছে। অৰ্থাৎ F বিন্দুটোৰ কোটি 0। F বিন্দুৰ ভুজ হ'ব 23 আৰু বিন্দুটোৰ স্থানাংক হ'ব (23, 0)।

বিন্দু	ভুজ	কোটি	স্থানাংক
A	4	5	(4, 5)
B	8	10	(8, 10)
C	14	3	(14, 3)
D	17	8	(17, 8)
E	22	6	(22, 6)
F	23	0	(23,0)

উদাহৰণ 6 ঃ লেখ কাগজত তলৰ বিন্দুবোৰ বহুওৱা আৰু এই বিন্দুবোৰ একেডাল ৰেখাত আছেনে পৰীক্ষা কৰা— A (1, 8), B (3, 6), C (5, 4), D (6, 3), E (8, 1)

সমাধান ঃ লেখ কাগজত X অক্ষ আৰু Y অক্ষ দুডাল আঁকি লোৱা হ'ল। অক্ষ দুডালে O বিন্দুত কটাকটি কৰিছে। O বিন্দুৰ স্থানাংক হৈছে (0,0)। এতিয়া A, B, C, D আৰু E বিন্দুকেইটা বহুৱাই সংযোগ কৰাত AE ৰেখাখণ্ড পোৱা গ'ল। দেখা গ'ল যে বিন্দুকেইটা একেডাল ৰেখাতে আছে।



অনুশীলনী 15.2

1. তলৰ বিন্দুবোৰৰ ভুজ আৰু কোটি নিৰ্ণয় কৰা ঃ

   (i) (0, 4) (ii) (5, 9) (iii) (7, 7) (iv) (5, 0)

2. তলৰ বিন্দুবোৰ কোন অক্ষত থাকিব লিখা ঃ

   (i) (3, 0) (ii) (0, 8) (iii) (9, 0) (iv) (0, 10)

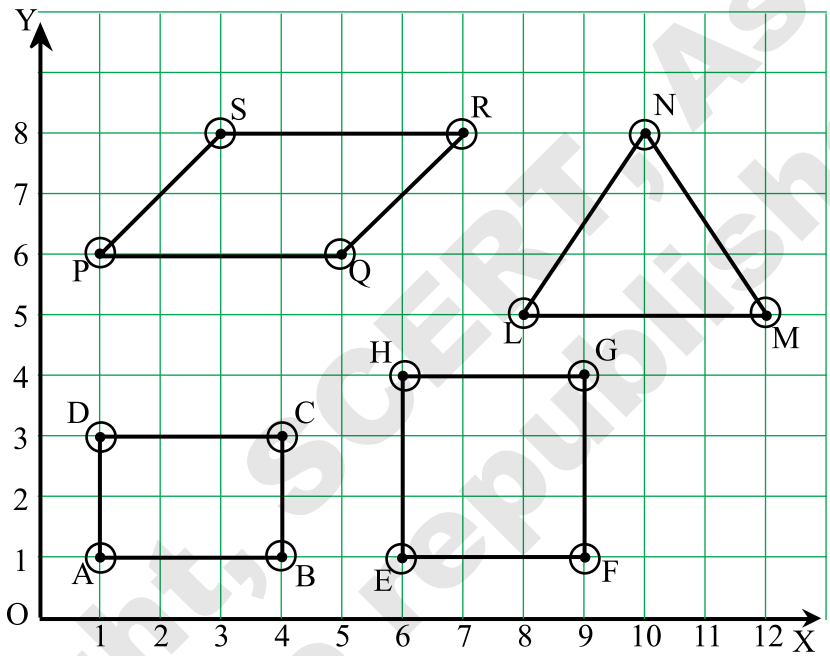
Copyright, SCERT, Assam not to be republished

3. তলত দিয়া বিন্দুবোৰ লেখ কাগজত বহুওৱা আৰু বিন্দুবোৰ একেডাল ৰেখাত আছেনে পৰীক্ষা কৰি চোৱা ঃ

(i)	A (2, 2)	B (3,3)	C (5, 5)	D (6, 6)
(ii)	K (4, 0)	L (4, 2)	M (4, 5)	N (4, 6)
(iii)	P (1, 2)	Q (4,4)	R (6, 7)	
(iv)	S (2, 1)	T (2, 5)	O (5, 5)	P (7, 7)

4. লেখ কাগজত (2, 6) আৰু (5, 3) বিন্দু দুটা বহুওৱা। এই বিন্দু দুটাৰ মাজেৰে যোৱা ৰেখাডালে X অক্ষ আৰু Y অক্ষত ছেদ কৰা বিন্দু দুটাৰ স্থানাংক নিৰ্ণয় কৰা।

5. তলৰ লেখ কাকতত অংকন কৰা জ্যামিতিক আকৃতিবোৰৰ শীৰ্ষ বিন্দুৰ স্থানাংক লিখা— যেনে S(3, 8) ইত্যাদি।



6. শুদ্ধ অশুদ্ধ বিচাৰ কৰা আৰু অশুদ্ধবোৰ শুদ্ধ ৰূপত লিখা ঃ
   (i) এটা বিন্দুৰ স্থানাংক (5, 0) হ'লে বিন্দুটো Y অক্ষত থাকিব।
   (ii) এটা বিন্দুৰ X-স্থানাংক 0, কিন্তু Yৰ স্থানাংক 0 নহয়, তেন্তে বিন্দুটো Y অক্ষত থাকিব।
   (iii) মূল বিন্দুৰ স্থানাংক (0, 0)।

15.7 দৈনন্দিন জীৱনত লেখৰ ব্যৱহাৰ (Use of graph in daily life)ঃ

উদাহৰণ 7 ঃ পৰিমাণ আৰু খৰচ (Quantity & Cost): তলৰ তালিকাখনত পেট্ৰ'লৰ পৰিমাণ আৰু পেট্ৰ'লৰ দাম দিয়া হৈছে। তথ্যখিনিৰে এডাল ৰৈখিক লেখ আঁকা।

পেট্ৰ'লৰ পৰিমাণ (লিটাৰ)	5	10	15	20
পেট্ৰ'লৰ দাম (টকাত)	350	700	1050	1400

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

সমাধান ঃ

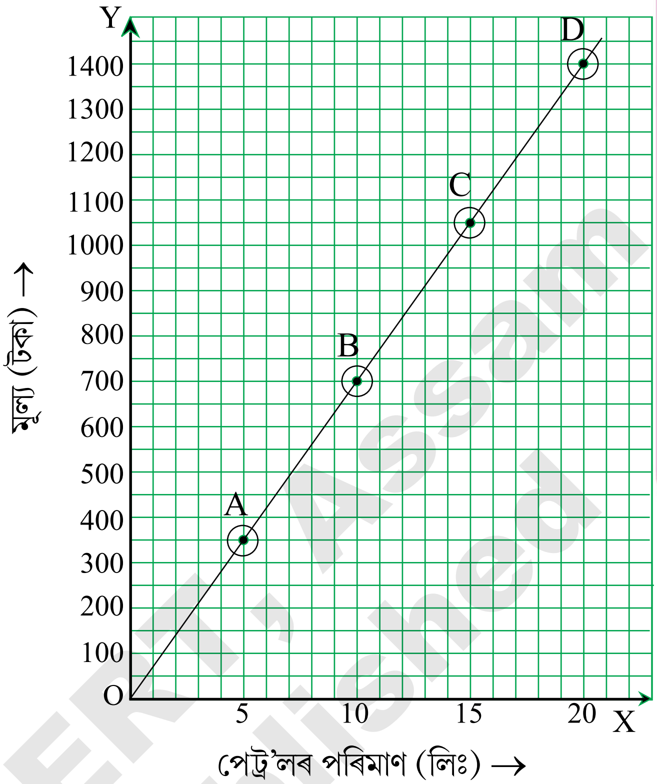
(i) লেখ কাগজত X অক্ষ আৰু Y অক্ষ দুডাল অংকন কৰা হ'ল।

(ii) X অক্ষত পেট্ৰ'লৰ পৰিমাণ আৰু Y অক্ষত পেট্ৰ'লৰ দাম চিহ্নিত কৰা হ'ল।

(iii) X অক্ষৰ প্ৰতিটো বৰ্গ = 1 লিটাৰ আৰু Y অক্ষত প্ৰতিটো বৰ্গ = 50 টকা হিচাপে একক লোৱা হ'ল।

(iv) তালিকাত পোৱা (5, 350), (10, 700), (15, 1050) আৰু (20, 1400) বিন্দুকেইটা বহুওৱা হ'ল।

(v) বিন্দুকেইটাক ক্ৰমে A, B, C, D নাম দি ৰেখাৰে সংযোগ কৰা হ'ল। এই AD লেখডালেই আঁকিবলগীয়া ৰৈখিক লেখ।



এই লেখডাল মূলবিন্দু Oৰ মাজেৰে গৈছেনে? কিয়? চিন্তা কৰা।

এতিয়া এই লেখডালৰ সহায়ত তোমালোকে প্ৰয়োজনীয় যিকোনো পৰিমাণৰ পেট্ৰ'লৰ দাম উলিয়াব পাৰিবা। তাৰবাবে প্ৰথমতে X অক্ষত তোমাৰ প্ৰয়োজনীয় পেট্ৰ'লৰ পৰিমাণ লোৱা আৰু সেই পৰিমাণৰ মাজেৰে যোৱা উলম্ব ৰেখাডালেৰে লেখডাল নোপোৱালৈকে ওপৰলৈ গৈ থকা লেখডাল পোৱাৰ পাছত লেখডালৰ সেই বিন্দুটোত থকা অনুভূমিক ৰেখাডালেৰে Y অক্ষলৈ গ'লেই সেই পেট্ৰ'লখিনিৰ দাম পোৱা যাব।

এনেকুৱা লেখবোৰ সদায় প্ৰত্যক্ষ সমানুপাতত থাকে।

উদাহৰণ 8 ঃ মূলধন আৰু সৰল সুত (Principal & Simple Interest) :

তলৰ তালিকাত মূলধন আৰু সৰল সুতৰ পৰিমাণ দিয়া আছে (বছৰি 5% হাৰ সুতত)। তথ্যখিনি দেখুৱালৈ এডাল ৰৈখিক লেখ আঁকা।

মূলধন (টকা)	1000	2000	3000	4000	6000
সৰল সুত (টকা)	50	100	150	200	300

সমাধান ঃ

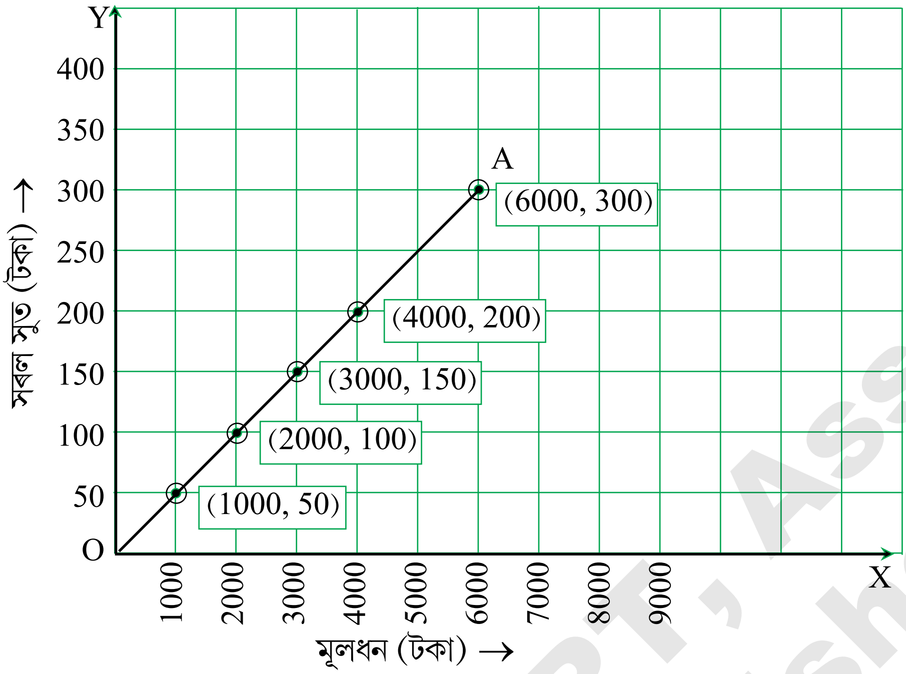
(i) লেখ কাগজৰ X অক্ষত মূলধন আৰু Y অক্ষত সৰল সুত চিহ্নিত কৰা হ'ল।

(ii) X অক্ষত 1 একক = 1000 টকা আৰু Y অক্ষত 1 একক = 50 টকা হিচাপে একক লোৱা হ'ল।

(iii) তথ্যৰ মান অনুসৰি (1000, 50), (2000, 100), (3000, 150), (4000, 200) আৰু (6000, 300) বিন্দুকেইটা লেখ কাগজত বহুওৱা হ'ল।

(iv) বিন্দুবোৰ সংযোগ কৰাত সিপিঠিত $\overline{OA}$ এডাল ৰৈখিক লেখ পোৱা গ'ল।

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished



ওপৰৰ লেখৰ সহায়ত তলৰ তালিকাখন পূৰ কৰা—

মূলধন (টকাত)	2500		6500	
সৰল সুত (টকাত)		250		400

অনুশীলনী 15.3

1. তলৰ তালিকাত দিয়া মানৰ সহায়ত উপযুক্ত স্কেল ব্যৱহাৰ কৰি ৰৈখিক লেখ আঁকা।

(a) কণীৰ মূল্য—

কণীৰ সংখ্যা	1	3	5	6
কণীৰ মূল্য (টকা)	6	18	30	36

(b) এখন গাড়ীয়ে অতিক্ৰম কৰা দূৰত্ব—

সময় (ঘণ্টা)	1	2	3	4
দূৰত্ব (কি মি)	50	100	150	200

লেখৰ সহায়ত উত্তৰ দিয়া—

(i) 300 কি মি অতিক্ৰম কৰিবলৈ কিমান সময় লাগিব?

(ii) 5 ঘণ্টাত কিমান দূৰ বাট অতিক্ৰম কৰিব?

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

(c) মূলধন আৰু সুতৰ হাৰৰ ওপৰত—

মূলধন (টকা)	200	500	1000	1500
সৰল সুত (টকা)	20	50	100	150

লেখৰ সহায়ত প্ৰশ্নকেইটাৰ উত্তৰ দিয়া—

(i) 400 টকাৰ সুত কিমান হ'ব?

(ii) 120 টকা সুত পাবলৈ মূলধন কিমান হ'ব লাগিব?

2. তলৰ তালিকাত 6ৰ গুণিতকবোৰ দিয়া আছে। তাৰ সহায়ত এডাল ৰৈখিক লেখ অংকন কৰা।

X	1	2	3	4	5
Y	6	12	18	24	30

3. তলৰ তালিকাত কেইটামান সংখ্যাৰ ঘনফলবোৰ দিয়া আছে। ইয়াৰ সহায়ত এডাল লেখ আঁকা। লেখডাল ৰৈখিক লেখ হয়নে?

সংখ্যা	2	3	4	5
ঘনফল	8	27	64	125

আমি কি শিকিলোঁ

1. সংগঠিত তথ্যক লেখৰ সহায়ত উপস্থাপন কৰিলে বুজিবলৈ সহজ হয়।
2. দণ্ডলেখৰ সহায়ত তথ্যৰ তুলনা অতি সহজে কৰিব পাৰি।
3. স্তম্ভলেখ এক প্ৰকাৰৰ দণ্ডলেখ য'ত শ্ৰেণী অন্তৰালবোৰ অবিচ্ছিন্নভাৱে তৈয়াৰ কৰা থাকে।
4. ৰেখা লেখৰ সহায়ত দুটা তথ্যৰ মাজত সহজে তুলনা কৰিব পৰা যায়।
5. স্থানাংকৰ সহায়ত কোনো নিৰ্দিষ্ট মূল বিন্দু সাপেক্ষে কোনো ঠাইৰ অৱস্থিতি নিৰ্ণয় কৰিব পাৰি।

❑❑❑

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অধ্যায়-16

সংখ্যাৰ সৈতে ধেমালি
(Fun with numbers)

W9I6C5

পূৰ্বৰ শ্ৰেণীসমূহত তোমালোকে বিভিন্ন ধৰণৰ সংখ্যা, যেনে— স্বাভাৱিক সংখ্যা, পূৰ্ণ সংখ্যা, যুগ্ম সংখ্যা, অযুগ্ম সংখ্যা, মৌলিক সংখ্যা, যৌগিক সংখ্যা, অখণ্ড সংখ্যা, পৰিমেয় সংখ্যা আদিৰ বিষয়ে পাই আহিছা আৰু সেই সংখ্যাবোৰৰ বিভিন্ন আমোদজনক ধৰ্মৰ বিষয়েও জানিছা।

গ্ৰীক দাৰ্শনিক পাইথাগোৰাছ আৰু তেওঁৰ অনুগামী সকলে ব্ৰহ্মাণ্ডত বিৰাজমান সকলোকে সংখ্যাৰ দ্বাৰা ব্যাখ্যা কৰিছিল। এইক্ষেত্ৰত তেওঁলোকে অনুসৰণ কৰা মতবাদটো আছিল '*All is number.*'

সংখ্যাৰ ওপৰত অসাধাৰণ দখল আছিল বাবে ভাৰতীয় গণিতজ্ঞ ৰামানুজনক সংখ্যাৰ বন্ধু আখ্যা দিয়া হয়। তেওঁৰ তাকৰীয়া জীৱনকালত একমাত্ৰ চৰ্চাৰ বিষয় আছিল সংখ্যা। সংখ্যা সম্পৰ্কে তেখেতে আগবঢ়োৱা সিদ্ধান্তসমূহ পৃথিৱীৰ গণিত সমাজৰ বাবে আজিও প্ৰত্যাহ্বানমূলক হৈ আছে।

ইয়াত সংখ্যাৰ বিভাজ্যতা, কিছুমান গাঁথনিগত সৌন্দৰ্য, আকৰ্ষণীয় আৰ্হি, বিভিন্ন আমোদজনক খেলকে ধৰি কেইটামান অতিৰিক্ত অথচ প্ৰয়োজনীয় বিষয় আলোচনা কৰা হ'ল।

16.1 বিভাজ্যতাৰ পৰীক্ষা (Tests of Divisibility)

(i) 2, 4 আৰু 8 ৰে বিভাজ্যতা (Divisibility by 2, 4 and 8)

(a) যিকোনো এটা সংখ্যা যেনে 816 লোৱা।

$816 = 810 + 6$
$= 10 \times 81 + 6$
$= 2 \times 5 \times 81 + 6$

সোঁফালৰ প্ৰথম পদটো 2 ৰ গুণিতক। গতিকে ই 2 ৰে বিভাজ্য। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 2 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ সোঁফালৰ দ্বিতীয় পদটো অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত সংখ্যাটোৰ এককৰ ঘৰৰ অংকটো শূন্য নাইবা 2 ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। ইয়াত একক ঘৰৰ অংকটো 6, 2 ৰে বিভাজ্য গতিকে 816, 2 ৰে বিভাজ্য। আনহাতে 713, 2 ৰে বিভাজ্য নহয় কিয়নো ইয়াৰ এককৰ ঘৰৰ অংকটো 3 আৰু ই অযুগ্ম অৰ্থাৎ 2 ৰে বিভাজ্য নহয়।

একক স্থানত 0 অথবা যুগ্ম অংক থকা যিকোনো সংখ্যা 2 ৰে বিভাজ্য হয়।

(b) যিকোনো এটা সংখ্যা যেনে 712 লোৱা।

$712 = 700 + 12$
$= 100 \times 7 + 12$
$= 4 \times 25 \times 7 + 12$

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

ইয়াত সোঁফালৰ প্ৰথম পদটো 4 ৰ গুণিতক, সেয়েহে ই 4 ৰে বিভাজ্য। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 4 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ দ্বিতীয় পদটো অৰ্থাৎ সংখ্যাটোৰ সোঁফালৰ পৰা দুটা অংকৰে গঠিত সংখ্যাটো 00 নাইবা 4 ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। ইয়াত প্ৰথম দুটা স্থানত থকা অংক দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 12। 12 আকৌ 4 ৰে বিভাজ্য হয়। সেয়েহে 712 ও 4 ৰে বিভাজ্য। একে কাৰণতে 2572, 324, 576, 157792 আদি 4 ৰে বিভাজ্য হয়। আনহাতে 411, 5227, 6431 আদি 4 ৰে বিভাজ্য নহয়।

এটা সংখ্যা 4 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি ইয়াৰ একক আৰু দহক স্থানৰ অংক দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 00 অথবা 4 ৰে বিভাজ্য হয়।

(c) তিনিটাতকৈ অধিক অংকেৰে গঠিত এটা যিকোনো সংখ্যা যেনে 57275 লোৱা

$57275 = 57000 + 275$

$= 1000 \times 57 + 275$

$= 8 \times 125 \times 57 + 275$

ইয়াত প্ৰথম পদটো 8ৰ গুণিতক আৰু সেয়ে ই 8 ৰে বিভাজ্য। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো অৰ্থাৎ 57275, 8 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ দ্বিতীয় পদটো অৰ্থাৎ 275, অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত অংকটোৰ একক, দহক আৰু শতক স্থানৰ অংকবোৰেৰে গঠিত সংখ্যাটো 000 নাইবা 8 ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব।

ইয়াত 275, 8 ৰে বিভাজ্য নহয়, সেয়েহে 57275 সংখ্যাটো 8 ৰে বিভাজ্য নহয়।

একে কাৰণতে 2001, 45022, 743125 সংখ্যাবোৰ 8 ৰে বিভাজ্য নহয়। কিন্তু 1008, 5120, 395000, 1232 আদি সংখ্যাবোৰ 8 ৰে বিভাজ্য।

সংখ্যা এটাৰ একক, দহক আৰু শতকৰ ঘৰত থকা অংককেইটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 000 বা 8 ৰে বিভাজ্য হ'লে মূল সংখ্যাটোও 8 ৰে বিভাজ্য হয়।

(ii) 5, 25 আৰু 125 ৰে বিভাজ্যতা (Divisibility by 5, 25 and 125)

(a) যিকোনো সংখ্যা যেনে 25435 লোৱা

$25435 = 25430 + 5$

$= 10 \times 2543 + 5$

$= 5 \times 2 \times 2543 + 5$

ইয়াত প্ৰথম পদটো 5ৰ গুণিতক, সেয়ে ই 5 ৰে বিভাজ্য। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 5 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ দ্বিতীয় পদটো অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত সংখ্যাটোৰ একক অংকটো 0 নাইবা 5 ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। ইয়াত প্ৰদত্ত সংখ্যাটোৰ একক স্থানত 5 আছে সেয়ে সংখ্যাটো 5 ৰে বিভাজ্য।

একেদৰে, 525, 320, 4795 আদি সংখ্যাবোৰ 5 ৰে বিভাজ্য। আনহাতে, 302, 441, 10283 আদি সংখ্যাবোৰ 5 ৰে বিভাজ্য নহয়।

সংখ্যা এটাৰ একক স্থানত 0 বা 5 থাকিলে সংখ্যাটো 5 ৰে বিভাজ্য হয়।

(b) দুই বা তাতোকৈ অধিক অংকবিশিষ্ট যিকোনো এটা সংখ্যা লোৱা যেনে 3175

ইয়াত $3175 = 3100 + 75$

Copyright SCERT Assam not to be republished

$= 100 \times 31 + 75$

$= 25 \times 4 \times 31 + 75$

প্ৰথম পদটো 25ৰ গুণিতক, সেয়ে ই 25ৰে বিভাজ্য। প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 25 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ দ্বিতীয় পদ অৰ্থাৎ মূল সংখ্যাটোৰ একক আৰু দহক স্থানৰ অংক দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 25 ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। ইয়াত দ্বিতীয় পদ অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত সংখ্যাটোৰ একক আৰু দহৰ স্থানৰ অংক দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 75 আৰু 75, 25 ৰে বিভাজ্য। সেয়ে মূল সংখ্যাটোও 25 ৰে বিভাজ্য।

উদাহৰণ স্বৰূপে 350, 7100, 854325 আদি সংখ্যাবোৰ 25 ৰে বিভাজ্য। আনহাতে, 4752, 3710, 111507 আদি সংখ্যাবোৰ 25 ৰে বিভাজ্য নহয়।

সংখ্যা এটা 25ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি ইয়াৰ একক আৰু দহক স্থানৰ অংক দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 00 বা 25 ৰে বিভাজ্য হয়।

(c) তিনি বা ততোধিক অংক বিশিষ্ট যিকোনো এটা সংখ্যা লোৱা। যেনে -12350

ইয়াত $12350 = 12000 + 350$

$= 1000 \times 12 + 350$

$= 125 \times 8 \times 12 + 350$

প্ৰথম পদটো 125ৰ গুণিতক, সেয়ে ই 125ৰে বিভাজ্য। এতিয়া, প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 125 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ দ্বিতীয়পদ অৰ্থাৎ মূল সংখ্যাটোৰ একক, দহক আৰু শতক স্থানত থকা অংককেইটাৰে গঠিত সংখ্যাটো অৰ্থাৎ 350, 125 ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। কিন্তু, 350, 125 ৰে বিভাজ্য নহয়, সেয়ে মূল সংখ্যাটো অৰ্থাৎ 12350, 125 ৰে বিভাজ্য নহয়।

একেদৰে, 11251, 32503, 52310 আদি সংখ্যাবোৰ 125 ৰে বিভাজ্য নহয়। আনহাতে 23000, 54250, 5750, 413250 আদি সংখ্যাবোৰ 125ৰে বিভাজ্য।

সংখ্যা এটা 125ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি সংখ্যাটোৰ একক, দহক আৰু শতক স্থানৰ অংককেইটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 000 বা 125 ৰে বিভাজ্য হয়।

(iii)3 আৰু 9 ৰে বিভাজ্যতা (Divisibility by 3 and 9)

তিনি বা ততোধিক অংক বিশিষ্ট যিকোনো এটা সংখ্যা যেনে 23594 লোৱা।

$23594 = 10000 \times 2 + 1000 \times 3 + 100 \times 5 + 10 \times 9 + 4$

$= (9999 + 1) \times 2 + (999 + 1) \times 3 + (99 + 1) \times 5 + (9 + 1) \times 9 + 4$

$= 9999 \times 2 + 999 \times 3 + 99 \times 5 + 9 \times 9 + (2 + 3 + 5 + 9 + 4)$

প্ৰথম চাৰিটা পদৰ প্ৰতিটোৱেই 9 ৰ গুণিতক। সেয়েহে সেই চাৰিওটা পদহে 3 আৰু 9 উভয়েৰে বিভাজ্য। যদি বন্ধনীৰ ভিতৰৰ যোগফলটোও 3 বা 9 ৰে বিভাজ্য হয় তেন্তে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 3 বা 9 ৰে বিভাজ্য হ'ব।

ইয়াত $2 + 3 + 5 + 9 + 4 = 23$, 3 বা 9 কোনোটোৱে বিভাজ্য নহয়। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো অৰ্থাৎ 23594 সংখ্যাটোও 3 বা 9 কোনো এটাৰেই বিভাজ্য নহয়।

ইয়াৰ পৰা আমি বুজিলোঁ যে **কোনো এটা সংখ্যা 3 বা 9 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি সংখ্যাটোত থকা আটাইকেইটা অংকৰ সমষ্টিটো ক্ৰমে 3 বা 9 ৰে বিভাজ্য হয়।**

Copyright SCERT, Assam
not to be republished

উদাহৰণ ঃ 123 সংখ্যাটোৰ অংকবোৰৰ সমষ্টি 1 + 2 + 3 = 6। 3ৰে বিভাজ্য। গতিকে 123, 3 ৰে বিভাজ্য। 563211 সংখ্যাটোৰ ক্ষেত্ৰত 5 + 6 + 3 + 2 + 1 + 1 = 18, 3 আৰু 9 উভয়েৰে বিভাজ্য গতিকে 563211 সংখ্যাটো 3 আৰু 9 উভয়েৰে বিভাজ্য। আনহাতে, 51134ৰ অংকবোৰৰ সমষ্টি অৰ্থাৎ 5 + 1 + 1 + 3 + 4 = 14, 3 বা 9 ৰে বিভাজ্য নহয়।

(iv) 6 ৰে বিভাজ্যতা (Divisibility by 6)

আমি জানো যে 6 = 2 × 3

ইয়াৰ পৰা বুজা যায় যে কোনো এটা সংখ্যা 6 ৰে বিভাজ্য হ'লে সংখ্যাটো 2 আৰু 3 ৰেও বিভাজ্য হয়। বিপৰীত ক্ৰমে, কোনো এটা সংখ্যা 2 আৰু 3 উভয়ৰে বিভাজ্য হ'লে ই 2 × 3 অৰ্থাৎ 6 ৰেও বিভাজ্য হয়।

উদাহৰণ ঃ 12348 সংখ্যা 2 ৰে বিভাজ্য কিয়নো ইয়াৰ একক স্থানত থকা অংকটো 8 আৰু 8 ৰে বিভাজ্য। আকৌ, সংখ্যাটোৰ অংককেইটাৰ সমষ্টি 1 + 2 + 3 + 4 + 8 = 18, 3 ৰে বিভাজ্য।

গতিকে সংখ্যাটো 2 × 3 = 6 ৰে বিভাজ্য।

111111 সংখ্যাটোৰ অংককেইটাৰ সমষ্টি 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 6, 3 ৰে বিভাজ্য কিন্তু ই 2 ৰে বিভাজ্য নহয় কাৰণ একক স্থানৰ সংখ্যাটো 1, 2 ৰে বিভাজ্য নহয়। গতিকে 111111 সংখ্যাটো 6 ৰে বিভাজ্য নহয়।

এটা সংখ্যা 6 ৰে বিভাজ্য হয় যদিহে সংখ্যাটো 2 আৰু 3 উভয়েৰে বিভাজ্য হয়।

এইখিনিতে মন কৰিবা যে কোনো এটা সংখ্যা অন্য দুটা সংখ্যাৰে বিভাজ্য হ'লে সংখ্যা দুটাৰ পূৰণফলেৰেও বিভাজ্য হোৱা কথাটো সকলো ক্ষেত্ৰতে সঁচা নহয়।

উদাহৰণস্বৰূপে 12 সংখ্যাটো 2 আৰু 4 ৰে বিভাজ্য হয়, কিন্তু 2 × 4 = 8 ৰে বিভাজ্য নহয়। আচলতে, **এটা সংখ্যা আন দুটা সংখ্যাৰে বিভাজ্য হ'লে পিছৰ সংখ্যা দুটাৰ পূৰণফলেৰে হৰণ যাব যদি পিছৰ সংখ্যা দুটাৰ গ সা উ 1 হয় অৰ্থাৎ পিছৰ সংখ্যা দুটা সহ মৌলিক বা আপেক্ষিকভাৱে মৌলিক হয়।**

2 আৰু 3 ৰ ক্ষেত্ৰত গ সা উ 1 বাবে সংখ্যা এটা 2 আৰু 3 উভয়েৰে বিভাজ্য হ'লে 2 × 3 = 6 ৰেও বিভাজ্য হয়।

আকৌ 2 আৰু 4 ৰ ক্ষেত্ৰত গ সা উ 2 বাবে এটা সংখ্যা 2 আৰু 4 উভয়েৰে বিভাজ্য হ'লেও 2 × 4 = 8 ৰে বিভাজ্য নহ'বও পাৰে।

(v) 11 ৰে বিভাজ্যতা (Divisibility by 11)

তিনি বা ততোধিক অংক বিশিষ্ট যিকোনো এটা সংখ্যা লোৱা। যেনে 45371

এতিয়া, $45371 = 10000 \times 4 + 1000 \times 5 + 100 \times 3 + 10 \times 7 + 1$

$= (9999 + 1) \times 4 + (1001 - 1) \times 5 + (99 + 1) \times 3 + (11 - 1) \times 7 + 1$

$= 9999 \times 4 + 1001 \times 5 + 99 \times 3 + 11 \times 7 + 1 \times 4 - 1 \times 5 + 1 \times 3 - 1 \times 7 + 1$

$= 11 \times 909 \times 4 + 11 \times 91 \times 5 + 11 \times 9 \times 3 + 11 \times 7 + (4 - 5 + 3 - 7 + 1)$

ইয়াত প্ৰথম চাৰিটা পদৰ প্ৰতিটোৱেই 11ৰ গুণিতক। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 11 ৰে বিভাজ্য

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

হ'বলৈ বন্ধনীৰ ভিতৰত থকা ৰাশিটো 0 অথবা 11ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। ইয়াত বন্ধনীৰ ভিতৰত থকা ৰাশিটো অৰ্থাৎ $4 - 5 + 3 - 7 + 1 = -4$, যি 11 ৰে বিভাজ্য নহয়। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো অৰ্থাৎ 45371, 11 ৰে বিভাজ্য নহয়।

মন কৰা যে $4 - 5 + 3 - 7 + 1 = (4 + 3 + 1) - (5 + 7)$ ৰাশিটো প্ৰদত্ত সংখ্যাটোৰ অযুগ্ম আৰু যুগ্ম স্থানত থকা অংকবোৰৰ বেলেগে বেলেগে লোৱা সমষ্টি দুটাৰ পাৰ্থক্য। গতিকে যিকোনো সংখ্যা এটা 11 ৰে বিভাজ্য হোৱা চৰ্তটো এনেদৰে ক'ব পৰা যায়।

এটা সংখ্যা 11 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি সংখ্যাটোত যুগ্ম আৰু অযুগ্ম স্থানবোৰত থকা অংকবোৰৰ বেলেগে বেলেগে লোৱা সমষ্টি দুটাৰ পাৰ্থক্য 0 বা 11 ৰে বিভাজ্য হয়।

উদাহৰণ ঃ 753214 সংখ্যাটোৰ যুগ্ম আৰু অযুগ্ম স্থানত থকা অংকবোৰৰ প্ৰথমে লোৱা সমষ্টি দুটাৰ পাৰ্থক্য

$$= (7 + 3 + 1) - (5 + 2 + 4)$$
$$= 11 - 11$$
$$= 0$$

গতিকে চৰ্তমতে 753214 সংখ্যাটো 11 ৰে বিভাজ্য।

একেদৰে, 9190909090 সংখ্যাটো 11 ৰে বিভাজ্য কাৰণ,

$9 - 1 + 9 - 0 + 9 - 0 + 9 - 0 + 9 - 0 = 44$, 11 ৰে বিভাজ্য।

মন কৰা যে আমাৰ আলোচনা অনুসৰি 11 ৰে বিভাজ্যতাৰ চৰ্ত দুটা পোৱা গ'ল। যেনে

(A) এটা সংখ্যা $abcdefg$ (সাত অংক বিশিষ্ট) 11 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি

$$a - b + c - d + e - f + g$$
$= (a+c+e+g) - (b + d + f)$ ৰ মান 0 নাইবা 11 ৰে বিভাজ্য হয়।

(B) এটা সংখ্যা $abcdefg$, 11 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি $efg + a$ আৰু bcd ৰ পাৰ্থক্য 0 নাইবা 11 ৰে বিভাজ্য হয়।

উদাহৰণ 1 ঃ 2359874 সংখ্যাটো 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 আৰু 13 ৰ কোনকেইটাৰে বিভাজ্য পৰীক্ষা কৰা।

সমাধান ঃ 2, 4, 8 ৰে বিভাজ্যতা ঃ

সংখ্যাটোৰ একক স্থানৰ অংকটো 4 আৰু ই যুগ্ম সংখ্যা। গতিকে সংখ্যাটো 2 ৰে বিভাজ্য। সংখ্যাটোৰ একক আৰু দহক স্থানৰ অংক দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 74 আৰু ই 4 ৰে বিভাজ্য নহয়। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 4 ৰে বিভাজ্য নহয়। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 8 ৰে বিভাজ্য নহয়।

3 আৰু 9 ৰে বিভাজ্যতা ঃ

প্ৰদত্ত সংখ্যাটোৰ অংকবোৰৰ সমষ্টি হ'ল $2 + 3 + 5 + 9 + 8 + 7 + 4 = 38$ আৰু ই 3 বা 9 কোনো এটাৰেই বিভাজ্য নহয়। সেয়েহে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 3 বা 9 কোনো এটাৰে বিভাজ্য নহয়।

5, 25 আৰু 125 ৰে বিভাজ্যতা ঃ

সংখ্যা এটা 5 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ হ'লে সংখ্যাটোৰ একক স্থানৰ অংকটো 0 বা 5 হ'ব লাগে। ইয়াত একক স্থানৰ অংকটো 4, সেয়েহে সংখ্যাটো 5 ৰে বিভাজ্য নহয়।

সংখ্যা এটা 5 ৰে বিভাজ্য নহ'লে 25 বা 125 ৰেও বিভাজ্য হ'ব নোৱাৰে।

অৰ্থাৎ প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 5, 25 বা 125 কোনো এটাৰেই বিভাজ্য নহয়।

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

6 ৰে বিভাজ্যতা ঃ

সংখ্যাটো 6 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ ই 2 আৰু 3 উভয়েৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। কিন্তু ই 3 ৰে বিভাজ্য নহয়। গতিকে সংখ্যাটো 6 ৰে বিভাজ্য নহয়।

7, 11, 13 ৰে বিভাজ্যতা ঃ

সোঁফালৰ পৰা অংকবোৰ তিনিটাকৈ বেলেগে বেলেগে কৰা হ'ল। তেতিয়া ভাগবোৰ হ'ব

874, 359 আৰু 2

এতিয়া ভাগবোৰ এটা এৰি এটা লৈ যোগ কৰি পোৱা ভাগ দুটা হ'ল 874 + 2 আৰু 359 বা 876 আৰু 359

সমষ্টি দুটাৰ পাৰ্থক্য 876 – 359 = 517

ইয়াত 517, 11 ৰে বিভাজ্য, সেয়েহে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 11ৰে বিভাজ্য কিন্তু ই 7 আৰু 13 ৰে বিভাজ্য নহয়।

উদাহৰণ 2 ঃ দেখুওৱা যে 151452 ক 21 ৰে বিভাজ্য হয়।

সমাধান ঃ আমি জানো 21 = 3 × 7

প্ৰদত্ত সংখ্যাটোৰ 3 আৰু 7 ৰে বিভাজ্যতা পৰীক্ষা কৰি চোৱা যাওক।

সংখ্যাটোৰ অংকবোৰৰ সমষ্টি আমি পাওঁ —

2 + 5 + 4 + 1 + 5 + 1 = 18 আৰু 18, 3 ৰে বিভাজ্য। গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 3 ৰে বিভাজ্য।

আকৌ, সংখ্যাটোৰ অংকবোৰ সোঁফালৰ পৰা তিনিটাকৈ বেলেগ বেলেগ ভাগত সজালে ভাগবোৰ হ'ব 452 আৰু 151

এতিয়া 452 – 151 = 301 আৰু 301 = 7 × 43 অৰ্থাৎ 301, 7 ৰে বিভাজ্য।

গতিকে 151452 সংখ্যাটো 3 আৰু 7 উভয়েৰে বিভাজ্য। তাৰ উপৰি 3 আৰু 7ৰ গসাউ 1 অৰ্থাৎ 3 আৰু 7 সহমৌলিক সংখ্যা। এই ক্ষেত্ৰত প্ৰদত্ত সংখ্যাটো 3 × 7 = 21 ৰে বিভাজ্য হ'ব।

উদাহৰণ 3 ঃ 13x 2741 সংখ্যাটোত x অংকটোৰ মান উলিওৱা যাতে ই 11ৰে বিভাজ্য হয়।

সমাধান ঃ সংখ্যাটো 11 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ ইয়াৰ যুগ্ম স্থান আৰু অযুগ্ম স্থানবোৰত থকা অংকসমূহৰ বেলেগে বেলেগে যোগ কৰি উলিওৱা সমষ্টি দুটাৰ পাৰ্থক্য 0 নাইবা 11ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব।

অৰ্থাৎ $(1 + 7 + x + 1) - (4 + 2 + 3)$

$= 9 + x - 9$

$= x$

এই সংখ্যাটো হয় 0 নাইবা 11 ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব।

অৰ্থাৎ $x = 0$ নাইবা 11ৰ গুণিতক হ'ব লাগিব। কিন্তু 11ৰ অশূন্য গুণিতকবোৰ দুই বা ততোধিক অংকবিশিষ্ট। গতিকে $x = 0$ হ'ব লাগিব।

নিৰ্ণেয় সংখ্যাটো 1302741

উদাহৰণ 4 ঃ ক্ষুদ্ৰতম সংখ্যাটো উলিওৱা যাক 2311ৰ সৈতে যোগ কৰিলে যোগফলটো (i) 3 ৰে বিভাজ্য (ii) 4 ৰে বিভাজ্য হয়।

সমাধান ঃ (i) 2311ৰ অংকবোৰৰ সমষ্টি 2 + 3 + 1 + 1 = 7, কিন্তু 7, 3 ৰে বিভাজ্য নহয়। 7 ৰ লগত 2

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

যোগ কৰিলে $7 + 2 = 9$, 3 ৰে বিভাজ্য হয় গতিকে প্ৰদত্ত সংখ্যাটোৰ লগত 2 যোগ কৰিলে, ই 3 ৰে বিভাজ্য হ'ব।

অৰ্থাৎ ক্ষুদ্ৰতম যোগ কৰিবলগীয়া সংখ্যাটো 2

(ii) 2311 সংখ্যাটো 4 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ হ'লে ইয়াৰ একক আৰু দহক স্থানৰ অংক দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো অৰ্থাৎ 11 সংখ্যাটো 4 ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। অৱশ্যে 11, 4 ৰে বিভাজ্য নহয়। কিন্তু $11 + 1 = 12$, 4 ৰে বিভাজ্য।

গতিকে 2311 ৰ লগত যোগ দিবলগীয়া ক্ষুদ্ৰতম সংখ্যাটো 1 যাতে $2311 + 1 = 2312$ সংখ্যাটো 4 ৰে বিভাজ্য হয়।

উদাহৰণ 5 ঃ 2785 সংখ্যাটোৰ সোঁফালে এটা অংক বহুওৱা যাতে নতুন সংখ্যাটো (i) 9 ৰে (ii) 11 ৰে বিভাজ্য হয়।

সমাধান ঃ (i) ধৰা হ'ল সংখ্যাটো $2785x$ সংখ্যাটো 9 ৰে বিভাজ্য হ'বলৈ হ'লে $2 + 7 + 8 + 5 + x$ যোগফলটো 9 ৰে বিভাজ্য হ'ব অৰ্থাৎ $22 + x$, 9 ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব। যিহেতু x, 0 আৰু 9 ৰ মাজৰ এটা চিহ্ন সেয়েহে $22 + x$, $22 + 0$ আৰু $22 + 9$ ৰ মাজত থকা সংখ্যা। অৰ্থাৎ $22 + x$ ৰ মান 22 আৰু 31 ৰ মাজত থাকিব। 22 আৰু 31 ৰ মাজত 9 ৰে বিভাজ্য সংখ্যা 27 অৰ্থাৎ

$$22 + x = 27$$

গতিকে $x = 5$

(ii) x ৰ মান উলিয়াব লাগে যাতে $2785x$, 11ৰে বিভাজ্য হয়। এইক্ষেত্ৰত, $x - 5 + 8 - 7 + 2$ অৰ্থাৎ $x - 2$, 11 ৰে বিভাজ্য হ'ব লাগিব।

গতিকে, $x - 2 = 0, 11, 22....$ হ'ব লাগিব যিহেতু x ৰ মান 0ৰ পৰা 9 লৈ যিকোনো এটা হ'ব পাৰে, সেয়েহে $x - 2 = 0$ অৰ্থাৎ $x = 2$

অনুশীলনী 16.1

1. 2, 3, 5, 9 ৰে তলৰ সংখ্যাবোৰৰ বিভাজ্যতা পৰীক্ষা কৰা

   (i) 4253 (ii) 18935 (iii) 12123232
   (iv) 8753973 (v) 333666 (vi) 785634

2. 4, 6, 8, 11 ৰে তলৰ সংখ্যাবোৰৰ বিভাজ্যতা পৰীক্ষা কৰা

   (i) 532740 (ii) 347435 (iii) 123456
   (iv) 693011 (v) 1238932

3. 7 আৰু 13 ৰে তলৰ সংখ্যাবোৰৰ বিভাজ্যতা পৰীক্ষা কৰা

   (i) 2561876 (ii) 864192 (iii) 1604928

4. $25372x$ অত x ৰ মান উলিওৱা যাতে সংখ্যাটো (i) 3 ৰে বিভাজ্য হয়। (ii) 9 ৰে বিভাজ্য হয়।

5. $25x043$ সংখ্যাটোত x ৰ মান উলিওৱা যাতে ই 11 ৰে বিভাজ্য হয়।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

16.2 সংখ্যাৰে খেলিব পৰা কিছুমান খেল (Game with numbers)

তোমালোকে শ্ৰেণীকোঠাৰ ভিতৰে-বাহিৰে অথবা আজৰি সময়ত লগৰীয়া নাইবা ঘৰৰ আন সদস্যৰ সৈতে সংখ্যাৰ বিভিন্ন খেল খেলিব পাৰা। এনে কিছুমান আচৰিত তথা আমোদজনক সংখ্যা আছে, যিবোৰৰ বিষয়ে জানিলে বা সেইবোৰৰ সৈতে ধেমালি কৰিবলৈ শিকিলে তোমালোকে নিশ্চয় আমোদ পাবা আৰু গণিত বিষয়টো তোমালোকৰ বাবে বন্ধুৰ দৰে হৈ পৰিব। আহাঁচোন, তেনে কেইটামান খেলৰ বিষয়ে আলোচনা কৰোঁ।

(i) **আচৰিত প্ৰকৃতিৰ চাৰিটা সংখ্যা (Four numbers with amazing behaviour)**

চাৰিটা বিশেষ সংখ্যা ক্ৰমে 153, 370, 371 আৰু 407 ৰ প্ৰকৃতি অদ্ভুত। ইহঁতৰ প্ৰত্যেকৰে অংককেইটাৰ ঘনফলৰ সমষ্টি মূল সংখ্যাটোৰ সমান।

$153 = 1^3 + 5^3 + 3^3 = 1 + 125 + 27 = 153$

$370 = 3^3 + 7^3 + 0^3 = 27 + 343 + 0 = 370$

$371 = 3^3 + 7^3 + 1^3 = 27 + 343 + 1 = 371$

$407 = 4^3 + 0^3 + 7^3 = 64 + 0 + 343 = 407$

সঁচাকৈয়ে আচৰিত সংখ্যা নহয়নে বাৰু?

(ii) **37 ৰ সৈতে ধেমালি (Fun with 37)** ঃ 37 সংখ্যাটোৰ এটা যাদুকৰী গুণ আছে। ইয়াক 3 আৰু 3ৰ গুণিতকেৰে পূৰণ কৰিলে পূৰণফলটো এটা বিশেষ ক্ৰমত পোৱা যায়।

$37 \times 3 = 111$ $37 \times 18 =$ ....

$37 \times 6 = 222$ $37 \times 21 =$ ....

$37 \times 9 = 333$ $37 \times 24 =$ ....

$37 \times 12 = 444$ $37 \times 27 = 999$

$37 \times 15 = 555$

ইয়াৰ পাছতে আকৌ এটা নতুন ক্ৰম আৰম্ভ হয়

$37 \times 30 = 1110$ $37 \times 39 =$ ....

$37 \times 33 = 1221$ $37 \times 42 =$ ....

$37 \times 36 = 1332$ $37 \times 45 =$ ....

.... × .... = ...

তদুপৰি $37037 \times 3 = 111111$

$37037037 \times 3 = 111111111$

[850 খ্ৰীষ্টাব্দত এইবোৰ মহাবীৰাচাৰ্যই আৱিষ্কাৰ কৰিছিল। তেওঁৰ ৰচিত গ্ৰন্থৰ নাম **গণিত সাৰ সংগ্ৰহ**।]

(iii) **তিনিটা ক্ৰমিক স্বাভাৱিক সংখ্যাৰ খেল (Games of three consecutive numbers)**

মিলি ঃ যিকোনো তিনিটা ক্ৰমিক স্বাভাৱিক সংখ্যা লিখা।

ৰংমিলি ঃ লিখিলো বাৰু (9, 10, 11)

মিলি ঃ সংখ্যা তিনিটা যোগ কৰা।

ৰংমিলি ঃ কৰিলোঁ (9 + 10 + 11 = 30)

মিলি ঃ যোগফল কিমান পালা? মোক কোৱাচোন।

Copyright: SCERT, Assam not to be republished

ৰংমিলি : 30 পালোঁ।

মিলি : তেতিয়া হ'লে তুমি প্ৰথমতে লিখা সংখ্যাকেইটা 9, 10 আৰু 11

ৰংমিলি : হয়! পিছে তুমি কেনেকৈ জানিলা? মোক কোৱাচোন।

মিলিৰ কৌশলটো চাওঁ আহা :

ধৰা হ'ল, ক্ৰমিক তিনিটাৰ মাজৰ সংখ্যাটো $= x$

$\therefore$ আগৰ সংখ্যাটো $= x - 1$ আৰু পাছৰ সংখ্যাটো $= x + 1$

$\therefore$ তিনিওটাৰ যোগফল হ'ল $= x - 1 + x + x + 1 = 3x$

$$\therefore \text{ মাজৰ সংখ্যাটো } = \frac{\text{তিনিওটাৰে যোগফল}}{3}$$

ওপৰৰ খেলটোৰ ৰংমিলিয়ে কোৱা যোগফলটোক মিলিয়ে 3ৰে হৰণ কৰি পোৱা 10টো মাজৰ সংখ্যা হ'লে তাৰ আগৰ সংখ্যাটো 9 আৰু পাছৰ সংখ্যাটো 11 হ'ব। অৰ্থাৎ সংখ্যা তিনিটা ক্ৰমে 9, 10 আৰু 11 হ'ব।

একেদৰে, $1 + 2 + 3 = 2 \times 3 = 6$

$3 + 4 + 5 = 4 \times 3 = 12$

$9 + 10 + 11 = 10 \times 3 = 30$

লগে ভাগে কৰি চোৱা :

(i) $24 + 25 + 26$ (ii) $28 + 29 + 30$ (iii) $69 + 70 + 71$

(iv) **চাৰিটা ক্ৰমিক সংখ্যাৰ খেল (Game with four consecutive numbers) :**

এইবাৰ খেলখন ৰংমিলিয়ে আৰম্ভ কৰিলে—

ৰংমিলি: মিলি, তুমি চাৰিটা ক্ৰমিক স্বাভাৱিক সংখ্যা মই নেদেখাকৈ তোমাৰ বহীত লিখা

মিলি: ঠিক আছে, লিখিলোঁ (2, 3, 4, 5)

ৰংমিলি: চাৰিওটা সংখ্যা যোগ কৰা

মিলি: কৰিলোঁ বাৰু। $2 + 3 + 4 + 5$

ৰংমিলি: যোগফলটো মোক কোৱা

মিলি: যোগফল 14

Copyright SCERT, Assam not to be republished

ৰংমিলি ঃ তেতিয়াহ'লে তুমি লিখা সংখ্যাকেইটা হৈছে 2, 3, 4 আৰু 5

মিলি ঃ ইমান তৎক্ষণাত তুমি কেনেকৈ জানিলা?

ৰংমিলিৰ কৌশলটো চাওঁ আহা ঃ

ধৰাহ'ল, চাৰিটা ক্ৰমিক স্বাভাৱিক সংখ্যা ক্ৰমে $x, x+1, x+2$ আৰু $x+3$

এতিয়া চাৰিওটাৰে যোগফল $= x + x + 1 + x + 2 + x + 3$

বা, যোগফল $= 4x + 6$

বা, $4x =$ যোগফল $- 6$

বা, $x = \dfrac{\text{যোগফল} - 6}{4}$

মিলিয়ে সংখ্যা চাৰিটাৰ যোগফল 14 পাইছিল।

গতিকে মিলিৰ প্ৰথম সংখ্যাটো হ'ব $= \dfrac{14-6}{4} = 2$

এতেকে সংখ্যা চাৰিটা হ'ব ক্ৰমে 2, 3, 4 আৰু 5

একেদৰে, $3 + 4 + 5 + 6 = 3 \times 4 + 6 = 18$

$5 + 6 + 7 + 8 = 5 \times 4 + 6 = 26$

বিকল্পভাৱে সংখ্যা চাৰিটাৰ মাজৰ দুটাক যোগ কৰি 2 ৰে পূৰণ কৰিলেও সংখ্যাকেইটাৰ যোগফল পোৱা যাব। যেনে —

$9 + (10 + 11) + 12 = (10 + 11) \times 2 = 42$

$15 + (16 + 17) + 18 = (16 + 17) \times 2 = 66$

লগে ভাগে কৰি চোৱা

(i) $7 + 8 + 9 + 10$ (ii) $12 + 13 + 14 + 15$ (iii) $20 + 21 + 22 + 33$

(v) **9 ৰ খেল (Game of 9) ঃ**

পংকজ, পাৰভেজ, মানস আৰু ডেনিয়েলে এইবাৰ সংখ্যাৰ অন্য ধৰণৰ এটা আমোদজনক খেল খেলিবলৈ আৰম্ভ কৰিলে। দুটা অংক বিশিষ্ট সংখ্যাৰ খেল

পংকজ: দুটা অংক বিশিষ্ট সংখ্যা এটা মনতে ভাবা

পংকজ: এতিয়া সংখ্যাবোৰ অংককেইটা ওলোটাকৈ দিয়া

পাৰভেজ: ভাবিলোঁ (24)

পাৰভেজ: দিলোঁ, 42 পালোঁ

মানস: ভাবিলোঁ (20)

মানস: দিলোঁ 02 পালোঁ

ডেনিয়েল: ভাবিলোঁ (91)

ডেনিয়েল: দিলোঁ 19 পালোঁ

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

এইবাৰ ডাঙৰ সংখ্যাটোৰ পৰা সৰু সংখ্যাটো বিয়োগ কৰা

বিয়োগ কৰিলোঁ $42 - 24 = 18$ পালোঁ

বিয়োগ কৰিলোঁ $20 - 02 = 18$ পালোঁ

বিয়োগ কৰিলোঁ $91 - 19 = 72$ পালোঁ

বিয়োগফলটো 9ৰে হৰণ কৰা। নিশ্চয় কোনো ভাগশেষ নাই! বিয়োগফলটো 9 ৰ গুণিতক।

$18 \div 9 = 2$ হয়! কিন্তু তুমি কেনেকৈ জানিলা?

$18 \div 9 = 2$ হয়! কিন্তু তুমি কেনেকৈ জানিলা?

$72 \div 9 = 8$ হয়! কিন্তু তুমি কেনেকৈ জানিলা?

এতিয়া খেলটোৰ কৌশলটো ব্যাখ্যা কৰি চাওঁ আহা—

ধৰা হ'ল, ডেনিয়েলে দুটা অংক বিশিষ্ট যিকোনো এটা সংখ্যা ab বাচি ল'লে ঃ যাৰ সাধাৰণ ৰূপ $10a + b$ এতিয়া সংখ্যাটোৰ অংক দুটা ওলোটাই দিলে পোৱা নতুন সংখ্যাটো হ'ব $ba = 10b + a$,

যদি $a > b$ হয়, তেন্তে $(10a + b) > (10b + a)$ হ'ব। এইবাৰ ডাঙৰটোৰ পৰা সৰুটো বিয়োগ কৰিলে—

$$\begin{aligned}(10a + b) - (10b + a) &= 10a + b - 10b - a \\ &= 9a - 9b \\ &= 9(a - b)\end{aligned}$$

যিটো সংখ্যা পংকজে কোৱাৰ দৰে 9 ৰ গুণিতক হ'ব।

লগে-ভাগে কৰি চাওঁ আহঁা—

(i) 16 (ii) 45 (iii) 62

(vi) **1089 ৰ খেল (Game of 1089) ঃ**

তিনিটা অংকৰে গঠিত সংখ্যা এটা লোৱা। কিন্তু অংকবোৰ একে হ'লে নহ'ব।

ল'লো

এতিয়া সেই সংখ্যাৰ অংককেইটাৰে গঠন কৰিব পৰা আটাইতকৈ ডাঙৰ আৰু আটাইতকৈ সৰু সংখ্যা দুটা লোৱা

ঠিক আছে ল'লো বাৰু। 831 আৰু 138

ডাঙৰটোৰ পৰা সৰুটো বিয়োগ কৰা

কৰিলোঁ। $831 - 138 = 693$

Copyright SCERT, Assam not to be republished

এই নতুন সংখ্যাটো ওলোটাই দিয়া আৰু দুয়োটা যোগ কৰা

693 + 396 = 1089 পালোঁ

যোগফলটো 1089 হয়নে বাৰু?

হয়! কিন্তু তুমি কেনেকৈ জানিলা?

খেলটো কি আছিল বাৰু? আচলতে অংকবোৰ সমান নোহোৱা যিকোনো তিনিটা অংকবিশিষ্ট সংখ্যাৰ পৰা প্ৰদত্ত নিৰ্দেশনামতে আগবাঢ়িলে শেষত 1089 পোৱা যাব।

লগে ভাগে কৰি চোৱা

(i) 327 (ii) 291 (iii) 456 (iv) 786

টোকা ঃ

এই 1089 সংখ্যাটো কাপ্ৰেকৰ সংখ্যা (Kaprekar Number) নামেৰে প্ৰসিদ্ধ। মহাৰাষ্ট্ৰৰ নাচিকৰ কাপ্ৰেকৰ নামৰ স্কুল শিক্ষক এগৰাকীয়ে এই খেলটোৰ আৱিষ্কাৰক আছিল।

এই সংখ্যাটোৰ কেইটামান চমৎকাৰ ফল—

$1089 \times 1 = 1089, \longleftrightarrow 9801 = 1089 \times 9$

$1089 \times 2 = 2178, \longleftrightarrow 8712 = 1089 \times 8$

$1089 \times 3 = 3267, \longleftrightarrow 7623 = 1089 \times 7$

$1089 \times 13 = 14{,}157 \longleftrightarrow 75{,}141 = 1089 \times 69$

বাওঁফাল আৰু সোঁফালৰ পূৰণফলবোৰ ভালদৰে মন কৰা। কিবা বিশেষত্ব দেখিছানে?

আকৌ,

$33^2 = 1089$

$333^2 = 110889$

$3333^2 = 11108889$ ..... ইত্যাদি।

(vii) **1001 ৰ খেল (Game of 1001) ঃ**

তিনিটা অংকেৰে গঠিত এটা সংখ্যা লোৱা (যেনিবা 125)

তাক দুবাৰ লিখা 125125

এতিয়া এই সংখ্যাটোক 7ৰে হৰণ কৰা (হৰণফল 17875)

এই হৰণ ফলক 11ৰে হৰণ কৰা (হৰণফল 1625)

শেষত এই হৰণ ফল 13ৰে হৰণ কৰা (হৰণ ফল 125)।

Copyright SCERT, Assam not to be republished

মানে মূল সংখ্যাটো পোৱা গ'ল।

মন কৰা,

$7 \times 11 \times 13 = 1001$,

গতিকে 1001ৰে হৰণ কৰিলেও হৰণফল 125 কে পোৱা যাব।

(i) বিপৰীত পক্ষে $125125 = 125 \times 1001$,

(ii) 125125125125 ধৰিলে, এই সংখ্যাটো $= 125 \times a$, $a = ?$

খেলটোৰ কৌশলটো ব্যাখ্যা কৰি চাওঁ আহা—

আচলতে যিকোনো তিনিটা অংক বিশিষ্ট সংখ্যাৰ কাষত সেই সংখ্যাটো লিখি পোৱা ছটা অংক বিশিষ্ট নতুন সংখ্যাটো আগৰ সংখ্যাটোৰ 1001 গুণ। ইয়াত $125125 = 125{,}000 + 125$

$= 125(1000 + 1) = 125 \times 1001$

$\therefore a = 1001$ আকৌ $7 \times 11 \times 13 = 1001$ এতিয়া কাৰণটো বুজিলানে?

লগে ভাগে কৰি চোৱা

(i) 234 (ii) 175 (iii) 432

16.3 কেইটামান সাংখ্যিক আৰ্হি (Some numerical patterns)

(i) তলৰ প্ৰক্ৰিয়াসমূহ মন কৰা।

$9 \times 9 = 81$, $9 + 9 = 18$

$24 \times 3 = 72$ $24 + 3 = 27$

$47 \times 2 = 94$ $47 + 2 = 49$

$497 \times 2 = 994$ $497 + 2 = 499$

(ii) অন্য এক গঠন

$9 \times 9 + 7 = 88$

$98 \times 9 + 6 = 888$

$987 \times 9 + 5 = 8888$

$98765432 \times 9 + 0 = 88888888$

$987654321 \times 9 + (-1) =$

$9876543210 \times 9 + (-2) =$

(খালী ঠাই অনুমানেৰে পূৰ কৰা। সঁচাসঁচি পূৰণ কৰি মিলিছেনে চোঁৱা)। আমোদজনক নহয়নে?

(iii) $6^2 - 5^2 = 11 \times 1$

$(56)^2 - (45)^2 = 101 \times 11$

$(556)^2 - (445)^2 = 1001 \times 111$ ইত্যাদি

(iv) এই সংখ্যাটো মন কৰা 3816547290

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

0 ৰ পৰা 9 লৈ আটাইকেইটা সাংখ্যিক চিহ্নৰে গঠিত সংখ্যাটোৰ বৈশিষ্ট হ'ল ইয়াৰ বাওপিনৰ পৰা ক্রম অনুসৰি লোৱা যিকোনো সংখ্যক অংকৰ গোট সেই গোটৰ অংকৰ সংখ্যাৰে বিভাজ্য হয়। যেনে 1 | 3, 2 | 38, 3 | 381, 4 | 3816 .... ইত্যাদি। ইয়াত | চিনটোৱে বাওঁফালৰ সংখ্যাটোৱে সোঁফালৰ সংখ্যাটোক হৰণ যোৱা বুজাইছে।

(v) $\frac{148}{296}+\frac{35}{70}=1$

(বিশেষত্বটো কি বাৰু ?)

(vi) **সংখ্যাৰ বৰ্গৰ কেইটামান চানেকি (Some Patterns of Square of Numbers)**

আমি জানো যে, যিকোনো সংখ্যাকেই বৰ্গ কৰিব পাৰি। কিন্তু সকলো সংখ্যাই বৰ্গ সংখ্যা নহয়। ইয়াত আমি কিছুমান বিশেষ সংখ্যা বৰ্গ কৰিলে পাব পৰা আকৰ্ষণীয় সংখ্যাৰ দৃষ্টিনন্দন চানেকি কিছুমানৰ বিষয়ে উল্লেখ কৰিম।

(a) এটা আৰ্হি বা চানেকি এনে ধৰণৰ —

$$4^2 = 16$$
$$34^2 = 1156$$
$$334^2 = 111556$$
$$3334^2 = 11115556$$
$$33334^2 = 1111155556$$
$$333334^2 = 111111555556$$

ইয়াৰ তলে তলে তোমালোকে নিজে আৰু কেইটামান লিখা।

(b)

$1^2 =$	1
$11^2 =$	1 2 1
$111^2 =$	1 2 3 2 1
$1111^2 =$	1 2 3 4 3 2 1
$11111^2 =$	1 2 3 4 5 4 3 2 1
$111111^2 =$	1 2 3 4 5 6 5 4 3 2 1
$1111111^2 =$	1 2 3 4 5 6 7 6 5 4 3 2 1

↑
মধ্যস্তম্ভ

এই আৰ্হিটোত তোমালোকে কি কি বিশেষ গঠন দেখা পাইছা ? প্ৰথমে মন কৰা যে এটা সংখ্যা বৰ্গ কৰাত যিটো সংখ্যা পাইছা তাৰ মধ্য স্তম্ভত থকা অংকটোৰ সোঁফাল আৰু বাঁওফাল একে অংকেৰে গঠিত। [সোঁপিনৰ পৰা মধ্যস্তম্ভলৈ আৰু বাওঁপিনৰ পৰা মধ্যস্তম্ভলৈ একে অংক থকা এই আৰ্হিটোক পেলিনড্ৰম (Palindrome) বুলি কোৱা হয়। বিভিন্ন ভাষাৰ ক্ষেত্ৰতো পেলিনড্ৰম সদৃশ শব্দ বা বাক্য পোৱা যায়। যেনে - ৰবৰ, নবীন, নন্দনন্দন, ৰাধাৰ মৰমৰ ধাৰা, বগা নগাই গান গাব, কাজিৰঙাৰ জিকা, Madam I' m Adam ইত্যাদি।] আকৌ মন কৰা যে যিটো সংখ্যাৰ বৰ্গ কৰিছা তাত যিমানটা এক আছে সেই সংখ্যাটো বৰ্গ কৰোতে পোৱা সংখ্যাটোৰ মধ্যস্তম্ভত আছে। উদাহৰণস্বৰূপে একেবাৰে শেষত $(1111111)^2$ ক বৰ্গ কৰা হৈছে। ইয়াত মুঠ 7 টা এক আছে। এতিয়া এই সংখ্যাটোৰ বৰ্গ হ'ল 1 2 3 4 5 6 7 6 5 4 3 2 1 আৰু ইয়াৰ মধ্যত থকা অংকটো 7।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

সংখ্যাৰ ত্ৰিভুজাকৃতিৰ এই আৰ্হিটোৰ নাম পাস্কেল ত্ৰিভুজ (Pascal's triangle)।

(c) তলৰ চানেকিটোলৈ লক্ষ্য কৰা —

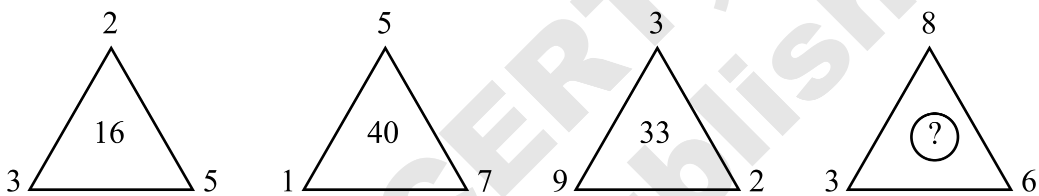
$$9^2 = 81$$
$$99^2 = 9801$$
$$999^2 = 998001$$
$$9999^2 = 99980001$$

এইদৰে ইয়াৰ তলে তলে আৰু কেইটামান লিখি এই আৰ্হিত থকা বিশেষত্ববিলাক অনুধাৱন কৰিবলৈ যত্ন কৰা।

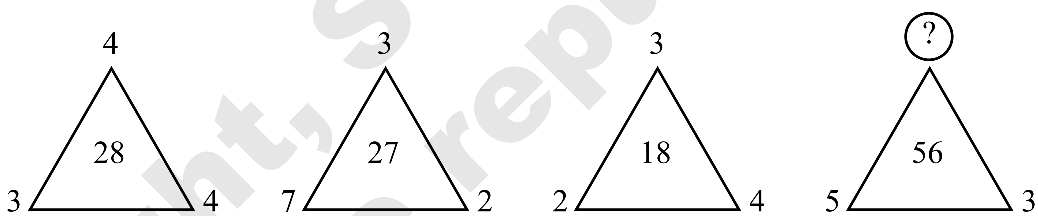
অনুশীলনী 16.2

চোৱা, উদঘাটন কৰা আৰু খালী ঠাই পূৰণ কৰি কৌশলটো লিখা ঃ

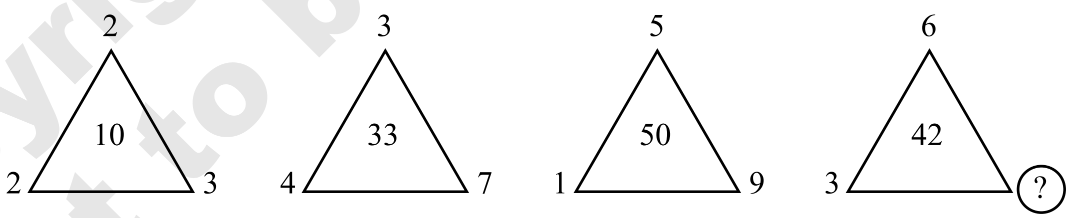
1. (a)



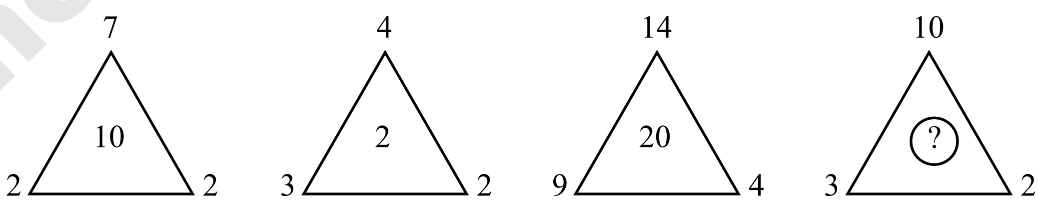
(b)



(c)

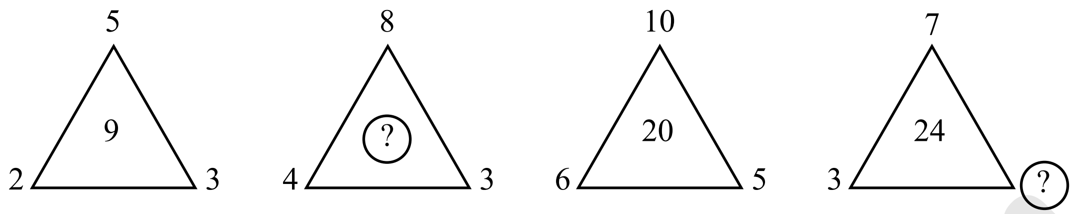


2. (a)

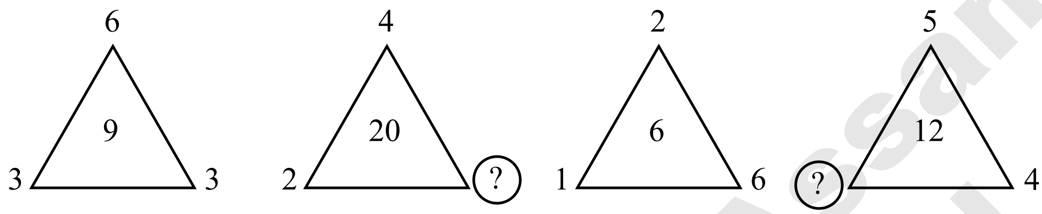


Copyright, SCERT, Assam not to be republished

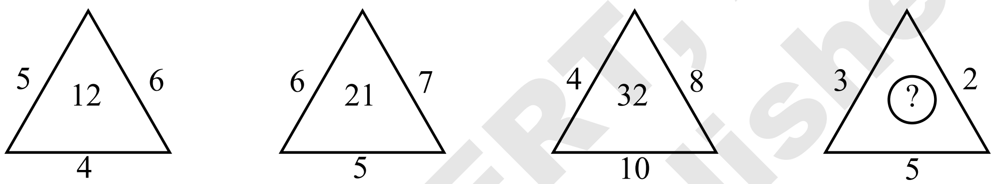
(b)



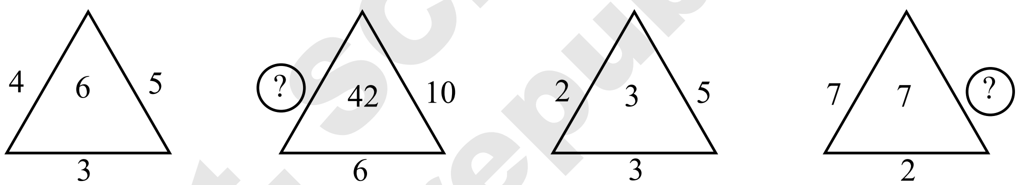
(c)



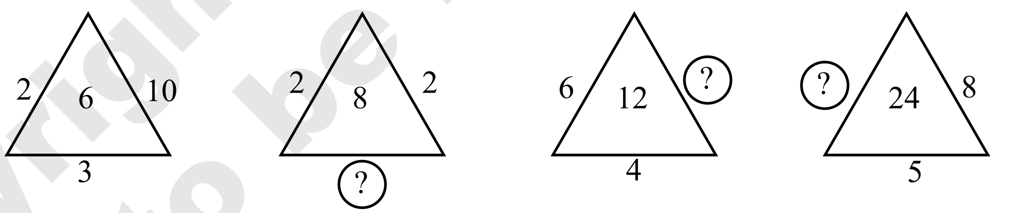
3. (a)



(b)



(c)



16.4 অংকৰ সলনি আখৰৰ খেল (Game with letters for digits)

এইটো দফাত কিছুমান গাণিতিক সমস্যাত অংক (Digit)ৰ সলনি আখৰ ব্যৱহাৰ কৰা আছে। আমি তাৰ সমাধানৰ কৌশলৰ অনুশীলন কৰিম। এই ক্ষেত্ৰত আমি কেৱল যোগ আৰু পূৰণ প্ৰক্ৰিয়া ব্যৱহাৰ কৰি কিছুমান সমস্যা সমাধান কৰিবলৈ শিকিম।

এনে ধৰণৰ সমস্যা সমাধান কৰোঁতে আমি তলৰ নীতিকেইটা মানি চলিম।

(ক) প্ৰতিটো সমস্যাত থকা প্ৰতিটো আখৰ কেৱল এটা অংকৰ বাবে ব্যৱহাৰ হ'ব। এটা অংকক কেৱল এটা আখৰৰ দ্বাৰা সূচাব লাগিব।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

(খ) এটা সমস্যাত থকা কোনো সংখ্যাৰে প্ৰথম অংকটো শূন্য হ'ব নোৱাৰে।

(গ) সমস্যাটোৰ এটাহে উত্তৰ থাকিব লাগিব।

তলত দিয়া উদাহৰণকেইটা লক্ষ্য কৰোঁ আঁহা—

উদাহৰণ 1 ঃ

$$\begin{array}{rcc} & A & 4 \\ + & 1 & B \\ \hline & 4 & 9 \end{array}$$

A আৰু Bৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ ওপৰৰ যোগৰ সমস্যাটোত থকা A আৰু B কোনো দুটা অংকৰ সলনি ব্যৱহাৰ হৈছে। আমি A আৰু Bৰ মান উলিয়াব লাগে। য'ত A আৰু Bএ দুটা বেলেগ মান বুজাইছে।

স্তৰ 1 ঃ প্ৰথমতে এককৰ ঘৰৰ যোগটো চোৱা। 4 + B = 9; অৰ্থাৎ B এনে এটা সংখ্যা যাৰ লগত 4 যোগ কৰিলে 9 হ'ব। গতিকে নিশ্চিতভাৱে Bৰ মান 5 হ'ব। কাৰণ 4 + 5 = 9।

স্তৰ 2 ঃ এইবাৰ দহকৰ ঘৰলৈ মন কৰা। A + 1 = 4 , অৰ্থাৎ A এনে এটা সংখ্যা যাৰ লগত 1 যোগ কৰিলে 4 হ'ব। গতিকে Aৰ মান 3 অৰ্থাৎ, গোটেই সমস্যাটোৰ সমাধান হ'ব—

দহক		একক	
A =	3		4
+	1	B =	5
	4		9

উত্তৰ ঃ A = 3 আৰু B = 5

উদাহৰণ 2 ঃ

$$\begin{array}{rccc} & 5 & A & B \\ + & A & B & 2 \\ \hline & B & 7 & 8 \end{array}$$

A আৰু Bৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ এইটো এটা তিনি অংক বিশিষ্ট যোগৰ সমস্যা। গতিকে তিনিটা স্তৰত কৰিব লাগিব।

স্তৰ 1 ঃ প্ৰথমতে এককৰ ঘৰৰ যোগটো চোৱা। B + 2 = 8; অৰ্থাৎ Bৰ লগত 2 যোগ কৰিলে 8 হ'ব। যিহেতু 6 + 2 = 8। গতিকে B = 6 হ'ব।

স্তৰ 2 ঃ দহকৰ ঘৰত A + B = 7 আছে। যিহেতু Bৰ মান 6 আমি পাই থৈছোঁ। এতিয়া Aৰ মান এনে হ'ব, যাৰ লগত 6 যোগ কৰিলে 7 হ'ব। গতিকে Aৰ মান 1 হ'লে 1 + 6 = 7 হ'ব। অৰ্থাৎ A = 1।

স্তৰ 3 ঃ শতকৰ ঘৰত 5 + A = B আছে। যিহেতু আমি A = 1 আৰু B = 6 পাই থৈছোঁ। গতিকে 5 + 1 = 6 হ'ব। এতিয়া সমগ্ৰ সমস্যাটোৰ সমাধান হ'ব—

শতক		দহক		একক	
	5	A=	1	B=	6
+ A=	1	B=	6		2
B=	6		7		8

উত্তৰ ঃ A = 1 আৰু B = 6

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

উদাহৰণ 3 ঃ

$$\begin{array}{r} A\ B\ B \\ +\ A\ B\ B \\ +\ A\ B\ B \\ \hline 1\ 9\ A\ B \end{array}$$

A আৰু Bৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ এইটো সমস্যা ওপৰৰ দুটাতকৈ কিছু বেলেগ। ইয়াৰ সমাধান কৰোঁতে কিছু সাৱধান হ'ব লাগিব।

স্তৰ 1 ঃ এককৰ ঘৰৰ তিনিটা B ৰ যোগফলটো এনে এটা সংখ্যা, যাৰ এককৰ ঘৰৰ অংকটো B হ'ব। এইটো কেৱল B = 0 আৰু B = 5ৰ ক্ষেত্ৰত সম্ভৱ হ'ব। কিন্তু B = 0 টোৱে দহকৰ ঘৰৰ চৰ্ত পূৰণ নকৰে। সেয়েহে B = 5; 5 + 5 + 5 = 15 (এককৰ ঘৰত 5 = B) টো আমি গ্ৰহণ কৰিম। অৰ্থাৎ, এইটো সমস্যাত B = 5 হ'ব।

স্তৰ 2 ঃ শতকৰ ঘৰৰ তিনিটা Aৰ মান 6 বহুৱালে, 6 + 6 + 6 = 18 পাম আৰু দহকৰ ঘৰৰ পৰা ওকলা 1 শতক লগ লাগি 18 + 1 = 19 পাম।

অৰ্থাৎ গোটেই সমস্যাটোৰ সমাধান হ'ব—

হাজাৰ	শতক	দহক	একক
	1	1	
+	A= 6	B= 5	B= 5
	A= 6	B= 5	B= 5
	A= 6	B= 5	B= 5
1	9	A= 6	B= 5

উদাহৰণ 4 ঃ

$$\begin{array}{r} A\ B \\ \times\ \ B \\ \hline C\ A\ B \end{array}$$

A, B আৰু C ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

সমাধান ঃ এইটো কেৱল তিনিটা আখৰৰ পূৰণৰ সমস্যা।

স্তৰ 1 ঃ এককৰ ঘৰত দুটা B ৰ পূৰণফলটো এনে এটা সংখ্যা যাৰ এককৰ ঘৰৰ অংকটো B য়েই হ'ব। এইটো B = 0, 5 আৰু 6 ৰ ক্ষেত্ৰতহে সম্ভৱ হয়। কিন্তু B = 0 হ'লে দহকৰ ঘৰৰ পূৰণফলটোত '0' হ'ব লাগিব। যিটো এই সমস্যাটোৰ নীতি বিৰুদ্ধ। গতিকে Bৰ সাম্ভাব্য মান 5 বা 6 হ'ব লাগিব।

স্তৰ 2 ঃ এতিয়া $(10A + B) \times B = 100C + 10A + B$ ত $B = 5$

ধৰিলে, $(10A + 5) \times 5 = 100C + 10A + 5$

বা, $50A + 25 = 100C + 10A + 5$

বা, $50A - 10A + 25 - 5 = 100C$

বা, $40A + 20 = 100C$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

বা, $2A + 1 = 5C$ (20 ৰে হৰণ কৰি)

অৰ্থাৎ $2A + 1$ৰ মান 5ৰ গুণিতক, কিন্তু অযুগ্ম সংখ্যা।

গতিকে, $2A + 1 = 5$ নাইবা $2A + 1 = 15$

বা $A = 2$ বা $A = 7$

এতিয়া $A = 2 \Rightarrow 2 \times 2 + 1 = 5C$

বা $5 = 5C$

$\therefore C = 1$

আৰু $A = 7 \Rightarrow 2 \times 7 + 1 = 5C$

বা $15 = 5C$

$\therefore C = 3$

গতিকে $A = 2, B = 5$ আৰু $C = 1$ হ'ব।

তেনেহ'লে সমস্যাটোৰ সমাধান হ'ব—

$$\begin{array}{cccccc} & & \text{(A=)} & 2 & \text{(B=)} & 5 \\ & & \times & & \text{(B=)} & 5 \\ \hline \text{(C=)} & 1 & \text{(A=)} & 2 & \text{(B=)} & 5 \end{array}$$

উত্তৰ ঃ $A = 2$ আৰু $B = 5$ আৰু $C = 1$

অনুশীলনী 16.3

1. তলৰ প্ৰতিটো সংখ্যাত থকা আখৰবোৰৰ মান উলিওৱা (স্তৰ অনুসৰি) ঃ

(i) $\begin{array}{rcc} & 6 & A \\ + & 8 & 7 \\ \hline B & A & 2 \end{array}$ (ii) $\begin{array}{rccc} & 2 & 1 & A \\ + & 1 & A & 3 \\ \hline & 3 & 6 & 8 \end{array}$ (iii) $\begin{array}{rccc} & 1 & A & B \\ + & A & B & 1 \\ \hline & B & 0 & 7 \end{array}$ (iv) $\begin{array}{rccc} & B & 2 & A \\ + & 3 & A & B \\ \hline & A & 0 & 0 \end{array}$

(v) $\begin{array}{rcccc} & 3 & 0 & A & 6 \\ + & 4 & 2 & 4 & B \\ + & A & 3 & B & 6 \\ \hline & C & 6 & A & 7 \end{array}$ (vi) $\begin{array}{rccc} & A & A & A \\ + & A & A & A \\ + & A & A & A \\ \hline C & B & B & A \end{array}$ (vii) $\begin{array}{rccc} & & A & B \\ \times & & & 3 \\ \hline & C & A & B \end{array}$ (viii) $\begin{array}{rccc} & & B & A \\ \times & & B & 3 \\ \hline & 5 & 7 & A \end{array}$

(ix) $\begin{array}{rcc} & A & B \\ \times & & 6 \\ \hline C & B & B \end{array}$ (x) $\begin{array}{rcc} & A & B \\ \times & & 6 \\ \hline B & B & B \end{array}$ (xi) $\begin{array}{rcc} & A & B \\ \times & & 5 \\ \hline C & A & B \end{array}$ (xii) $\begin{array}{rcc} & A & B \\ \times & A & B \\ \hline C & A & B \end{array}$

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

আমি কি শিকিলোঁ ?

1. **2, 4 আৰু 8 ৰে বিভাজ্যতা**

   একক স্থানত 0 অথবা যুগ্ম অংক থকা যিকোনো সংখ্যা 2 ৰে বিভাজ্য হয়।

   এটা সংখ্যা 4 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি ইয়াৰ একক আৰু দহক স্থানৰ অংক দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 00 অথবা 4 ৰে বিভাজ্য হয়।

   সংখ্যা এটাৰ একক, দহক আৰু শতকৰ ঘৰত থকা অংককেইটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 000 বা 8 ৰে বিভাজ্য হ'লে মূল সংখ্যাটোও 8 ৰে বিভাজ্য হয়।

2. **5, 25 আৰু 125 ৰে বিভাজ্যতা**

   সংখ্যা এটাৰ একক স্থানত 0 বা 5 থাকিলে সংখ্যাটো 5 ৰে বিভাজ্য হয়।

   সংখ্যা এটা 25 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি ইয়াৰ একক আৰু দহক স্থানৰ অংক দুটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 00 বা 25 ৰে বিভাজ্য হয়।

   সংখ্যা এটা 125 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি সংখ্যাটোৰ একক, দহক আৰু শতক স্থানৰ অংককেইটাৰে গঠিত সংখ্যাটো 000 বা 125 ৰে বিভাজ্য হয়।

3. **3 আৰু 9 ৰে বিভাজ্যতা**

   কোনো এটা সংখ্যা 3 বা 9 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি সংখ্যাটোত থকা আটাইকেইটা অংকৰ সমষ্টিটো ক্ৰমে 3 বা 9 ৰে বিভাজ্য হয়।

4. **6 ৰে বিভাজ্যতা**

   এটা সংখ্যা 6 ৰে বিভাজ্য হয় যদিহে সংখ্যাটো 2 আৰু 3 উভয়েৰে বিভাজ্য হয়।

   এটা সংখ্যা আন দুটা সংখ্যাৰে বিভাজ্য হ'লে পিছৰ সংখ্যা দুটাৰ পূৰণফলেৰে হৰণ যাব যদি পিছৰ সংখ্যা দুটাৰ গ সা উ 1 হয় অৰ্থাৎ পিছৰ সংখ্যা দুটা সহ মৌলিক বা আপেক্ষিকভাৱে মৌলিক হয়।

5. **11 ৰে বিভাজ্যতা**

   এটা সংখ্যা 11 ৰে বিভাজ্য হ'ব যদি সংখ্যাটোত যুগ্ম আৰু অযুগ্ম স্থানবোৰত থকা অংকবোৰৰ বেলেগে বেলেগে লোৱা সমষ্টি দুটাৰ পাৰ্থক্য 0 বা 11 ৰে বিভাজ্য হয়।

6. সংখ্যাৰে খেলিব পৰা কিছুমান খেল।
7. অংকৰ সলনি আখৰৰ খেল।

❑❑❑

Copyright SCERT, Assam not to be republished

উত্তৰমালা

অনুশীলনী 1.1

1. (i) সত্য (ii) অসত্য (iii) অসত্য (iv) সত্য (v) সত্য (vi) সত্য
(vii) অসত্য (viii) অসত্য (ix) অসত্য (x) সত্য

2. (i) $\frac{7}{9}$ (ii) – 3 (iii) $\frac{2}{8}$ (iv) $\frac{19}{7}$ (v) $\frac{a}{c}$

3. $\frac{20}{11}$ আৰু $-\frac{5}{6}$

4. (i) $-\frac{1}{13}$ (ii) $\frac{63}{8}$ (iii) $-\frac{5}{4}$ (iv) – 1
(v) $\frac{5}{2n}$

5. নহয়, যিহেতু $-1\frac{2}{3} \times \frac{5}{3} \neq 1$

6. 1, –1

7. $-\frac{9}{4}$ আৰু $\frac{16}{11}$

8. (i) $\frac{3}{2}$, (ii) $-\frac{12}{5}$

9. 1 আৰু –1

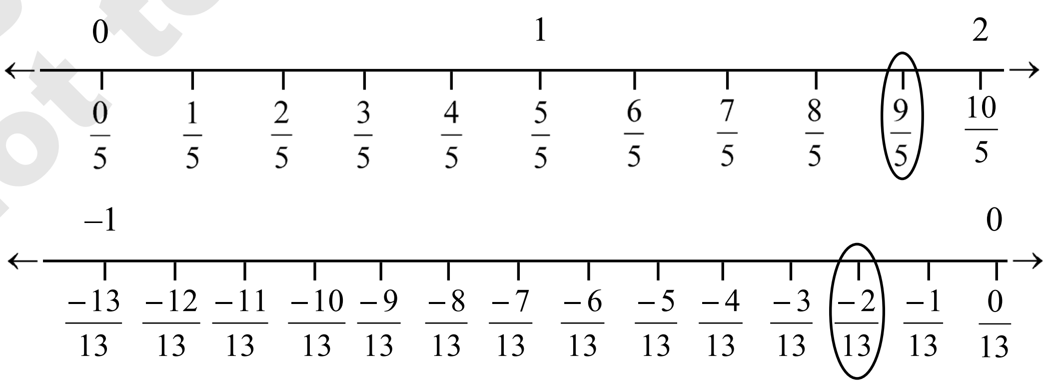
10. $\frac{-5}{2}$

11. (i) ক্ৰম বিনিময় ধৰ্ম (ii) যোগাত্মক অভেদ (iii) গুণাত্মক অভেদ

12. (i) $\frac{61}{35}$ (ii) $\frac{21440}{33}$ (iii) $\frac{21}{40}$ (iv) $\frac{1}{5}$ (v) $\frac{11}{6}$ (vi) $\frac{-64}{315}$
(vii) $-\frac{1}{2}$

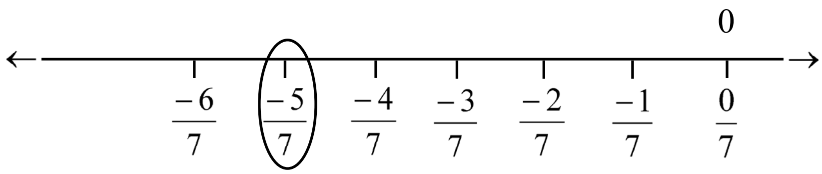
অনুশীলনী 1.2

1. (i)

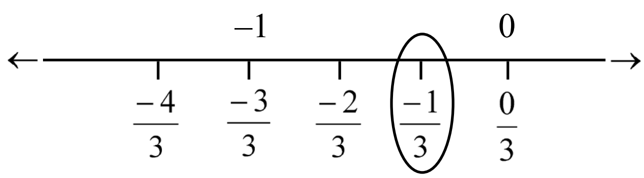


Copyright SCERT, Assam not to be republished

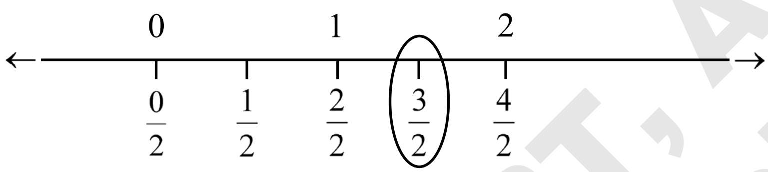
(ii)



(iii)



(iv)



(v)

অনুশীলনী 2.1

1. (i) 4 (ii) 3 (iii) 2 (iv) 49
   (v) 1 (vi) – 60 (vii) 1 (viii) $\frac{11}{8}$
   (xi) $\frac{21}{2}$ (x) $-\frac{1}{12}$ (xi) $-\frac{2}{3}$ (xii) $\frac{2}{3}$

2. (i) $x = 2$ (ii) $y = -1$ (iii) $y = 5$ (iv) $x = 1$
   (v) $x = \frac{1}{3}$ (vi) $p = 4$

3. (i) –3 (ii) – 9 (iii) $\frac{10}{11}$ (iv) – 25
   (v) 7 (vi) 4 (vii) – 7 (viii) 1
   (xi) 36 (x) $-\frac{7}{2}$ (xi) 19 (xii) $\frac{4}{3}$
   (xiii) 9 (xiv) $-\frac{10}{3}$ (xv) $\frac{6}{5}$ (xvi) –20

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

অনুশীলনী 2.2

1. 30, 42
2. 14, 15, 16
3. 2500 টকা, 5000 টকা আৰু 10,000 টকা
4. দীঘ = 94 মিটাৰ, প্ৰস্থ = 46 মিটাৰ
5. 45
6. 8 চে মি, 10 চে মি, 11 চে মি
7. 12
8. 15, 16, 17
9. 12, 13, 14
10. 6 বছৰ
11. ৰাজ 40 বছৰ, ৰশ্মি 20 বছৰ
12. 50 টকীয়া 4 খন, 20 টকীয়া 15 খন
13. 26
14. 45
15. $-\frac{1}{10}$
16. 5 ঘণ্টা
17. 320 টকা
18. $\frac{5}{9}$
19. $\frac{2}{7}$
20. ৰোহণ 12 বছৰ, মাক 37 বছৰ
21. 100000 টকা
22. 725

MCQ

1. (c)	2. (c)	3. (d)	4. (b)	5. (b)
6. (a)	7. (b)	8. (d)	9. (b)	10. (c)
11. (b)	12. (d)	13. (b)	14. (a)	15. (c)

অনুশীলনী 3.1

2. (i) 9 (ii) 20 (iii) 27 (iv) 35
3. (i) 720°, 120° (ii) 1260°, 140° (iii) 1800°, 150°
4. (i) 105° (ii) $a = 108^{\circ}$, $b = 72^{\circ}$ (iii) $a = 150^{\circ}$, $b = 100^{\circ}$ (iv) $a = 60^{\circ}$, $b = 50^{\circ}$ (v) $a = 30^{\circ}$, $b = 110^{\circ}$
5. 12
6. 18°
7. (i) 6 (ii) 10 (iii) 15 (iv) 8 (v) 24
8. (i) 1800° (ii) 2160° (iii) 3240° (iv) 3960° (v) 4140°
9. (i) সঁচা (ii) মিছা (iii) মিছা (iv) সঁচা (v) সঁচা

© Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অনুশীলনী 3.2

1. (i) 9 = 95° (ii) a = 75°, b = 105°, c =75° (iii) a = 30°, b = 30°
   (iv) a = 6, b = 4 (v) a = 17, b = 8, c = 15 (vi) a = 115°, b = 75°, c = 115°
   (vii) x = 5, y = 5 (viii) 18 (ix) 21
   (x) 37° (xi) x = y = 56° (xii) x = 80°
2. 80°, 100°, 80°, 100°
3. 75°, 105°, 75°, 105°
4. b = 83°
5. x = 2, AC=10
6. x = 5, AO=8 BO =8
7. x = 15°
8. 70
9. 56°, 124°, 56°, 124°
10. 9 চে মি
11. DC = AD = 13
12. 8
15. 90°
16. 60°, 80°, 100°, 120°

অনুশীলনী 5.1

1.

ৰঙৰ নাম	দাগচিহ্ন	বাৰংবাৰতা
W	𝍸 𝍸 |	11
R	𝍸 𝍸 |	11
B	𝍸 𝍸 ||||	14
Y	𝍸 𝍸	10
	মুঠ	46

দণ্ডলেখডাল নিজে অংকন কৰা।

2.

শ্ৰেণী অন্তৰাল	দাগচিহ্ন	বাৰংবাৰতা
110 - 120	||||	4
120 - 130	𝍸 |	6
130 - 140	|||	3
140 - 150	𝍸 𝍸	10
150 - 160	|||	3
160 - 170	|	1
170 - 180	𝍸	5
180 - 190	|||	3
	মুঠ	35

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

3. (i) 140-150 (ii) 12 জন (iii) 130-140, 150-160 আৰু 180-190

4. (i) 4-5 ঘণ্টা (ii) 24 জন (iii) 22 জন

5.

উচ্চতা	দাগচিহ্ন	বাৰংবাৰতা
135 - 145	卌 卌 |	11
145 - 155	卌 ||	7
155 - 165	卌 |||	8
165 - 175	||	2
175 - 185	||	2
	মুঠ	30

অনুশীলনী 5.2

1. ক্রিকেট = 120^0, ফুটবল = 120^0, কাবাডী = 72^0, বেডমিণ্টন = 60^0

2. (i) 250 জন (ii) 50 (iii) চাইকেল

3.

ষষ্ঠ	60^0
সপ্তম	70^0
অষ্টম	100^0
নৱম	40^0
দশম	90^0

4. (i) 30 জন (ii) গল্প, 45 জন (iii) 76 জন

5. আম = 108^0, কঁঠাল = 180^0, মধুৰিয়াম = 72^0

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

অনুশীলনী 5.3

1. (i) প্ৰাপ্ত হ'ব পৰা ফলসমূহ a, b, c আৰু d ৰ যিকোনো এটা হ'ব পাৰে।
   (ii) প্ৰাপ্ত হ'ব পৰা ফলসমূহ এনেধৰণৰ হ'ব —
   a আৰু b, a আৰু c, a আৰু d, b আৰু c, b আৰু d, c আৰু d
2. মুণ্ড আৰু মুণ্ড, মুণ্ড আৰু পুচ্ছ, পুচ্ছ আৰু মুণ্ড, পুচ্ছ আৰু পুচ্ছ।
3. (i) বেগুণীয়া পেঞ্চিল পোৱাৰ সম্ভাৱিতা $\frac{1}{3}$, (ii) নীলা পেঞ্চিল পোৱাৰ সম্ভাৱিতা $\frac{1}{4}$
4. (i) 1, 4, (ii) 3, 5, (iii) ঘটনা যাৰ কোনো প্ৰাপ্ত ফল নাই, (iv) 2, 3, 5 (v) 3, 5 (vi) 2
5. (i) ৰঙা মাৰ্বল পোৱাৰ সম্ভাৱিতা $\frac{1}{2}$
   (ii) নীলা মাৰ্বল পোৱাৰ সম্ভাৱিতা $\frac{1}{3}$
   (iii) হালধীয়া মাৰ্বল পোৱাৰ সম্ভাৱিতা $\frac{1}{6}$
   (iv) নীলা বা হালধীয়া মাৰ্বল পোৱাৰ সম্ভাৱিতা $\frac{1}{2}$

অনুশীলনী 6.1

1. 14 টা   2. (i) 1   (ii) 1   (iii) 5   (iv) 0   (v) 9
3. সংখ্যা এটাৰ এককৰ স্থানত 2, 3, 7 বা 8 থাকিলে বৰ্গ সংখ্যা হ'ব নোৱাৰে।
   (v) 0 ৰ সংখ্যা অযুগ্ম হোৱা বাবে।
5. (i) $4^2 = 16$ (ii) $8^2 = 64$ (iii) $13^2 = 169$
6. $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11$

অনুশীলনী 6.2

1. (i) 1225   (ii) 3025   (iii) 9025
3. 10, 24, 26

অনুশীলনী 6.3

1. (i) সত্য   (ii) সত্য   (iii) অসত্য   (iv) সত্য
2. (i) 1 বা 9   (ii) 4 বা 6   (iii) 5   (iv) 0
3. (i) 16   (ii) 27   (iii) 88   (iv) 72
   (v) 110   (vi) 77   (vii) 94   (viii) 65
4. (i) 15   (ii) 5   (iii) 6   (iv) 7
5. (i) 30   (ii) 3
6. (i) 7, 24   (ii) 2, 168
7. 32, 32
8. 7 টা

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অনুশীলনী 6.4

1. (i) 2 (ii) 3 (iii) 4
2. (i) 26 (ii) 29 (iii) 34 (iv) 45 (v) 52
   (vi) 67 (vii) 90 (viii) 121 (ix) 123 (x) 148
3. (i) 7.2 (ii) 8.9 (iii) 9.9
   (iv) 1.2 (v) 2.5 (vi) 31.2
4. 7 মিটাৰ
5. 33 টা
6. (i) 5 (ii) 14 (iii) 25 (iv) 9
7. (i) 41 (ii) 6 (iii) 1 (iv) 21
8. 4624

অনুশীলনী 7.1

1. (a) পূর্ণ ঘন নহয় (b) পূর্ণ ঘন হয় (c) পূর্ণ ঘন নহয়
   (d) পূর্ণ ঘন হয় (e) পূর্ণ ঘন নহয় (f) পূর্ণ ঘন হয়
2. (a) 5 (b) 2 (c) 10 (d) 3
3. (a) 7 (b) 2 (c) 9 (d) 100
4. (a) 2 ৰে হৰণ (b) 5 ৰে পূৰণ (c) 2 ৰে পূৰণ (d) 3 ৰে হৰণ (e) 7 ৰে হৰণ

অনুশীলনী 7.2

1. (i) (c) (ii) (b) (iii) (b) (iv) (b) (v) (c)
2. (i) 5 (ii) 7 (iii) 14 (iv) 22 (v) 16
   (vi) 33 (vii) 60 (viii) 21 (ix) 28 (x) 19

অনুশীলনী 8.1

1. লাভ = 10 টকা, শতকৰা লাভ = 4%
2. 69 টকা
3. 16875 টকা
4. 20% লোকচান
5. 5600 টকা
6. 6% লোকচান
7. কিনাদাম = 826.32 টকা
8. 10% লাভ
9. 1% লোকচান

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

অনুশীলনী 8.2

1. 1800 টকা
2. 211.11 টকা প্ৰায়
3. 10%
4. 16.7%
5. 1400 টকা
6. 13.04%
7. 750 টকা
8. 12.5%
9. 3000 টকা
10. বেচা দাম = 336 টকা মুঠ ৰেহাই = 44%
11. 4,73,550 টকা
12. 30%
13. 1550 টকা

অনুশীলনী 8.3

1. সবৃদ্ধিমূল = 318.27 টকা মিশ্ৰসুত = 18.27 টকা
2. সবৃদ্ধিমূল = 4244.80 টকা মিশ্ৰসুত = 244.80 টকা
3. সবৃদ্ধিমূল = 10816.00 টকা মিশ্ৰসুত = 816.00 টকা
4. সবৃদ্ধিমূল = 7649.00 টকা মিশ্ৰসুত = 649.00 টকা
5. সবৃদ্ধিমূল = 1815.00 টকা মিশ্ৰসুত = 315.00 টকা
6. সবৃদ্ধিমূল = 1041.86 টকা মিশ্ৰসুত = 141.86 টকা
7. মিশ্ৰসুত = 122.41 টকা

অনুশীলনী 8.4

1. সবৃদ্ধিমূল = 318.27 টকা মিশ্ৰসুত = 18.27 টকা
2. সবৃদ্ধিমূল = 4244.80 টকা মিশ্ৰসুত = 244.80 টকা
3. সবৃদ্ধিমূল = 10816.00 টকা মিশ্ৰসুত = 816.00 টকা
4. সবৃদ্ধিমূল = 7649.00 টকা মিশ্ৰসুত = 649.00 টকা
5. সবৃদ্ধিমূল = 1815.00 টকা মিশ্ৰসুত = 315.00 টকা
6. সবৃদ্ধিমূল = 1041.86 টকা মিশ্ৰসুত = 141.86 টকা
7. মিশ্ৰসুত = 30.30 টকা
8. মিশ্ৰসুত = 122.41 টকা
9. মূলধন = 4160.50 টকা
10. সুতৰ হাৰ = $4\frac{1}{6}\%$ টকা
11. সুতৰ হাৰ = 25%
12. সুতৰ পাৰ্থক্য = 5 টকা
13. মূলধন = 625 টকা
14. সুতমূল = 5463.12 টকা

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অনুশীলনী 8.5

1. বাট্টাৰ পৰিমাণ = 12,000 টকা, বিক্ৰীমূল্য = 48,000 টকা, চি জি এছ টি = 0, এছ জি এছ টি = 0, আই জি এছ টি = 48,000 ৰ 28% = 13,440 টকা আৰু বিলৰ পৰিমাণ = 61,440 টকা
2. বিক্ৰীমূল্য =63,000 টকা, এছ জি এছ টি 5670 টকা, চি জি এছ টি 5670 টকা, আই জি এছ টি 0, বিলৰ পৰিমাণ = 74,340 টকা।
3.

সামগ্ৰী	সামগ্ৰীৰ সংখ্যা	সৰ্বোচ্চ খুচুৰা মূল্য (MRP)	মুঠ (MRP)	ৰেহাই	ৰেহাইৰ পৰিমাণ	বিক্ৰীমূল্য	চি জি এছ টি 2.5%	এছ জি এছ টি 2.5%
A	12	50	600	10%	60	540	13.50	13.50
B	30	60	1800	15%	270	1530	38.25	38.25
C	10	35	350	12%	42	308	7.70	7.70
D	6	15	90	10%	9	81	2.025	2.025
						2459	61.475	61.475

বিলৰ পৰিমাণ = বিক্ৰীমূল্য + চি জি এছ টি + এছ জি এছ টি

= 2459 + 61.475 + 61.475 = 2581.95 টকা = 2582 টকা

অনুশীলনী 9.1

1. (i) $22x^3y^3$ (ii) $45a^3x^2$
   (iii) $-45p^4q^6$ (iv) $15x^3 + 24x$
   (v) $12y^3 - \frac{2}{3}y^2$ (vi) $-8a^4 - 24a^3b - 16a^3c$
   (vii) $-6m^3n^2 + 4m^2n^2$ (viii) $99x^3 + 44x^2 + 33x$
   (ix) $21b^4 - 7ab^3 - 140a^2b^2$ (x) $3x^4y^3 + 3x^4y^5 - 6x^3y^2$
2. (i) $3x^4y + 2x^2y^2 - y^3$ (ii) $14x^2 + 45xy - 14y^2$
   (iii) $\frac{1}{4}a^5 + \frac{1}{6}a^2b^2 + 3a^3b + 2b^3$
   (iv) $3.75x^2 - 8.5xy + 3.75y^2$
   (v) $6x^3 + 11x^2y + 4xy^2 + 12y^2 + 9xy$
   (vi) $2x^6y^5 - 2x^4y^3 + 2x^2y^2 + 5x^7y^4 - 5x^5y^2 + 5x^3y$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

(vii) $3a^5b^5 + 6a^6b^5c^3 - 22a^3b^3c - 8a^4b^3c^4 + 24abc^2$

(viii) $12x^5y^2 - 15x^4y^3 + 9x^4y^2 - 8x^2y + 10xy^2 - 6xy$

(ix) $10x^2 + 6y^2 + 19xy + 2yz + 5zx + 2x + 3y + z$

(x) $9x^6 - 4y^4 + 4y^2z - z^2$

3. (i) $15x^2 + 14x$ (ii) $-4m^2n - 6m^3n$

(iii) $24a + 32b + 5$ (iv) $8x^3 + x^2 - 9x$

4. (i) $-p^2 + q^4 + 15$ (ii) $a^3 + 2b^3$

(iii) $y^5 + 5xy^2 + y^3$ (iv) $\frac{1}{9}xy^3$

(v) $2y^4 - 2y^2 - 2y - 1$ (vi) $3l^2 - 6.01lm + 1.5l - 0.5m^2 + 4m$

অনুশীলনী 9.2

1. (i) $x^2 + 12x + 35$ (ii) $49x^2 + 56xy + 12y^2$

(iii) $16x^6 + 72x^3 + 80$ (iv) $16k^4 - 40k^3 + 21k^2$

(v) $\frac{a^2}{4} + \frac{a}{8} - \frac{1}{8}$ (vi) $\frac{n^4}{25} + \frac{n^2}{5} - 0.96$

(vii) 9506 (viii) 252003

2. (i) $x^2 + 10x + 25$ (ii) $25x^2 + 40xy + 16y^2$

(iii) $9a^6 + 24x^5 + 16a^4$ (iv) $9x^2 + \frac{1}{9x^2} + 2$

(v) $\frac{p^2}{q^2} + \frac{q^2}{p^2} + 2$ (vi) 252004

(vii) 90.25 (viii) $17\frac{1}{64}$

3. (i) $x^2 - 14x + 49$ (ii) $36x^2 - 60x + 25$

(iii) $100x^4 - 60x^2y + 9y^2$ (iv) $p^4 - 2p^2q^2 + q^4$

(v) $a^4x^2 - 2a^3x^3 + a^2x^4$ (vi) $x^4 + \frac{1}{x^4} - 2$

(vii) 87616 (viii) 3996001

4. (i) $y^2 - 121$ (ii) $4x^2 - 9$

(iii) $m^4 - 36$ (iv) $a^2x^4 - b^2y^2$

(v) $1 - x^{2m}$ (vi) 3599

(vii) 9964 (viii) 80.75

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

5. (i) $9x^2 - 30xm + 25m^2$ (ii) $16m^2 + 20m + 6$
(iii) $16n^2 + 72n + 81$ (iv) $36x^2 + 20x + 1$
(v) $16a^2b^2 - c^2$ (vi) $\frac{x^2}{4}$
(vii) $\frac{a^4}{4}+\frac{a^2b^2}{4}+\frac{b^4}{16}$ (viii) $0.25x^4 - 0.2x^2y^2 + 0.04y^4$
(ix) $y^6 - 81x^4$ (x) $\frac{y^4}{4}+y^2-24$
(xi) $49x^4 + \frac{14}{3}x^2+\frac{1}{9}$ (xii) $x^2 + y^2 - z^2 + 2xy$
(xiii) 1000998 (xiv) 104.04
(xv) 6241 (xvi) 35.96

6. (i) $2x^2 + 3 + \frac{1}{x^2}$ (ii) $8lm$
(iii) $a^4b^2 - 4a^3b^3 + a^2b^4$ (iv) 0
(v) $-100ab$ (vi) $20p^4 - 20p^2q^2$
(vii) $3x^2 + 10$ (viii) $\frac{28}{9}x^2+3xy$
(ix) $\frac{4x^2}{25}$ (x) 9
(xi) 3 (xii) 8

8. (i) $(x^2 + 13x + 40)$ বৰ্গ মিটাৰ
(ii) $(4x^2 + x + \frac{1}{16})$ বৰ্গ মিটাৰ
(iii) $(10x + 25)$ বৰ্গ মিটাৰ
(iv) 49755 টকা
(v) 89559 বৰ্গ মিটাৰ
(vi) 7, 47
(vii) 6, 34
(viii) 12

© SCERT, Assam not to be republished

অনুশীলনী 10.1

(*a*)	(i) সন্মুখৰ দৃশ্য	(ii) পাৰ্শ্ব দৃশ্য	(iii) ওপৰৰ দৃশ্য
(*b*)	(i) সন্মুখৰ দৃশ্য	(ii) পাৰ্শ্ব দৃশ্য	(iii) ওপৰৰ দৃশ্য
(*c*)	(i) ওপৰৰ দৃশ্য	(ii) পাৰ্শ্ব দৃশ্য	(iii) সন্মুখৰ দৃশ্য
(*d*)	(i) ওপৰৰ দৃশ্য	(ii) পাৰ্শ্ব দৃশ্য	(iii) সন্মুখৰ দৃশ্য
(*e*)	(i) সন্মুখৰ দৃশ্য	(ii) ওপৰৰ দৃশ্য	(iii) পাৰ্শ্ব দৃশ্য
(*f*)	(i) সম্পূৰ্ণ দগাটোৰ দৃশ্য	(ii) ওপৰৰ দৃশ্য	(iii) সন্মুখৰ দৃশ্য
(*g*)	(i) সম্পূৰ্ণ ঘৰটোৰ দৃশ্য	(ii) পাৰ্শ্ব দৃশ্য	(iii) সন্মুখৰ দৃশ্য
	(iv) ওপৰৰ দৃশ্য		
(*h*)	(i) সম্পূৰ্ণ ডাষ্টবিনৰ দৃশ্য	(ii) ওপৰৰ দৃশ্য	

অনুশীলনী 10.2

1. 30   2. 8

অনুশীলনী 11.1

1.(a) 36 বৰ্গ চে মি   1.(b) 130 বৰ্গ চে মি   2. 7 চে মি   3. 195 বৰ্গ মি

4. 70 বৰ্গ চে মি   5. 20 চে মি   6. 72 বৰ্গ চে মি   7. 6.2 চে মি

8. 44 মি   9. 51 বৰ্গ চে মি   10. 4 চে মি   11. 1300 বৰ্গ চেমি   12. (a) 49 বৰ্গ চে মি

12.(b) 101 বৰ্গ চেমি   12.(c) 462 বৰ্গ চেমি   12.(d) 91.5 বৰ্গ চে মি   12.(e) 770 বৰ্গ চে মি

13. 24 বৰ্গ চে মি   14. 120 বৰ্গ চে মি   15. 6 চে মি   16. 10 চে মি আৰু 20 চে মি

অনুশীলনী 11.2

1. 4374 বৰ্গ চে মি   2. 90 বৰ্গ মি   3. 10 বৰ্গ মি   4. 144 মি

5. 1188 টকা   6. 240 বৰ্গ চে মি   7. 350 বৰ্গ চে মি   8. 1 চে মি

9. 1408 টকা   10. 302.5 বৰ্গ চে মি   11. 3696 টকা

অনুশীলনী 11.3

1. 2 মিটাৰ   2. 10 চে মি   3. 5 চে মি   4. 450 টা

5. 594 ঘন মিটাৰ   6. $22\frac{1}{2}$ ঘণ্টা বা 22 ঘণ্টা 30 মিনিট   7. 11200 চে মি বা 112 মিটাৰ

8. 5 চে মি   9. 6 মিটাৰ   10. 12000 লিটাৰ   11. 34650 ঘন চে মি

12. 2 : 1   13. 22680 লিটাৰ   14. ব্যাসাৰ্ধ = 7 চে মি, আয়তন = 2156 ঘন চে মি

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

অনুশীলনী 12.1

1. (i) $\frac{1}{125}$ (ii) $\frac{1}{16}$ (iii) $\frac{1}{-64}$ (iv) $-\frac{3125}{16807}$ (v) $-\frac{16807}{3125}$ (vi) $\frac{1}{6561}$

2. (i) $\left(\frac{7}{5}\right)^3$ (ii) $\frac{1}{2^5 \times 3^2}$ (iii) $\left(-\frac{3}{7}\right)^3$

   (iv) $\left(-\frac{5}{6}\right)^3$ (v) $-\frac{3^3}{2^4 \times 7^2}$ (vi) $\frac{2^7}{3^4}$

3. (i) 3^4 (ii) $-\frac{1}{2^5 \times 3}$ (iii) $\frac{1}{5^{10}}$ (iv) $\frac{1}{3^5 \times 2^{15}}$

4. (i) $-\frac{49}{30375}$ (ii) 54 (iii) 40

   (iv) 1 (v) $\frac{1}{60}$ (vi) 729

5. (i) 3^{-4} (ii) $\left(\frac{3}{2}\right)^6$ (iii) $\left(-\frac{9}{4}\right)^{10}$

   (iv) $\left(\frac{3}{4}\right)^5$ (v) $\left(-\frac{2}{3}\right)^7$ (vi) $\left(\frac{3}{8}\right)^4$

6. (i) $\left(-\frac{4}{5}\right)^6$ (ii) $\left(\frac{3}{5}\right)^5$ (iii) $\left(-\frac{5}{3}\right)$

   (iv) $\left(\frac{2}{3}\right)^{24}$ (v) $\frac{1}{3^8}$

7. (i) 1 (ii) 2 (iii) 10 (iv) 2

8. (i) $3^3 \times 5^5$ (ii) 3^{10k-4} (iii) 5^5 (iv) $\frac{5^4 \times l^4}{2}$ (v) 1

9. (i) $1 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2} + 8 \times 10^{-3}$

   (ii) $3 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 2 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1} + 9 \times 10^{-2}$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অনুশীলনী 12.2

1. (i) 3.57×10^7 (ii) 7.0503×10^8 (iii) 3.78×10^4
   (iv) 5.3628×10^9 (v) 4.0032×10^8
2. (i) 3.82×10^{-8} (ii) 9.057×10^{-8} (iii) 7.56×10^{-6}
   (iv) 2.3×10^{-6} (v) 3.14×10^{-7}
3. (i) 702000 (ii) 39720000 (iii) 100100000
   (iv) 0.00000003 (v) 0.0000021 (vi) 0.0000309
4. (i) 3×10^5 কি মি (ii) 1.4335×10^{12} মি (iii) 6.023×10^{23}
   (iv) 1.5×10^{-8} চে মি (v) 5×10^{-7} মি (vi) 3.2×10^{-6} মি
   (vii) 1×10^{-6} মি
5. (i) $8.75 \times 10^5 < 8.75 \times 10^7 < 9.25 \times 10^6 < 9.42 \times 10^6$
6. (i) 3.542×10^{11} (ii) 6.633×10^8
7. (i) 6.4385×10^8 (ii) 3.7224×10^7

অনুশীলনী 13.1

1. (i) হয় (ii) নহয় (iii) নহয়
2.

সময়ৰ ম্যাদ	1 বছৰ	2 বছৰ	3 বছৰ
সৰল সুত	80	160	240
চক্ৰবৃদ্ধি সুত	80	166.40	259.71

সৰল সুত সময়ৰ লগত প্ৰত্যক্ষ সমানুপাতিক।

3. (i) 45 কি মি (ii) 75 কি মি (iii) 20 কি মি
4. 162.5 কি মি 5. 1190 কি মি 6. মেৰীয়ে 7. 700 বটল
8. 21 চে মি 9. (i) 6 মি (ii) 8 মি 75 চে মি 10. 4 চে মি।

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অনুশীলনী 13.2

1. (i) হয় (ii) হয় (iii) হয়
2. 5 দিন
3. (i) 72 দিন (ii) 20 দিন (iii) 15 দিন
4. 1 ঘণ্টা 36 মিনিট
5. 168 জন
6. 36 দিন
7. 200 দিন
8. (i) 14 দিন (ii) 14 জন মানুহ

বহুবিকল্প প্ৰশ্ন (MCQ)

1. (a) 2. (b) 3. (c) 4. (c) 5. (b) 6. (a) 7. (c) 8. (d)

অনুশীলনী 14.1

1. (i) $xy(3x+5)$ (ii) $5xy(2x-y)$ (iii) $7abc(a-3b+2)$
2. (i) $(a+b)(a+6)$ (ii) $(a+b)(a+c)$ (iii) $(1-x)(1+x^2)$
   (iv) $(a+1)(b+1)$ (v) $(a-b)(4x+3y)$
3. (i) $(x+6)(x-6)$ (ii) $(3x+5)(3x+5)$ (iii) $(4a-11)(4a+11)$
   (iv) $11(x+2)(x+2)$ (v) $(x-3)(x+3)(x^2+9)$
   (vi) $(2+x-y)(2-x+y)$ (vii) $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$
   (viii) $(a-b)(a-b)(a+b)$
4. (i) $(x+4)(x+4)$ (ii) $(x+5)(3-x)$ (iii) $(x-2)(x+10)$
   (iv) $(x-1)(x+3)$ (v) $(a-6)(a+2)$ (vi) $(x-8)(x-13)$
   (vii) $2(x+4)(x+5)$ (viii) $(l-6)(l-7)$ (ix) $(4-a)(a+5)$
5. (i) $(x+2)(3x+2)$ (ii) $(m+3)(2m+1)$ (iii) $(p+4)(2p-7)$
   (iv) $(3a-1)(3a+8)$ (v) $(4y-3)(y+7)$ (vi) $3m^2(m^2-5n)(m^2+3n)$
   (vii) $(1-3x)(2x+1)$ (viii) $(2a+3b)(3a-b)$
6. (i) $(3x+4)(3x+1)$ (ii) $(3y-2)(4y-3)$ (iii) $(3m-5)(2m+3)$

উত্তৰমালা

© Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অনুশীলনী 14.2

1. (i) x^3 (ii) $2p^2$ (iii) $-\frac{9m^2}{n}$

   (iv) $\frac{4}{3}pqr^3$ (v) $\frac{-12a^4}{17b^2}$

2. (i) $5y-3$ (ii) $\frac{5}{2}a^4-2a^2+\frac{3}{2}$ (iii) $qr^2-2+3pqr^2$

   (iv) $x^2-\frac{bx}{a}-\frac{c}{a}$ (v) n^3-m^3

3. (i) 3 (ii) 20 m (iii) $\frac{14pq}{11}$

   (iv) $1092xyz$

4. (i) $x-5$ (ii) 4 (iii) $9(p-1)$

   (iv) $\frac{p+q}{2}$ (v) $-(x+3)(x^2+9)$ (vi) $x+7$

   (vii) $m+9$ (viii) $4y-3$ (ix) $4u+21$

   (x) $4y(5y-7)$

5. (i) $\frac{9x^2}{9x^2}=1$ (ii) $\frac{3x+2}{3x}$ (iii) $\frac{4x^2+1}{4x^2}$

   $=\frac{3x}{3x}+\frac{2}{3x}$ $=\frac{4x^2}{4x^2}+\frac{1}{4x^2}$

   $=1+\frac{2}{3x}$ $=1+\frac{1}{4x^2}$

   (iv) $\frac{7x+5}{5}$ (v) $\frac{4x^2+8x+4}{4}$

   $=\frac{7x}{5}+\frac{5}{5}$ $=\frac{4x^2}{4}+\frac{8x}{4}+\frac{4}{4}$

   $=\frac{7x}{5}+1$ $=x^2+2x+1$

Copyright, SCERT, Assam not to be republished

অনুশীলনী 15.1

1. (i) X অক্ষই সময় আৰু Y অক্ষই অতিক্ৰম কৰা দূৰত্বৰ নিৰ্দেশ কৰিছে।
   (ii) 8 ঘণ্টাত 375 কি মি (iii) দুপৰীয়া 12 বজাৰ পৰা 1 PM ৰ ভিতৰত
   (iv) বৈছিল, 1 ঘণ্টা (v) 7 AM ৰ পৰা 11 AM আৰু 1 PM পৰা 2 PM
2. (i) এঘৰ গৃহস্থীৰ যোৱা ছমাহৰ বিদ্যুতৰ বিল (ii) বিদ্যুতৰ ইউনিট
   (iii) জুন মাহত (iv) ছেপ্টেম্বৰ মাহ (v) এপ্ৰিল আৰু আগষ্ট মাহ।
3. (i) 7 টা (ii) ফুটবল (iii) বেডমিণ্টন
   (iv) কাবাডী আৰু জাঁপ (10 জন), দৌৰ আৰু সংগীত চকী (15 জন)
4. (i) সাতবাৰৰ নাম (ii) শনিবাৰ (iii) বৃহস্পতিবাৰ (iv) 60 টা

অনুশীলনী 15.2

1. (i) ভূজ = 0, কোটি = 4 (ii) ভূজ = 5, কোটি = 9
   (iii) ভূজ = 5, কোটি = 0 (iv) ভূজ = 7, কোটি = 7
2. (i) X অক্ষত (ii) Y অক্ষত
   (iii) X অক্ষত (iv) Y অক্ষত
4. (i) X অক্ষত (8, 0) আৰু Y অক্ষত (0, 8)
5. A (1, 1), B (4, 1), C (4, 3), D (1, 3),
   E (6, 1), F (9, 1), G (9, 4), H (6, 4),
   L (8, 5), M (12, 5), N (10, 8), P (1, 6),
   Q (5, 6), S (3, 8)
6. (i) অশুদ্ধ, (5, 0) বিন্দুটো X অক্ষত থাকিব (ii) শুদ্ধ (iii) শুদ্ধ

অনুশীলনী15.3

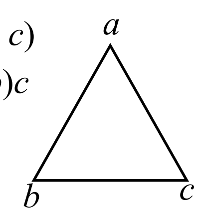
1. (b) (i) 6 ঘণ্টা (ii) 250 কি মি (c) (i) 40 টকা (ii) 1200 টকা

অনুশীলনী 16.1

1. (ii) 5 (iii) 2 (iv) 3 (v) 2, 3, 9 (vi) 2, 3
2. (i) 4, 6 (ii) 11 (iii) 4, 6, 8 (iv) 11 (v) 4
3. (ii) 7 (iii) 13 4. (i) 2, 5, 8 (ii) 8 5. 2

অনুশীলনী 16.2

1. কৌশলটো = $a(b + c)$
2. কৌশলটো = $(a - b)c$
3. কৌশলটো = $\frac{abc}{10}$



অনুশীলনী 16.3

1. (i) A = 5, B = 1 (ii) A = 5 (iii) A = 4, B = 6
   (iv) A = 7, B = 3 (v) A=2, B=5, C=9 (vi) A=5, B=6, C=1
   (vii) A=5, B=0, C=1 (viii) A = 5, B = 2 (ix) A=9, B=8, C=5
   (x) A = 7, B = 4 (xi) A=5, B=0, C=2 (xii) A=2, B=5, C=6

❑❑❑

Copyright, SCERT, Assam
not to be republished

পাঠ্যপুথি প্ৰস্তুতকৰণত জড়িত ব্যক্তিসকল

পাঠ প্ৰস্তুতকৰণ ঃ

ড° ৰাম চন্দ্ৰ ডেকা — অৱসৰপ্ৰাপ্ত মুৰব্বী অধ্যাপক, গণিত বিভাগ, প্ৰাগজ্যোতিষ মহাবিদ্যালয়
ড° প্ৰবীণ দাস — অৱসৰপ্ৰাপ্ত সহযোগী অধ্যাপক, গণিত বিভাগ, আৰ্য বিদ্যাপীঠ মহাবিদ্যালয়
ড° দিব্যজ্যোতি মহন্ত — ডীন, অধ্যয়ন কেন্দ্ৰ, কৃষ্ণকান্ত সন্দিকৈ মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়
বিপুল খাউণ্ড — অৱসৰপ্ৰাপ্ত জ্যেষ্ঠ প্ৰবক্তা, জিলা শিক্ষা আৰু প্ৰশিক্ষণ প্ৰতিষ্ঠান, শোণিতপুৰ
ড° ৰীতা দেৱী — জ্যেষ্ঠ প্ৰবক্তা, জিলা শিক্ষা আৰু প্ৰশিক্ষণ প্ৰতিষ্ঠান, কামৰূপ
ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মা — সহযোগী অধ্যাপক, ৰাধা গোবিন্দ বৰুৱা মহাবিদ্যালয়
মনোজ কুমাৰ শৰ্মা — সহকাৰী অধ্যাপক, গুৱাহাটী মহাবিদ্যালয়
বীৰব্ৰত দাস চৌধুৰী — প্ৰবক্তা, বঙাইগাঁও অভিযান্ত্ৰিক প্ৰতিষ্ঠান
মীনাক্ষী বুঢ়াগোহাঁই — প্ৰবক্তা, শিক্ষক শিক্ষণ মহাবিদ্যালয়, গোলাঘাট
মুকেশ শৰ্মা — উপ-সঞ্চালক, ৰাজ্যিক শিক্ষা গৱেষণা আৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ, অসম
কাকলি পেগু — প্ৰবক্তা, জিলা শিক্ষা আৰু প্ৰশিক্ষণ প্ৰতিষ্ঠান, ধেমাজি
ৰাণু বৰগোহাঁই — অৱসৰপ্ৰাপ্ত শিক্ষয়িত্ৰী, টি চি চৰকাৰী উঃ মাঃ বহুমুখী বালিকা বিদ্যালয়, গুৱাহাটী
প্ৰতুল কুমাৰ শৰ্মা — প্ৰধান শিক্ষক (ভাৰপ্ৰাপ্ত), লালসিং একাডেমী হাইস্কুল, গুৱাহাটী
খনীন্দ্ৰ বৰ্মন — শিক্ষক, বেতকুছি উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, গুৱাহাটী
কাকলি বৰঠাকুৰ — শিক্ষয়িত্ৰী, তৰাজান উচ্চ মাধ্যমিক বিদ্যালয়, যোৰহাট
তিলক কুমাৰ মহন্ত — শিক্ষক, নাৰায়ণপুৰ বালিকা মজলীয়া বিদ্যালয়, লখিমপুৰ

R2C7C5

বিষয় বিশেষজ্ঞ ঃ

ড° ৰাম চন্দ্ৰ ডেকা — অৱসৰপ্ৰাপ্ত মুৰব্বী অধ্যাপক, প্ৰাগজ্যোতিষ মহাবিদ্যালয়
ড° প্ৰবীণ দাস — অৱসৰপ্ৰাপ্ত সহযোগী অধ্যাপক, আৰ্য বিদ্যাপীঠ মহাবিদ্যালয়
বিপুল খাউণ্ড — অৱসৰপ্ৰাপ্ত জ্যেষ্ঠ প্ৰবক্তা, জিলা শিক্ষা আৰু প্ৰশিক্ষণ প্ৰতিষ্ঠান, শোণিতপুৰ
আৰতী ভট্টাচাৰ্য — অৱসৰপ্ৰাপ্ত শৈক্ষিক বিষয়া, অসম মাধ্যমিক শিক্ষা পৰিষদ
ড° জ্ঞানজ্যোতি শৰ্মা — সহযোগী অধ্যাপক, ৰাধা গোবিন্দ বৰুৱা মহাবিদ্যালয়

পুনৰীক্ষক ঃ

ড° তাৰকেশ্বৰ চৌধুৰী — অৱসৰপ্ৰাপ্ত মুৰব্বী অধ্যাপক, গণিত বিভাগ, কটন মহাবিদ্যালয়
ড° ৰামচন্দ্ৰ ডেকা — অৱসৰপ্ৰাপ্ত মুৰব্বী অধ্যাপক, প্ৰাগজ্যোতিষ মহাবিদ্যালয়
ড° প্ৰবীণ দাস — অৱসৰপ্ৰাপ্ত সহযোগী অধ্যাপক, আৰ্য্য বিদ্যাপীঠ মহাবিদ্যালয়

সংকলন ঃ

বিপুল খাউণ্ড — অৱসৰপ্ৰাপ্ত জ্যেষ্ঠ প্ৰবক্তা, জিলা শিক্ষা আৰু প্ৰশিক্ষণ প্ৰতিষ্ঠান, শোণিতপুৰ
লক্ষ্মী কান্ত দাস — উপ সঞ্চালক, ৰাজ্যিক শিক্ষা গৱেষণা আৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ, অসম
মুকেশ শৰ্মা — উপ সঞ্চালক, ৰাজ্যিক শিক্ষা গৱেষণা আৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ, অসম
ৰূপক কুমাৰ ভট্টাচাৰ্য — সহকাৰী সঞ্চালক, ৰাজ্যিক শিক্ষা গৱেষণা আৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ, অসম
মৃণাল শৰ্মা — সহকাৰী অধ্যাপক, নাৰেংগী আঞ্চলিক মহাবিদ্যালয়

ইংৰাজী মূলশব্দৰ অন্তৰ্ভুক্তকৰণ ঃ

টুলুমনি পাঠক — প্ৰবক্তা, জিলা শিক্ষা আৰু প্ৰশিক্ষণ প্ৰতিষ্ঠান, তিনিচুকীয়া
মিনাক্ষী পাটগিৰি — প্ৰবক্তা, শিক্ষক শিক্ষণ মহাবিদ্যালয়, মঙ্গলদৈ, দৰং
বিজু কলিতা মেধি — সহকাৰী শিক্ষক, গুৱাহাটী ৰিফাইনেৰী হাইস্কুল, গুৱাহাটী

সমন্বয়ক ঃ

মুকেশ শৰ্মা — উপ সঞ্চালক, ৰাজ্যিক শিক্ষা গৱেষণা আৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ, অসম
ৰূপক কুমাৰ ভট্টাচাৰ্য — সহকাৰী সঞ্চালক, ৰাজ্যিক শিক্ষা গৱেষণা আৰু প্ৰশিক্ষণ পৰিষদ, অসম

বেটুপাত আৰু অলংকৰণ ঃ শংকৰ কলিতা

ডিটিপি ঃ বিজয় কাকতি, মৃদুল শৰ্মা, জিতুমণি শৰ্মা, ভৱেশ চন্দ্ৰ শৰ্মা, উৎসৱ তালুকদাৰ, হৃদিকেশ দাস, বুদ্ধজ্যোতি বৰুৱা

কিউ.আৰ.কোড সংযোজক ঃ মৃদুল শৰ্মা, প্ৰাঞ্জল তালুকদাৰ

Copyright SCERT Assam
not to be republished

© Copyright, SCERT Assam
not to be republished

পেলনীয়া বস্তু ডাষ্টবিন বা গাঁতত পেলাব লাগে।
ঘৰ বা স্কুল পৰিষ্কাৰ-পৰিচ্ছন্ন কৰি ৰখাৰ লগতে চুবুৰি আৰু
চৌপাশ পৰিষ্কাৰ কৰাৰো প্ৰয়োজন।

প্ৰাথমিক শিক্ষা বিভাগ, অসম চৰকাৰ