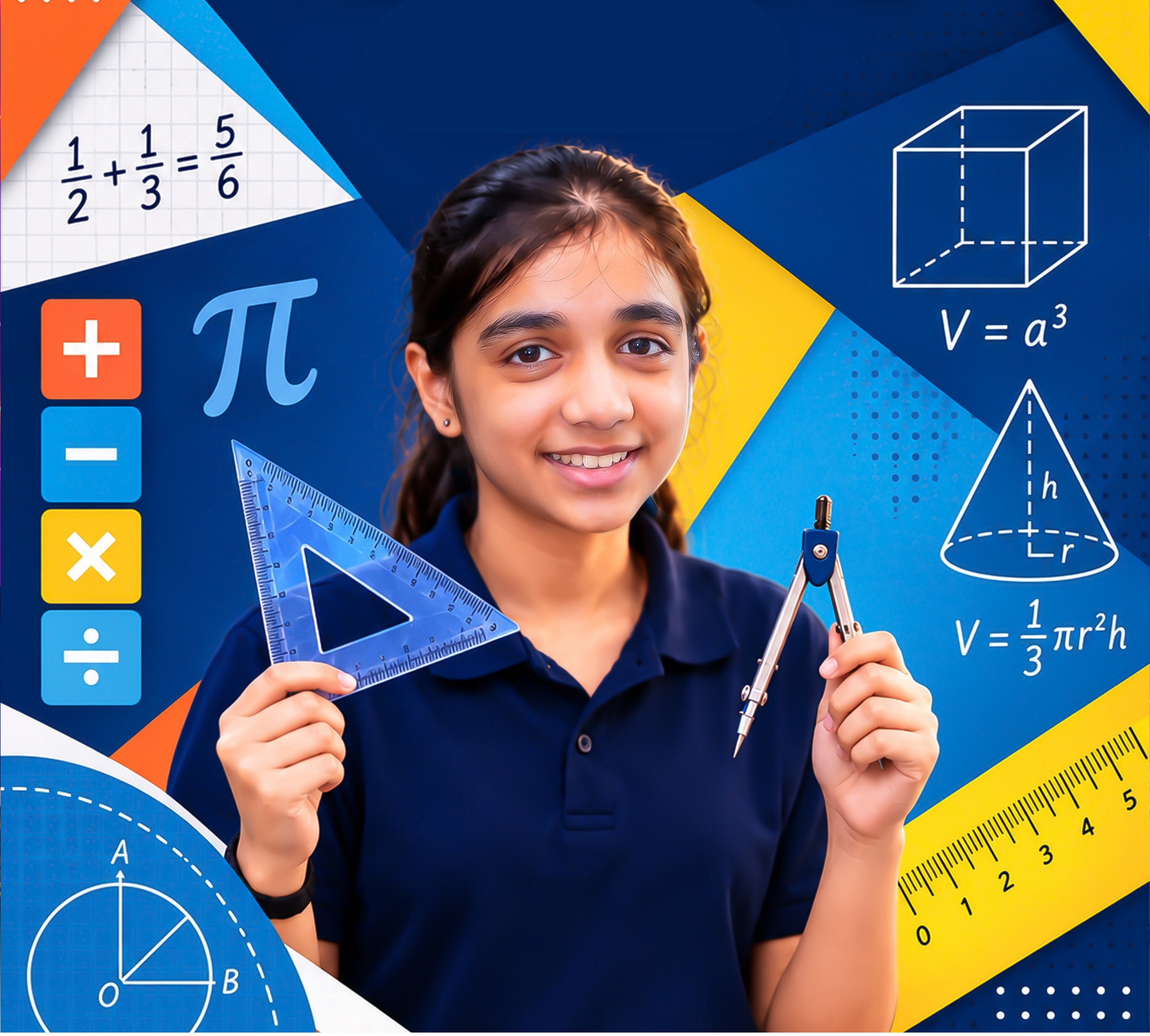
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

Under CSR Support by Ipca | Foundation

कक्षा-8

गणित



RECORDED VIDEOS | LIVE CLASSES | PDF NOTES | e-BOOKS | QUIZ | TEST SERIES

GET IT ON Google Play

DOWNLOAD MISSION GYAN MOBILE APP

विषय-सूची

क्र.सं.	अध्याय	पृष्ठ संख्या
1.	परिमेय संख्याएँ	1-6
2.	एक चर वाले रैखिक समीकरण	7-10
3.	चतुर्भुजों को समझना	11-15
4.	आँकड़ों का प्रबंधन	16-21
5.	वर्ग और वर्गमूल	22-30
6.	घन और घनमूल	31-35
7.	राशियों की तुलना	36-42
8.	बीजीय व्यंजक एवं सर्वसमिकाएँ	43-46
9.	क्षेत्रमिति	47-51
10.	घातांक और घात	52-55
11.	सीधा और प्रतिलोम समानुपात	56-59
12.	गुणनखंडन	60-65
13.	आलेखों से परिचय	66-69

1 परिमेय संख्याएँ

परिमेय संख्याएँ और गुणधर्म

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. परिमेय संख्या की सही परिभाषा है?

(अ) $\frac{p}{q}$, जहाँ q = 0

(ब) $\frac{p}{q}$, जहाँ p और q पूर्णांक हैं तथा $q \neq 0$

(स) केवल धनात्मक संख्याएँ

(द) केवल पूर्ण संख्याएँ **(ब)**

2. क्या 0 एक परिमेय संख्या है?

(अ) नहीं

(ब) हाँ, क्योंकि $0 = \frac{0}{1}$ लिखा जा सकता है

(स) केवल पूर्ण संख्या है

(द) अपरिमेय संख्या है **(ब)**

3. $\frac{4}{0}$ परिमेय संख्या क्यों नहीं हैं?

(अ) क्योंकि 4 पूर्णांक है

(ब) क्योंकि हर 0 है

(स) क्योंकि 4 धनात्मक है

(द) क्योंकि यह पूर्ण संख्या है **(ब)**

4. समीकरण 2x = 3 का हल $x = \frac{3}{2}$ है। यह किस प्रकार की संख्या है?

(अ) प्राकृत संख्या (ब) पूर्ण संख्या

(स) पूर्णांक (द) परिमेय संख्या **(द)**

5. परिमेय संख्याएँ किस संक्रिया के अंतर्गत संवृत नहीं हैं?

(अ) योग (ब) व्यवकलन

(स) गुणन (द) भाग **(द)**

6. पूर्ण संख्याएँ व्यवकलन के अंतर्गत संवृत क्यों नहीं है?

(अ) 5 + 7 = 12

(ब) 5 – 7 = – 2, जो पूर्ण संख्या नहीं है

(स) 5 × 7 = 35

(द) 7 – 5 = 2 **(ब)**

7. परिमेय संख्याओं के लिए योग की क्रमविनिमेयता का सही रूप कौन–सा है?

(अ) a – b = b – a (ब) a + b = b + a

(स) a ÷ b = b ÷ a (द) a × b = a + b **(ब)**

8. निम्नलिखित में से साहचर्य गुणधर्म के लिए उचित विकल्प है– *(Model Paper – 2026)*

(अ) $\left(\frac{1}{2}\right)\times\left[\left(\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{1}{5}\right)\right]=\left(\frac{2}{3}\right)\times\left[\left(\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{5}\right)\right]$

(ब) $\left(\frac{1}{2}\right)\times\left[\left(\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{5}\right)\right]=\left(\frac{1}{2}\right)\times\left[\left(\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{5}\right)\right]$

(स) $-\frac{3}{5}\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}\right)=\left(-\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{4}$

(द) $\frac{15}{16}\times\frac{16}{15}=1$ **(स)**

9. साहचर्य नियम परिमेय संख्याओं में किन संक्रियाओं के लिए सत्य है?

(अ) योग और व्यवकलन

(ब) व्यवकलन और भाग

(स) योग और गुणन

(द) भाग और गुणन **(स)**

10. $\frac{1}{2}\times\left(\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\right)=\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{3}{4}\right)$

इसमें कौन–सा गुणधर्म है?

(अ) क्रमविनिमेयता

(ब) संवृत गुणधर्म

(स) गुणन की साहचर्यता

(द) वितरकता **(स)**

रिक्तस्थान –

1. जिस संख्या को $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सके, जहाँ $(q \neq 0)$, उसे .... संख्या कहते हैं।

उत्तर : परिमेय

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

2. दो परिमेय संख्याओं का योग हमेशा एक .... संख्या होती है।

उत्तर : परिमेय

3. परिमेय संख्याओं में योग और गुणन के लिए .... गुणधर्म लागू होता है।

उत्तर : क्रमविनिमेय

4. परिमेय संख्याओं में घटाव और भाग के लिए .... गुणधर्म लागू नहीं होता।

उत्तर : क्रमविनिमेय

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. परिमेय संख्या किसे कहते हैं?

हल : जिस संख्या को $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जा सके, जहाँ p और q पूर्णांक हो तथा $q \neq 0$ हो, उसे परिमेय संख्या कहते हैं।

2. पूर्णांकों का समुच्चय समीकरण $5x + 7 = 0$ को हल करने के लिए पर्याप्त क्यों नहीं है?

हल : $5x + 7 = 0$

$5x = -7$

$x = -\frac{7}{5}$

$-\frac{7}{5}$ पूर्णांक नहीं है, लेकिन यह परिमेय संख्या है। इसलिए पूर्णांकों से आगे परिमेय संख्याओं की आवश्यकता होती है।

3. $-\frac{4}{5} \times \frac{3}{7}$ हल कीजिए– *(Model Paper – 2025)*

हल : $-\frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = -\frac{4 \times 3}{5 \times 7} = -\frac{12}{35}$

4. क्या परिमेय संख्याओं के लिए घटाव क्रमविनिमेय है?

हल : नहीं

उदाहरण : $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

लेकिन, $\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6}$

दोनों बराबर नहीं हैं, इसलिए घटाव क्रमविनिमेय नहीं हैं।

5. सिद्ध कीजिए कि व्यवकलन परिमेय संख्याओं के लिए साहचर्य नहीं हैं।

हल : माना, $a = 1, b = 2, c = 3$

$a - (b - c) = 1 - (2 - 3)$

$\Rightarrow 1 - (-1) = 2$

$(a - b) - c = (1 - 2) - 3 = -1 - 3 = -4$

क्योंकि $2 \neq -4$, इसलिए व्यवकलन साहचर्य नहीं है।

दीर्घ–उत्तारात्मक प्रश्न –

1. निम्नलिखित संख्याओं को प्राकृत संख्या, पूर्ण संख्या, पूर्णांक और परिमेय संख्या में वर्गीकृत कीजिए :

(i) –5 (ii) 11

(iii) $\frac{3}{2}$ (iv) 0

हल :

(i) -5 : पूर्णांक और परिमेय संख्या है।

(ii) 11 : प्राकृत संख्या, पूर्ण संख्या, पूर्णांक और परिमेय संख्या है।

(iii) $\frac{3}{2}$: केवल परिमेय संख्या है।

(iv) 0 : पूर्ण संख्या, पूर्णांक और परिमेय संख्या है।

2. $a = \frac{3}{4}$ और $b = -\frac{5}{6}$ के लिए योग और व्यवकलन के संवृत गुणधर्म की जाँच कीजिए।

हल : योग : $\frac{3}{4} + \left(-\frac{5}{6}\right)$

$= \frac{9}{12} - \frac{10}{12} = -\frac{1}{12}$

$-\frac{1}{12}$ परिमेय संख्या है। इसलिए योग के अंतर्गत संवृत है।

व्यवकलन : $\frac{3}{4} - \left(-\frac{5}{6}\right)$

$= \frac{3}{4} + \frac{5}{6}$

$= \frac{9}{12} + \frac{10}{12} \Rightarrow \frac{19}{12}$

$\frac{19}{12}$ भी परिमेय संख्या है। इसलिए व्यवकलन के अंतर्गत भी संवृत है।

3. क्रमविनिमेयता और साहचर्यता का उपयोग करके हल कीजिए –

$\frac{2}{5} + \frac{7}{3} + \left(-\frac{4}{5}\right) + \frac{1}{3}$

हल : $\left[\frac{2}{5} + \left(-\frac{4}{5}\right)\right] + \left[\frac{7}{3} + \frac{1}{3}\right]$

$= \left[\frac{2}{5} + \left(-\frac{4}{5}\right)\right] + \left[\frac{7}{3} + \frac{1}{3}\right] = -\frac{2}{5} + \frac{8}{3}$

$= \frac{-6 + 40}{15} = \frac{34}{15}$

4. उचित गुणधर्मों का उपयोग करके हल कीजिए –

$$\frac{3}{7}+\left(-\frac{6}{11}\right)+\left(-\frac{8}{21}\right)+\frac{5}{22}$$

हल : $\left[\frac{3}{7}+\left(-\frac{8}{21}\right)\right]+\left[\left(-\frac{6}{11}\right)+\frac{5}{22}\right]$

$$\left[\frac{3}{7}-\frac{8}{21}\right]+\left[-\frac{6}{11}+\frac{5}{22}\right]$$

$$\Rightarrow\left(\frac{9-8}{21}\right)+\left(\frac{-12+5}{22}\right)$$

अब, $\frac{1}{21}+\left(-\frac{7}{22}\right)$

LCM (21, 22) = 462

$$=\frac{22-147}{462}=-\frac{125}{462}$$

5. हल कीजिए – $\left(-\frac{2}{3}\right)\times\frac{6}{7}\times\frac{5}{4}\times\left(-\frac{7}{9}\right)$

(Model Paper – 2026)

हल : $\left(-\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\right)\times\frac{\cancel{6}\,2}{\cancel{7}}\times\frac{5}{\cancel{4}\,2}\times\left(-\frac{\cancel{7}}{9}\right)$

$$\frac{2\times5}{2\times9}=\frac{5}{9}$$

शून्य और एक की भूमिका

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. किसी परिमेय संख्या में क्या जोड़ने पर वही संख्या प्राप्त होती है?

(अ) 1 (ब) – 1

(स) 0 (द) उसका व्युत्क्रम **(स)**

2. किसी परिमेय संख्या के लिए गुणनात्मक तत्समक है?

(अ) 0 (ब) 1

(स) – 1 (द) संख्या का ऋणात्मक **(ब)**

3. $-\frac{7}{8}$ में क्या जोड़ा जाए कि परिणाम $-\frac{7}{8}$ ही रहे?

(अ) 1 (ब) – 1

(स) 0 (द) $\frac{8}{7}$ **(स)**

4. यदि x एक परिमेय संख्या है, तो x + 0 का मान होगा–

(अ) 0 (ब) 1

(स) x (द) – x **(स)**

5. परिमेय संख्या का योज्य तत्समक है?

(अ) 1 (ब) 0

(स) – 1 (द) 3 **(ब)**

6. संख्या $-\frac{19}{29}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है?

(अ) $\frac{19}{29}$ (ब) $\frac{29}{29}$

(स) $-\frac{29}{19}$ (द) 1 **(स)**

7. निम्न में से किस परिमेय संख्या का गुणनात्मक प्रतिलोम नहीं होता?

(अ) 1 (ब) – 1

(स) 0 (द) 2 **(स)**

8. यदि दो परिमेय संख्याओं का गुणनफल 1 है, तो वे एक–दूसरे की कहलाती हैं?

(अ) योज्य प्रतिलोम

(ब) गुणनात्मक प्रतिलोम

(स) योज्य तत्समक

(द) गुणनात्मक तत्समक **(ब)**

9. 0 का योज्य प्रतिलोम है?

(अ) – 1 (ब) 1

(स) 0 (द) अपरिभाषित **(स)**

10. 1 का गुणात्मक प्रतिलोम है?

(अ) 0 (ब) 1

(स) – 1 (द) अपरिभाषित **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. परिमेय संख्याओं में .... को योज्य तत्समक कहते हैं।

उत्तर : 0

2. किसी भी परिमेय संख्या (a) के लिए a + 0 = ... होता है।

उत्तर : a

3. परिमेय संख्याओं में 1 को .... तत्समक कहते हैं।

उत्तर : गुणनात्मक

4. किसी भी परिमेय संख्या (a) के लिए a × 1 = ... होता है।

उत्तर : a

5. $-\frac{5}{7}+0=$ ....

उत्तर : $-\frac{5}{7}$

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. योज्य तत्समक किसे कहते हैं?

हल : 0 को योज्य तत्समक कहते हैं, क्योंकि किसी भी परिमेय संख्या a के लिए $a + 0 = a$ होता है।

2. गुणात्मक तत्समक किसे कहते हैं?

हल : 1 को गुणात्मक तत्समक कहते हैं, क्योंकि किसी भी परिमेय संख्या a के लिए $a \times 1 = a$ होता है।

3. निम्नलिखित में प्रयुक्त गुणधर्म का नाम लिखिए।

(i) $\left(-\frac{2}{3}\right) \times 1 = -\frac{2}{3}$

(ii) $\frac{5}{6} + 0 = \frac{5}{6}$

हल : (i) गुणनात्मक तत्समक

(ii) योज्य तत्समक

4. योज्य प्रतिलोम किसे कहते हैं?

हल : किसी संख्या का योज्य प्रतिलोम वह संख्या है, जिसे मूल संख्या में जोड़ने पर योग 0 प्राप्त हो।

उदाहरण : $\frac{7}{9}$ का योज्य प्रतिलोम $-\frac{7}{9}$ है।

5. 0 का गुणनात्मक प्रतिलोम क्यों नहीं होता?

हल : 0 का गुणनात्मक प्रतिलोम $\frac{1}{0}$ होगा, लेकिन $\frac{1}{0}$ परिभाषित नहीं हैं। इसलिए 0 का गुणनात्मक प्रतिलोम नहीं होता।

दीर्घउत्तरात्मक प्रश्न –

1. यदि $\frac{4}{5} + x = \frac{4}{5}$ और $\frac{4}{5} \times y = \frac{4}{5}$ तो, x और y का मान ज्ञात कीजिए।

हल : पहला समीकरण : $\frac{4}{5} + x = \frac{4}{5} \Rightarrow x = \frac{4}{5} - \frac{4}{5}$

$\Rightarrow x = 0$

दूसरा समीकरण : $\frac{4}{5} \times y = \frac{4}{5}$

$y = 1$

$x = 0, y = 1$

2. 1 और – 1 के गुणनात्मक प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

हल : 1 का गुणनात्मक प्रतिलोम 1 है, क्योंकि– $1 \times 1 = 1$

– 1 का गुणनात्मक प्रतिलोम –1 है, क्योंकि

$(-1) \times (-1) = 1$

अतः 1 और – 1 दोनों अपने–अपने गुणनात्मक प्रतिलोम है।

3. $\frac{-2}{-5}$ का योज्य प्रतिलोम ज्ञात कीजिए।

हल : पहले संख्या को सरल करते है–

$\frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$

अतः $\frac{2}{5}$ का योज्य प्रतिलोम होगा– $-\frac{2}{5}$

क्योंकि $\frac{2}{5} + \left(-\frac{2}{5}\right) = 0$

4. $\frac{6}{13}$ को $-\frac{7}{16}$ के व्युत्क्रम से गुणा कीजिए।

हल : $-\frac{7}{16}$ का व्युत्क्रम है, $-\frac{16}{7}$

अब, $\frac{6}{13} \times \left(-\frac{16}{7}\right) = -\frac{96}{91}$

5. जाँच कीजिए कि क्या 0.3, संख्या $3\frac{1}{3}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है–

हल : $0.3 = \frac{3}{10}$

$3\frac{1}{3} = \frac{10}{3}$

गुणा करने पर,

$\frac{3}{10} \times \frac{10}{3} = 1$

क्योंकि दोनों संख्याओं का गुणनफल 1 है, इसलिए $0.3, 3\frac{1}{3}$ का गुणनात्मक प्रतिलोम है।

वितरकता नियम

1. वितरकता नियम का सही रूप कौन–सा है?

(अ) a + b = b + a

(ब) a (b + c) = ab + ac

(स) a(bc) = (ab)c

(द) a - b = b - a **(ब)**

2. a(b - c) का सही विस्तार क्या होगा?

(अ) ab + ac (ब) ab – ac

(स) a + b – c (द) abc **(ब)**

3. $\frac{9}{16}\times\left[\frac{4}{12}+\left(-\frac{3}{9}\right)\right]$ **को हल करने में कौनसा नियम सबसे उपयोगी है?**

(अ) क्रमविनिमेयता (ब) साहचर्यता

(स) वितरकता नियम (द) संवृत गुणधर्म **(स)**

4. $\left[\frac{7}{5}\times\left(-\frac{3}{12}\right)\right]+\left[\frac{7}{5}\times\frac{5}{12}\right]$ **में उभयनिष्ठ गुणनखंड क्या है?**

(अ) $-\frac{3}{12}$ (ब) $\frac{5}{12}$

(स) $\frac{7}{5}$ (द) $\frac{12}{5}$ **(स)**

5. $\left[\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(\frac{3}{5}\right)\right]+\left[\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\right]$ **को सरल करने के लिए कौन–सा नियम उपयोगी है?**

(अ) वितरकता नियम (ब) भाग नियम

(स) संवृत नियम (द) कोई नहीं **(अ)**

6. $\frac{5}{8}\times\left(\frac{3}{7}+\frac{4}{7}\right)$ **का वितरित रूप क्या होगा?**

(अ) $\frac{5}{8}+\frac{3}{7}+\frac{4}{7}$ (ब) $\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}$

(स) $\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}\times\frac{4}{7}$ (द) $\frac{3}{7}+\frac{4}{7}$ **(ब)**

7. $\left(-\frac{4}{9}\right)\times\left(\frac{2}{5}-\frac{3}{5}\right)$ **का सही विस्तार है?**

(अ) $\left(-\frac{4}{9}\times\frac{2}{5}\right)-\left(-\frac{4}{9}\times\frac{3}{5}\right)$

(ब) $\left(-\frac{4}{9}\times\frac{2}{5}\right)+\left(-\frac{4}{9}\times\frac{3}{5}\right)$

(स) $-\frac{4}{9}+\frac{2}{5}-\frac{3}{5}$

(द) $-\frac{4}{9}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}$ **(अ)**

8. ab + ac को उभयनिष्ठ गुणनखंड लेकर कैसे लिखा जा सकता है?

(अ) a(b + c) (ब) b(a + c)

(स) c(a + b) (द) abc **(अ)**

9. $\frac{3}{11}\times\frac{7}{13}+\frac{3}{11}\times\frac{6}{13}$ **का सरल उभयनिष्ठ गुणनखंड रूप है–**

(अ) $\frac{3}{11}\times\left(\frac{7}{13}+\frac{6}{13}\right)$

(ब) $\frac{7}{13}\times\left(\frac{3}{11}+\frac{6}{13}\right)$

(स) $\frac{6}{13}\times\left(\frac{3}{11}+\frac{7}{13}\right)$

(द) $\frac{3}{11}+\frac{7}{13}+\frac{6}{13}$ **(अ)**

10. वितरकता नियम किन दो संक्रियाओं को जोड़ता है?

(अ) योग और भाग

(ब) गुणन और योग/घटाव

(स) भाग और घटाव

(द) केवल गुणन **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. वितर्कता गुणधर्म का सूत्र है a (b + c) = ...

उत्तर : ab + ac

2. a (b – c) = ...

उत्तर : ab – ac

3. ab + ac को उभयनिष्ठ गुणनखंड लेकर .... के रूप में लिखा जा सकता है।

उत्तर : a (b + c)

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. वितरकता नियम लिखिए।

हल : वितरकता नियम के अनुसार,

a(b + c) = ab + ac और a(b – c) = ab – ac

2. $\left[\frac{7}{5}\times\left(-\frac{3}{12}\right)\right]+\left[\frac{7}{5}\times\frac{5}{12}\right]$ **को कोष्ठक रूप में बदलिए।**

हल : दोनों पदों में $\frac{7}{5}$ उभयनिष्ठ है,

$$=\frac{7}{5}\times\left[-\frac{3}{12}+\frac{5}{12}\right]$$

पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

3. $\left(-\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\right)+\left(\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}\right)$ **में उभयनिष्ठ गुणनखंड पहचानिए।**

हल : दोनों पदों में $\frac{3}{5}$ उभयनिष्ठ हैं, अतः

$$\frac{3}{5}\times\left[\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{2}\right]$$

4. a(b + c) और a(b – c) में अंतर बताइए।

हल : a(b + c) में a को b और c दोनों से गुणा करके जोड़ते हैं।

a(b – c) में a को b और c दोनों से गुणा करके घटाते हैं।

5. वितरकता नियम गणना को आसान कैसे बनाता है?

हल : जब किसी व्यंजक में कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड हो, तो उसे बाहर लेकर गणना छोटी और सरल हो जाती है। इससे भिन्नों वाले सवाल जल्दी हल होते हैं।

दीर्घउत्तरात्मक प्रश्न –

1. वितरकता गुणधर्म का उपयोग करके हल कीजिए–

$$\frac{2}{5}\times\left(-\frac{3}{7}\right)-\frac{1}{14}-\frac{3}{7}\times\frac{3}{5}$$

हल : $\frac{2}{5}\times\left(-\frac{3}{7}\right)-\frac{3}{7}\times\frac{3}{5}-\frac{1}{14}$

$$\left(-\frac{3}{7}\right)\times\frac{2}{5}+\left(-\frac{3}{7}\right)\times\frac{3}{5}-\frac{1}{14}$$

$$\left(-\frac{3}{7}\right)\times\left[\frac{2}{5}+\frac{3}{5}\right]-\frac{1}{14}$$

$$\left(-\frac{3}{7}\right)\times1-\frac{1}{14}$$

$$-\frac{3}{7}-\frac{1}{14}$$

$$-\frac{6-1}{14}$$

$$-\frac{7}{14}=-\frac{1}{2}$$

2. वितरकता नियम से हल कीजिए–

$$\frac{5}{8}\times\left(\frac{3}{7}+\frac{4}{7}\right)$$

हल : $\frac{5}{8}\times\frac{3}{7}+\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}$

$$\frac{15}{56}+\frac{20}{56}=\frac{35}{56}$$

$$=\frac{5}{8}$$

3. वितरकता नियम का उपयोग करके हल कीजिए–

$$\left(-\frac{7}{9}\right)\times\left(\frac{2}{5}-\frac{11}{5}\right)$$

हल : $\left(-\frac{7}{9}\right)\times\left(\frac{2}{5}-\frac{11}{5}\right)$

$$=-\frac{7}{1}\times\frac{2}{5}+\frac{7}{9}\times\frac{11}{5}$$

$$=-\frac{14}{45}+\frac{77}{45}$$

$$=\frac{63}{45}=\frac{7}{5}$$

4. उभयनिष्ठ गुणनखंड लेकर हल कीजिए–

$$\left(-\frac{3}{4}\times\frac{5}{6}\right)+\left(-\frac{3}{4}\times\frac{1}{6}\right)$$

हल : दोनों पदों में $-\frac{3}{4}$ उभयनिष्ठ हैं।

$$=-\frac{3}{4}\times\left[\frac{5}{6}+\frac{1}{6}\right]$$

$$=-\frac{3}{4}\times\frac{6}{6}=-\frac{3}{4}\times1$$

$$=-\frac{3}{4}$$

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

2 एक चर वाले रैखिक समीकरण

समीकरण और रैखिक व्यंजक अवधारणा

समीकरण में सदैव समता (=) का चिह्न होता है।
एक चर वाले रैखिक समीकरण में केवल एक चर होता है और उस चर की अधिकतम घात 1 होती है।
जैसे – $2x + 3 = 9$ एक चर वाला रैखिक समीकरण है।

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. निम्नलिखित में से कौन–सा एक चर वाला रैखिक व्यंजक है?
(अ) $x^2 + 1$ (ब) $2x + 1$
(स) $2xy + 5$ (द) $1 + z + z^2$ **(ब)**

2. बीजीय व्यंजक और समीकरण में मुख्य अंतर है?
(अ) समीकरण में चर नहीं होते।
(ब) व्यंजक में केवल संख्याएँ होती हैं।
(स) समीकरण में समता (=) का चिह्न होता है।
(द) व्यंजक में हमेशा दो चर होते हैं। **(स)**

3. समीकरण $2x - 3 = 7$ में दायाँ पक्ष, RHS है? *(Model Paper – 2024)*
(अ) $2x$ (ब) -3
(स) $2x - 3$ (द) 7 **(द)**

4. एक चर वाले रैखिक समीकरण में चर की अधिकतम घात कितनी होती है? *(Model Paper – 2026)*
(अ) 0 (ब) 1
(स) 2 (द) 3 **(ब)**

5. समीकरण $3x = 2x + 18$ को हल करने पर x का मान होगा?
(अ) 9 (ब) 18
(स) -18 (द) 36 **(ब)**

6. यदि $x = 4$ हो, तो $2x + 1$ का मान होगा?
(अ) 8 (ब) 9
(स) 10 (द) 7 **(ब)**

7. "x का $\frac{2}{3}$ भाग 18 है" — इसका सही समीकरण कौन–सा है?
(अ) $2x - 3 = 18$ (ब) $\frac{2x}{3} = 18$
(स) $2 + 3x = 18$ (द) $\frac{2}{3} = 18x$ **(ब)**

8. समीकरण $5t - 3 = 3t - 5$ में चर वाले पदों को एक पक्ष में करने पर प्राप्त रूप होगा–
(अ) $5t + 3t = -5 + 3$
(ब) $5t - 3t = -5 + 3$
(स) $5t - 3t = -5 - 3$
(द) $8t = -8$ **(ब)**

9. समीकरण $2x - 1 = 14 - x$ का हल है?
(अ) 3 (ब) 4
(स) 5 (द) 6 **(स)**

10. $7 = 2y + 1$ किस प्रकार का समीकरण है?
(अ) एक चर वाला रैखिक समीकरण
(ब) दो चर वाला समीकरण
(स) द्विघात समीकरण
(द) केवल व्यंजक **(अ)**

रिक्तस्थान –

1. समीकरण में सदैव .... का चिह्न होता है।
उत्तर : समता (=)

2. एक चर वाले रैखिक समीकरण में चर की अधिकतम घात .... होती है।
उत्तर : 1

3. $(2x + 5)$ एक .... व्यंजक है।
उत्तर : रैखिक

4. समीकरण $(3x - 4 = 8)$ में चर .... है।
उत्तर : (x)

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. व्यंजक $y + y^2$ एक रैखिक व्यंजक क्यों नहीं है?
हल : कोई व्यंजक रैखिक तब होता है, जब चर की अधिकतम घात 1 हो।
$y + y^2$ में y की अधिकतम घात 2 है, इसलिए यह रैखिक व्यंजक नहीं है।

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहे, जहाँ चाहे, जैसे चाहें!

2. क्या $5x = 5$ एक चर वाला रैखिक समीकरण है? कारण दीजिए।

हल : हाँ, $5x = 5$ एक चर वाला रैखिक समीकरण है, क्योंकि इसमें केवल एक चर x है, x की घात 1 है और इसमें समता (=) का चिह्न है।

3. समीकरण $5x - 4 = 3x - 6$ को हल कीजिए।

(Model Paper – 2026)

हल : $5x - 3x = -6 + 4$

चर वाले पद एक ओर और अचर पद दूसरी ओर करेंगे–

$2x = -2$

$x = \frac{-2}{2} \Rightarrow x = -1$

4. समीकरण $4z + 3 = 6 + 2z$ में z का मान ज्ञात कीजिए और जाँच कीजिए।

हल : $4z + 3 = 6 + 2z$

$4z - 2z = 6 - 3$

$2z = 3$

$z = \frac{3}{2}$

जाँच, LHS = $4 \times \frac{3}{2} + 3 = 6 + 3 = 9$

RHS = $6 + 2 \times \frac{3}{2} = 6 + 3 = 9$

LHS = RHS, इसलिए $z = \frac{3}{2}$ सही है।

दीर्घ–उत्तारात्मक प्रश्न –

1. सिद्ध कीजिए कि $x = 5$ समीकरण $2x - 3 = 7$ का हल है, लेकिन $x = 10$ इसका हल नहीं है।

हल : दिया गया समीकरण, $2x - 3 = 7$

स्थिति 1 : $x = 5$ रखने पर

LHS = $2x - 3$

$= 2 \times 5 - 3$

$= 10 - 3 = 7$

RHS = 7

अतः LHS = RHS, इसलिए $x = 5$ इस समीकरण का हल है।

स्थिति 2 : $x = 10$ रखने पर

LHS = $2x - 3$

$= 2 \times 10 - 3$

$= 20 - 3 = 17$

RHS = 7

यहाँ LHS ≠ RHS, इसलिए $x = 10$ इस समीकरण का हल नहीं है।

2. समीकरण $3t - \frac{2}{4} - 2t + 1 = \frac{2}{3} - t$ हल कीजिए।

हल : $3t - 2t + t = \frac{2}{3} + \frac{2}{4} - 1$

$2t = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{1}$

$2t = \frac{4 + 3 - 6}{6}$

$2t = \frac{1}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{12}$

3. समीकरण $9x - (3x + 10) = 2(x + 5) + 12$ को हल कीजिए।

हल : कोष्ठक खोलने पर,

$9x - 3x - 10 = 2x + 10 + 12$

$6x - 10 = 2x + 22$

$6x - 2x = 22 + 10$

$4x = 32$

$x = \frac{32}{4} \Rightarrow x = 8$

समीकरणों को सरल रूप में बदलना

अवधारणा–

कई बार समीकरण में कोष्ठक, भिन्न या दशमलव होते हैं। ऐसे समीकरणों को हल करने के लिए–

1. पहले कोष्ठक हटाए जाते हैं।
2. भिन्न हटाने के लिए हरों के स्ब्ड से दोनों पक्षों को गुणा किया जाता है।
3. दशमलव हटाने के लिए 10, 100 या 1000 से गुणा किया जाता है।
4. फिर चर वाले पद एक ओर और अचर पद दूसरी ओर किए जाते हैं।

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. समीकरण $\frac{(6x+1)}{4} = \frac{(x-3)}{6}$ को सरल करने के लिए दोनों पक्षों को किस संख्या से गुणा करना सबसे उचित होगा?

(अ) 3 (ब) 18

(स) 12 (द) 2 **(स)**

2. यदि $\frac{(x-5)}{3} = \frac{(x-3)}{5}$ हो, तो cross multiplication करने पर प्राप्त रूप होगा–

RECORDED VIDEOS | LIVE CLASSES | PDF NOTES | e-BOOKS | QUIZ | TEST SERIES

DOWNLOAD MISSION GYAN APP!

(अ) $3(x-5) = 5(x-3)$

(ब) $5(x+5) = 3(x-3)$

(स) $5(x-5) = 3(x-3)$

(द) $5x - 5 = 3x - 3$ **(स)**

3. समीकरण $0.25(4f-3) = 0.05(10f-9)$ में दशमलव हटाने के लिए दोनों पक्षों को किससे गुणा करना उचित होगा?

(अ) 10 (ब) 100

(स) 5 (द) 2 **(ब)**

4. समीकरण $0.2x + 1 = 1.6$ का हल है?

(अ) 2 (ब) 3

(स) 4 (द) 5 **(ब)**

5. समीकरण $x = \frac{4}{5}(x+10)$ का हल है?

(अ) 10 (ब) 20

(स) 30 (द) 40 **(द)**

6. समीकरण $x(x-3) + 2$ का हल है, $x = 1$?

(Model Paper – 2025)

(अ) 2 (ब) 0

(स) 3 (द) – 2 **(ब)**

7. $\frac{n}{2} - \frac{3n}{4} + \frac{5n}{6} = 21$ में हरों 2, 4 और 6 का LCM है?

(अ) 6 (ब) 8

(स) 12 (द) 24 **(स)**

8. समीकरण $\frac{m-(m-1)}{2} = \frac{1-(m-2)}{3}$ का हल है?

(अ) $\frac{5}{7}$ (ब) $\frac{7}{5}$

(स) $-\frac{7}{5}$ (द) 1 **(ब)**

9. $0.5(x+4) = 6$ का हल है?

(अ) 6 (ब) 7

(स) 8 (द) 10 **(स)**

10. $0.25(4f-3) = 0.05(10f-9)$ का हल है?

(अ) $\frac{3}{5}$ (ब) $\frac{5}{3}$

(स) $\frac{2}{5}$ (द) $-\frac{3}{5}$ **(अ)**

रिक्तस्थान –

1. भिन्नात्मक समीकरणों को सरल करने के लिए दोनों पक्षों को हरों के .... से गुणा किया जाता है।

उत्तर : ल.स.प. / LCM

2. समीकरण में कोष्ठक होने पर सबसे पहले .... हटाए जाते हैं।

उत्तर : कोष्ठक

3. दशमलव वाले समीकरणों को सरल करने के लिए दोनों पक्षों को 10, 100 या .... से गुणा किया जाता है।

उत्तर : 1000

4. समीकरण हल करते समय चर वाले पदों को एक .... में रखा जाता है।

उत्तर : पक्ष

5. $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$ में हरों 2 और 3 का LCM .... है।

उत्तर : 6

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. भिन्नात्मक समीकरणों में दोनों पक्षों को LCM से गुणा क्यों किया जाता है?

हल : LCM से गुणा करने पर भिन्नों के हर हट जाते हैं और समीकरण सरल रूप में बदल जाता है। इससे हल करना आसान हो जाता है।

2. समीकरण $0.25(4f-3) = 0.05(10f-9)$ को हल कीजिए।

हल : दोनों पक्षों को 100 से गुणा करेंगे,

$25(4f - 3) = 5(10f - 9)$

$100f - 75 = 50f - 45$

$100f - 50f = -45 + 75$

$50f = 30$

$f = \frac{30}{50} \quad \Rightarrow f = \frac{3}{5}$

3. समीकरण $3(t-3) = 5(2t+1)$ को हल कीजिए।

हल : $3(t - 3) = 5(2t + 1)$

$3t - 9 = 10t + 5$

$3t - 10t = 5 + 9$

$-7t = 14$

$t = -2$

4. समीकरण $x = \frac{4}{5}(x+10)$ का हल ज्ञात कीजिए।

हल : $x = \frac{4}{5}(x+10)$

दोनों पक्षों को 5 से गुणा करेंगे,

$5x = 4(x + 10)$

$5x = 4x + 40$

$5x - 4x = 40$

$x = 40$

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. समीकरण $\frac{(6x+1)}{3}=\frac{(x-3)}{6}$ को हल कीजिए तथा उत्तर की जाँच कीजिए।

हल : दिया गया समीकरण $\frac{(6x+1)}{3}=\frac{(x-3)}{6}$

$6(6x + 1) = 3(x – 3)$

$36x + 6 = 3x – 9$

$36x – 3x = – 9 – 6$

$33x = – 15$

$x = \frac{-15}{33} \Rightarrow x = \frac{-5}{11}$

जाँच–

$LHS = \frac{6(-5/11)+1}{3} = \frac{(-30/11)+11/11}{3}$

$= \frac{-19/11}{3} \Rightarrow \frac{-19}{33}$

$RHS = \frac{(-5/11-3)}{6} = \frac{-5/11-33/11}{6}$

$= \frac{-38/11}{6} = \frac{-38}{66} \Rightarrow \frac{-19}{33}$

LHS = RHS, इसलिए $x = \frac{-5}{11}$ सही है।

2. समीकरण 15(y – 4) – 2(y – 9) + 5(y + 6) = 0 को हल कीजिए।

हल : $15(y – 4) – 2(y – 9) + 5(y + 6) = 0$

कोष्ठक खोलने पर,

$15y – 60 – 2y + 18 + 5y + 30 = 0$

समान पदों को जोड़ने पर,

$15y – 2y + 5y = 18y$

$– 60 + 18 + 30 = – 12$

इसलिए, $18y – 12 = 0$

$18y = 12$

$y = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

3. दशमलव समीकरण 0.4(2x + 5) = 0.2(5x – 1) + 3 को हल कीजिए।

हल : दिया गया समीकरण, $0.4(2x + 5) = 0.2(5x – 1) + 3$

कोष्ठक खोलने पर,

$0.8x + 2 = 1x – 0.2 + 3$

$0.8x + 2 = x + 2.8$

चर वाले पद एक ओर करेंगे,

$0.8x – x = 2.8 – 2$

$– 0.2x = 0.8$

$x = \frac{0.8}{-0.2} = – 4$

अभ्यास प्रश्न

1. राहुल की आयु उसकी बहन की आयु से 5 वर्ष अधिक है। दोनों की आयु का योग 29 वर्ष है। दोनों की आयु ज्ञात कीजिए।

हल : मान लेते हैं बहन की आयु = x वर्ष

राहुल की आयु = x + 5 वर्ष

प्रश्नानुसार, $x + (x + 5) = 29$

$2x + 5 = 29$

$2x = 29 – 5$

$2x = 24 \Rightarrow x = 12$

बहन की आयु = 12 वर्ष

राहुल की आयु = 12 + 5 = 17 वर्ष

बहन की आयु 12 वर्ष और राहुल की आयु 17 वर्ष है।

2. सीमा के पास कुछ रुपये हैं। यदि उसे ₹25 और मिल जाएँ, तो उसके पास कुल ₹80 हो जाएँगे। उसके पास प्रारम्भ में कितने रुपये थे?

हल : मान लेते हैं प्रारम्भिक रुपये = x

प्रश्नानुसार, $x + 25 = 80$

$x = 80 – 25 \Rightarrow x = 55$

सीमा के पास प्रारम्भ में ₹55 रुपये थे।

3. किसी संख्या का तीन गुना, उस संख्या से 18 अधिक है। संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : मान लेते हैं संख्या = x

प्रश्नानुसार, $3x = x + 18$

$3x – x = 18$

$2x = 18$

$x = 9 \Rightarrow$ संख्या 9 है।

4. एक आयत की लंबाई उसकी चौड़ाई से 8 सेमी. अधिक है। यदि लंबाई और चौड़ाई का योग 32 सेमी. है, तो आयत की लंबाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

हल : मान लेते हैं चौड़ाई = x सेमी.

लंबाई x + 8 सेमी.

प्रश्नानुसार, $x + (x + 8) = 32$

$2x + 8 = 32$

$2x = 32 – 8$

$2x = 24 \Rightarrow x = 12$

चौड़ाई = 12 सेमी.

लंबाई = 12 + 8 = 20 सेमी.

चौड़ाई 12 सेमी. और लंबाई 20 सेमी. है।

5. एक संख्या में 15 जोड़ने पर परिणाम उस संख्या के दोगुने से 5 कम मिलता है। संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : मान लेते हैं संख्या = x

प्रश्नानुसार, $x + 15 = 2x – 5$

$15 + 5 = 2x – x$

$20 = x \Rightarrow x = 20$

संख्या 20 है।

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

DOWNLOAD MISSION GYAN APP!

3 चतुर्भुजों को समझना

वक्र और बहुभुज

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. केवल रेखाखंडों से बना सरल बंद वक्र कहलाता है?
(अ) वृत्त (ब) बहुभुज
(स) खुला वक्र (द) वक्र रेखा **(ब)**

2. निम्न में से कौन बहुभुज नहीं है?
(अ) त्रिभुज (ब) चतुर्भुज
(स) पंचभुज (द) वृत्त **(द)**

3. ऐसा वक्र जिसका आरंभ और अंत बिंदु अलग–अलग हों, कहलाता है?
(अ) बंद वक्र (ब) खुला वक्र
(स) बहुभुज (द) सम बहुभुज **(ब)**

4. जिस बहुभुज के सभी विकर्ण उसके अंदर रहते हैं, उसे कहते हैं?
(अ) अवतल बहुभुज (ब) उत्तल बहुभुज
(स) विषम बहुभुज (द) खुला वक्र **(ब)**

5. जिस बहुभुज का एक विकर्ण उसके बाहर जाता है, वह कहलाता है?
(अ) उत्तल बहुभुज (ब) अवतल बहुभुज
(स) सम बहुभुज (द) त्रिभुज **(ब)**

6. यदि किसी बहुभुज की सभी भुजाएँ और सभी कोण बराबर हों, तो उसे कहते हैं?
(अ) विषम बहुभुज (ब) सम बहुभुज
(स) अवतल बहुभुज (द) खुला वक्र **(ब)**

7. समबाहु त्रिभुज किस प्रकार का बहुभुज है?
(अ) विषम बहुभुज (ब) सम बहुभुज
(स) अवतल बहुभुज (द) खुला वक्र **(ब)**

8. ऐसा बहुभुज जिसकी भुजाएँ या कोण बराबर न हों, कहलाता है?
(अ) सम बहुभुज
(ब) विषम बहुभुज
(स) समकोणिक बहुभुज
(द) समबाहु बहुभुज **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. आयत का प्रत्येक कोण .... होता है
उत्तर : समकोण

2. उत्तल बहुभुज के विकर्ण का कोई भी भाग .... में नहीं होता है।
उत्तर : बर्हिभाग

3. जिस बहुभुज के सभी कोण 180° से छोटे होते हैं उसे .... बहुभुज कहते हैं।
उत्तर : उत्तल बहुभुज

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. बहुभुज किसे कहते हैं?
हल : केवल रेखाखंडों से बना सरल बंद वक्र बहुभुज कहलाता है। जैसे– त्रिभुज, चतुर्भुज, पंचभुज आदि।

2. सरल वक्र और सरल बंद वक्र में अंतर लिखिए।
हल : सरल वक्र वह वक्र है जो स्वयं को नहीं काटता। यदि उसका आरंभ और अंत बिंदु मिल जाएँ, तो वह सरल बंद वक्र कहलाता है।

3. क्या वृत्त बहुभुज है? कारण दीजिए।
हल : नहीं, वृत्त बहुभुज नहीं है क्योंकि बहुभुज केवल रेखाखंडों से बनता है, जबकि वृत्त वक्र रेखा से बना होता है।

4. उत्तल और अवतल बहुभुज में अंतर लिखिए।
हल : उत्तल बहुभुज के सभी विकर्ण उसके अंदर रहते हैं और प्रत्येक कोण 180° से कम होता है। अवतल बहुभुज में कम–से–कम एक विकर्ण बाहर जा सकता है और एक कोण 180° से अधिक होता है।

5. सम बहुभुज की परिभाषा लिखिए।
हल : ऐसा बहुभुज जिसकी सभी भुजाएँ बराबर हों और सभी कोण भी बराबर हों, सम बहुभुज कहलाता है।

6. क्या केवल सभी भुजाएँ बराबर होने से कोई बहुभुज सम बहुभुज कहलाएगा?
हल : नहीं। सम बहुभुज होने के लिए सभी भुजाएँ बराबर होने के साथ–साथ सभी कोण भी बराबर होने चाहिए।

7. त्रिभुज, चतुर्भुज, पंचभुज और षट्भुज में भुजाओं की संख्या लिखिए।
हल : त्रिभुज = 3 भुजाएँ, चतुर्भुज = 4 भुजाएँ
पंचभुज = 5 भुजाएँ, षट्भुज = 6 भुजाएँ

8. एक आकृति में 5 रेखाखंड हैं और वह बंद है। यह कौन–सा बहुभुज है?

हल : 5 रेखाखंडों से बना सरल बंद वक्र पंचभुज कहलाता है।

कोण एवं योग

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. किसी भी बहुभुज के बाह्य कोणों का कुल योग कितना होता है?

(अ) $90°$ (ब) $180°$

(स) $270°$ (द) $360°$ **(द)**

2. चतुर्भुज के सभी अंतःकोणों का योग कितना होता है?

(अ) $180°$ (ब) $270°$

(स) $360°$ (द) $540°$ **(स)**

3. n भुजाओं वाले बहुभुज के अंतःकोणों का योग ज्ञात करने का सूत्र है–

(अ) $n \times 180°$ (ब) $(n - 2) \times 180°$

(स) $(n + 2) \times 180°$ (द) $360° \div n$ **(ब)**

4. सम बहुभुज का प्रत्येक बाह्य कोण 45° है। उसकी भुजाओं की संख्या होगी–

(अ) 6 (ब) 7

(स) 8 (द) 9 **(स)**

5. सम पंचभुज के सभी अंतःकोणों का योग कितना होगा?

(अ) $360°$ (ब) $540°$

(स) $720°$ (द) $900°$ **(ब)**

6. सम षट्भुज का प्रत्येक अंतःकोण कितना होता है?

(अ) $90°$ (ब) $100°$

(स) $120°$ (द) $135°$ **(स)**

7. एक चतुर्भुज के तीन कोण 60°, 80° और 120° हैं। चौथा कोण होगा–

(अ) $60°$ (ब) $80°$

(स) $100°$ (द) $120°$ **(स)**

8. यदि सम बहुभुज का प्रत्येक बाह्य कोण 40° है, तो उसकी भुजाओं की संख्या होगी–

(अ) 6 (ब) 8

(स) 9 (द) 12 **(स)**

रिक्तस्थान –

1. एक नियमित पंचभुज का प्रत्येक बाह्य कोण .... का होता है।

उत्तर : $72°$

2. सम अष्टभुज का प्रत्येक बाह्य कोण .... है।

उत्तर : $45°$

3. सम षट्भुज का प्रत्येक अंतःकोण .... होता है

उत्तर : $120°$

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. किसी बहुभुज के बाह्य कोणों के योग का नियम लिखिए।

हल : किसी भी बहुभुज के सभी बाह्य कोणों का योग हमेशा 360° होता है।

2. एक चतुर्भुज के कोणों का अनुपात 1 : 2 : 3 : 4 है। सभी कोण ज्ञात कीजिए।

हल : माना कोण x, 2x, 3x और 4x हैं।

$x + 2x + 3x + 4x = 360°$

$10x = 360°$

$x = 36°$

अतः कोण होंगे,

$36°, 72°, 108°, 144°$

3. किसी सम बहुभुज का प्रत्येक अंतःकोण 135° है। भुजाओं की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : बाह्य कोण $= 180° - 135° = 45°$

भुजाओं की संख्या $360° \div 45° = 8$

अतः बहुभुज अष्टभुज है।

4. क्या ऐसा सम बहुभुज संभव है जिसका प्रत्येक बाह्य कोण 22° हो? कारण दीजिए।

हल : नहीं।

भुजाओं की संख्या $= 360 \div 22 = 16.36$

क्योंकि भुजाओं की संख्या पूर्ण संख्या होनी चाहिए, इसलिए ऐसा सम बहुभुज संभव नहीं है।

5. एक सम बहुभुज का प्रत्येक अंतःकोण 144° है। भुजाओं की संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : बाह्य कोण $= 180° - 144° = 36°$

भुजाओं की संख्या $= 360° \div 36° = 10$

अतः यह दशभुज है।

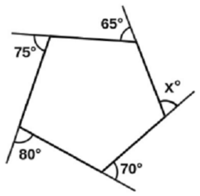
6. एक पंचभुज के बाह्य कोण x, 80°, 70°, 60° और 90° हैं। x ज्ञात कीजिए।

हल : $x + 80° + 70° + 60° + 90° = 360°$

$x + 300° = 360°$

$x = 60°$

7. x का मान ज्ञात कीजिए।



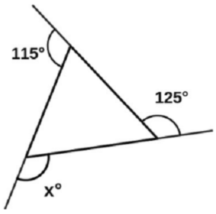
हल : $x + (65° + 75° + 80° + 70°) = 360°$

$x + 290° = 360°$

अतः $x = 360° - 290° = 70°$

DOWNLOAD MISSION GYAN APP!

8. x का मान ज्ञात कीजिए।



हल : $x + (125° + 115°) = 360°$

$x + 240° = 360°$

अतः $x = 360° - 240° = 120°$

चतुर्भुज एवं विकर्ण

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. वह चतुर्भुज जिसमें केवल एक जोड़ा सम्मुख भुजाएँ समांतर हों, कहलाता है?

(अ) आयत (ब) समचतुर्भुज

(स) समलंब (द) वर्ग **(स)**

2. ऐसा चतुर्भुज जिसमें आसन्न भुजाओं के दो अलग–अलग युग्म बराबर हों, कहलाता है?

(अ) पतंग (ब) आयत

(स) वर्ग (द) समलंब **(अ)**

3. समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण कैसे होते हैं?

(अ) असमान (ब) बराबर

(स) पूरक (द) हमेशा 90° **(ब)**

4. समांतर चतुर्भुज के आसन्न कोणों का योग कितना होता है?

(अ) 90° (ब) 120°

(स) 180° (द) 360° **(स)**

5. ऐसा समांतर चतुर्भुज जिसकी सभी भुजाएँ बराबर हों, कहलाता है?

(अ) आयत (ब) समचतुर्भुज

(स) समलंब (द) पंचभुज **(ब)**

6. आयत का प्रत्येक कोण कितने डिग्री का होता है?

(अ) 60° (ब) 90°

(स) 120° (द) 180° **(ब)**

7. वर्ग के विकर्णों के बारे में सही कथन कौन–सा है?

(अ) वे असमान होते हैं

(ब) वे एक–दूसरे को नहीं काटते

(स) वे बराबर होते हैं और समकोण पर समद्विभाजित करते हैं

(द) वे समांतर होते हैं **(स)**

8. आयत के विकर्ण कैसे होते हैं?

(अ) बराबर (ब) असमान

(स) हमेशा लंब (द) समांतर **(अ)**

9. समचतुर्भुज के विकर्ण एक–दूसरे को किस कोण पर काटते हैं?

(अ) 45° (ब) 60°

(स) 90° (द) 180° **(स)**

10. यदि किसी समांतर चतुर्भुज का एक कोण 90° हो, तो वह बन जाता है–

(अ) समलंब (ब) आयत

(स) अवतल बहुभुज (द) पंचभुज **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. पतंग में आसन्न भुजाओं के .... जोड़े बराबर होते हैं।

उत्तर : 2

2. आयत के सभी कोण .... के होते हैं।

उत्तर : 90°

3. वर्ग के विकर्ण एक–दूसरे को .... कोण पर काटते हैं।

उत्तर : 90° (समकोण)

4. आयत के विकर्ण .... होते हैं।

उत्तर : बराबर

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. समलंब किसे कहते हैं?

हल : ऐसा चतुर्भुज जिसमें कम–से–कम एक जोड़ा सम्मुख भुजाएँ समांतर हों, समलंब कहलाता है।

2. पतंग चतुर्भुज की दो विशेषताएँ लिखिए।

हल : पतंग में आसन्न भुजाओं के दो अलग–अलग युग्म बराबर होते हैं।

पतंग के विकर्ण सामान्यतः परस्पर लंब होते हैं।

3. समांतर चतुर्भुज के कोई तीन गुण लिखिए।

हल : सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं।

सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

विकर्ण एक–दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

4. एक समांतर चतुर्भुज ABCD में $\angle A = 75°$ है। $\angle C$ और $\angle B$ ज्ञात कीजिए।

हल : समांतर चतुर्भुज में सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

$\angle C = \angle A = 75°$

आसन्न कोणों का योग 180° होता है।

$\angle B = 180° - 75° = 105°$

अतः $\angle C = 75°$ और $\angle B = 105°$।

पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

5. एक समांतर चतुर्भुज के दो आसन्न कोणों का अनुपात 3 : 2 है। सभी कोण ज्ञात कीजिए।

हल : माना कोण 3x और 2x हैं।

$3x + 2x = 180°$

$5x = 180°$

$x = 36°$

पहला कोण $= 3 \times 36° = 108°$

दूसरा कोण $= 2 \times 36° = 72°$

सम्मुख कोण बराबर होंगे।

अतः चारों कोणः 108°, 72°, 108°, 72°

6. एक समांतर चतुर्भुज में दो सम्मुख कोण क्रमशः (3x – 2)° और (x + 48)° हैं। x ज्ञात कीजिए।

हल : सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

$3x - 2 = x + 48$

$2x = 50$

$x = 25°$

7. यदि समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ (2x + 3) सेमी और 15 सेमी हैं, तो x ज्ञात कीजिए।

हल : सम्मुख भुजाएँ बराबर होती हैं।

$2x + 3 = 15$

$2x = 12$

$x = 6$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. प्रत्येक वर्ग आयत भी होता है ,प्रत्येक वर्ग समचतुर्भुज भी होता है– कारण दीजिए।

हल : वर्ग के सभी कोण 90° होते हैं और सम्मुख भुजाएँ बराबर व समांतर होती हैं। ये सभी गुण आयत में होते हैं। इसलिए प्रत्येक वर्ग आयत होता है।

समचतुर्भुज में चारों भुजाएँ बराबर होती हैं। वर्ग में भी चारों भुजाएँ बराबर होती हैं। इसलिए प्रत्येक वर्ग समचतुर्भुज होता है।

2. आयत और समचतुर्भुज के विकर्णों में अंतर लिखिए।

हल : आयत के विकर्ण बराबर होते हैं और एक–दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

समचतुर्भुज के विकर्ण एक–दूसरे को समकोण पर समद्विभाजित करते हैं, पर वे सामान्यतः बराबर नहीं होते।

3. एक समचतुर्भुज ABCD के विकर्ण O पर मिलते हैं। यदि OA = 3 सेमी. और OB = 4 सेमी. है, तो भुजा AB ज्ञात कीजिए।

हल : समचतुर्भुज के विकर्ण समकोण पर काटते हैं।

इसलिए त्रिभुज AOB समकोण त्रिभुज है।

$AB^2 = OA^2 + OB^2$

$AB^2 = 3^2 + 4^2$

$AB^2 = 9 + 16 = 25$

AB = 5 सेमी.

अतः समचतुर्भुज की प्रत्येक भुजा 5 सेमी. होगी।

4. एक समलंब ABCD में AB = DC है। यदि ∠D = 120° और ∠C = 110° हैं, तो ∠A और ∠B ज्ञात कीजिए।

हल : समांतर भुजाओं के कारण एक ही ओर के अंतः कोणों का योग 180° होगा।

$\angle A + \angle D = 180°$

$\angle A + 120° = 180°$

$\angle A = 60°$

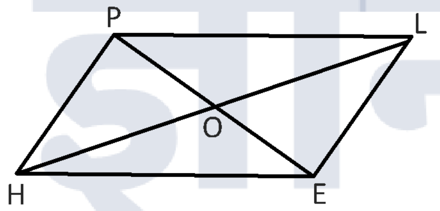
$\angle B + \angle C = 180°$

$\angle B + 110° = 180°$

$\angle B = 70°$

अतः $\angle A = 60°$ और $\angle B = 70°$ ।

5. आकृति HELP एक समान्तर चतुर्भुज है जिसमें OE = 4 cm और HL, PE से 5 cm अधिक है। HL ज्ञात कीजिए–



हल : OE = 4 cm

क्योंकि O, विकर्ण PE का मध्य बिंदु है,

OP = OE = 4 cm

इसलिए,

PE = OP + PE = 4 + 4 = 8 cm

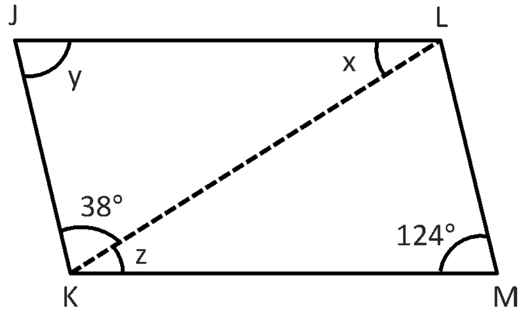
अब दिया है कि HL, PE से 5 cm अधिक है।

HL = PE + 5

HL = 8 + 5 = 13 cm

क्योंकि O विकर्ण, HL का भी मध्य बिंदु है।

6. दिए गए समान्तर चतुर्भुज JKLM में अज्ञात कोणों x, y और z का मान ज्ञात कीजिए–



DOWNLOAD MISSION GYAN APP!

हल : $\angle J = \angle M$

$\angle M = \angle Y = 120°$

(समान्तर चतुर्भुज के आसन्न कोणों का योग 180° होता है।)

$\angle K + \angle M = 180°$

$(38° + Z) + 124° = 180°$

$\angle Z = 180° - 162°$

$\angle Z = 18°$

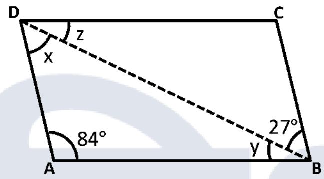
JL || KM और KL एक तिर्यक रेखा है।

अतः, x = Z (एकान्तर अंतःकोण)

$\angle x = 18°$

अतः $\angle x = 18°, \angle y = 124°, \angle Z = 18°$

7. अज्ञात कोणों x, y का मान ज्ञात कीजिए–



हल : $\angle A = 84°$ होने से $\angle B = \angle D = 96°$

AB || CD और BD तिर्यक रेखा है,

इसलिए x = 27°

ΔABD

$84° + x + y = 180°$

$84° + 27° + y = 180°$

$y = 180° - 111°$

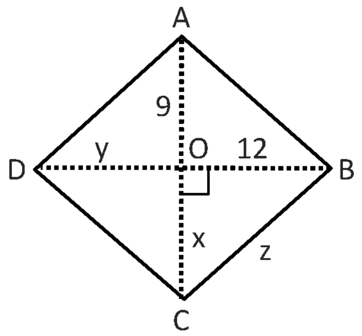
$y = 69°$

$\angle z$ और $\angle y$ एकांतर अंतःकोण है।

$\angle z = 69°$

अतः $x = 27°, y = 69°, z = 69°$

8. ABCD एक समचतुर्भुज है। इसके विकर्ण AC तथा BD बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि AO = 9 सेमी. और BO = 12 सेमी. है, तो x, y तथा z का मान ज्ञात कीजिए।



हल : समचतुर्भुज के विकर्ण एक–दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

अतः OC = AO ⇒ x = 9 सेमी.

तथा OD = BO ⇒ y = 12 सेमी.।

ΔAOB में $\angle AOB = 90°$

$z^2 = 9^2 + 12^2$

$z^2 = 81 + 144$

$z^2 = 225$

⇒ z = 15 सेमी.।

अतः x = 9 सेमी., y = 12 सेमी. और z = 15 सेमी.

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

4 आँकड़ों का प्रबंधन

आँकड़ों का संगठन एवं प्रस्तुतीकरण

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. आँकड़ों को व्यवस्थित रूप में प्रस्तुत करने का सबसे सरल तरीका है–
(अ) कहानी (ब) सारणी
(स) चित्र (द) निबंध **(ब)**

2. चित्रों द्वारा आँकड़ों का प्रदर्शन कहलाता है–
(अ) दण्ड आलेख (ब) चित्रालेख
(स) वृत्त आलेख (द) घटना **(ब)**

3. यदि एक चित्र 50 विद्यार्थियों को दर्शाता है, तो 4 चित्र दर्शाएँगे–
(अ) 100 (ब) 150
(स) 200 (द) 250 **(स)**

4. दण्ड आलेख में पट्टियाँ होती हैं–
(अ) असमान चौड़ाई की
(ब) समान चौड़ाई की
(स) गोलाकार
(द) त्रिकोणीय **(ब)**

5. दण्ड आलेख का मुख्य उद्देश्य है–
(अ) तुलना करना (ब) चित्र बनाना
(स) कहानी लिखना (द) अनुमान लगाना **(अ)**

6. दो आँकड़ों की तुलना के लिए कौन सा आलेख उपयोगी है?
(अ) चित्रालेख (ब) दण्ड आलेख
(स) द्वि–दण्ड आलेख (द) वृत्त आलेख **(स)**

7. किसी विद्यालय में लड़कों और लड़कियों की संख्या की तुलना हेतु सबसे उपयुक्त आलेख है–
(अ) चित्रालेख (ब) द्वि–दण्ड आलेख
(स) वृत्त आलेख (द) सारणी **(ब)**

8. दण्ड आलेख में आँकड़े किससे दर्शाए जाते हैं?
(अ) वृत्त (ब) रेखाएँ
(स) पट्टियाँ (द) बिंदु **(स)**

9. चित्रालेख का सबसे बड़ा लाभ है–
(अ) गणना कठिन होती है
(ब) समझना आसान होता है
(स) अधिक स्थान लेता है
(द) केवल छोटे आँकड़ों के लिए **(ब)**

10. दण्ड आलेख में क्षैतिज अक्ष पर सामान्यतः क्या लिखा जाता है?
(अ) शीर्षक (ब) श्रेणियाँ
(स) माप (द) कोण **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. आंकड़ों को इकट्ठा करने की प्रक्रिया को .... कहते हैं।
उत्तर : आंकड़ों का संग्रहण

2. आंकड़ों को बार–चार्ट, पाई–चार्ट और सारणी के रूप में दिखाने को .... कहते हैं।
उत्तर : आंकड़ों का निरूपण

3. जब हम सर्वेक्षण या प्रश्नावली द्वारा जानकारी इकट्ठा करते हैं तो इसे .... आंकड़े कहते हैं।
उत्तर : प्राथमिक आंकड़े

4. वृत्त आलेख को अंग्रेजी में .... चार्ट कहते हैं।
उत्तर : पाई चार्ट

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. आँकड़े क्या हैं?
हल : तथ्यों एवं संख्याओं के संग्रह को आँकड़े (Data) कहते हैं।

2. चित्रालेख क्या है?
हल : चित्रों या संकेतों द्वारा आँकड़ों को प्रदर्शित करने की विधि चित्रालेख कहलाती है।

3. दण्ड आलेख क्या है?
हल : आयताकार पट्टियों द्वारा आँकड़ों को प्रदर्शित करने वाला आलेख दण्ड आलेख कहलाता है।

4. द्वि–दण्ड आलेख का उपयोग क्यों किया जाता है?
हल : दो अलग–अलग आँकड़ों की तुलना करने के लिए।

5. चित्रालेख और दण्ड आलेख में दो अंतर लिखिए।
हल : **चित्रालेख और दण्ड आलेख में दो अंतर –**

चित्रालेख	दण्ड आलेख
चित्रों का प्रयोग होता है	पट्टियों का प्रयोग होता है
देखने में आकर्षक होता है	तुलना करने में अधिक उपयोगी होता है

DOWNLOAD MISSION GYAN APP!

6. किसी विद्यालय में पाँच कक्षाओं के विद्यार्थियों की संख्या को दण्ड आलेख द्वारा प्रदर्शित करने के क्या लाभ हैं?

हल : विभिन्न कक्षाओं की तुलना आसानी से की जा सकती है।
अधिक और कम संख्या तुरंत ज्ञात हो जाती है।
आँकड़े स्पष्ट दिखाई देते हैं।

7. द्वि–दण्ड आलेख कब उपयोग किया जाता है? उदाहरण सहित समझाइए।

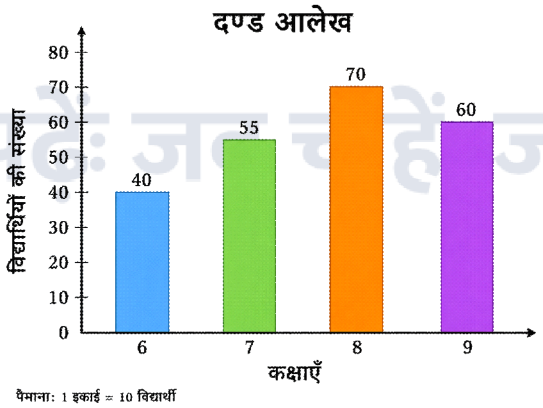
हल : जब दो समूहों की तुलना करनी हो तब द्वि–दण्ड आलेख का उपयोग किया जाता है।
उदाहरण– किसी विद्यालय में लड़कों और लड़कियों की संख्या की तुलना करने के लिए।

दीर्घ–उत्तारात्मक प्रश्न –

1. निम्न आँकड़ों का दण्ड आलेख बनाइए।

कक्षा	6	7	8	9
विद्यार्थी	40	55	70	60

हल : x–अक्ष पर कक्षाएँ तथा y–अक्ष पर विद्यार्थियों की संख्या लें।
इन मानों के अनुसार समान चौड़ाई वाली पट्टियाँ बनाकर दण्ड आलेख तैयार करें।



2. निम्न आँकड़ों का निष्कर्ष लिखिए।

कक्षा	6	7	8
लड़के	40	45	55
लड़कियाँ	35	50	45

हल: कक्षा 6 में लड़के अधिक हैं।
कक्षा 7 में लड़कियाँ अधिक हैं।
कक्षा 8 में लड़के अधिक हैं।
कुल विद्यार्थियों की संख्या कक्षा 8 में सबसे अधिक है।

वृत्त आलेख (Pie Chart) एवं आँकड़ों की व्याख्या

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. एक पूर्ण वृत्त का कोण होता है–
(अ) 180° (ब) 270°
(स) 360° (द) 90° **(स)**

2. 50% आँकड़े का केंद्रीय कोण होगा–
(अ) 90° (ब) 120°
(स) 180° (द) 270° **(स)**

3. 25% आँकड़े का केंद्रीय कोण होगा–
(अ) 45° (ब) 90°
(स) 180° (द) 270° **(ब)**

4. वृत्त आलेख का दूसरा नाम है–
(अ) बार ग्राफ (ब) पाई चार्ट
(स) रेखा आलेख (द) चित्रालेख **(ब)**

5. वृत्त आलेख किसे प्रदर्शित करता है?
(अ) समय (ब) भाग और संपूर्ण का संबंध
(स) दूरी (द) आयु **(ब)**

6. 75% का केंद्रीय कोण होगा–
(अ) 90° (ब) 180°
(स) 270° (द) 360° **(स)**

7. केंद्रीय कोण ज्ञात करने का सूत्र है–
(अ) भाग × 360°
(ब) भाग ÷ कुल
(स) भाग / कुल × 360°
(द) कुल / भाग × 360° **(स)**

8. यदि किसी भाग का मान कुल का $\frac{1}{4}$ हो, तो उसका केंद्रीय कोण होगा–
(अ) 45° (ब) 60°
(स) 90° (द) 180° **(स)**

9. वृत्त आलेख में सभी केंद्रीय कोणों का योग होता है–
(अ) 180° (ब) 270°
(स) 360° (द) 720° **(स)**

10. यदि किसी गतिविधि का भाग 20% है, तो केंद्रीय कोण होगा–
(अ) 72° (ब) 90°
(स) 120° (द) 144° **(अ)**

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें जहां चाहें जैसे चाहें!

रिक्तस्थान –

1. एक वृत्त आलेख का कुल कोण .... डिग्री का होता है।

उत्तर : 360°

2. वृत्त आलेख में पूरा वृत्त कुल .... को दर्शाता है।

उत्तर : 100% आंकड़े

3. वृत्त आलेख का प्रत्येक त्रिज्यखंड आंकड़ों के एक .... को दर्शाता है।

उत्तर : भाग/हिस्सा

4. यदि किसी मद का केंद्रीय कोण 180° है, तो वह पूरे आँकड़ों का .... भाग होगा।

उत्तर : 50%

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. वृत्त आलेख क्या है?

हल : वृत्त के विभिन्न भागों द्वारा आँकड़ों को प्रदर्शित करने वाला आलेख वृत्त आलेख कहलाता है।

2. 30% आँकड़ों का केंद्रीय कोण ज्ञात कीजिए।

हल : केंद्रीय कोण = $\frac{30}{100}\times 360^\circ = 108^\circ$

3. वृत्त आलेख दण्ड आलेख से किस प्रकार भिन्न है?

हल : वृत्त आलेख भाग और संपूर्ण का संबंध दर्शाता है। दण्ड आलेख विभिन्न आँकड़ों की तुलना दर्शाता है। वृत्त आलेख में कोणों का प्रयोग होता है जबकि दण्ड आलेख में पट्टियों का।

दीर्घ–उत्तारात्मक प्रश्न –

1. 24 घंटे का वृत्त आलेख बनाइए।

कार्य	घंटे
सोना	8
विद्यालय	6
खेल	4
अध्ययन	4
अन्य	2

हल : कुल घंटे = 24

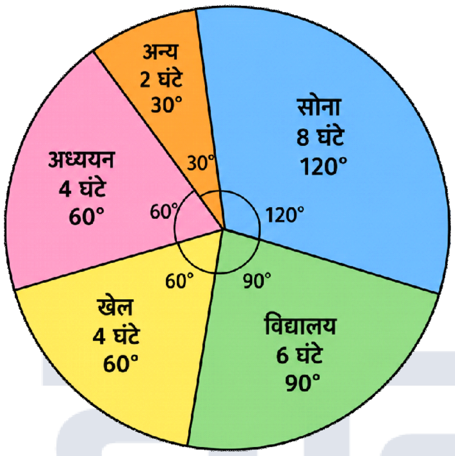
सोना = $\frac{8}{24}\times 360^\circ = 120^\circ$

विद्यालय = $\frac{6}{24}\times 360^\circ = 90^\circ$

खेल = $\frac{4}{24}\times 360^\circ = 60^\circ$

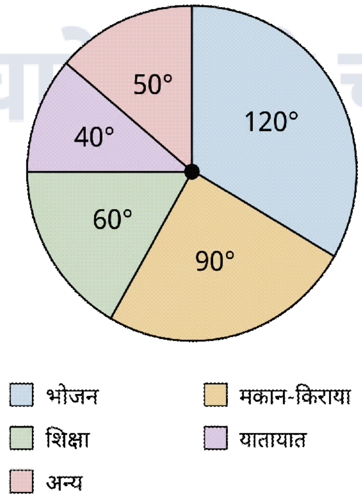
अध्ययन = $\frac{4}{24}\times 360^\circ = 60^\circ$

अन्य = $\frac{2}{24}\times 360^\circ = 30^\circ$



कुल घंटे = 24

2. संलग्न वृत्त–आरेख एक परिवार के ₹36,000 के मासिक व्यय को भोजन, मकान किराया, शिक्षा, यातायात और अन्य मदों में दर्शाता है।



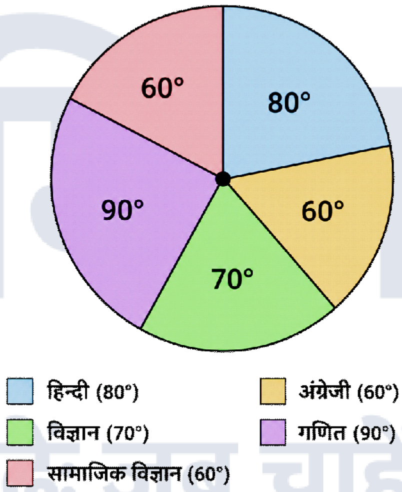
प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

1. मकान किराये पर कितनी राशि खर्च की गई?
2. भोजन पर शिक्षा की तुलना में कितनी अधिक राशि खर्च हुई?
3. सिद्ध कीजिए कि यातायात और अन्य मदों का कुल व्यय मकान किराये के बराबर है।

हल: मात्रा = $\dfrac{\text{केन्द्रीय कोण}}{360^\circ} \times$ कुल मात्रा

1. मकान किराये का व्यय = $\dfrac{90^\circ}{360^\circ} \times 36000$ = ₹9,000
2. कोणों का अंतर = 120° – 60° = 60°
   राशि का अंतर = 60 × ₹100 = ₹6,000
3. यातायात + अन्य = 40 + 50° = 90°
   इसका व्यय = 90 × ₹100 = ₹9,000 जो मकान किराये के बराबर है।

3. संलग्न वृत्त–आरेख एक विद्यालय के पुस्तकालय में उपलब्ध कुल 1800 पुस्तकों का विषयवार वितरण दर्शाता है।



पढ़ें जब चाहें, जहां चाहें, जैसे चाहें!

निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

1. **किस विषय की 450 पुस्तकें हैं?**
2. **हिन्दी की पुस्तकें विज्ञान की पुस्तकों से कितनी अधिक हैं?**
3. **अंग्रेजी और सामाजिक विज्ञान की कुल पुस्तकों की तुलना गणित और विज्ञान की कुल पुस्तकों से कीजिए।**

हल: मात्रा = $\dfrac{\text{केन्द्रीय कोण}}{360^\circ} \times$ कुल मात्रा

1. 450 पुस्तकों का केंद्रीय कोण = $\dfrac{450}{1800} \times 360^\circ$ = 90°
   ⇒ 90° वाला क्षेत्र गणित का है।
2. कोणों का अंतर = 80° – 70° – 10°
   पुस्तकों का अंतर = 10 × 5 = 50 पुस्तकें।
3. अंग्रेजी + सामाजिक विज्ञान = (60° + 60°) = 120°
   गणित + विज्ञान = (90° + 70°) = 160°
   160° – 120° = 40°

   40° = $\dfrac{1800}{360^\circ}$ = 200

   गणित और विज्ञान की कुल 200 पुस्तकें अधिक हैं।

4. एक विद्यालय के 120 विद्यार्थियों से उनके पसंदीदा खेल के बारे में पूछा गया। प्राप्त आँकड़ों को पाई चार्ट द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

खेल	विद्यार्थियों की संख्या
क्रिकेट	48
फुटबॉल	30
कबड्डी	24
बैड़मिंटन	18
योग	**120**

हल: केंद्रीय कोण = $\dfrac{\text{संबंधित मान}}{\text{कुल मान}} \times 360^\circ$

कुल विद्यार्थी = 120

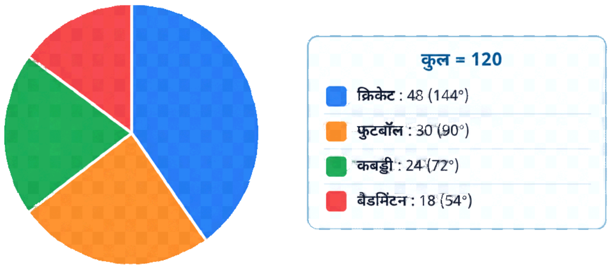
क्रिकेट = $\dfrac{48}{120} \times 360^\circ = 144^\circ$

फुटबॉल = $\dfrac{30}{120} \times 360^\circ = 90^\circ$

कबड्डी = $\dfrac{24}{120} \times 360^\circ = 72^\circ$

बैड़मिंटन = $\dfrac{18}{120} \times 360^\circ = 54^\circ$

केन्द्रीय कोण का योग = 360°



प्रायिकता

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. सिक्का उछालना है–

(अ) निश्चित घटना (ब) यादृच्छिक प्रयोग
(स) असंभव घटना (द) निश्चित परिणाम **(ब)**

2. पासा फेंकने पर कुल संभावित परिणाम हैं–

(अ) 4 (ब) 5
(स) 6 (द) 7 **(स)**

3. निम्न में से कौन यादृच्छिक प्रयोग नहीं है?

(अ) पासा फेंकना (ब) सिक्का उछालना
(स) सूर्योदय होना (द) पर्ची निकालना **(स)**

4. पासे पर 7 प्राप्त करना–

(अ) निश्चित घटना (ब) असंभव घटना
(स) यादृच्छिक घटना (द) संभावित घटना **(ब)**

5. किसी प्रयोग का एक संभावित उत्तर कहलाता है–

(अ) घटना (ब) परिणाम
(स) संभावना (द) आँकड़ा **(ब)**

6. एक या अधिक परिणामों का समूह कहलाता है–

(अ) घटना (ब) प्रयोग
(स) संभावना (द) चित्रालेख **(अ)**

7. प्रायिकता का मान सदैव होता है–

(अ) 0 और 1 के बीच
(ब) 1 और 10 के बीच
(स) 0 और 100 के बीच
(द) ऋणात्मक **(अ)**

रिक्तस्थान –

1. असंभव घटना की प्रायिकता .... है।

उत्तर : 0

2. निश्चित घटना की प्रायिकता .... है।

उत्तर : 1

3. पासे पर अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता .... है।

उत्तर : $\frac{1}{2}$

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. परिणाम एवं घटना में अंतर लिखिए।

हल :

परिणाम	घटना
एक संभावित उत्तर	एक या अधिक परिणामों का समूह
उदाहरण – 4 आना	उदाहरण – सम संख्या आना

2. दो सिक्कों को एक साथ उछालने पर संभावित परिणाम लिखिए।

हल : HH, HT, TH, TT

कुल परिणाम = 4

3. प्रायिकता का सूत्र लिखिए।

हल : प्रायिकता = अनुकूल परिणामों की संख्या / कुल परिणामों की संख्या

4. समप्रायिक परिणाम क्या हैं?

हल : जिन परिणामों के आने की संभावना समान हो, वे समप्रायिक परिणाम कहलाते हैं।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. पासा फेंकने पर 4 से बड़ी संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल : संख्याएँ = 5, 6

अनुकूल परिणाम = 2

कुल परिणाम = 6

प्रायिकता = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

2. 1 से 20 तक की संख्याओं में से सम संख्या चुनने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

हल : सम संख्याएँ = 10

कुल संख्याएँ = 20

प्रायिकता = $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

3. एक थैले में 4 लाल, 3 नीली और 3 हरी गेंदें हैं। ज्ञात कीजिए–

a. लाल गेंद की प्रायिकता
b. नीली गेंद की प्रायिकता
c. हरी गेंद की प्रायिकता
d. लाल या नीली गेंद की प्रायिकता
e. लाल गेंद न मिलने की प्रायिकता

हल : कुल गेंदें = 4 + 3 + 3 = 10

a. P(लाल) $= \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

b. P(नीली) = $\frac{3}{10}$

c. P(हरी) = $\frac{3}{10}$

d. P(लाल या नीली) = $\frac{(4+3)}{10} = \frac{7}{10}$

e. P(लाल गेंद न मिलना) = $\frac{(3+3)}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

4. पासा फेंकने पर ऐसी संख्या आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए जो अभाज्य भी हो और सम भी।

हल : अभाज्य संख्याएँ = 2, 3, 5

सम संख्या = 2, 4, 6

दोनों शर्तें पूरी करने वाली संख्या = 2

अनुकूल परिणाम = 1

कुल परिणाम = 6

प्रायिकता = $\frac{1}{6}$

5. अच्छी प्रकार से फेंटी हुई 52 पत्तों (ताशों) की एक गड्डी में से एक पत्ता (ताश) यादृच्छिक रूप निकाला जाता है तो ज्ञात करों–

a. एक काला बादशाह प्राप्त करने की प्रायिकता

b. लाल रंग का पत्ता प्राप्त करने की प्रायिकता

c. इक्का प्राप्त करने की प्रायिकता

d. लाल रंग की बेगम प्राप्त करने की प्रायिकता

हल :

a. एक काला बादशाह प्राप्त करने की प्रायिकता = $\frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

b. लाल रंग का पत्ता प्राप्त करने की प्रायिकता = $\frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

c. इक्का प्राप्त करने की प्रायिकता = $\frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

d. लाल रंग की बेगम प्राप्त करने की प्रायिकता = $\frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

5 वर्ग और वर्गमूल

वर्ग संख्याएँ और उनके गुणधर्म

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. **निम्नलिखित में से कौन–सी संख्या एक पूर्ण वर्ग संख्या है?**
   (अ) 1057 (ब) 23453
   (स) 7928 (द) 441 **(द)**
2. **यदि किसी संख्या का इकाई अंक 3 है, तो उसके वर्ग का इकाई अंक होगा?**
   (अ) 3 (ब) 6
   (स) 9 (द) 1 **(स)**
3. **संख्या 50 के वर्ग में शून्यों की संख्या कितनी होगी?**
   (अ) 1 (ब) 2
   (स) 3 (द) 4 **(ब)**
4. **12^2 और 13^2 के बीच कितनी प्राकृत संख्याएँ हैं?**
   (अ) 24 (ब) 25
   (स) 26 (द) 12 **(अ)**
5. **किसी विषम संख्या का वर्ग हमेशा कैसी संख्या होती है?**
   (अ) सम संख्या (ब) विषम संख्या
   (स) ऋणात्मक संख्या (द) इनमें से कोई नहीं **(ब)**
6. **निम्नलिखित में से कौन–सी संख्या पूर्ण वर्ग नहीं है?**
   (अ) 100 (ब) 400
   (स) 900 (द) 500 **(द)**
7. **$\sqrt{81}$ का इकाई अंक क्या है?**
   (अ) 1 (ब) 3
   (स) 7 (द) 9 **(द)**
8. **9 का वर्ग है–** *(Model Paper – 2024)*
   (अ) 90 (ब) 70
   (स) 81 (द) 99 **(स)**

रिक्तस्थान –

1. 1 से 10 तक की प्राकृतिक संख्याओं में कुल .... वर्ग संख्याएं होती हैं।

उत्तर : 3

2. किसी सम संख्या का वर्ग हमेशा .... संख्या होता है।

उत्तर : सम

3. 1 से 50 तक की संख्याओं में इकाई का अंक .... कभी भी वर्ग संख्या का इकाई अंक नहीं हो सकता।

उत्तर : 2, 3, 7, 8

4. n^2 और $(n + 1)^2$ के बीच .... प्राकृत संख्याएं होती हैं।

उत्तर : 2n

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. **बिना वर्गमूल निकाले बताइए कि संख्या 2437 पूर्ण वर्ग है या नहीं। कारण दीजिए।**

हल : संख्या 2437 पूर्ण वर्ग नहीं है, क्योंकि इसका इकाई अंक 7 है। किसी भी पूर्ण वर्ग संख्या के इकाई स्थान पर 2, 3, 7 या 8 नहीं हो सकता।

2. **n^2 और $(n + 1)^2$ के बीच कितनी प्राकृत संख्याएँ होती हैं? 20^2 और 21^2 के लिए इसका मान ज्ञात कीजिए।**

हल : दो क्रमागत वर्ग संख्याओं n^2 और $(n + 1)^2$ के बीच 2n प्राकृत संख्याएँ होती हैं।

यहाँ–

$n = 20$

अतः, प्राकृत संख्याओं की संख्या = 2n

$= 2 \times 20 = 40$

इसलिए 20^2 और 21^2 के बीच 40 प्राकृत संख्याएँ हैं।

3. **क्या किसी संख्या का इकाई अंक 6 होने पर वह निश्चित रूप से पूर्ण वर्ग होगी? उदाहरण दीजिए।**

हल : नहीं, इकाई अंक 6 होने से कोई संख्या निश्चित रूप से पूर्ण वर्ग नहीं हो जाती।

उदाहरण–

$16 = 4^2$, इसलिए 16 पूर्ण वर्ग है।

$36 = 6^2$, इसलिए 36 पूर्ण वर्ग है।

लेकिन 26 किसी प्राकृत संख्या का वर्ग नहीं है।

अतः इकाई अंक 6 होना पूर्ण वर्ग होने के लिए आवश्यक संकेत हो सकता है, लेकिन पर्याप्त शर्त नहीं है।

4. **प्रथम सात विषम प्राकृत संख्याओं का योग वर्ग के रूप में लिखिए।**

हल : प्रथम n विषम प्राकृत संख्याओं का योग n^2 होता है।

अतः, $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 7^2 = 49$

RECORDED VIDEOS | LIVE CLASSES | PDF NOTES | e-BOOKS | QUIZ | TEST SERIES

DOWNLOAD MISSION GYAN APP!

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. वर्ग संख्याओं के किन्हीं तीन मुख्य गुणधर्मों को उदाहरण सहित समझाइए।

हल :

1. इकाई अंक का गुणधर्म

किसी पूर्ण वर्ग संख्या के इकाई स्थान पर 2, 3, 7 या 8 कभी नहीं आता।

पूर्ण वर्ग संख्या का इकाई अंक निम्नलिखित में से हो सकता है–

0, 1, 4, 5, 6 या 9

उदाहरण–

$11^2 = 121$ $12^2 = 144$

$15^2 = 225$ $16^2 = 256$

2. अंत में शून्यों की संख्या

किसी पूर्ण वर्ग संख्या के अंत में शून्यों की संख्या हमेशा सम होती है।

उदाहरण–

$100 = 10^2$ – दो शून्य

$10]000 = 100^2$ – चार शून्य

1000 पूर्ण वर्ग नहीं है – तीन शून्य

3. सम और विषम संख्याओं का वर्ग

सम संख्या का वर्ग हमेशा सम होता है।

विषम संख्या का वर्ग हमेशा विषम होता है।

उदाहरण–

$4^2 = 16$ – सम संख्या

$5^2 = 25$ – विषम संख्या

2. जाँच कीजिए कि निम्नलिखित संख्याएँ पूर्ण वर्ग हैं या नहीं। यदि नहीं, तो कारण लिखिए।

a. 1052

b. 222000

c. 8976

हल : a. 1052

यह पूर्ण वर्ग नहीं है, क्योंकि इसका इकाई अंक 2 है। किसी पूर्ण वर्ग संख्या का इकाई अंक 2 नहीं हो सकता।

b. 222000

यह पूर्ण वर्ग नहीं है, क्योंकि इसके अंत में तीन शून्य हैं। तीन एक विषम संख्या है, जबकि पूर्ण वर्ग संख्या के अंत में शून्यों की संख्या सम होनी चाहिए।

c. 8976

इसका इकाई अंक 6 है, इसलिए केवल इकाई अंक के आधार पर निर्णय नहीं किया जा सकता।

हम जानते हैं,

$94^2 = 8836$

$95^2 = 9025$

अतः, $8836 < 8976 < 9025$

इसलिए 8976 किसी प्राकृत संख्या का वर्ग नहीं है।

3. सिद्ध कीजिए कि दो क्रमागत सम या दो क्रमागत विषम संख्याओं का गुणनफल उनके बीच की संख्या के वर्ग से 1 कम होता है।

हल : मान लीजिए दो संख्याएँ हैं,

$(a - 1)$ और $(a + 1)$

यहाँ a दोनों संख्याओं के बीच की संख्या है।

अब, $(a - 1)(a + 1)$

सर्वसमिका का प्रयोग करने पर,

$(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$

अतः,

$(a - 1)(a + 1)$

$= a^2 - 1^2$

$= a^2 - 1$

इसलिए दोनों संख्याओं का गुणनफल बीच की संख्या के वर्ग से 1 कम होता है।

उदाहरण –

$11 \times 13 = (12 - 1)(12 + 1)$

$= 12^2 - 1$ $= 144 - 1$

$= 143$ अतः सिद्ध हुआ।

रोचक प्रतिरूप

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. निम्नलिखित योग किसके बराबर है?

1 + 3 + 5 + 7 + 9

(अ) 4^2 (ब) 5^2

(स) 6^2 (द) 25^2 **(ब)**

2. $(111)^2$ का मान क्या होगा?

(अ) 121 (ब) 12321

(स) 1234321 (द) 11111 **(ब)**

3. यदि $7^2 = 49$ और $67^2 = 4489$ है, तो 667^2 का मान क्या होगा?

(अ) 444889 (ब) 44448889

(स) 448889 (द) 4448889 **(अ)**

4. निम्नलिखित प्रतिरूप के अनुसार रिक्त स्थान भरिए–

$1^2 + 2^2 + 2^2 = 3^2$

$2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$

$3^2 + 4^2 + 12^2 =$ ______

(अ) 13^2 (ब) 14^2

(स) 15^2 (द) 12^2 **(अ)**

5. संख्या 25 को कितनी क्रमागत विषम संख्याओं के योग के रूप में लिखा जा सकता है?

(अ) 4 (ब) 5

(स) 6 (द) 7 **(ब)**

6. $(1111)^2$ में सबसे बड़ा अथवा मध्य का अंक कौन–सा होगा?

(अ) 3 (ब) 4

(स) 5 (द) 2 **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. 1 + 3 + 5 + 7 + 9 का योग .... के बराबर है।

उत्तर : $5^2 = 25$

2. पहली n विषम संख्याओं का योग हमेशा .... होता है।

उत्तर : n^2

3. $11^2 = 121$, $111^2 = 12321$ इसी प्रतिरूप से 1111^2 = ...

उत्तर : 1234321

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. बिना वास्तविक योग किए निम्नलिखित का योगफल ज्ञात कीजिए–

1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15

हल : यह प्रथम आठ विषम संख्याओं का योग है।

प्रथम n विषम संख्याओं का योग = n^2

अतः, योग = 8^2 = 64

2. प्रतिरूप पूरा कीजिए–

$11^2 = 121$

$101^2 = 10201$

1001^2 = ________

हल : 1001 = 1002001

क्योंकि, 1001 × 1001 = 1002001

3. संख्या 36 को छह क्रमागत विषम संख्याओं के योग के रूप में व्यक्त कीजिए।

हल : 36 = 6

अतः,

36 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11

4. निम्नलिखित प्रतिरूप में लुप्त संख्या ज्ञात कीजिए–

$4^2 + 5^2 + 20^2 = 21^2$

$5^2 + 6^2 + __^2 = 31^2$

हल : प्रतिरूप में तीसरी संख्या पहली और दूसरी संख्या का गुणनफल है।

5 × 6 = 30

अतः लुप्त संख्या 30 है।

जाँच,

$5^2 + 6^2 + 30^2$

= 25 + 36 + 900

= 961 = 31^2

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. प्रतिरूप का अवलोकन कीजिए और रिक्त स्थानों को भरिए–

$11^2 = 121$

$101^2 = 10201$

$10101^2 = 102030201$

1010101^2 = ___________

___________^{2} = 10203040504030201

हल : इस प्रतिरूप में संख्या में उपस्थित 1 की संख्या के अनुसार परिणाम के अंक पहले बढ़ते हैं और फिर घटते हैं। प्रत्येक अंक के बीच 0 आता है।

पहला रिक्त स्थान –

1010101^2 में चार बार 1 है।

अतः, 1010101^2 = 1020304030201

दूसरा रिक्त स्थान

परिणाम में सबसे बड़ा अंक 5 है। इसलिए मूल संख्या में पाँच बार 1 होगा।

अतः, 101010101^2 = 10203040504030201

इसलिए रिक्त स्थान में संख्या होगी,

101010101^2

2. उन संख्याओं का वर्ग निकालने का प्रतिरूप लिखिए जिनका इकाई अंक 5 है। इसका प्रयोग करके 45^2 और 95^2 ज्ञात कीजिए।

हल : यदि किसी संख्या का रूप a5 है, तो–

$(a5)^2$ = a × (a + 1) के बाद 25

अर्थात् पहले 5 से पूर्व वाले अंक को उसके अगले अंक (a + 1) से गुणा किया जाता है और परिणाम के अंत में 25 लिख दिया जाता है।

(i) 45^2

यहाँ, a = 4

अतः, 45^2 = 4 × (4 + 1) के बाद 25

= 4 × 5 के बाद 25

= 20 के बाद 25

= 2025

(ii) 95^2

यहाँ, a = 9

अतः, 95^2 = 9 × (9 + 1) के बाद 25

= 9 × 10 के बाद 25

= 90 के बाद 25

= 9025

RECORDED VIDEOS | LIVE CLASSES | PDF NOTES | e-BOOKS | QUIZ | TEST SERIES
DOWNLOAD MISSION GYAN APP!

किसी संख्या का वर्ग ज्ञात करना

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ का उपयोग करके 42^2 का मान क्या होगा?

(अ) 1604 (ब) 1764

(स) 1844 (द) 1684 **(ब)**

2. 39^2 ज्ञात करने के लिए सबसे उपयुक्त रूप कौन–सा है?

(अ) $(30 + 9)^2$ (ब) $(40 - 1)^2$

(स) $30^2 + 9^2$ (द) $40^2 - 1^2$ **(ब)**

3. 85^2 का मान क्या होगा?

(अ) 7225 (ब) 6425

(स) 7325 (द) 8025 **(अ)**

4. 23^2 को सर्वसमिका की सहायता से निकालने पर 2ab का मान क्या होगा, यदि a = 20 और b = 3?

(अ) 60 (ब) 120

(स) 200 (द) 40 **(ब)**

5. 105^2 का मान क्या है?

(अ) 11025 (ब) 10025

(स) 11055 (द) 10525 **(अ)**

6. $(50 - 2)^2$ किस संख्या के वर्ग के बराबर है?

(अ) 52^2 (ब) 48^2

(स) 46^2 (द) 50^2 **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. 35 का वर्ग ज्ञात करने के लिए सूत्र–

$(30 + 5)^2 = 30^2 + 2 \times 30 \times 5 + 5^2 =$ ....

उत्तर : 1225

2. 99 का वर्ग $= (100 - 1)^2 = 10000 - 200 +$ ....

उत्तर : 9801

3. जिस संख्या के इकाई का अंक 5 हो, उसका वर्ग ज्ञात करने के लिए दहाई के अंक (दहाई का अंक + 1) के आगे .... लिख देते हैं।

उत्तर : 25

4. 75 का वर्ग $= 7 \times 8$ के आगे .... लगाने पर।

उत्तर : 5625

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. सर्वसमिका $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ का उपयोग करके 98^2 ज्ञात कीजिए।

हल : $98^2 = (100 - 2)^2$

$= 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + 2^2$

$= 10,000 - 400 + 4 = 9604$

अतः, $98^2 = 9604$

2. a5 प्रतिरूप से 65^2 ज्ञात कीजिए।

हल : $65^2 = 6 \times (6 + 1)$ के बाद 25

$=$ 6×7 के बाद 25

$=$ 42 के बाद 25

$=$ 4225

अतः, $65^2 = 4225$

3. वितरण नियम की सहायता से 32^2 ज्ञात कीजिए।

हल : $32^2 = 32 \times 32$

$= (30 + 2)(30 + 2)$

वितरण नियम से,

$= 30 \times 30 + 30 \times 2 + 2 \times 30 + 2 \times 2$

$= 900 + 60 + 60 + 4 = 1024$

अतः, $32^2 = 1024$

4. 15^2 और 25^2 का मान मानसिक गणना से लिखिए।

हल : $15^2 : 1 \times 2 = 2,$

इसके बाद 25

अतः, $15^2 = 225$

25^2 :

$2 \times 3 = 6,$ इसके बाद 25

अतः, $25^2 = 625$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. सर्वसमिका $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ का उपयोग करते हुए निम्नलिखित के वर्ग ज्ञात कीजिए–

(i) 103

(ii) 51

हल : (i) 103^2

$103^2 = (100 + 3)^2$

यहाँ, a = 100, b = 3

अतः, 103^2

$= 100^2 + 2 \times 100 \times 3 + 3^2$

$= 10,000 + 600 + 9$

$= 10,609$

इसलिए, $103^2 = 10,609$

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

(ii) 51^2

$51^2 = (50 + 1)^2$

यहाँ, $a = 50, b = 1$

अत:, $51^2 = 50^2 + 2 \times 50 \times 1 + 1^2$

$= 2500 + 100 + 1$

$= 2601$

इसलिए, $51^2 = 2601$

2. वितरण नियम का प्रयोग करके 82^2 ज्ञात कीजिए।

हल : $82^2 = 82 \times 82$

हम 82 को 80 + 2 के रूप में लिख सकते हैं।

अत:,

$82^2 = (80 + 2)(80 + 2)$

अब वितरण नियम से,

$= 80 \times 80 + 80 \times 2 + 2 \times 80 + 2 \times 2$

$= 6400 + 160 + 160 + 4$

$= 6724$

अत:, $82^2 = 6724$

3. एक वर्गाकार मैदान की एक भुजा की लंबाई 95 मीटर है। मैदान का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : वर्गाकार मैदान का क्षेत्रफल,

क्षेत्रफल = भुजा × भुजा = भुजा^2

अत:, क्षेत्रफल = 95^2

चूँकि 95 का इकाई अंक 5 है, इसलिए a5 प्रतिरूप का प्रयोग करेंगे।

यहाँ, $a = 9$

अत:, $95^2 = 9 \times (9 + 1)$ के बाद 25

$= 9 \times 10$ के बाद 25

$= 90$ के बाद 25 $= 9025$

इसलिए मैदान का क्षेत्रफल = 9025 मीटर^2

पाइथागोरस त्रिक

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. निम्नलिखित में से कौन–सा पाइथागोरस त्रिक है?

(अ) (3, 4, 6) (ब) (5, 12, 13)

(स) (6, 8, 11) (द) (2, 3, 4) **(ब)**

2. किसी प्राकृत संख्या $m > 1$ के लिए पाइथागोरस त्रिक का सामान्य रूप क्या है?

(अ) $(m, m + 1, m + 2)$

(ब) $(2m, m^2 - 1, m^2 + 1)$

(स) (m, m^2, m^3)

(द) $(2m, 2m + 1, 2m + 2)$ **(ब)**

3. यदि पाइथागोरस त्रिक की एक सम संख्या 6 है और $2m = 6$ है, तो अन्य दो संख्याएँ क्या होंगी?

(अ) 7, 8 (ब) 8, 10

(स) 9, 12 (द) 10, 15 **(ब)**

4. पाइथागोरस त्रिक (8, 15, 17) में सबसे बड़ी संख्या क्या प्रदर्शित करती है?

(अ) आधार (ब) लंब

(स) कर्ण (द) इनमें से कोई नहीं **(स)**

5. यदि $m = 4$ है, तो पाइथागोरस त्रिक क्या होगा?

(अ) (4, 15, 17) (ब) (8, 15, 17)

(स) (8, 16, 18) (द) (6, 8, 10) **(ब)**

6. क्या (1, 2, 3) एक पाइथागोरस त्रिक है?

(अ) हाँ (ब) नहीं

(स) केवल विशेष स्थितियों में

(द) कह नहीं सकते **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. पाइथागोरस प्रमेय के अनुसार समकोण त्रिभुज में कर्ण^2 = '-------------- + --------------'

उत्तर : $\text{लम्ब}^2 + \text{आधार}^2$

2. (3, 4, 5) एक -------------- त्रिक है।

उत्तर : पाइथागोरस

3. यदि $m = 2$ है, तो पाइथागोरस त्रिक $2m, m^2 - 1, m^2 + 1$ = --------------, --------------, --------------

उत्तर : 4, 3, 5

4. 5, --------------, -------------- एक पाइथागोरस त्रिक है।

उत्तर : 12, 13

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. एक पाइथागोरस त्रिक लिखिए जिसकी एक सम संख्या 12 है।

हल : मान लेते हैं,

$2m = 12$

अत:, $m = 12 \div 2 = 6$

अब, $m^2 - 1 = 6^2 - 1 = 36 - 1 = 35$

$m^2 + 1 = 6^2 + 1 = 36 + 1 = 37$

अत: पाइथागोरस त्रिक है: (12, 35, 37)

2. जाँच कीजिए कि क्या (9, 40, 41) एक पाइथागोरस त्रिक है।

हल : $9^2 + 40^2 = 81 + 1600 = 1681$

और $41^2 = 1681$

अतः, $9^2 + 40^2 = 41^2$

इसलिए (9, 40, 41) एक पाइथागोरस त्रिक है।

3. यदि पाइथागोरस त्रिक का एक सम सदस्य 14 है, तो m का मान ज्ञात कीजिए।

हल : $2m = 14$

दोनों पक्षों को 2 से भाग देने पर,

$m = 14 \div 2$

$m = 7$

4. क्या 6 सेमी, 8 सेमी और 10 सेमी भुजाओं वाला त्रिभुज समकोण त्रिभुज हो सकता है? कारण दीजिए।

हल : हाँ।

क्योंकि, $6^2 + 8^2$

$= 36 + 64$

$= 100$

और $10^2 = 100$

अतः, $6^2 + 8^2 = 10^2$

इसलिए (6, 8, 10) एक पाइथागोरस त्रिक है और इन भुजाओं से समकोण त्रिभुज बनाया जा सकता है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. पाइथागोरस त्रिक के सामान्य रूप का उपयोग करके एक त्रिक ज्ञात कीजिए जिसका एक सम सदस्य 16 है।

हल : पाइथागोरस त्रिक का सामान्य रूप है,

$(2m, m^2 - 1, m^2 + 1)$

दिया है, $2m = 16$

अतः, $m = 16 \div 2$

$m = 8$

अब,

$m^2 - 1 = 8^2 - 1$

$= 64 - 1 = 63$

और

$m^2 + 1$

$= 8^2 + 1 = 64 + 1$

$= 65$

अतः वांछित पाइथागोरस त्रिक है, (16, 63, 65)

2. यदि $m^2 - 1 = 8$ है, तो पाइथागोरस त्रिक ज्ञात कीजिए।

हल : दिया है, $m^2 - 1 = 8$

दोनों पक्षों में 1 जोड़ने पर,

$m^2 = 9$

अतः $m = \sqrt{9} = 3$

अब $2m = 2 \times 3 = 6$

$m^2 - 1 = 9 - 1 = 8$

$m^2 + 1 = 9 + 1 = 10$

अतः पाइथागोरस त्रिक है, (6, 8, 10)

3. पाइथागोरस त्रिक का वास्तविक जीवन में क्या उपयोग है? समझाइए कि राजमिस्त्री दीवार का कोना 90° बनाने के लिए इसका प्रयोग कैसे करता है।

हल : पाइथागोरस त्रिक का उपयोग निर्माण कार्य, वास्तुकला, सर्वेक्षण और नेविगेशन में समकोण सुनिश्चित करने के लिए किया जाता है।

राजमिस्त्री प्रायः 3–4–5 नियम का उपयोग करता है।

प्रक्रिया –

1. पहली दीवार पर कोने से 3 फीट की दूरी पर एक निशान लगाया जाता है।
2. दूसरी दीवार पर कोने से 4 फीट की दूरी पर दूसरा निशान लगाया जाता है।
3. दोनों निशानों के बीच की तिरछी दूरी मापी जाती है।
4. यदि तिरछी दूरी ठीक 5 फीट है, तो दोनों दीवारों के बीच का कोण 90° होगा।

क्योंकि, $3^2 + 4^2$

$= 9 + 16 = 25 = 5^2$

अतः (3, 4, 5) एक पाइथागोरस त्रिक है।

वर्गमूल निकालने की विधियाँ

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. बार–बार घटाने की विधि में संख्या से कौन–सी संख्याएँ क्रमशः घटाई जाती हैं?

(अ) सम संख्याएँ (ब) विषम संख्याएँ

(स) अभाज्य संख्याएँ (द) प्राकृत संख्याएँ **(ब)**

2. अभाज्य गुणनखंडन विधि से $\sqrt{144}$ का मान क्या होगा?

(अ) 12 (ब) 14

(स) 16 (द) 11 **(अ)**

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें

3. **यदि किसी संख्या के अभाज्य गुणनखंडों में 3 का एक गुणनखंड बिना युग्म के बच जाता है, तो संख्या को पूर्ण वर्ग बनाने के लिए किससे गुणा करना होगा?**

(अ) 2 (ब) 3

(स) 9 (द) 1 **(ब)**

4. **बार–बार घटाने की विधि से $\sqrt{25}$ ज्ञात करने के लिए कितने चरण आवश्यक होंगे?**

(अ) 4 (ब) 5

(स) 6 (द) 3 **(ब)**

5. **64 के अभाज्य गुणनखंडन में अभाज्य संख्या 2 कितनी बार आती है?**

(अ) 4 बार (ब) 5 बार

(स) 6 बार (द) 8 बार **(स)**

6. **चिह्न '$\sqrt{\ }$' किसे प्रदर्शित करता है?**

(अ) वर्ग (ब) घन

(स) वर्गमूल (द) घनमूल **(स)**

7. **दीर्घ भाग विधि से वर्गमूल निकालते समय अंकों के युग्म किस ओर से बनाए जाते हैं?**

(अ) बाईं ओर से

(ब) दाईं ओर से, अर्थात् इकाई अंक से

(स) बीच से

(द) किसी भी ओर से **(ब)**

8. **529 के अंकों के युग्म बनाने पर दाईं ओर का पहला युग्म कौन–सा होगा?**

(अ) 52 (ब) 29

(स) 5 (द) इनमें से कोई नहीं **(ब)**

9. **दीर्घ भाग विधि से $\sqrt{4096}$ का मान क्या होगा?**

(अ) 64 (ब) 54

(स) 74 (द) 66 **(अ)**

10. **किसी पाँच अंकों की पूर्ण वर्ग संख्या के वर्गमूल में कितने अंक होंगे?**

(अ) 2 (ब) 3

(स) 4 (द) 5 **(ब)**

11. **$\sqrt{12.25}$ का मान क्या होगा?**

(अ) 3.5 (ब) 2.5

(स) 4.5 (द) 0.35 **(अ)**

12. **5607 में से कौन–सी सबसे छोटी संख्या घटाई जाए कि परिणाम पूर्ण वर्ग बन जाए?**

(अ) 131 (ब) 4

(स) 121 (द) 2 **(अ)**

रिक्तस्थान –

1. 625 का वर्गमूल दीर्घ भाग विधि से .... आता है।

उत्तर : 25

2. यदि $2025 = 45 \times 45$ है, तो 2025 का वर्गमूल .... है।

उत्तर : 45

3. दीर्घ भाग विधि से वर्गमूल निकालते समय प्रत्येक चरण में हम .... अंक नीचे लाते हैं।

उत्तर : 2

4. 784 का वर्गमूल दीर्घ भाग विधि से .... है।

उत्तर : 28

5. दीर्घ भाग विधि में भागफल का अगला अंक ज्ञात करने के लिए भाजक को .... से गुणा करते हैं।'

उत्तर : भागफल के अगले संभावित अंक

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. **अभाज्य गुणनखंडन विधि से $\sqrt{1764}$ ज्ञात कीजिए।**

हल : $1764 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7$

युग्म बनाकर,

$1764 = (2 \times 2)(3 \times 3)(7 \times 7)$

अतः $\sqrt{1764} = \sqrt{[(2\times2)(3\times3)(7\times7)}$

$= 2 \times 3 \times 7 = 42$

इसलिए, $\sqrt{1764} = 42$

2. **वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 90 को गुणा करने पर पूर्ण वर्ग संख्या प्राप्त हो।**

हल : 90 का अभाज्य गुणनखंडन,

$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$

$= 2 \times (3 \times 3) \times 5$

यहाँ 2 और 5 के युग्म नहीं हैं।

अतः संख्या को पूर्ण वर्ग बनाने के लिए,

$2 \times 5 = 10$ से गुणा करना होगा।

जाँच, $90 \times 10 = 900 = 30^2$

अतः सबसे छोटी संख्या 10 है।

3. एक वर्गाकार क्षेत्र का क्षेत्रफल 100 मीटर² है। उसकी भुजा ज्ञात कीजिए।

हल : भुजा = $\sqrt{\text{क्षेत्रफल}}$

अतः भुजा = $\sqrt{100}$ = 10 मीटर

4. बिना पूरी गणना किए बताइए कि $\sqrt{729}$ में कितने अंक होंगे।

हल : दाईं ओर से अंकों के युग्म बनाएँ–

7 | 29

यहाँ दो समूह हैं। इसलिए $\sqrt{729}$ में दो अंक होंगे।

वास्तव में,

$\sqrt{729} = 27$

5. दीर्घ भाग विधि से $\sqrt{625}$ ज्ञात कीजिए।

हल : अंकों के युग्म, 6 | 25

चरण 1 :

6 से छोटी या बराबर सबसे बड़ी वर्ग संख्या, $2^2 = 4$

अतः भागफल में 2 लिखें।

शेषफल, $6 - 4 = 2$

चरण 2 :

अगला युग्म 25 नीचे उतारें,

नई संख्या = 225

पहले भागफल 2 को दोगुना करें, $2 \times 2 = 4$

अब 4 के आगे ऐसा अंक रखें कि प्राप्त संख्या को उसी अंक से गुणा करने पर 225 मिले।

$45 \times 5 = 225$

अतः भागफल का अगला अंक 5 होगा।

शेषफल, $225 - 225 = 0$

अतः $\sqrt{625} = 25$

6. $\sqrt{2.56}$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल : $2.56 = \dfrac{256}{100}$

अतः $\sqrt{2.56} = \dfrac{\sqrt{256}}{\sqrt{100}} = \dfrac{16}{10} = 1.6$

इसलिए, $\sqrt{2.56} = 1.6$

7. बड़ी संख्याओं का वर्गमूल निकालने के लिए अभाज्य गुणनखंडन विधि की तुलना में दीर्घ भाग विधि अधिक उपयोगी क्यों है?

हल : बड़ी संख्याओं के अभाज्य गुणनखंड ज्ञात करना कठिन और समय लेने वाला हो सकता है। बड़ी संख्या में बड़े अभाज्य गुणनखंड भी हो सकते हैं।

दीर्घ भाग विधि में –

- अभाज्य गुणनखंड खोजने की आवश्यकता नहीं होती।
- निश्चित चरणों द्वारा वर्गमूल निकाला जा सकता है।
- पूर्ण वर्ग और अपूर्ण वर्ग दोनों संख्याओं के वर्गमूल निकाले जा सकते हैं।
- दशमलव संख्याओं का वर्गमूल भी निकाला जा सकता है।

इसलिए बड़ी संख्याओं के लिए दीर्घ भाग विधि अधिक सुविधाजनक है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. अभाज्य गुणनखंडन विधि द्वारा $\sqrt{7744}$ ज्ञात कीजिए।

हल :

2	7744
2	3872
2	1936
2	968
2	484
2	242
11	121
11	11
	1

$\sqrt{7744} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11$

$\sqrt{7744} = 2 \times 2 \times 2 \times 11$

$\sqrt{7744} = 88$

2. वह सबसे छोटी प्राकृत संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 252 को भाग देने पर पूर्ण वर्ग संख्या प्राप्त हो। प्राप्त संख्या का वर्गमूल भी ज्ञात कीजिए।

हल : 252 का अभाज्य गुणनखंडन –

$252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$

$= (2 \times 2)(3 \times 3) \times 7$

यहाँ 7 का युग्म नहीं है।

अतः 252 को 7 से भाग देने पर पूर्ण वर्ग संख्या प्राप्त होगी।

$252 \div 7 = 36$

और $36 = 6^2$

अतः, भाग देने वाली सबसे छोटी संख्या = 7

प्राप्त पूर्ण वर्ग संख्या = 36

$\sqrt{36} = 6$

3. एक माली के पास 1000 पौधे हैं। वह उन्हें इस प्रकार लगाना चाहता है कि पंक्तियों की संख्या और प्रत्येक पंक्ति में पौधों की संख्या समान हो। उसे कम–से–कम कितने अतिरिक्त पौधों की आवश्यकता होगी?

हल : यदि पंक्तियों की संख्या और प्रत्येक पंक्ति में पौधों की संख्या समान है, तो कुल पौधों की संख्या पूर्ण वर्ग होनी चाहिए।

1000 के निकट वर्ग संख्याएँ,

$31^2 = 961$

$32^2 = 1024$

क्योंकि पौधे जोड़ने हैं, इसलिए अगली पूर्ण वर्ग संख्या 1024 होगी।

आवश्यक अतिरिक्त पौधे,

$1024 - 1000 = 24$

अतः माली को 24 अतिरिक्त पौधों की आवश्यकता होगी।

4. दीर्घ भाग विधि द्वारा $\sqrt{5776}$ ज्ञात कीजिए।

हल :

	76
7	$\overline{57}\,\overline{76}$
	−49
146	876
	− 876
	0

अतः, $\sqrt{5776} = 76$

5. वह सबसे छोटी संख्या ज्ञात कीजिए जिसे 1300 में जोड़ने पर पूर्ण वर्ग संख्या प्राप्त हो। प्राप्त पूर्ण वर्ग संख्या का वर्गमूल भी ज्ञात कीजिए।

हल : 1300 के निकट पूर्ण वर्ग संख्याएँ ज्ञात करते हैं,

$36^2 = 1296$

$37^2 = 1369$

अतः, $1296 < 1300 < 1369$

1300 से बड़ी निकटतम पूर्ण वर्ग संख्या 1369 है।

जोड़ी जाने वाली संख्या, $1369 - 1300 = 69$

इसलिए,

$1300 + 69 = 1369$

और $\sqrt{1369} = 37$

अतः

- जोड़ी जाने वाली सबसे छोटी संख्या = 69
- प्राप्त पूर्ण वर्ग संख्या = 1369
- उसका वर्गमूल = 37

6. एक वर्गाकार पार्क का क्षेत्रफल 20.25 मीटर² है। दीर्घ भाग विधि द्वारा उसकी एक भुजा की लंबाई ज्ञात कीजिए।

हल : वर्गाकार पार्क की भुजा,

भुजा = $\sqrt{\text{क्षेत्रफल}}$

अतः, भुजा = $\sqrt{20.25}$

	4.5
4	$\overline{20}.\overline{25}$
	- 16
85	425
	- 425
	0

इसलिए, $\sqrt{20.25} = 4.5$

अतः पार्क की एक भुजा की लंबाई = 4.5 मीटर

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

6 घन और घनमूल

घन और हार्डी–रामानुजन संख्याएँ

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. सबसे छोटी हार्डी–रामानुजन संख्या निम्नलिखित में से कौन सी है?
(अ) 4104 (ब) 13832
(स) 1729 (द) 216 **(स)**

2. संख्या 4104 को दो भिन्न प्रकार के घनों के योग में दर्शाने वाले युग्म कौन से हैं?
(अ) (2, 16) और (9, 15)
(ब) (10, 12) और (1, 9)
(स) (11, 12) और (2, 16)
(द) (2, 20) और (5, 12) **(अ)**

3. किसी संख्या 'x' का घन प्राप्त करने के लिए उसे स्वयं से कितनी बार गुणा करना पड़ता है?
(अ) दो बार (ब) तीन बार
(स) चार बार (द) एक बार **(ब)**

4. प्रोफेसर जी. एच. हार्डी जिस टैक्सी में रामानुजन से मिलने आए थे, उसका नंबर था?
(अ) 1234 (ब) 1000
(स) 1729 (द) 2700 **(स)**

5. यदि किसी संख्या के अंत में एक शून्य (0) है, तो उसके घन के अंत में शून्यों की संख्या कितनी होगी?
(अ) 1 (ब) 2
(स) 3 (द) 4 **(स)**

6. निम्नलिखित में से किस संख्या का घन एक विषम संख्या होगा?
(अ) 24 (ब) 77
(स) 102 (द) 56 **(ब)**

7. 1 से 10 के बीच कितनी पूर्ण घन संख्याएँ सम हैं?
(अ) 1 (ब) 2
(स) 4 (द) 5 **(अ)**

8. प्रतिरूप $n^3 - (n-1)^3 = 1 + n \times (n-1) \times 3$ के आधार पर, $20^3 - 19^3$ का सही गणितीय रूप क्या होगा?
(अ) $1 + 20 \times 19 \times 3$ (ब) $1 + 20 \times 19 \times 2$
(स) $20 \times 19 \times 3$ (द) $1 + 39 \times 3$ **(अ)**

9. विषम संख्याओं के प्रतिरूप में 6^3 का मान प्राप्त करने के लिए शृंखला की पहली विषम संख्या कौन सी होगी?
(अ) 21 (ब) 31
(स) 41 (द) 19 **(ब)**

10. यदि $2^3 - 1^3 = 1 + 2 \times 1 \times 3$ है, तो $3^3 - 2^3$ का मान क्या होगा?
(अ) 7 (ब) 19
(स) 26 (द) 9 **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. $4^3 = 13 + 15 + 17 +$ ....
उत्तर : 19

2. किसी विषम संख्या का घन .... संख्या होती है।
उत्तर : विषम

3. किसी सम संख्या का घन .... संख्या होती है।
उत्तर : सम

4. 1729 को .... नाम से जाना जाता हैं।
उत्तर : हार्डी रामानुजन संख्या

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. रामानुजन ने संख्या 1729 को 'रोचक संख्या' क्यों कहा? गणितीय रूप में समझाइए।

हल : रामानुजन के अनुसार 1729 वह सबसे छोटी संख्या है जिसे दो अलग–अलग तरीकों से दो घनों के योग के रूप में लिखा जा सकता है–
$1729 = 1728 + 1 = 12^3 + 1^3$
$1729 = 1000 + 729 = 10^3 + 9^3$

2. बिना पूरा घन किए बताइए कि निम्नलिखित संख्याओं के घन के इकाई का अंक क्या होगा?
(i) 5022 (ii) 999

हल :
(i) 5022 का इकाई अंक 2 है। चूँकि $2^3 = 8$ होता है, इसलिए 5022 के घन का इकाई अंक 8 होगा।
(ii) 999 का इकाई अंक 9 है। चूँकि $9^3 = 729$ होता है, जिसका इकाई अंक 9 है, इसलिए 999 के घन का इकाई अंक 9 होगा।

मिशन ज्ञान
पढ़ें सब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

3. बिना वास्तविक घन ज्ञात किए प्रतिरूप की सहायता से $10^3 - 9^3$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल : सूत्रानुसाररू $n^3 - (n-1)^3 = 1 + n \times (n-1) \times 3$

यहाँ n = 10 है।

$10^3 - 9^3 = 1 + 10 \times 9 \times 3$

$= 1 + 270 = 271$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. सिद्ध कीजिए कि संख्या 4104 एक हार्डी–रामानुजन संख्या है। इसके दोनों युग्मों के घनों का विस्तारपूर्वक परिकलन करके स्पष्ट कीजिए।

हल : किसी संख्या को हार्डी–रामानुजन संख्या सिद्ध करने के लिए उसे दो अलग–अलग घनों के योग के रूप में दिखाना होता है।

युग्म 1: (2, 16)

2 का घन = $2 \times 2 \times 2 = 8$

16 का घन = $16 \times 16 \times 16 = 4096$

योग = 8 + 4096 = 4104

युग्म 2 : (9, 15)

9 का घन = $9 \times 9 \times 9 = 729$

15 का घन = $15 \times 15 \times 15 = 3375$

योग = 729 + 3375 = 4104

चूँकि दोनों भिन्न तरीकों से योग 4104 प्राप्त होता है, अतः यह सिद्ध होता है कि 4104 एक हार्डी–रामानुजन संख्या है।

2. तालिका बनाकर 1 से 10 तक की संख्याओं के घनों को लिखिए तथा सम–विषम के आधार पर निष्कर्ष निकालिए कि सम संख्याओं और विषम संख्याओं के घनों का व्यवहार कैसा होता है।

हल :

1^3	1	विषम
2^3	8	सम
3^3	27	विषम
4^3	64	सम
5^3	125	विषम
6^3	216	सम
7^3	343	विषम
8^3	512	सम
9^3	729	विषम
10^3	1000	सम

निष्कर्ष :

1. सभी सम संख्याओं (2, 4, 6, 8, 10) के घन हमेशा सम संख्याएँ (8, 64, 216, 512, 1000) होते हैं।
2. सभी विषम संख्याओं (1, 3, 5, 7, 9) के घन हमेशा विषम संख्याएँ (1, 27, 125, 343, 729) होते हैं।

3. क्रमागत विषम संख्याओं को जोड़ने वाले प्रतिरूप का नियम विस्तार से लिखिए। इस नियम का प्रयोग करते हुए स्पष्ट कीजिए कि संख्या 64 (जो कि 4^3 है) को प्राप्त करने के लिए कौन–कौन सी विषम संख्याएँ जोड़ी जाएँगी और क्यों?

हल : नियम : किसी संख्या n का घन (n^3) प्राप्त करने के लिए, (n – 1) के घन तक उपयोग की जा चुकी विषम संख्याओं के ठीक बाद आने वाली 'n' क्रमागत विषम संख्याओं का योग किया जाता है।

$1^3 = 1$ (पहली 1 विषम संख्या)

$2^3 = 3 + 5$ (अगली 2 विषम संख्याएँ)

$3^3 = 7 + 9 + 11$ (अगली 3 विषम संख्याएँ)

अब 4^3 के लिए, हमें 11 के बाद आने वाली अगली '4' क्रमागत विषम संख्याएँ लेनी होंगी।

11 के बाद की अगली 4 विषम संख्याएँ हैं–

13, 15, 17, 19

जाँच/योग: 13 + 15 + 17 + 19 = 64

चूँकि $4^3 = 64$ होता है, अतः यह प्रतिरूप पूरी तरह सिद्ध होता है।

अभाज्य गुणनखंड और पूर्ण घन

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. निम्नलिखित में से कौन सी संख्या एक पूर्ण घन है?

(अ) 100 (ब) 270

(स) 216 (द) 500 **(स)**

2. संख्या 1000 का सही अभाज्य गुणनखंड क्या है?

(अ) $2^2 \times 5^2$ (ब) $2^3 \times 5^3$

(स) 2×5^3 (द) $2^4 \times 5^4$ **(ब)**

3. यदि किसी संख्या के अभाज्य गुणनखंड में गुणनखंडों के 3-3 के समूह पूर्ण न हों, तो वह संख्या कैसी संख्या होती है?

(अ) पूर्ण घन संख्या

(ब) पूर्ण वर्ग संख्या

(स) पूर्ण घन संख्या नहीं होती

(द) अभाज्य संख्या **(स)**

4. संख्या 729 के अभाज्य गुणनखंड में संख्या 3 कितनी बार आती है?

(अ) 3 बार (ब) 6 बार
(स) 9 बार (द) 4 बार **(ब)**

5. संख्या 128 पूर्ण घन क्यों नहीं है? क्योंकि इसके अभाज्य गुणनखंड में–
(अ) 2 केवल दो बार आता है
(ब) 2 का एक त्रिक अधूरा रह जाता है
(स) 3 का त्रिक अधूरा रहता है
(द) इसमें कोई त्रिक नहीं बनता **(ब)**

6. वह सबसे छोटी प्राकृत संख्या क्या है जिससे 72 को गुणा करने पर वह पूर्ण घन बन जाए?
(अ) 2 (ब) 3
(स) 4 (द) 9 **(ब)**

7. संख्या 675 को पूर्ण घन बनाने के लिए किस न्यूनतम संख्या से गुणा करना होगा?
(अ) 5 (ब) 3
(स) 2 (द) 25 **(अ)**

8. यदि किसी संख्या का अभाज्य गुणनखंड $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$ है, तो इसे पूर्ण घन बनाने के लिए आवश्यक गुणक क्या होगा?
(अ) 3 (ब) 2
(स) 4 (द) 6 **(ब)**

9. संख्या 81 को किस सबसे छोटी संख्या से भाग दिया जाए कि भागफल पूर्ण घन बन जाए?
(अ) 9 (ब) 3
(स) 27 (द) 2 **(ब)**

10. संख्या 128 को पूर्ण घन भागफल प्राप्त करने के लिए किस न्यूनतम संख्या से विभाजित करना होगा?
(अ) 4 (ब) 2
(स) 8 (द) 16 **(ब)**

11. यदि किसी संख्या का अभाज्य गुणनखंड $2 \times 2 \times 2 \times 5$ है, तो इसे पूर्ण घन बनाने के लिए किस संख्या से भाग देना होगा?
(अ) 2 (ब) 4
(स) 5 (द) 8 **(स)**

12. संख्या 192 को किस न्यूनतम संख्या से भाग दें कि भागफल पूर्ण घन बन जाए?
(अ) 2 (ब) 3
(स) 4 (द) 6 **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. किसी संख्या का घन प्राप्त करने के लिए उसे स्वयं से .... बार गुणा करते हैं।

उत्तर : 3

2. $54 = 2 \times 2^3$ पूर्ण घन बनाने के लिए इसे .... से गुणा करना होगा।

उत्तर : 2×2

3. $16 = 2^4$ को पूर्ण घन बनाने के लिए .... से भाग देना होगा।

उत्तर : 2

4. पूर्ण घन जाँच के लिए समान गुणनखण्ड़ों के .... बनाए जाते हैं।

उत्तर : त्रिक

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा जाँच कीजिए कि क्या 432 एक पूर्ण घन है?

हल : 432 का अभाज्य गुणनखंड करने पर,
$432 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$
त्रिक (3 के समूह) बनाने पर,
$432 = (2 \times 2 \times 2) \times 2 \times (3 \times 3 \times 3)$
यहाँ 2 और 3 का एक–एक त्रिक बन जाता है, लेकिन एक अभाज्य गुणनखंड '2' अतिरिक्त बच जाता है जिसका त्रिक नहीं बन रहा। अतः, 432 एक पूर्ण घन संख्या नहीं है।

2. परीक्षित प्लास्टिसिन का एक घनाभ बनाता है जिसकी भुजाएँ 5 cm, 2 cm और 5 cm हैं। एक पूर्ण घन बनाने के लिए उसे ऐसे कितने घनाभों की आवश्यकता होगी?

हल : घनाभ का आयतन $= 5 \times 2 \times 5 = 2^1 \times 5^2$
इसे पूर्ण घन बनाने के लिए अभाज्य गुणनखंडों के त्रिक पूरे करने होंगे।
2 का त्रिक पूरा करने के लिए आवश्यक है $= 2 \times 2$
5 का त्रिक पूरा करने के लिए आवश्यक है $= 5$
अतः कुल आवश्यक गुणांक $= 2 \times 2 \times 5 = 20$
इसलिए, उसे 20 घनाभों की आवश्यकता होगी।

3. संख्या 135 को पूर्ण घन बनाने के लिए किस सबसे छोटी प्राकृत संख्या से भाग देना होगा?

हल : 135 का अभाज्य गुणनखंड,
$135 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 = (3 \times 3 \times 3) \times 5$
यहाँ 3 का त्रिक पूर्ण है लेकिन अभाज्य गुणनखंड 5 अतिरिक्त है। अतः संख्या 135 को सबसे छोटी प्राकृत संख्या 5 से भाग देना होगा ताकि भागफल (27) एक पूर्ण घन बन जाए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. एक कक्षा परीक्षण में, छात्र से पूछा गया कि क्या 10648 और 27000 पूर्ण घन हैं? अभाज्य गुणनखंड विधि का उपयोग करके दोनों संख्याओं की विस्तार से जाँच कीजिए और अपना अंतिम निष्कर्ष दीजिए।

हल : **10648 की जाँच,**

अभाज्य गुणनखंड करने पर,

2	10648
2	5324
2	2662
11	1331
11	121
11	11
	1

गुणनखंड, 10648 = (2 × 2 × 2) × (11 × 11 × 11)

निष्कर्ष: यहाँ सभी अभाज्य गुणनखंड 3–3 के पूर्ण समूहों (त्रिक) में हैं। अतः, 10648 एक पूर्ण घन संख्या है।

27000 की जाँच,

अभाज्य गुणनखंड करने पर,

2	27000
2	13500
2	6750
3	3375
3	1125
3	375
5	125
5	25
5	5
	1

27000 = 2 × 2 × 2 × 3 × 3 × 3 × 5 × 5 × 5

त्रिक रूप में, (2 × 2 × 2) × (3 × 3 × 3) × (5 × 5 × 5)

निष्कर्ष: यहाँ 2, 3 और 5 तीनों के त्रिक पूर्ण हैं। अतः, 27000 भी एक पूर्ण घन संख्या है।

2. एक विद्यार्थी ने जाँच की कि संख्या 392 पूर्ण घन नहीं है। वह सबसे छोटी प्राकृत संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 392 को गुणा करने पर गुणनफल एक पूर्ण घन प्राप्त हो जाए। इस प्रकार प्राप्त नई संख्या का घनमूल भी परिकलित कीजिए।

हल : सबसे पहले 392 का अभाज्य गुणनखंड करते हैं,

2	392
2	196
2	98
7	49
7	7
	1

अतः, 392 = (2 × 2 × 2) × 7 × 7

त्रिक की जाँच करने पर हम पाते हैं कि 2 का त्रिक पूर्ण है, लेकिन अभाज्य गुणनखंड 7 केवल दो बार आया है। इसे पूर्ण घन बनाने के लिए एक और 7 की आवश्यकता है।

अतः, वह सबसे छोटी आवश्यक संख्या = 7 है।

गुणा करने पर प्राप्त नई संख्या = 392 × 7 = 2744

नई संख्या का अभाज्य गुणनखंड

= (2 × 2 × 2) × (7 × 7 × 7)

नई संख्या का घनमूल = 2 × 7 = 14

3. कारखाने के एक प्रोजेक्ट में संख्या 53240 को एक पूर्ण घन संख्या में परिवर्तित करना है। वह सबसे छोटी प्राकृत संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 53240 को भाग देने पर भागफल एक पूर्ण घन प्राप्त हो। भाग देने के बाद प्राप्त भागफल का घनमूल भी ज्ञात कीजिए।

हल : संख्या 53240 का अभाज्य गुणनखंड करने पर,

2	53240
2	26620
2	13310
5	6655
11	1331
11	121
11	11
	1

53240 = 2 × 2 × 2 × 11 × 11 × 11 × 5

गुणनखंडों के समूह (त्रिक) बनाने पर,

53240 = (2 × 2 × 2) × (11 × 11 × 11) × 5

यहाँ हम देखते हैं कि अभाज्य गुणनखंड 2 और 11 के त्रिक पूर्ण हैं, लेकिन 5 केवल एक बार आया है जो कि अतिरिक्त है।

अतः, भाग दी जाने वाली सबसे छोटी संख्या = 5 है।

भाग देने पर प्राप्त भागफल = $\frac{53240}{5} = 10648$

भागफल का घनमूल = 2 × 11 = 22

अभाज्य गुणनखंड विधि से घनमूल ज्ञात करना

अवधारणा : घनमूल के संकेत ($\sqrt[3]{\ }$) को समझना और दी गई बड़ी पूर्ण घन संख्याओं का अभाज्य गुणनखंड करके उनका सटीक घनमूल निकालना।

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें!

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. घनमूल को दर्शाने के लिए गणित में किस प्रतीक का उपयोग किया जाता है?

(अ) $\sqrt{\ }$ (ब) $\sqrt[4]{\ }$

(स) $\sqrt[3]{\ }$ (द) 3 **(स)**

2. अभाज्य गुणनखंड विधि द्वारा 512 का घनमूल ($\sqrt[3]{512}$) क्या होगा?

(अ) 6 (ब) 7

(स) 8 (द) 9 **(ब)**

3. यदि $\sqrt[3]{x} = 6$ है, तो x का मान क्या होगा?

(अ) 36 (ब) 216

(स) 18 (द) 100 **(ब)**

4. संख्या 15625 का घनमूल क्या होगा?

(अ) 15 (ब) 25

(स) 35 (द) 45 **(ब)**

5. संख्या 91125 का घनमूल क्या होगा?

(अ) 35 (ब) 45

(स) 55 (द) 25 **(ब)**

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. अभाज्य गुणनखंड विधि का उपयोग करके 8000 का घनमूल ज्ञात कीजिए।

हल : 8000 का अभाज्य गुणनखंड,

$8000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$

त्रिक समूहों में व्यवस्थित करने पर,

$8000 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (5 \times 5 \times 5)$

घनमूल $\left(\sqrt[3]{8000}\right) = 2 \times 2 \times 5 = 20$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. एक विशाल घनाभाकार ब्लॉक का आयतन 13824 cm^3 है। अभाज्य गुणनखंड विधि का उपयोग करते हुए इस ब्लॉक की एक भुजा (कोर) की लंबाई ज्ञात कीजिए। प्रत्येक चरण को स्पष्ट रूप से दर्शाइए।

हल : हम जानते हैं कि घन का आयतन = $(\text{भुजा})^3$

इसलिए, भुजा की लंबाई = $\sqrt[3]{\text{आयतन}} = \sqrt[3]{13824}$

चरण 1 : 13824 का लगातार अभाज्य गुणनखंड करना,

2	13824
2	6912
2	3456
2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

चरण 2 : अभाज्य गुणनखंडों के त्रिक (3 के समूह) बनाना,

$13824 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3 \times 3)$

$13824\ (2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 3^3)$

चरण 3 : घनमूल का मान निकालना,

$\sqrt[3]{13824} = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

अतः, उस घनाभाकार ब्लॉक की एक भुजा की लंबाई 24 cm है।

7 राशियों की तुलना

अनुपात और प्रतिशत

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. यदि x का 35%, 700 है, तो x का मान होगा?
   (अ) 1500 (ब) 2000
   (स) 2500 (द) 3000 **(ब)**
2. अनुपात 2 : 5 को प्रतिशत में बदलने पर प्राप्त होगा?
   (अ) 33.33% (ब) 40%
   (स) 66.66% (द) 75% **(ब)**
3. 4 km का 400 m से अनुपात होगा?
   (अ) 1 : 10 (ब) 10 : 1
   (स) 1 : 1 (द) 5 : 2 **(ब)**
4. एक कक्षा में 15 लड़के और 10 लड़कियाँ हैं। लड़कियों की संख्या का कुल विद्यार्थियों से प्रतिशत कितना है?
   (अ) 40% (ब) 60%
   (स) 30% (द) 50% **(अ)**
5. किसी संख्या में 20% की वृद्धि करने पर वह 120 हो जाती है। वह संख्या है?
   (अ) 90 (ब) 100
   (स) 110 (द) 80 **(ब)**
6. यदि एक टोकरी में 300 आम हैं और उनमें से 15% खराब हो गए, तो अच्छे आमों की संख्या है?
   (अ) 245 (ब) 255
   (स) 265 (द) 275 **(ब)**
7. 25 मिनट का 1 घंटे से क्या अनुपात होगा?
   (अ) 5 : 12 (ब) 12 : 5
   (स) 5 : 6 (द) 1 : 2 **(अ)**
8. दशमलव संख्या 0.075 को प्रतिशत में बदलने पर मिलेगा?
   (अ) 0.75% (ब) 7.5%
   (स) 75% (द) 750% **(ब)**
9. यदि किसी संख्या का 40%, 160 के बराबर है, तो उस संख्या का 15% कितना होगा?
   (अ) 40 (ब) 60
   (स) 80 (द) 100 **(ब)**
10. एक परीक्षा में उत्तीर्ण होने के लिए 36% अंक आवश्यक हैं। एक छात्र को 190 अंक मिलते हैं और वह 26 अंकों से अनुत्तीर्ण हो जाता है। कुल पूर्णांक कितना है?
    (अ) 500 (ब) 600
    (स) 700 (द) 800 **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. दो समान प्रकार की राशियों की तुलना को .... कहते हैं।

उत्तर : अनुपात

2. अनुपात (a : b) को भिन्न के रूप में .... लिखा जाता है।

उत्तर : $\frac{a}{b}$

3. जब दो अनुपात बराबर होते हैं, तो वे .... कहलाते हैं।

उत्तर : समानुपात

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. **एक स्कूल बस में कुल 40 सीटें हैं। यदि किसी दिन 85% सीटें भरी हुई थीं, तो खाली सीटों की संख्या ज्ञात कीजिए।**

हल : भरी हुई सीटों का प्रतिशत = 85%
खाली सीटों का प्रतिशत = 100% – 85% = 15%

खाली सीटों की संख्या = 40 का 15% = $\frac{15}{100} \times 40 = 6$

खाली सीटों की संख्या 6 है।

2. **यदि A की आय B की आय से 25% अधिक है, तो B की आय A की आय से कितने प्रतिशत कम है?**

हल : माना B की आय = ₹100, तब A की आय = ₹125
अंतर = ₹25

कमी प्रतिशत = $\frac{25}{125} \times 100 = 20\%$

B की आय A से 20% कम है।

3. **एक मिश्रण में दूध और पानी का अनुपात 4 : 1 है। मिश्रण में पानी का प्रतिशत ज्ञात कीजिए।**

DOWNLOAD MISSION GYAN APP!

हल : अनुपाती योग = 4 + 1 = 5

पानी का भाग = 1

पानी का प्रतिशत = $\frac{1}{5} \times 100 = 20\%$

मिश्रण में पानी का प्रतिशत 20% है।

4. एक धावक ने 20 km की दौड़ में से 14 km की दूरी पूरी कर ली है। उसे अभी कितने प्रतिशत दौड़ और पूरी करनी है?

हल : शेष दूरी (20 km – 14 km) = 6 km

शेष दूरी का प्रतिशत = $\frac{6}{20} \times 100 = 30\%$

उसे अभी 30% दौड़ और पूरी करनी है।

5. यदि किसी संख्या के 60% में से 60 घटाने पर 60 प्राप्त होता है, तो वह संख्या ज्ञात कीजिए।

हल : माना संख्या x है।

x का 60% – 60 = $\frac{60}{100} \times x - 60$

0.6x – 60 = 60

0.6x = 60 + 60

$x = \frac{120}{0.6} = 200$

वह संख्या 200 है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. एक कस्बे की जनसंख्या 45,000 से बढ़कर 49,500 हो जाती है। जनसंख्या में हुई इस प्रतिशत वृद्धि को ज्ञात कीजिए।

हल : मूल जनसंख्या = 45,000

नई जनसंख्या = 49,500

जनसंख्या में वृद्धि = नई जनसंख्या – मूल जनसंख्या

= 49,500 – 45,000 = 4,500

प्रतिशत वृद्धि = $\frac{4500}{45000} \times 100 = \frac{1}{10} \times 100 = 10\%$

जनसंख्या में 10% की वृद्धि हुई है।

2. एक परीक्षा में रोहन को 75% अंक प्राप्त हुए। यदि उसे कुल 600 अंक मिले हों, तो परीक्षा का अधिकतम पूर्णांक क्या था? यदि दूसरे छात्र सोहन को 480 अंक मिले हों, तो सोहन का प्रतिशत भी ज्ञात कीजिए।

हल : मान लीजिए परीक्षा का अधिकतम पूर्णांक = x

रोहन के अंक = x का 75% = 600

$\frac{75}{100} \times x = 600$

अतः अधिकतम पूर्णांक = 800 है।

सोहन का प्रतिशत $\frac{480}{800} \times 100 = \frac{480}{8} = 60\%$

परीक्षा का अधिकतम पूर्णांक 800 था और सोहन को 60% अंक मिले।

3. एक मशीन का मूल्य ₹ 50,000 है। पहले वर्ष इसके मूल्य में 10% की कमी होती है और दूसरे वर्ष 20% की कमी होती है। दो वर्ष बाद मशीन का अंतिम मूल्य क्या होगा?

हल : मशीन का प्रारंभिक मूल्य = ₹50,000

1 वर्ष बाद मूल्य (10% कमी के बाद)

= 50,000 – 5,000 = ₹45,000

2 वर्ष बाद मूल्य (45,000 पर 20% की कमी)

कमी $\frac{20}{100} \times 45000$ = ₹9000

अंतिम मूल्य = 45,000 – 9,000 = ₹36,000

दो वर्ष बाद मशीन का अंतिम मूल्य ₹36,000 होगा।

4. एक व्यक्ति अपनी मासिक आय का 20% मकान के किराए पर, 50% घरेलू खर्चों पर और 10% बच्चों की शिक्षा पर खर्च करता है। यदि वह प्रति माह ₹4,000 की बचत करता है, तो उसकी कुल मासिक आय ज्ञात कीजिए।

हल : कुल खर्च का प्रतिशत = 20% (किराया) + 50% (घरेलू) + 10% (शिक्षा) = 80%

बचत का प्रतिशत = 100% – 80% = 20%

माना मासिक आय x रुपये है।

प्रश्नानुसार, x का 20% = ₹4,000

उस व्यक्ति की मासिक आय ₹20,000 है।

बट्टा ज्ञात करना

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. बट्टा किस पर दिया जाता है?

(अ) क्रय मूल्य (ब) अंकित मूल्य

(स) लाभ (द) हानि **(ब)**

2. यदि किसी वस्तु का अंकित मूल्य ₹100 है और बट्टा ₹10 है, तो विक्रय मूल्य कितना होगा?

(अ) ₹90 (ब) ₹100

(स) ₹110 (द) ₹80 **(अ)**

3. बट्टा निकालने का सूत्र क्या है?

(अ) बट्टा = अंकित मूल्य + विक्रय मूल्य

(ब) बट्टा = अंकित मूल्य – विक्रय मूल्य

मिशन ज्ञान
पढ़ो जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

(स) बट्टा = विक्रय मूल्य – अंकित मूल्य
(द) बट्टा = लाभ + हानि **(ब)**

4. यदि किसी वस्तु का विक्रय मूल्य ₹360 है और बट्टा 10% है, तो वस्तु का अंकित मूल्य क्या होगा?
(अ) ₹380 (ब) ₹400
(स) ₹420 (द) ₹450 **(ब)**

5. अंकित मूल्य ₹200 और बट्टा ₹20 है। विक्रय मूल्य होगा–
(अ) ₹220 (ब) ₹200
(स) ₹180 (द) ₹160 **(स)**

6. 20% बट्टे का अर्थ है–
(अ) ₹20 लाभ (ब) ₹100 पर ₹20 की छूट
(स) ₹20 हानि (द) ₹20 कर **(ब)**

7. ₹1000 अंकित मूल्य वाली एक वस्तु पर 15% का बट्टा दिया जाता है। इसका विक्रय मूल्य क्या होगा?
(अ) ₹850 (ब) ₹750
(स) ₹900 (द) ₹950 **(अ)**

8. ₹500 पर क्रमशः 10% और 10% के दो क्रमिक बट्टे किस एकल बट्टे के बराबर होंगे?
(अ) 20% (ब) 19%
(स) 18% (द) 15% **(ब)**

9. अंकित मूल्य ₹150 वाली एक बुक शेल्फ 12% बट्टे पर उपलब्ध है। बट्टे की राशि क्या है?
(अ) ₹15 (ब) ₹18
(स) ₹20 (द) ₹22 **(ब)**

10. किसी वस्तु के विक्रय मूल्य को उसके अंकित मूल्य से विभाजित करने पर प्राप्त भिन्न क्या दर्शाती है (यदि कोई बट्टा न हो)?
(अ) 1 के बराबर (ब) 1 से अधिक
(स) 1 से कम (द) शून्य **(अ)**

रिक्तस्थान –

1. 10% छूट का अर्थ है, प्रत्येक ₹100 पर .... की छूट।

उत्तर : ₹10

2. छूट = अंकित मूल्य – .... मूल्य।

उत्तर : विक्रय

3. 50% छूट का अर्थ है, प्रत्येक ₹100 पर .... की छूट।

उत्तर : ₹50

4. छूट % = $\frac{\text{छूट}}{\text{अंकित मूल्य}} \times$ ______ ।

उत्तर : 100

लघुत्तरात्मक प्रश्न –

1. एक जोड़ी जूतों का सूची मूल्य ₹950 है। यदि दुकान 8% का बट्टा देती है, तो ग्राहक को जूते खरीदने के लिए कितने रुपये देने होंगे?

हल : अंकित मूल्य = ₹950, बट्टा = 8%

बट्टे की राशि = $\frac{8}{100} \times 950$ = ₹76

विक्रय मूल्य = अंकित मूल्य – बट्टा = 950 – 76 = ₹874

ग्राहक को ₹874 देने होंगे।

2. एक डिनर सेट पर ₹240 का बट्टा देने के बाद उसे ₹1,960 में बेचा जाता है। डिनर सेट का अंकित मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : विक्रय मूल्य = ₹1,960, बट्टा राशि = ₹240

सूत्रः अंकित मूल्य = विक्रय मूल्य + बट्टा

अंकित मूल्य = 1,960 + 240 = ₹2,200

डिनर सेट का अंकित मूल्य ₹2,200 है।

3. एक टी–शर्ट का अंकित मूल्य ₹500 है। त्यौहारी सीजन के कारण इसे ₹425 में बेचा गया। बट्टा प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

हल : अंकित मूल्य = ₹500, विक्रय मूल्य = ₹425

बट्टा = 500 – 425 = ₹75

बट्टा प्रतिशत = $\frac{75}{500} \times 100$ = 15%

बट्टा प्रतिशत 15% है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. एक अलमारी का अंकित मूल्य ₹6,250 है। एक थोक व्यापारी इस पर दो क्रमिक बट्टे (Successive Discounts) क्रमशः 20% और 10% देता है। अलमारी का शुद्ध विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : अलमारी का अंकित मूल्य = ₹6,250

प्रथम बट्टा (20%) = = $\frac{20}{100} \times 6250$ = ₹1,250

प्रथम बट्टे के बाद मूल्य = 6250 – 1250 = ₹5,000

द्वितीय बट्टा (5,000 पर 10%) = $\frac{10}{100} \times 5000$ = ₹500

शुद्ध विक्रय मूल्य = 5000 – 500 = ₹4,500

अलमारी का शुद्ध विक्रय मूल्य ₹4,500 होगा।

2. एक व्यापारी अपनी वस्तुओं के अंकित मूल्य पर 15% की छूट देता है। ₹3,400 में बेची गई एक वाशिंग मशीन का अंकित मूल्य ज्ञात कीजिए। यदि उसने कोई छूट न दी होती, तो उसे कितना अतिरिक्त लाभ होता?

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

DOWNLOAD MISSION GYAN APP!

हल : विक्रय मूल्य = ₹3,400, बट्टा प्रतिशत = 15%
माना अंकित मूल्य = x
अतः अंकित मूल्य = ₹4,000 है।
यदि छूट न दी जाती, तो मशीन ₹4,000 में बिकती।
अतिरिक्त लाभ (बट्टा राशि) = अंकित मूल्य – विक्रय मूल्य
= 4,000 – 3,400 = ₹600
मशीन का अंकित मूल्य ₹4,000 था और बिना छूट के ₹600 का अतिरिक्त लाभ होता।

3. एक दुकानदार अपनी वस्तुओं का मूल्य क्रय मूल्य (Cost Price) से 40% अधिक अंकित करता है और फिर अंकित मूल्य पर 20% का बट्टा देता है। उसका वास्तविक लाभ प्रतिशत ज्ञात कीजिए।

हल : माना वस्तु का क्रय मूल्य (CP) = ₹100 है।
अंकित मूल्य (MP) = क्रय मूल्य से 40% अधिक = 100 + 40 = ₹140

दिया गया बट्टा = अंकित मूल्य का 20% = $\frac{20}{100} \times 140$
= ₹28
वास्तविक विक्रय मूल्य (SP) = अंकित मूल्य – बट्टा
= 140 – 28 = ₹112
वास्तविक लाभ = विक्रय मूल्य – क्रय मूल्य
= 112 – 100 = ₹12
चूँकि क्रय मूल्य ₹100 था, इसलिए लाभ प्रतिशत = 12%
दुकानदार का वास्तविक लाभ प्रतिशत 12% है।

4. किसी पुस्तक विक्रेता ने एक संदर्भ पुस्तक ₹918 में बेची, जिस पर उसे 15% बट्टा देने के बाद भी 8% का लाभ प्राप्त हुआ। पुस्तक का अंकित मूल्य ज्ञात कीजिए यदि उसका क्रय मूल्य ₹850 हो।

हल : पुस्तक का विक्रय मूल्य = ₹918
बट्टा प्रतिशत = 15%

विक्रय मूल्य = अंकित मूल्य (MP) $\times \left(1 - \frac{x}{100}\right)$

= $918 = MP \times \left(1 - \frac{15}{100}\right)$

⇒ 918 = MP × 0.85

$MP = \frac{918}{0.85} = 1080$

(यहाँ क्रय मूल्य ₹850 केवल अतिरिक्त जानकारी या जाँच के लिए दिया गया है– लाभ = 918 – 850 = ₹68, जो 850 का 8% है, जो पूरी तरह सही बैठता है)।
पुस्तक का अंकित मूल्य ₹1,080 है।

बिक्री कर, वैट और जी.एस.टी

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. GST निम्नलिखित में से किस प्रकार का कर है?
(अ) प्रत्यक्ष कर (ब) अप्रत्यक्ष कर
(स) आयकर (द) संपत्ति कर **(ब)**

2. एक रेस्तरां के बिल की राशि ₹600 थी। इस पर 5% की दर से GST लगाया गया। GST की राशि कितनी होगी?
(अ) ₹20 (ब) ₹30
(स) ₹40 (द) ₹50 **(ब)**

3. रीमा ने ₹5300 में एक हेयर ड्रायर खरीदा जिसमें 6% बिक्री कर शामिल था। बिक्री कर लगने से पहले इसका मूल्य क्या था?
(अ) ₹5000 (ब) ₹4800
(स) ₹4900 (द) ₹5100 **(अ)**

4. यदि किसी वस्तु का वास्तविक मूल्य ₹1200 है और GST के बाद मूल्य ₹1440 हो जाता है, तो GST की दर क्या है?
(अ) 12% (ब) 18%
(स) 20% (द) 24% **(स)**

5. बिक्री कर/GST हमेशा किस मूल्य पर जोड़ा जाता है?
(अ) शुद्ध विक्रय मूल्य पर
(ब) क्रय मूल्य पर
(स) मूलधन पर
(द) केवल बट्टे की राशि पर **(अ)**

6. वैट (VAT) का पूरा नाम क्या है?
(अ) वैल्यू एडेड टैक्स
(ब) वॉल्यूम एंड टैक्स
(स) वेरिएबल एकाउंट टैक्स
(द) वाइटल एसेट टैक्स **(अ)**

7. एक शर्ट का विक्रय मूल्य ₹800 है। यदि दुकानदार ₹40 का बिक्री कर वसूलता है, तो बिक्री कर की दर क्या है?
(अ) 4% (ब) 5%
(स) 8% (द) 10% **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. GST का पूरा नाम .... है।
उत्तर : वस्तु एवं सेवा कर
2. बिक्री कर हमेशा .... मूल्य पर जोड़ा जाता है।
उत्तर : शुद्ध विक्रय मूल्य
3. कर जोड़ने के बाद वस्तु का मूल्य .... हो जाता है।
उत्तर : अधिक
4. वैट का पूरा नाम .... हैं।
उत्तर : वैल्यू एडेड टैक्स

मिशन ज्ञान
पढ़ो जब चाहो, जहाँ चाहो, जैसे चाहो!

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. एक बेकरी शॉप से सुमित ने ₹400 के केक खरीदे। दुकानदार ने उस पर 5% GST लगाया। बिल की कुल देय राशि ज्ञात कीजिए।

हल : केक का मूल्य = ₹400, GST दर = 5%

GST की राशि = $\frac{5}{100} \times 400$ = ₹20

कुल बिल राशि = 400 + 20 = ₹420

बिल की कुल देय राशि ₹420 है।

2. रमेश ने एक साइकिल खरीदी जिसके लिए उसने ₹240 बिक्री कर के रूप में चुकाए। यदि बिक्री कर की दर 6% थी, तो साइकिल का वास्तविक विक्रय मूल्य ज्ञात कीजिए।

हल : माना वास्तविक विक्रय मूल्य = x है।

x का 6% = 240

$x = \frac{240 \times 100}{6}$ = ₹4000

साइकिल का वास्तविक विक्रय मूल्य ₹4,000 है।

3. एक होटल में भोजन का मूल खर्च ₹1,500 था। CGST (6%) और SGST (6%) दोनों लागू होने के बाद कुल टैक्स की राशि क्या होगी?

हल : कुल GST दर = 6% + 6% = 12%

कुल टैक्स की राशि = 1,500 का 12% = $\frac{12}{100} \times 1500$

= ₹180

कुल टैक्स की राशि ₹180 होगी।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. अमन ने एक रेफ्रिजरेटर ₹25,960 में खरीदा, जिसमें 18% GST और डिलीवरी चार्ज से पहले दुकानदार द्वारा दिया गया 10% बट्टा भी शामिल था। यदि रेफ्रिजरेटर का मूल अंकित मूल्य ₹28,000 था, तो जाँच कीजिए कि बिलिंग सही है या नहीं।

हल : रेफ्रिजरेटर का अंकित मूल्य = ₹28,000

दिया गया बट्टा = 28,000 का 10% = ₹2,800

बट्टे के बाद विक्रय मूल्य = 28,000 – 2,800 = ₹25,200

अब इस पर 18% GST लगेगा = $\frac{18}{100} \times 25200$ = ₹4,536

कुल देय मूल्य होना चाहिए = 25,200 + 4,536 = ₹29,736

चूँकि अमन ने ₹25,960 चुकाए हैं, जो कि टैक्स सहित सही गणना नहीं है (या उसे अतिरिक्त बट्टा मिला है)। दिए गए मानों से अंतिम शुद्ध मूल्य ₹29,736 आता है। गणना के अनुसार शुद्ध मूल्य ₹29,736 होना चाहिए।

2. एक दुकानदार दो सामान A और B बेचता है। सामान A का मूल्य ₹4,000 है जिस पर 5% GST लगता है और सामान B का मूल्य ₹6,000 है जिस पर 12% GST लगता है। यदि सोहन दोनों सामान खरीदता है, तो उसे कुल कितना टैक्स देना होगा और कुल बिल की राशि क्या होगी?

हल : सामान A पर टैक्स = 4,000 का 5% = $\frac{5}{100} \times 4000$

= ₹200

सामान B पर टैक्स = 6,000 का 12% = $\frac{12}{100} \times 6000$

= ₹720

कुल टैक्स = 200 + 720 = ₹920

कुल मूल मूल्य = 4,000 + 6,000 = ₹10,000

कुल बिल की राशि = कुल मूल मूल्य + कुल टैक्स

= 10,000 + 920 = ₹10,920

कुल टैक्स ₹920 है और कुल बिल राशि ₹10,920 है।

3. कबीर ने एक कंप्यूटर सिस्टम ₹33,600 में खरीदा जिसमें 12% वैट (VAT) शामिल था। बाद में सरकार ने वैट की दर को बढ़ाकर 18% कर दिया। यदि वह इसे अब खरीदता, तो उसे कितने अतिरिक्त रुपये का भुगतान करना पड़ता?

हल : पुराना विक्रय मूल्य (12% वैट सहित) = ₹33,600

कंप्यूटर का वास्तविक मूल्य = $\frac{100}{112} \times 33600$

= 300 × 100 = ₹30,000

नए नियम (18% वैट) के अनुसार वैट की राशि

= 30,000 का 18% = $\frac{18}{100} \times 30000$ = ₹5400

नया कुल मूल्य = 30,000 + 5,400 = ₹35,400

अतिरिक्त भुगतान = नया कुल मूल्य – पुराना कुल मूल्य

= 35,400 – 33,600 = ₹1,800

कबीर को ₹1,800 अतिरिक्त देने पड़ते।

4. सलीम ने एक वस्तु ₹784 में खरीदी जिसमें 12%GST सम्मिलित था। GST जोड़ने से पहले वस्तु का मूल्य क्या था?

हल : मान लीजिए कि GST से पहले पंखे का मूल्य = x

GST की दर = 12%

GST की राशि = x का 12% = $\frac{x \times 12}{100}$ = 0.12x

कुल मूल्य (GST सहित) = x + 0.12x = 1.12x

प्रश्न के अनुसार कुल मूल्य = ₹784

1.12x = 784

$x = \frac{78400}{112}$

x = 700

अतः GST जोड़ने से पहले वस्तु का मूल्य = ₹700

साधारण ब्याज , चक्रवृद्धि ब्याज और इसके अनुप्रयोग

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. ₹5000 का 10% वार्षिक दर से 1 वर्ष का साधारण ब्याज कितना होगा?

(अ) ₹400 (ब) ₹500
(स) ₹600 (द) ₹1000 **(ब)**

2. यदि ब्याज छमाही संयोजित होता है, तो समय (वर्षों में) और वार्षिक दर में क्या बदलाव होता है?

(अ) समय दुगुना और दर आधी हो जाती है
(ब) समय आधा और दर दुगुनी हो जाती है
(स) दोनों दुगुने हो जाते हैं
(द) कोई बदलाव नहीं होता **(अ)**

3. ₹2000 का 10% वार्षिक दर से 2 वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज क्या होगा?

(अ) ₹400 (ब) ₹420
(स) ₹440 (द) ₹460 **(ब)**

4. यदि कोई धन चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 5 वर्ष में दुगुना हो जाता है, तो वह कितने वर्ष में 4 गुना हो जाएगा?

(अ) 10 वर्ष (ब) 15 वर्ष
(स) 20 वर्ष (द) 25 वर्ष **(अ)**

5. चक्रवृद्धि ब्याज और साधारण ब्याज के बीच का अंतर पहले वर्ष के लिए कितना होता है (यदि ब्याज वार्षिक संयोजित हो)?

(अ) शून्य
(ब) मूलधन के बराबर
(स) ब्याज दर के बराबर
(द) हमेशा ₹100 **(अ)**

6. ₹10,000 की राशि पर 10% वार्षिक दर से 1 वर्ष का मिश्रधन क्या होगा यदि ब्याज छमाही संयोजित हो?

(अ) ₹11,000 (ब) ₹11,025
(स) ₹11,100 (द) ₹11,500 **(ब)**

7. चक्रवृद्धि ब्याज की गणना में 'P' क्या दर्शाता है?

(अ) मिश्रधन (ब) समय
(स) मूलधन (द) प्रतिशत लाभ **(स)**

8. यदि ब्याज की गणना तिमाही (Quarterly) आधार पर की जाए, तो एक वर्ष में ब्याज कितनी बार संयोजित होगा?

(अ) 2 बार (ब) 3 बार
(स) 4 बार (द) 12 बार **(स)**

9. एक प्रयोगशाला में बैक्टीरिया की संख्या 2% प्रति घंटे की दर से बढ़ रही है। यह स्थिति गणित के किस सूत्र से हल होगी?

(अ) साधारण ब्याज सूत्र
(ब) चक्रवृद्धि मिश्रधन सूत्र
(स) बट्टा सूत्र
(द) औसत सूत्र **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. साधारण ब्याज का सूत्र है– (SI = ...)

उत्तर : $\frac{P \times R \times T}{100}$

2. ब्याज में (P) का अर्थ .... होता है।

उत्तर : मूलधन

3. चक्रवृद्धि ब्याज में ब्याज मूलधन और पिछले .... पर भी लगता है।

उत्तर : ब्याज

4. कुल धनराशि = मूलधन + ...

उत्तर : ब्याज

लघुत्तरात्मक प्रश्न –

1. ₹12,000 का 2 वर्ष के लिए 10% वार्षिक दर से साधारण ब्याज ज्ञात कीजिए।

हल : मूलधन (P) = ₹12,000, दर (R) = 10%,
समय (T) = 2 वर्ष

सूत्र: $SI = \frac{P \times R \times T}{100}$

साधारण ब्याज ₹2,400 होगा।

2. यदि कोई धन 2 वर्ष में ₹4,000 से बढ़कर ₹4,840 (चक्रवृद्धि मिश्रधन) हो जाता है, तो चक्रवृद्धि ब्याज की राशि ज्ञात कीजिए।

हल : मूलधन (P) = ₹4,000, मिश्रधन (A) = ₹4,840

सूत्र: CI = A – P

चक्रवृद्धि ब्याज की राशि ₹840 है।

3. यदि ब्याज छमाही संयोजित होता है, तो ₹5,000 की राशि पर 1 वर्ष के लिए 20% वार्षिक दर की प्रभावी छमाही दर और छमाही समय अवधि क्या होगी?

हल : वार्षिक दर = 20%

छमाही दर = $\frac{20\%}{2} = 10\%$ छमाही

समय = 1 वर्ष

छमाही अवधियाँ = 1 × 2 = 2

छमाही दर 10% और समय अवधि 2 होगी।

4. चक्रवृद्धि ब्याज को श्ब्याजों पर मिलने वाला ब्याजश क्यों कहा जाता है?

हल : क्योंकि चक्रवृद्धि ब्याज में प्रत्येक वर्ष (या नियत अवधि) के अंत में बनने वाले ब्याज को मूलधन में जोड़ दिया जाता है, जिससे अगले वर्ष के लिए एक नया मूलधन तैयार होता है और उस बढ़े हुए मूलधन पर पुनः ब्याज निकाला जाता है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. आनंद ने ₹12,500 की राशि 12% वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज की दर से 2 वर्ष के लिए उधार ली। उसे 2 वर्ष के अंत में कुल कितना मिश्रधन और ब्याज चुकाना पड़ेगा?

हल : मूलधन (P) = ₹12,500, दर (R) = 12%,

समय (T) = 2 वर्ष

सूत्रः $A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^T$

चक्रवृद्धि ब्याज (CI) = A – P = 15,680 – 12,500

= ₹3,180

आनंद को कुल मिश्रधन ₹15,680 और चक्रवृद्धि ब्याज ₹3,180 चुकाना होगा।

2. ₹10,000 की राशि पर 1 वर्ष और 6 महीने (यानी $1\frac{1}{2}$ वर्ष) के लिए 10% वार्षिक दर से चक्रवृद्धि ब्याज ज्ञात कीजिए, जबकि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है।

हल : जब समय भिन्नों में हो (जैसे $1\frac{1}{2}$ वर्ष), तो पहले पूरे वर्ष (1 वर्ष) का मिश्रधन ज्ञात करते हैं।

1 वर्ष का मिश्रधन $= 10,000 \times \left(1+\frac{10}{100}\right)^1$

$= = 10,000 \times \frac{11}{10}$ = ₹11,000

अब यह ₹11,000 अगले 6 महीने (½ वर्ष) के लिए मूलधन का कार्य करेगा।

शेष $\frac{1}{2}$ वर्ष का साधारण ब्याज = $\frac{P \times R \times T}{100}$

$= \frac{11000 \times 10 \times \frac{1}{2}}{100}$ = ₹550

कुल अंतिम मिश्रधन = 11,000 + 550 = ₹11,550

कुल चक्रवृद्धि ब्याज = 11,550 – 10,000 = ₹1,550

कुल चक्रवृद्धि ब्याज ₹1,550 होगा।

3. ₹15,000 का 2 वर्ष के लिए 10% वार्षिक दर से साधारण ब्याज एवं चक्रवृद्धि ब्याज का अन्तर ज्ञात कीजिए जबकि ब्याज वार्षिक संयोजित होता है।

हल : इसे निम्नलिखित तरीके से समझा जा सकता है–

a. साधारण ब्याज

साधारण ब्याज का सूत्र = $\frac{P \times R \times T}{100}$

यहाँ, मूलधन (P) = ₹15,000

दर (R) = 10%

समय (T) = 2 वर्ष

SI = $\frac{15000 \times 10 \times 2}{100}$ = ₹3,000

b. चक्रवृद्धि ब्याज

चक्रवृद्धि ब्याज के लिए पहले मिश्रधन (A) ज्ञात करते हैं,

$4 = P\left(\frac{1+R}{100}\right)^T$

चक्रवृद्धि ब्याज (CI) = A – P = 18,150 – 15,000

= ₹3,150

c. ब्याजों का अंतर

ब्याज में अंतर = CI – SI

ब्याज में अंतर = 3,150 – 3,000 = ₹150

4. एक प्रयोगशाला में किसी प्रयोग के दौरान बैक्टीरिया की संख्या प्रारंभ में 5,00,000 थी। यदि बैक्टीरिया की वृद्धि दर 2.5% प्रति घंटा है, तो 2 घंटे के अंत में बैक्टीरिया की कुल संख्या कितनी होगी?

हल : प्रारंभिक संख्या (P) = 5,00,000

वृद्धि दर (R) = 2.5% प्रति घंटा

समय (n) = 2 घंटे

यह जनसंख्या वृद्धि की तरह चक्रवृद्धि मिश्रधन के सूत्र से हल होगा।

सूत्रः $A = P\left(1+\frac{R}{100}\right)^n$

चूँकि बैक्टीरिया की संख्या दशमलव में नहीं हो सकती, हम इसे पूर्णांकित करेंगे।

2 घंटे के अंत में बैक्टीरिया की संख्या लगभग 5,25,313 होगी।

8 बीजीय व्यंजक एवं सर्वसमिकाएँ

बीजीय व्यंजकों का योग एवं व्यवकलन

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. $7x^2 - 4x + 5$ और $9x - 10$ का योगफल क्या होगा?

(अ) $7x^2 + 5x - 5$ (ब) $7x^2 - 5x + 5$

(स) $16x^2 - 4x - 5$ (द) $7x^2 + 13x + 15$ **(अ)**

2. व्यंजक $ab - bc$, $bc - ca$ और $ca - ab$ का योग ज्ञात कीजिए–

(अ) $ab + bc + ca$

(ब) 0

(स) $2ab + 2bc + 2ca$

(द) $- ab - bc - ca$ **(ब)**

3. $7x^2 - 4xy + 8y^2 + 5x - 3y$ में से $5x^2 - 4y^2 + 6y - 3$ घटाने पर x^2 का गुणांक क्या होगा?

(अ) 5 (ब) – 4

(स) 2 (द) 12 **(स)**

4. निम्नलिखित में से कौन–सा एक समान पदों का युग्म है?

(अ) $3x^2, 4xy$ (ब) xz, zx

(स) $-4y, 5x$ (द) $2y, 2y^2$ **(ब)**

5. किसी संख्या या पद को घटाना उसके .... को जोड़ने के समान है।

(अ) गुणात्मक प्रतिलोम

(ब) योज्य प्रतिलोम

(स) व्युत्क्रम

(द) वर्ग **(ब)**

6. $l^2 + m^2$, $m^2 + n^2$ और $n^2 + l^2$ का योगफल होगा–

(अ) $l^2 + m^2 + n^2$ (ब) $2l^2 + 2m^2 + 2n^2$

(स) 0 (द) $2(l + m + n)$ **(ब)**

7. व्यंजक $3x^2$ में पदों की संख्या के आधार पर यह किस प्रकार का व्यंजक है?

(अ) एकपदी (ब) द्विपद

(स) त्रिपद (द) इनमें से कोई नहीं **(अ)**

8. व्यंजक $4a - 7ab + 3b + 12$ में अचर पद कौन–सा है?

(अ) 4a (ब) – 7ab

(स) 3b (द) 12 **(द)**

9. $2p^2q^2 - 3pq + 4$ और $5 + 7pq - 3p^2q^2$ का योग करने पर pq का पद क्या होगा?

(अ) 10pq (ब) – 4pq

(स) 4pq (द) – 10pq **(स)**

10. $3a(a + b)$ का विस्तृत रूप क्या है?

(अ) $3a + 3b$ (ब) $3a^2 + 3ab$

(स) $3a^2 + b$ (द) $3a + 3ab$ **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. समान चरों में घात .... होती हैं।

उत्तर : समान

2. जिस व्यंजक में एक पद होता हैं, उसे .... कहते हैं।

उत्तर : एक पदी

मिलान करें –

1. स्तम्भ 'अ' का स्तम्भ 'ब' से मिलान कीजिए –

(Model Paper - 2026)

स्तम्भ अ	स्तम्भ ब
(i) $(a - b + ab) - (- b + c + ab)$	(a) $- 12P^4$
(ii) $(4P^3) \times (-3P)$	(b) $5x^2y + 5xy^2 - 25xy$
(iii) $(x + y - 5)(5xy)$	(c) $-2x^2 - x + 15$
(iv) $(5 - 2x)(3 + x)$	(d) a - c

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. समान पद और असमान पद से आप क्या समझते हैं? उदाहरण दीजिए।

हल : समान चरों से समान पद बनते हैं, और इन चरों की घात भी समान होती है (जैसे: xz और zx)। असमान पदों में चर या उनकी घातें अलग–अलग होती हैं (जैसे: – 4y और 5x)।

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

2. व्यंजकों को जोड़ते समय किन मुख्य बातों का ध्यान रखना आवश्यक है?

हल : बहुपदों को जोड़ने के लिए सबसे पहले समान पदों को ढूंढा जाता है और उन्हें एक दूसरे के ऊपर–नीचे लिखकर जोड़ा जाता है। असमान पदों को योगफल में वैसे ही लिख दिया जाता है।

3. a – b + ab, b – c + bc और c – a + ac का योग ज्ञात कीजिए।

हल : $(a - b + ab) + (b - c + bc) + (c - a + ac)$

$= a - a - b + b - c + c + ab + bc + ac$

$= 0 + 0 + 0 + ab + bc + ac$

$= ab + bc + ac$

4. 12a – 9ab + 5b – 3 में से 4a – 7ab + 3b + 12 को घटाने के लिए व्यवस्थित रूप लिखिए।

हल : घटाने के लिए दूसरी पंक्ति के सभी पदों के चिह्न बदल दिए जाते हैं–

$(12a - 9ab + 5b - 3) - (4a - 7ab + 3b + 12)$

$= 12a - 9ab + 5b - 3 - 4a + 7ab - 3b - 12$

$= 8a - 2ab + 2b - 15$

5. एकपदी और बहुपद की परिभाषा दीजिए।

हल : जिस व्यंजक में केवल एक पद होता है उसे एकपदी कहते हैं। एक अथवा अधिक पदों वाला व्यंजक जिसके गुणांक शून्येतर हों और चरों की घात ऋणेतर पूर्णांक हो, बहुपद कहलाता है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. निम्नलिखित व्यंजकों का योग स्तंभ विधि से ज्ञात कीजिए–

7xy + 5yz – 3zx, 4yz + 9zx – 4xy, – 3xz + 5yz + 2xy

हल : समान पदों को एक दूसरे के ऊपर–नीचे व्यवस्थित करने पर–

$7xy$	$+ 5yz$	$- 3zx$
$-4xy$	$+ 4yz$	$+ 9zx$
$+2xy$	$+ 5yz$	$- 3zx$
$5xy$	$+ 14yz$	$+ 3zx$

2. 7x² – 4xy + 8y² + 5x – 3y में से 5x² – 4y² + 6y – 3 को विस्तृत चरणबद्ध तरीके से घटाइए।

हल : पदों को व्यवस्थित करके घटाने पर व चिह्न बदलने पर–

$(7x^2 - 4xy + 8y^2 + 5x - 3y) - (5x^2 - 4y^2 + 6y - 3)$

$= 7x^2 - 5x^2 - 4xy + 8y^2 + 4y^2 + 5x - 3y - 6y + 3$

$= 2x^2 - 4xy + 12y^2 + 5x - 9y + 3$

3. 18 – 3p – 11q + 5pq – 2pq² + 5p²q में से 4p²q – 3pq + 5pq² – 8p + 7q – 10 को घटाइए।

हल : समान पदों को एक साथ व्यवस्थित करने पर–

$= [5p^2q - 2pq^2 + 5pq - 3p - 11q + 18] - [4p^2q + 5pq^2 - 3pq - 8p + 7q - 10]$

चिह्न बदलने पर,

$= 5p^2q - 4p^2q - 2pq^2 - 5pq^2 + 5pq + 3pq - 3p + 8p - 11q - 7q + 18 + 10$

$= p^2q - 7pq^2 + 8pq + 5p - 18q + 28$

4. यदि A = l² + m², B = m² + n², और C = n² + l² + 2lm + 2mn + 2nl हो, तो A + B + C का मान ज्ञात कीजिए।

हल : $A + B + C = (l^2 + m^2) + (m^2 + n^2) + (n^2 + l^2 + 2lm + 2mn + 2nl)$

समान पदों को जोड़ने पर,

$= (l^2 + l^2) + (m^2 + m^2) + (n^2 + n^2) + 2lm + 2mn + 2nl$

$= 2l^2 + 2m^2 + 2n^2 + 2lm + 2mn + 2nl$

$= 2(l^2 + m^2 + n^2 + lm + mn + nl)$

5. व्यंजक 4c(– a + b + c) में से 3a(a + b + c) – 2b(a – b + c)को सरल करके घटाइए।

हल : पहले दोनों भागों को अलग–अलग सरल करते हैंरू

भाग 1: $4c(-a + b + c) = -4ac + 4bc + 4c^2$

भाग 2: $3a(a + b + c) - 2b(a - b + c) = 3a^2 + 3ab + 3ac - 2ab + 2b^2 - 2bc$

$= 3a^2 + 2b^2 + ab + 3ac - 2bc$

अब घटाने पर,

$(-4ac + 4bc + 4c^2) - (3a2 + 2b^2 + ab + 3ac - 2bc)$

$= -4ac + 4bc + 4c^2 - 3a^2 - 2b^2 - ab - 3ac + 2bc$

$= -3a^2 - 2b^2 + 4c^2 - ab + (4bc + 2bc) - (4ac + 3ac)$

$= -3a^2 - 2b^2 + 4c^2 - ab + 6bc - 7ac$

बीजीय व्यंजकों का गुणन

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. दो एकपदियों का गुणनफल हमेशा एक .... होता है।

(अ) द्विपद (ब) एकपदी

(स) त्रिपद (द) शून्य **(ब)**

2. 4p और –3p का गुणनफल क्या होगा?

(अ) 12p (ब) –12p

(स) $-12p^2$ (द) $12p^2$ **(स)**

3. एक आयत का क्षेत्रफल क्या होगा जिसकी लंबाई 3x और चौड़ाई 5y है?
(अ) 15xy (ब) 8xy
(स) $15x^2y^2$ (द) 3x + 5y **(अ)**

4. 4p और 0 का गुणनफल ज्ञात कीजिए–
(अ) 4p (ब) 4
(स) 0 (द) – 4p **(स)**

5. 2x × 5y × 7z का मान होगा?
(अ) 14xyz (ब) 70xyz
(स) 10xy + 7z (द) $70x^2y^2z^2$ **(ब)**

6. एकपदी और द्विपद का गुणा हमेशा एक ———————— होता है।
(अ) एकपदी (ब) त्रिपद
(स) द्विपद (द) अचर **(स)**

7. $\left(\frac{2}{3}xy\right)\times\left(-\frac{9}{10}x^2y^2\right)$ का सरलतम रूप है–
(अ) $-\frac{3}{5}x^3y^3$ (ब) $\frac{3}{5}x^2y^2$
(स) $-\frac{18}{30}xy$ (द) $-\frac{3}{5}x^2y^3$ **(अ)**

8. $x \times x^2 \times x^3 \times x^4$ का मान होगा?
(अ) x^{24} (ब) x^{10}
(स) 4x (द) x_9 **(ब)**

9. (x – 4) × (2x + 3)को गुणा करने पर कितने पद प्राप्त होते हैं (समान पदों को जोड़ने के बाद)?
(अ) 4 (ब) 2
(स) 3 (द) 1 **(स)**

10. यदि किसी आयताकार बक्से की लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 2ax, 3by, 5cz है, तो उसका आयतन होगा–
(अ) 10abcxyz (ब) 30abcxyz
(स) $30a^2b^2c^2$ (द) 2ax + 3by + 5cz **(ब)**

मिलान करें –

1. स्तम्भ 'अ' का स्तम्भ 'ब' से मिलान कीजिए –
(Model Paper - 2025)

स्तम्भ अ	स्तम्भ ब
(i) a × (b + c + d)	(a) $a^2bc + ab^2c + abc^2$
(ii) (x+ y – 5) × 5xy	(b) ab + ac + ad
(iii) (4p + 1)(0)	(c) $5x^2y + 5xy^2 – 25xy$
(iv) (a + b + c)(abc)	(d) 0

2. स्तम्भ 'अ' का स्तम्भ 'ब' से मिलान कीजिए –
(RBSE - 2025)

स्तम्भ अ	स्तम्भ ब
(i) $2x \times 4x^2$	(a) $12x^4$
(ii) – 3m × 2n	(b) $25y^2$
(iii) $4x^2 \times 3x^2$	(c) – 6mn
(iv) – 5y × – 5y	(d) $8x^3$

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. **गुणनफल ज्ञात करने में घातांकों के नियमों का क्या महत्त्व है? उदाहरण दीजिए।**

हल : समान चरों को गुणा करते समय उनकी घातें जुड़ जाती हैं। जैसे: $5x \times 4x^2 = (5 \times 4) \times (x \times x^2) = 20x^3$.

2. **एकपदी का त्रिपद से गुणन करने का नियम क्या है?**

हल : वितरण नियम (Distribution Law) के अनुसार, त्रिपद के प्रत्येक पद को उस एकपदी से अलग–अलग गुणा किया जाता है और अंत में गुणनफलों को जोड़ दिया जाता है।

3. **व्यंजक 3x(4x – 5) + 3 को सरल कीजिए।**

हल : वितरण नियम से–
3x(4x) – 3x(5) + 3
= $12x^2 – 15x + 3$

4. **गुणनफल का गुणांक (Coefficient) किस प्रकार निर्धारित होता है?**

हल : गुणनफल का गुणांक = प्रथम एकपदी का गुणांक × द्वितीय एकपदी का गुणांक।
उदाहरणार्थ– 5 × (– 3) = –15

5. **(a + 7) और (b – 5) का गुणा करने पर प्राप्त परिणाम लिखिए।**

हल : वितरण नियम लागू करने पर–
a(b – 5) + 7(b – 5)
= ab – 5a + 7b – 35

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. **$4xy \times 5x^2y^2 \times 6x^3y^3$ का गुणनफल दो अलग–अलग विधियों से ज्ञात कीजिए। क्या दोनों स्थितियों में परिणाम समान आता है?**

हल : विधि 1 (क्रमशः गुणा)–
पहले दो पदों का गुणा– $(4xy \times 5x^2y^2) = 20x^3y^3$
अब तीसरे पद से गुणा–
$20x^3y^3 \times 6x^3y^3 = 120(x^3 \times x^3)(y^3 \times y^3) = 120x^6y^6$

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

विधि 2 (एक साथ गुणा)–

$(4 \times 5 \times 6) \times (x \times x^2 \times x^3) \times (y \times y^2 \times y^3)$

$= 120 \times x^{(1+2+3)} \times y^{(1+2+3)}$

$= 120x^6y^6$

हाँ, दोनों विधियों में परिणाम बिल्कुल समान है। इससे स्पष्ट होता है कि गुणा करते समय क्रम का महत्त्व नहीं होता।

2. व्यंजक $3y(2y-7)-3(y-4)-63$ को सरल कीजिए और $y=-2$ के लिए इसका मान ज्ञात कीजिए।

हल : सर्वप्रथम व्यंजक को सरल करने पर–

$= (3y \times 2y) - (3y \times 7) - 3(y) - 3(-4) - 63$

$= 6y^2 - 21y - 3y + 12 - 63$

समान पदों को जोड़ने/घटाने पर,

$= 6y^2 - 24y - 51$

अब $y = -2$ रखने पर,

$= 6(-2)^2 - 24(-2) - 51$

$= 6(4) + 48 - 51$

$= 24 + 48 - 51$

$= 72 - 51 = 21$

अतः अभीष्ट मान 21 है।

3. द्विपदों का गुणा कीजिए–

(i) $(2x+5)$ और $(4x-3)$

(ii) (a^2+2b^2) और $(5a-3b)$

हल :(i) $(2x+5) \times (4x-3)$

$= 2x(4x-3) + 5(4x-3)$

$= 8x^2 - 6x + 20x - 15$

$= 8x^2 + 14x - 15$

(ii) $(a^2 + 2b^2) \times (5a - 3b)$

$= a^2(5a-3b) + 2b^2(5a-3b)$

$= 5a^3 - 3a^2b + 10ab^2 - 6b^3$

4. विस्तृत वितरण नियम का प्रयोग करके $(a+7)(a^2+3a+5)$ को हल कीजिए तथा समझाइए कि अंतिम परिणाम में पदों की संख्या 6 से घटकर 4 क्यों हो जाती है।

हल : गुणन की संक्रिया करने पर,

$= a(a^2 + 3a + 5) + 7(a^2 + 3a + 5)$

$= a^3 + 3a^2 + 5a + 7a^2 + 21a + 35$

अब समान पदों का समूह बनाने पर,

$= a^3 + (3a^2 + 7a^2) + (5a + 21a) + 35$

$= a^3 + 10a^2 + 26a + 35$

कारण: गुणा करने पर शुरुआत में 6 पद प्राप्त हुए थे, लेकिन इनमें $3a^2$ और $7a^2$ समान पद थे, तथा $5a$ और $21a$ भी समान पद थे। समान पदों को आपस में मिला देने (जोड़ने) के कारण अंतिम परिणाम में केवल 4 पद ही शेष बचते हैं।

5. व्यंजक को सरल कीजिए–

$(1.5x-4y)(1.5x+4y+3) - 4.5x + 12y$

हल : पहले द्विपद और त्रिपद का गुणा करते हैं–

$= 1.5x(1.5x + 4y + 3) - 4y(1.5x + 4y + 3) - 4.5x + 12y$

$= (2.25x^2 + 6.0xy + 4.5x) - (6.0xy + 16y^2 + 12y) - 4.5x + 12y$

कोष्ठक खोलने पर,

$= 2.25x^2 + 6.0xy + 4.5x - 6.0xy - 16y^2 - 12y - 4.5x + 12y$

समान पदों को एक साथ लाकर निरस्त करने पर,

$+6.0xy$ और $-6.0xy$ कटकर 0 हो गए।

$+4.5x$ और $-4.5x$ कटकर 0 हो गए।

$-12y$ और $+12y$ कटकर 0 हो गए।

शेष बचे पद,

$= 2.25x^2 - 16y^2$

अतः सरल करने पर अंतिम उत्तर $2.25x^2 - 16y^2$ प्राप्त होता है।

9 क्षेत्रमिति

समतल आकृतियाँ और बहुभुज का क्षेत्रफल

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. किसी बंद समतल आकृति की सीमा के चारों ओर की दूरी को क्या कहते हैं?
(अ) क्षेत्रफल (ब) परिमाप
(स) आयतन (द) विकर्ण **(ब)**

2. एक समलंब (Trapezium) का क्षेत्रफल ज्ञात करने का सही सूत्र क्या है?
(अ) लम्बाई × चौड़ाई
(ब) $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$
(स) $\frac{1}{2} \times$ ऊँचाई $\times$ (समांतर भुजाओं का योग)
(द) $\pi r^2 h$ **(स)**

3. यदि एक समलंब की समांतर भुजाएँ 1 मीटर और 1.2 मीटर हैं तथा उनके बीच की दूरी 0.8 मीटर है, तो उसका क्षेत्रफल क्या होगा?
(अ) 0.88 वर्ग मीटर (ब) 0.96 वर्ग मीटर
(स) 1.10 वर्ग मीटर (द) 0.44 वर्ग मीटर **(अ)**

4. एक समचतुर्भुज (Rhombus) का क्षेत्रफल का सूत्र क्या होता है जब उसके विकर्ण d_1 और d_2 दिए गए हों?
(अ) $2(lb + bh + hl)$ (ब) $\frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$
(स) आधार × ऊँचाई (द) πr^2 **(ब)**

5. यदि किसी समचतुर्भुज के विकर्ण 7.5 सेमी और 12 सेमी हैं, तो उसका क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए–
(अ) 90 वर्ग सेमी (ब) 45 वर्ग सेमी
(स) 30 वर्ग सेमी (द) 60 वर्ग सेमी **(ब)**

6. एक चतुर्भुज के विकर्ण की लंबाई 24 मीटर है और सम्मुख शीर्षों से इस पर खींचे गए लंब 13 मीटर और 8 मीटर हैं। इसका क्षेत्रफल क्या होगा?
(अ) 252 वर्ग मीटर (ब) 504 वर्ग मीटर
(स) 21 वर्ग मीटर (द) 300 वर्ग मीटर **(अ)**

7. यदि एक समलंब का क्षेत्रफल 34 वर्ग सेमी है और उसकी ऊँचाई 4 सेमी है। यदि एक समांतर भुजा 10 सेमी है, तो दूसरी समांतर भुजा की लंबाई क्या होगी?
(अ) 5 सेमी (ब) 7 सेमी
(स) 8 सेमी (द) 6 सेमी **(ब)**

8. एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल 240 वर्ग सेमी है और एक विकर्ण 16 सेमी है। दूसरे विकर्ण की लंबाई क्या होगी?
(अ) 15 सेमी (ब) 20 सेमी
(स) 30 सेमी (द) 25 सेमी **(स)**

9. किसी बहुभुज का क्षेत्रफल ज्ञात करने के लिए उसे सामान्यतः किन आकृतियों में खंडित किया जाता है?
(अ) केवल वृत्तों में (ब) त्रिभुजों और समलंबों में
(स) केवल घनों में (द) शंकु और बेलन में **(ब)**

10. एक समचतुर्भुज की भुजा 6 सेमी और शीर्षलंब 4 सेमी है। इसका क्षेत्रफल क्या होगा?
(अ) 24 वर्ग सेमी (ब) 12 वर्ग सेमी
(स) 48 वर्ग सेमी (द) 36 वर्ग सेमी **(अ)**

रिक्तस्थान –

1. समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार × ....
उत्तर : ऊँचाई

2. एक समलम्ब चतुर्भुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × समान्तर भुजाओं का योग × ....
उत्तर : बीच की दूरी (ऊँचाई)

3. एक वृत्त का क्षेत्रफल .... होता है।
उत्तर : πr^2

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. एक समचतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी भुजा 6 सेमी और शीर्षलंब 4 सेमी है। यदि इसके एक विकर्ण की लंबाई 8 सेमी है, तो दूसरे विकर्ण की लंबाई भी ज्ञात कीजिए।

हल : क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई
$= 6 \times 4 = 24$ वर्ग सेमी।

दूसरा विकर्ण = $\frac{2 \times \text{क्षेत्रफल}}{\text{पहला विकर्ण}}$

$= \frac{(2 \times 24)}{8} = 6$ सेमी।

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

2. एक समलंब के आकार के खेत ABCD की बाड़ की लंबाई 120 मीटर है। यदि BC = 48 मीटर, CD = 17 मीटर और AD = 40 मीटर है, तो इस खेत का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (भुजा AB समांतर भुजाओं AD तथा BC पर लंब है)।

हल : भुजा AB = 120 - (48 + 17 + 40) = 15 मीटर
(यह समलंब की ऊँचाई है)।

क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times 15 \times (40 + 48) = 660$ वर्ग मीटर।

3. किसी भवन के फर्श में समचतुर्भुज के आकार की 3000 टाइलें हैं और इनमें से प्रत्येक के विकर्ण 45 सेमी एवं 30 सेमी लंबाई के हैं। फर्श का कुल क्षेत्रफल वर्ग मीटर में ज्ञात कीजिए।

हल : एक टाइल का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times 45 \times 30 = 675$ वर्ग सेमी।

3000 टाइलों का क्षेत्रफल = 3000 × 675
= 2025000 वर्ग सेमी = 202.5 वर्ग मीटर।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. मोहन एक समलंब के आकार का खेत खरीदना चाहता है। इस खेत की नदी के साथ वाली भुजा, सड़क के साथ वाली भुजा के समांतर है और लंबाई में दुगुनी है। यदि इस खेत का क्षेत्रफल 10500 वर्ग मीटर है और दो समांतर भुजाओं के बीच की लंबवत् दूरी 100 मीटर है, तो नदी के साथ वाली भुजा की लंबाई विस्तार से ज्ञात कीजिए।

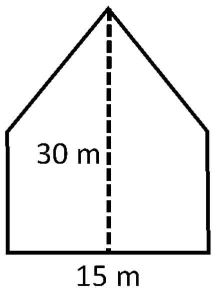
हल : माना सड़क वाली भुजा = x, तो नदी वाली भुजा = 2x।

क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times 100 \times (x + 2x) = 10500$

इससे 50 × 3x = 10500 प्राप्त होगा,
जिससे x = 70 मीटर आएगा।
नदी के साथ वाली भुजा = 2 × 70 = 140 मीटर।

2. एक पंचभुज आकार का बगीचा है जिसकी कुल ऊँचाई 30 मीटर और आधार की भुजा 15 मीटर है। ज्योति और कविता ने इसे दो विभिन्न तरीकों (एक ने लंबवत रेखा द्वारा दो समलंबों में, और दूसरी ने क्षैतिज रेखा द्वारा एक वर्ग और एक त्रिभुज में) से विभाजित किया। दोनों विधियों का उपयोग करते हुए इस बगीचे का क्षेत्रफल निकालिए और दोनों विधियों के उत्तर की तुलना कीजिए।

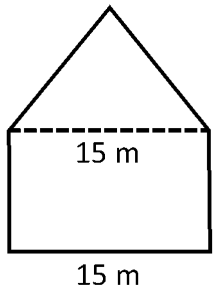
हल : ज्योति की विधि:



$= 2 \times \left[\frac{1}{2} \times 7.5 \times (15 + 30)\right]$

= 7.5 × 45 = 337.5 वर्ग मीटर।

कविता की विधि:

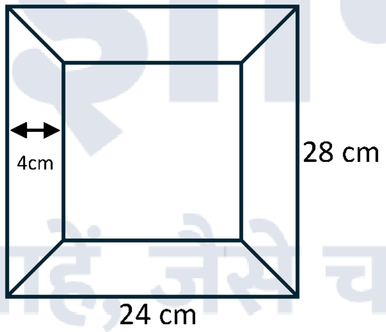


$= (15 \times 15) + \left[\frac{1}{2} \times 15 \times (30 - 15)\right]$

= 225 + 112.5 = 337.5 वर्ग मीटर।

3. एक पिक्चर फ्रेम के आरेख की बाहरी विमाएँ 24 सेमी × 28 सेमी एवं अंतः विमाएँ 16 सेमी × 20 सेमी हैं। यदि फ्रेम के प्रत्येक खंड (section) की चौड़ाई समान है, तो फ्रेम के प्रत्येक चारों खंडों का क्षेत्रफल अलग–अलग ज्ञात कीजिए।

हल :



फ्रेम के खंडों की चौड़ाई = 4 सेमी।
ऊपर और नीचे के खंडों का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times 4 \times (24 + 16)$ = 80 वर्ग सेमी प्रत्येक।

बाएँ और दाएँ के खंडों का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times 4 \times (28 + 20) = 96$ वर्ग सेमी प्रत्येक।

ठोस आकारों का पृष्ठीय क्षेत्रफल

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. एक घनाभ (Cuboid) के कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल का सही सूत्र क्या है?

(अ) $6l^2$ (ब) 2(lb + bh + hl)
(स) $2\pi r(r + h)$ (द) l × b × h **(ब)**

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

2. यदि एक घन की प्रत्येक भुजा l है, तो उसका पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल क्या होगा?

(अ) $6l^2$ (ब) $4l^2$

(स) l^3 (द) $2h(l + b)$ **(ब)**

3. एक बेलन का वक्र पृष्ठीय (पार्श्व) क्षेत्रफल किसके बराबर होता है?

(अ) $\pi r^2 h$ (ब) $2\pi rh$

(स) $2\pi rh$ (द) πr^2 **(ब)**

4. एक ऐसे घन की भुजा क्या होगी जिसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 600 वर्ग सेमी हैं?

(अ) 10 सेमी (ब) 100 सेमी

(स) 6 सेमी (द) 20 सेमी **(अ)**

5. 7 मीटर त्रिज्या और 3 मीटर ऊँचाई वाले एक बंद बेलनाकार टैंक को बनाने के लिए कितनी धातु की चादर की आवश्यकता होगी?

(अ) 132 वर्ग मीटर (ब) 440 वर्ग मीटर

(स) 220 वर्ग मीटर (द) 44 वर्ग मीटर **(ब)**

6. एक घनाभाकार कमरे की चारों दीवारों का क्षेत्रफल (पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल) ज्ञात करने का सूत्र क्या है?

(अ) $2(lb + bh + hl)$ (ब) $2h(l + b)$

(स) $l \times b \times h$ (द) $4l^2$ **(ब)**

7. यदि किसी वस्तु के सभी छह फलक वर्गाकार और सर्वांगसम हो, तो वह ठोस क्या कहलाता है?

(अ) घनाभ (ब) बेलन

(स) घन (द) पिरामिड **(स)**

8. एक खोखले बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 4224 वर्ग सेमी हैं इसे ऊँचाई के अनुदिश काटकर 32 सेमी चौड़ाई की आयताकार चादर बनाई जाती है। चादर की लम्बाई क्या होगी?

(अ) 132 सेमी (ब) 66 सेमी

(स) 120 सेमी (द) 144 सेमी **(अ)**

9. एक कंपनी अपने बेलनाकरा बर्तन (व्यास 14 सेमी, ऊँचाई 20 सेमी) पर एक लेबल लगाती है जो शीर्ष और तल दोनों से 2 सेमी की दूरी पर है। लेबल की ऊँचाई क्या होगी?

(अ) 20 सेमी (ब) 18 सेमी

(स) 16 सेमी (द) 14 सेमी **(स)**

10. 20 सेमी × 15 सेमी × 10 सेमी विमाओं वालें घनाभ का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल कितना होगा?

(अ) 1300 वर्ग सेमी (ब) 650 वर्ग सेमी

(स) 3000 वर्ग सेमी (द) 1500 वर्ग सेमी **(अ)**

रिक्तस्थान –

1. घनाभ के फलक .... होते हैं।

उत्तर : 6

2. घनाभ की आमने–सामने की भुजाएँ .... होती हैं।

उत्तर : बराबर

3. वर्ग का परिमाप, सभी भुजाओं का .... होता है।

उत्तर : योग

4. बेलन का आधार का क्षेत्रफल .... ।

उत्तर : πr^2

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. रूखसार ने 1 मीटर × 2 मीटर × 1.5 मीटर माप वाली एक पेटी को बाहर से पेंट किया। यदि उसने पेटी के तल के अतिरिक्त उसे सभी जगह से पेंट किया हो, तो ज्ञात कीजिए कि उसने कितने पृष्ठीय क्षेत्रफल को पेंट किया?

हल : पेंट किया गया क्षेत्रफल = कुल क्षेत्रफल – तल का क्षेत्रफल

$= lb + 2bh + 2hl$

$= (2 \times 1) + 2(1 \times 1.5) + 2(1.5 \times 2)$

$= 2 + 3 + 6 = 11$ वर्ग मीटर।

2. एक ऐसे बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 7 सेमी और कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल 968 वर्ग सेमी है।

(Model Paper - 2025)

हल : कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r(h + r) = 968$

मान रखने पर, $2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times (7 + h) = 968$

$\Rightarrow 44(7 + h) = 968$

$\Rightarrow 7 + h = 22$

$\Rightarrow$ ऊँचाई $h = 15$ सेमी।

3. किसी सड़क को समतल करने के लिए एक सड़क रोलन को सड़क के ऊपर एक बार घूमने के लिए 750 चक्कर लगाने पड़ते हैं। यदि सड़क रोलर का व्यास 84 सेमी और लम्बाई 1 मीटर है, तो रोलर का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

हल : त्रिज्या $r = 42$ सेमी $= 0.42$ मीटर,

ऊँचाई $h = 1$ मीटर

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.42 \times 1 = 2.64$ वर्ग मीटर

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. एक भवन में 24 बेलनाकार खंभे हैं। प्रत्येक खंभे की त्रिज्या 28 सेमी और ऊँचाई 4 मीटर है। 8 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से सभी खंभों के वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल पर पेंट कराने का कुल व्यय विस्तार से ज्ञात कीजिए।

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

हल : एक खंभे का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2 \times \frac{22}{7} \times 0.28 \times 4$

= 7.04 वर्ग मीटर

24 खंभों का क्षेत्रफल = 24 × 7.04 = 168.96 वर्ग मीटर

कुल खर्च = 168.96 × 8 = ₹1351.68

2. डैनियल एक ऐसे घनाभाकार कमरे की दीवारों और छत को पेंट कर रहा है जिसकी लंबाई, चौड़ाई और ऊँचाई क्रमशः 15 मीटर, 10 मीटर एवं 7 मीटर हैं। पेंट की प्रत्येक कैन की सहायता से 100 वर्ग मीटर क्षेत्रफल को पेंट किया जा सकता है। उस कमरे के लिए उसे पेंट की कितनी कैनों की आवश्यकता होगी?

हल : क्षेत्रफल = 2h(l + b) + lb

= 2 × 7 × (15 + 10) + (15 × 10)

= 350 + 150 = 500 वर्ग मीटर

कैनों की संख्या $= \frac{500}{100} = 5$ कैन।

ठोस आकारों का आयतन और धारिता

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. एक बेलन का आयतन (Volume) ज्ञात करने का सही सूत्र क्या है?

(अ) $2\pi rh$ (ब) πr^2h

(स) l × b × h (द) $\frac{1}{3} \times \pi r^2 h$ **(ब)**

2. यदि किसी घन की प्रत्येक कोर (Edge) को दुगुना कर दिया जाए, तो उसके आयतन में कितने गुना वृद्धि होगी?

(अ) 2 गुना (ब) 4 गुना

(स) 8 गुना (द) 6 गुना **(स)**

3. 1 लीटर का मान कितने घन सेंटीमीटर (cubic cm) के बराबर होता है?

(अ) 100 घन सेमी

(ब) 1000 घन सेमी

(स) 10000 घन सेमी

(द) 1 घन सेमी **(ब)**

4. एक ऐसे घनाभ की ऊँचाई क्या होगी जिसका आयतन 900 घन सेमी और आधार का क्षेत्रफल 180 वर्ग सेमी है?

(अ) 5 सेमी (ब) 10 सेमी

(स) 15 सेमी (द) 8 सेमी **(अ)**

5. 4 सेमी भुजा वाले एक घन का आयतन कितना होगा?

(अ) 16 घन सेमी (ब) 64 घन सेमी

(स) 96 घन सेमी (द) 24 घन सेमी **(ब)**

6. किसी बर्तन में भरी जा सकने वाली वस्तु की मात्रा को उस बर्तन की क्या कहते हैं?

(अ) पृष्ठीय क्षेत्रफल (ब) परिमाप

(स) धारिता (द) भार **(स)**

7. 1 घन मीटर (cubic meter) में कितने लीटर होते हैं?

(अ) 100 लीटर (ब) 10 लीटर

(स) 10000 लीटर (द) 1000 लीटर **(द)**

8. एक घनाभ की विमाएँ 60 सेमी × 54 सेमी × 30 सेमी हैं। इसके अंदर 6 सेमी भुजा वाले कितने छोटे घन रखे जा सकते हैं?

(अ) 450 (ब) 900

(स) 540 (द) 600 **(अ)**

9. एक बेलनाकार टैंक की धारिता ज्ञात करने के लिए हमें क्या परिकलित करना होगा?

(अ) कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

(ब) कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

(स) आयतन (Volume)

(द) आधार का परिमाप **(स)**

10. एक घनाभाकार गोदाम का आयतन 72000 घन मीटर है। इसके अंदर 0.8 घन मीटर आयतन वाले कितने डिब्बे रखे जा सकते हैं?

(अ) 9,000 (ब) 90,000

(स) 72,000 (द) 80,000 **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. बेलन का आयतन .... होता है।

उत्तर : πr^2h

2. घनाभ का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल का सूत्र .... है

उत्तर : 2(lb + bh + hl)

3. किसी ठोस द्वारा घेरा गया स्थान .... कहलाता है।

उत्तर : आयतन

लघुत्तरात्मक प्रश्न –

1. एक ऐसे बेलन की ऊँचाई ज्ञात कीजिए जिसका आयतन 1.54 घन मीटर है और जिसके आधार का व्यास 140 सेमी है?

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

हल : व्यास = 140 सेमी

त्रिज्या r = 70 सेमी = 0.7 मीटर

आयतन $= \pi r^2 h = 1.54 = \frac{22}{7} \times 0.7 \times 0.7 \times h$

$\Rightarrow 1.54 = 1.54 \times h$

$\Rightarrow$ ऊँचाई h = 1 मीटर।

2. 11 सेमी × 4 सेमी माप वाले आयताकार कागज के टुकड़े को बिना ओवरलैपिंग के मोड़कर एक 4 सेमी ऊँचाई का बेलन बनाया जाता है। बेलन का आयतन ज्ञात कीजिए।

हल : परिधि $= 2\pi r = 11$

$r = \frac{11 \times 7}{22 \times 2}$

$\Rightarrow r = \frac{7}{4}$ सेमी

ऊँचाई h = 4 सेमी

आयतन $= \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times \frac{7}{4} \times \frac{7}{4} \times 4 = 38.5$ घन सेमी

3. यदि किसी घन के प्रत्येक किनारे को दुगुना कर दिया जाए, तो इसके कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल में कितने गुना वृद्धि होगी? गणितीय रूप से समझाइए।

हल : मूल भुजा = l, मूल क्षेत्रफल = $6l^2$

नई भुजा = 2l,

नया क्षेत्रफल = $6 \times (2l)^2 = 24 \times l^2$

वृद्धि $= \frac{24 \times l^2}{6 \times l^2} = 4$ गुना

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. एक दूध का टैंक बेलन के आकार का है जिसकी त्रिज्या 1.5 मीटर और लंबाई (ऊँचाई) 7 मीटर है। इस टैंक में भरे जा सकने वाले दूध की मात्रा लीटर में ज्ञात कीजिए। (1 घन मीटर = 1000 लीटर का प्रयोग करें)

हल : बेलन का आयतन $= \pi r^2 h =$

$= \frac{22}{7} \times 1.5 \times 1.5 \times 7 = 49.5$ घन मीटर

लीटर में मात्रा = 49.5 × 1000 = 49,500 लीटर

2. एक कुंड (Reservoir) के अंदर 60 लीटर प्रति मिनट की दर से पानी गिर रहा है। यदि कुंड का आयतन 108 घन मीटर है, तो ज्ञात कीजिए कि इस कुंड को पूरी तरह भरने में कितने घंटे लगेंगे?

हल : कुंड का आयतन = 108 घन मीटर = 108000 लीटर

पानी गिरने की दर = 60 लीटर/मिनट

= 3600 लीटर/घंटा

कुल समय $= \frac{108000}{3600} = 30$ घंटे

3. दो बेलन दिए गए हैं– बेलन A का व्यास 7 सेमी और ऊँचाई 14 सेमी है। बेलन B का व्यास 14 सेमी और ऊँचाई 7 सेमी है। दोनों बेलनों का आयतन ज्ञात कीजिए और सत्यापित कीजिए कि किस बेलन का आयतन अधिक है। क्या अधिक आयतन वाले बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल भी अधिक है?

हल : बेलन A के लिए,

व्यास 7 सेमी. और ऊँचाई (h_1) 14 सेमी.

$r_1 = 3.5$ सेमी.

आयतन $= \pi r_1^2, h_1$

बेलन A : आयतन = 539 घन सेमी,

कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r_1 (h_1 + r_1)$

= 385 वर्ग सेमी।

बेलन B के लिए,

व्यास 14 सेमी. और ऊँचाई (h_2) 7 सेमी.

$r_2 = 7$ सेमी.

आयतन $= \pi r_1^2, h_1$

बेलन B : आयतन = 1078 घन सेमी,

कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2\pi r_2 (h_2 + r_2)$

= 616 वर्ग सेमी।

निष्कर्ष: बेलन B का आयतन अधिक है और इसका कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल भी बेलन A से अधिक है।

अधिक आयतन वाले बेलन का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल भी अधिक है।

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

10 घातांक और घात

ऋणात्मक घातांक एवं घातांकों के नियम

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. 5^{-2} का मान है–

(अ) 25 (ब) $\frac{1}{25}$

(स) –25 (द) $\frac{-1}{25}$ **(ब)**

2. यदि $a \neq 0$, तो a° का मान होगा–

(अ) 0 (ब) a

(स) 1 (द) –1 **(स)**

3. $2^4 \times 2^{-6}$ =

(अ) 2^{10} (ब) 2^{-2}

(स) 2^2 (द) 2^{-10} **(ब)**

4. $(3^2)^4$ =

(अ) 3^6 (ब) 3^8

(स) 3^{12} (द) 3^{16} **(ब)**

5. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$ का मान है –

(अ) $\frac{2}{5}$ (ब) $\frac{-5}{2}$

(स) $\frac{5}{2}$ (द) $\frac{-2}{5}$ **(स)**

6. $7^3 \div 7^5$ =

(अ) 7^2 (ब) 7^{-2}

(स) 7^8 (द) 1 **(ब)**

7. यदि $a^5 \times a^x = a^9$, तो x =

(अ) 3 (ब) 14

(स) 4 (द) 5 **(स)**

8. $\frac{1}{125}$ को घातांक रूप में लिखिए।

(अ) 5^{-2} (ब) 5^2

(स) 5^3 (द) 5^{-3} **(द)**

9. 8^{-2} को 2 की घात में लिखने पर प्राप्त होगा –

(अ) 2^{-4} (ब) 2^{-5}

(स) 2^{-6} (द) 2^6 **(स)**

10. निम्न में से कौन–सा कथन सही है?

(अ) $a^{-m} = -a^m$ (ब) $a^{-m} = 1/a^m$

(स) $a^{-m} = a^m$ (द) $a^{-m} = 0$ **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. 2^{-3} = ______________

उत्तर : $\frac{1}{8}$

2. $5^3 \times 5^4$ = ______________

उत्तर : 5^7

3. $7^8 \div 7^3$ = ______________

उत्तर : 7^5

4. $(3^2)^5$ = ______________

उत्तर : 3^{10}

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. 4^{-3} को आधार 2 की घात के रूप में लिखिए।

हल : $4 = 2^2$

$4^{-3} = (2^2)^{-3} = 2^{-6}$

2^{-6}

2. सरल कीजिए : $2^{-3} \times 2^8 \div 2^2$

हल : $2^{-3} \times 2^8 \div 2^2 = 2^{-3+8-2}$

$= 2^3$

$= 8$

3. यदि $(-3)^{m+2} = (-3)^8$, तो m ज्ञात कीजिए।

हल : $m + 2 = 8$

$m = 8 - 2$

$m = 6$

4. $(3^{-1} + 4^{-1} + 5^{-1})^0$ का मान ज्ञात कीजिए।

हल : कोष्ठक के भीतर का मान शून्य नहीं है।

किसी भी अशून्य संख्या की शून्य घात 1 होती है।

5. m का मान ज्ञात कीजिए :

$(-3)^{m+1} \times (-3)^5 = (-3)^7$

हल : $(-3)^{m+1} \times (-3)^5 = (-3)^6$

अब $(-3)^{m+1+5} = (-3)^7$

इसलिए $m + 6 = 7$

$m = 1$

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

2. सरल कीजिए :

$$\left[\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}}{\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}}\right]$$

हल : $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 = 9$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8$

$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 4^2 = 16$

इसलिए मान $= \frac{(9-8)}{16}$

$= \frac{1}{16}$

3. सरल कीजिए : $(3^2 \times 3^{-4})^2$

हल : $3^2 \times 3^{-4} = 3^{2+(-4)} = 3^{-2}$

अब $(3^{-2})^2 = 3^{-4}$

$3^{-4} = \frac{1}{3^4}$

$= \frac{1}{81}$

घातांकों का उपयोग करके विस्तारित रूप

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. 2568 का विस्तारित घातांक रूप है –

(अ) $2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 6 \times 10^1 + 8 \times 10^0$

(ब) $2 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 8 \times 10^1$

(स) $25 \times 10^2 + 68$

(द) $2 \times 10^3 + 56 \times 10^2 + 8$ **(अ)**

2. 405.8 का विस्तारित रूप होगा –

(अ) $4 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 8 \times 10^{-1}$

(ब) $4 \times 10^3 + 5 \times 10^1 + 8 \times 10^0$

(स) $40 \times 10 + 5 + 8$

(द) $4 \times 10^2 + 58$ **(अ)**

3. 0.36 का विस्तारित रूप है –

(अ) $3 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2}$

(ब) $3 \times 10^3 + 5 \times 10^1 + 8 \times 10^0$

(स) $40 \times 10 + 5 + 8$

(द) $4 \times 10^2 + 58$ **(अ)**

4. 1000 =

(अ) 10^2 (ब) 10^3

(स) 10^4 (द) 10^5 **(ब)**

5. 10^{-2} का स्थानिक मान है –

(अ) इकाई (ब) दशमांश

(स) शतांश (द) सहस्रांश **(स)**

6. 5×10^{-3} का मान है –

(अ) 0.005 (ब) 0.05

(स) 0.0005 (द) 5 **(अ)**

7. 8×10^2 बराबर है –

(अ) 80 (ब) 800

(स) 8000 (द) 8 **(ब)**

8. 325.46 में अंक 4 का स्थानिक मान है –

(अ) 4×10^{-2} (ब) 4×10^{-1}

(स) 4×10^1 (द) 4 **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. $4356 = 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 +$ ______ $+ 6 \times 10^0$

उत्तर : 5×10^1

2. $7092 = 7 \times 10^3 +$ ______ $+ 2 \times 10^0$

उत्तर : 9×10^1

3. $3.48 = 3 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} +$ ______

उत्तर : 8×10^{-2}

4. $0.507 = 5 \times 10^{-1} +$ ______

उत्तर : 7×10^{-3}

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. 1425.36 को घातांक रूप में लिखिए।

हल : $1425.36 = 1 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 3 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2}$

2. 507.08 का विस्तारित रूप लिखिए।

हल : $507.08 = 5 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 0 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2}$

3. 2537.48 को घातांक रूप में विस्तारित कीजिए।

हल : $2537.48 = 2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 8 \times 10^{-2}$

4. 9080.603 का विस्तारित रूप लिखिए।

हल : $9080.603 = 9 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 0 \times 10^0 + 6 \times 10^{-1} + 0 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3}$

पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

मानक रूप, तुलना और संक्रियाएँ

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. 0.000007 का मानक रूप है–

(अ) 7×10^{-6} (ब) 7×10^{6}
(स) 0.7×10^{-5} (द) 70×10^{-7} **(अ)**

2. 4050000 का मानक रूप है–

(अ) 4.05×10^{6} (ब) 40.5×10^{5}
(स) 405×10^{4} (द) 4.05×10^{5} **(अ)**

3. 3.52×10^{5} का सामान्य रूप है –

(अ) 35200 (ब) 352000
(स) 3520000 (द) 3520 **(ब)**

4. निम्न में से कौन मानक रूप में नहीं है?

(अ) 3.4×10^{5} (ब) 9×10^{-2}
(स) 12.5×10^{6} (द) 7.2×10^{-8} **(स)**

5. मानक रूप में दशमलव के पहले कितने गैर–शून्य अंक होते हैं?

(अ) 0 (ब) 1
(स) 2 (द) 3 **(ब)**

6. 7.54×10^{-4} बराबर है–

(अ) 0.000754 (ब) 0.00754
(स) 0.0754 (द) 7540 **(अ)**

7. 6.5×10^{4} और 5.9×10^{4} में बड़ी संख्या है –

(अ) 6.5×10^{4} (ब) 5.9×10^{4}
(स) दोनों बराबर (द) 6.5×10^{3} **(अ)**

8. 4×10^{-7} और 4×10^{-6} में बड़ी संख्या है –

(अ) 4×10^{-7} (ब) 4×10^{-6}
(स) दोनों बराबर (द) 4×10^{-8} **(ब)**

9. 1.2×10^{5} तथा 12×10^{4} में –

(अ) पहली बड़ी है (ब) दूसरी बड़ी है
(स) दोनों बराबर हैं (द) तुलना नहीं हो सकती **(स)**

10. $(4.2 \times 10^{6}) + (3.8 \times 10^{6})$ का मान मानक रूप में होगा –

(अ) 8×10^{6} (ब) 8×10^{12}
(स) 0.8×10^{7} (द) 80×10^{5} **(अ)**

11. $(9.4 \times 10^{8}) - (2.1 \times 10^{8})$ का मान है–

(अ) 7.3×10^{8} (ब) 11.5×10^{8}
(स) 7.3×10^{7} (द) 73×10^{7} **(अ)**

12. $(6 \times 10^{4}) \times (5 \times 10^{2}) =$

(अ) 3×10^{7} (ब) 30×10^{8}
(स) 3×10^{6} (द) 30×10^{6} **(द)**

13. $(8.4 \times 10^{9}) \div (2.1 \times 10^{3}) =$

(अ) 4×10^{6} (ब) 4×10^{12}
(स) 6.3×10^{6} (द) 4.2×10^{5} **(अ)**

14. $(7 \times 10^{5}) + (4 \times 10^{4})$ –

(अ) 7.4×10^{5} (ब) 11×10^{5}
(स) 74×10^{4} (द) 0.74×10^{6} **(अ)**

रिक्तस्थान –

1. $(3 \times 10^{4}) \times (2 \times 10^{3}) =$ ______

उत्तर : 6×10^{7}

2. $(8 \times 10^{7}) \div (2 \times 10^{3}) =$ ______

उत्तर : 4×10^{4}

3. $2.5 \times 10^{6} + 3.5 \times 10^{6} =$ ______ $\times 10^{6}$

उत्तर : 6

4. $9.2 \times 10^{5} - 4.7 \times 10^{5} =$ ______ $\times 10^{5}$

उत्तर : 4.5

5. 6.3×10^{5} ______ 4.8×10^{4}

उत्तर : >

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. 0.0000564 को मानक रूप में लिखिए।

हल : $0.0000564 = 5.64 \times 10^{-5}$

2. 31860000000 को मानक रूप में लिखिए।

हल : $31860000000 = 3.186 \times 10^{10}$

3. 3.02×10^{-6} को सामान्य रूप में लिखिए।

हल : $3.02 \times 10^{-6} = 0.00000302$

4. 5.97×10^{24} तथा 7.35×10^{22} में कौन बड़ी है?

हल : 5.97×10^{24} बड़ी है, क्योंकि 10 की घात 24, घात 22 से बड़ी है।

5. $3.45 \times 10^{7} + 5.8 \times 10^{6}$ का मान मानक रूप में ज्ञात कीजिए।

हल : $3.45 \times 10^{7} = 34.5 \times 10^{6}$

योग $= (34.5 + 5.8) \times 10^{6}$

$= 4.03 \times 10^{7}$

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

6. **$(4 \times 10^5) \times (2.5 \times 10^3)$ का मान ज्ञात कीजिए।**

हल : $= (4 \times 2.5) \times 10^{5+3}$

$= 10 \times 10^8$

$= 1 \times 10^9$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. **सूर्य का व्यास 1.4×10^9 m तथा पृथ्वी का व्यास 1.2756×10^7 m है। सूर्य का व्यास पृथ्वी के व्यास से लगभग कितने गुना है?**

हल : अनुपात $= (1.4 \times 10^9) \div (1.2756 \times 10^7)$

$= (1.4 \div 1.2756) \times 10^{9-7}$

$\sim 1.097 \times 10^2$

~ 109.7

अतः सूर्य का व्यास पृथ्वी के व्यास से लगभग 110 गुना है।

2. **5.97×10^{24} kg तथा 7.35×10^{22} kg का अनुपात ज्ञात कीजिए।**

हल : अनुपात $= (5.97 \times 10^{24}) \div (7.35 \times 10^{22})$

$= (5.97 \div 7.35) \times 10^{24-22}$

$= 0.812 \times 10^2$

$= 81.2$

अतः पहला द्रव्यमान लगभग 81.2 गुना अधिक है।

3. **एक जलाशय में 4.25×10^7 L जल है। वर्षा के बाद इसमें 6.8×10^6 L जल और जुड़ जाता है। कुल जल की मात्रा मानक रूप में ज्ञात कीजिए।**

हल : $4.25 \times 10^7 = 42.5 \times 10^6$

कुल जल $= 42.5 \times 10^6 + 6.8 \times 10^6$

$= (42.5 + 6.8) \times 10^6$

$= 49.3 \times 10^6$

$= 4.93 \times 10^7$ L

4. **एक उपग्रह पृथ्वी से 3.84×10^8 m दूर है। वह पृथ्वी से 2.6×10^7 m और दूर चला जाता है। नई दूरी मानक रूप में ज्ञात कीजिए।**

हल : $3.84 \times 10^8 = 38.4 \times 10^7$

नई दूरी $= 38.4 \times 10^7 + 2.6 \times 10^7$

$= (38.4 + 2.6) \times 10^7$

$= 41 \times 10^7$

$= 4.1 \times 10^8$ m

5. **एक कारखाने में पहले दिन 6.5×10^5 बल्ब तथा दूसरे दिन 3.75×10^5 उत्पादन होता है। दोनों दिनों में कुल उत्पादन मानक रूप में ज्ञात कीजिए।**

हल : कुल उत्पादन $= 6.5 \times 10^5 + 3.75 \times 10^5$

$= (6.5 + 3.75) \times 10^5$

$= 10.25 \times 10^5$

$= 1.025 \times 10^6$ बल्ब

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

11 सीधा और प्रतिलोम समानुपात

सीधा (प्रत्यक्ष) समानुपात

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. यदि x और y सीधे समानुपात में हैं और जब x = 4 तब y = 20 है। यदि x = 8 हो, तो y का मान क्या होगा?

(अ) 10 (ब) 40

(स) 30 (द) 16 **(ब)**

2. एक घड़ी 2 घंटे में 10 सेकंड तेज हो जाती है। वह 8 घंटे में कितने सेकंड तेज होगी?

(अ) 20 सेकंड (ब) 30 सेकंड

(स) 40 सेकंड (द) 50 सेकंड **(स)**

3. 15 मीटर कपड़े का मूल्य ₹600 है। ₹320 में कितने मीटर कपड़ा खरीदा जा सकता है?

(अ) 6 मीटर (ब) 8 मीटर

(स) 10 मीटर (द) 12 मीटर **(ब)**

4. यदि एक बार 25 लीटर पेट्रोल में 350 किमी की दूरी तय करती है, तो वह 12 लीटर पेट्रोल में कितनी दूरी तय करेगी?

(अ) 168 किमी (ब) 180 किमी

(स) 210 किमी (द) 150 किमी **(अ)**

5. एक नक्शे का पैमाना 1 : 25,000 है। यदि नक्शे पर दो बिंदुओं की दूरी 6 सेमी है, तो वास्तविक भूमि पर उनके बीच की दूरी कितनी होगी?

(अ) 1.5 किमी (ब) 15 किमी

(स) 150 किमी (द) 2.5 किमी **(अ)**

रिक्तस्थान –

1. सीधे समानुपात में $\frac{x}{y}$ = ____________ रहता है।

उत्तर : स्थिर

2. एक राशि बढ़ने पर दूसरी राशि भी उसी अनुपात में ____________ रहता है।

उत्तर : बढ़ती

3. 3 पेन = ₹30, तो 6 पेन = ₹ ____________

उत्तर : ₹60

4. 4 किग्रा चावल = ₹200, तो 8 किग्रा = ₹ ____________

उत्तर : ₹400

5. 7 मीटर कपड़े की कीमत ₹490 है, तो 12 मीटर कपड़े की कीमत ₹ ____________ होगी।

उत्तर : ₹840

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. यदि 8 मीटर लंबी एक लोहे की छड़ का भार 24 किग्रा है, तो उसी प्रकार की 5 मीटर लंबी छड़ का भार ज्ञात कीजिए।

हल : मान लीजिए 5 मीटर लंबी छड़ का भार x किग्रा है। चूँकि लंबाई घटने पर भार भी घटेगा, इसलिए यह सीधा समानुपात है।

$$\frac{8}{24} = \frac{5}{x}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{5}{x}$$

x = 5 × 3 = 15 किग्रा

2. एक विद्यार्थी 12 मिनट में 180 शब्द टाइप कर सकता है। वह 7 मिनट में कितने शब्द टाइप कर पाएगा?

हल : मान लीजिए वह 7 मिनट में x शब्द टाइप करता है।

$$\frac{180}{12} = \frac{x}{7}$$

$$15 = \frac{x}{7}$$

x = 15 × 7 = 105 शब्द

3. यदि 3 दर्जन केलों का मूल्य ₹144 है, तो ₹240 में कितने केले खरीदे जा सकते हैं?

हल : मान लीजिए ₹240 में x केले खरीदे जा सकते हैं।

$$\frac{36}{144} = \frac{x}{240}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{x}{240}$$

4x = 240 → x = 60 केले (या 5 दर्जन)

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें!

DOWNLOAD MISSION GYAN APP!

4. एक मशीन 4 घंटे में 2400 प्रिंट आउट निकालती है। वह मशीन 1 घंटे 30 मिनट में कितने प्रिंट आउट निकालेगी?

हल : समय को मिनट में बदले : 4 घंटे = 240 मिनट; 1 घंटा 30 मिनट = 90 मिनट। मान लीजिए 90 मिनट में x प्रिंट आउट निकलते हैं।

$$\frac{2400}{240} = \frac{x}{90}$$

$10 = \frac{x}{90} \rightarrow x = 10 \times 90 = 900$ प्रिंट आउट

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. एक आवासीय सोसाइटी के पार्क का एक मॉडल 1 : 400 के पैमाने पर बनाया गया है। यदि मॉडल में मुख्य गेट की ऊँचाई 5 सेमी है और पार्क का क्षेत्रफल 25 वर्ग सेमी है, तो ज्ञात कीजिए :

(i) वास्तविक गेट की ऊँचाई (मीटर में)

(ii) पार्क का वास्तविक क्षेत्रफल (वर्ग मीटर में)

हल : (i) वास्तविक गेट की ऊँचाई (मीटर में)

पैमाना = 1 : 400, यानी 1 सेमी मॉडल = 400 सेमी वास्तविक।

वास्तविक ऊँचाई = 5 × 400 = 2000 सेमी

मीटर में बदलने पर : $\frac{2000}{100} = 20$ मीटर

(ii) पार्क का वास्तविक क्षेत्रफल (वर्ग मीटर में)

क्षेत्रफल का पैमाना = (400) × (400) = 1,60,000

वास्तविक क्षेत्रफल = 25 वर्ग सेमी × 1,60,000 = 40,00,000 वर्ग सेमी

वर्ग मीटर में बदलने के लिए 10,000 से भाग देंगे:

वास्तविक क्षेत्रफल = $\frac{40,00,000}{10,000} = 400$ वर्ग मीटर

2. एक ट्रेन 90 किमी/घंटा की समान चाल से दौड़ रही है। निम्नलिखित की गणना सीधे समानुपात की विधि से कीजिए :

(i) वह 25 मिनट में कितनी दूरी तय करेगी?

(ii) उसे 270 किमी की दूरी तय करने में कितना समय (घंटों में) लगेगा?

हल :

(i) 25 मिनट में तय दूरी (x) : $\frac{90}{60} = \frac{x}{25}$

$\frac{3}{2} = \frac{x}{25} \rightarrow 2x = 75 \rightarrow x = 37.5$ किमी

(ii) 270 किमी दूरी तय करने में लगा समय मिनटों में

(y) : $\frac{90}{60} = \frac{270}{y}$

$90 \times y = 270 \times 60 \Rightarrow 180$ मिनट

घंटों में बदलने पर : $\frac{180}{60} = 3$ घंटे

3. कारखाने के श्रमिकों की संख्या और उनके दैनिक वेतन के बीच की स्थिति नीचे की दी गई तालिका में दिखाई गई है। अज्ञात मान x, y और z ज्ञात कीजिए यदि यह एक सीधा समानुपात है :

श्रमिकों की संख्या	10	15	Y	40
कुल वेतन	5000	X	12500	Z

हल : चूँकि यह सीधा समानुपात है, इसलिए अनुपात (श्रमिक/वेतन) हमेशा समान रहेगा।

स्थिरांक = $\frac{10}{5000} = \frac{1}{500}$

1. x का मान : $\frac{15}{x} = \frac{1}{500} \rightarrow x = 15 \times 500 = ₹7500$

2. y का मान : $\frac{y}{12500} = \frac{1}{500} \rightarrow \frac{12500}{500} = 25$

3. z का मान : $\frac{40}{z} = \frac{1}{500} \rightarrow z = 40 \times 500 = ₹20000$

प्रतिलोम समानुपात

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. व्युत्क्रमानुपात में दो राशियों का गुणनफल कैसा रहता है?

(अ) बदलता रहता है

(ब) शून्य हो जाता है

(स) स्थिर रहता है

(द) हमेशा बढ़ता है **(स)**

2. यदि मजदूरों की संख्या बढ़ती है, तो समान काम पूरा करने में लगने वाला समय –

(अ) बढ़ता है

(ब) घटता है

(स) समान रहता है

(द) दोगुना हो जाता है **(ब)**

3. 4 मजदूर एक काम 12 दिन में करते हैं। 8 मजदूर वहीं काम कितने दिन में करेंगे?

(अ) 24 दिन (ब) 12 दिन

(स) 6 दिन (द) 4 दिन **(स)**

4. 6 आदमी किसी काम को 15 दिन में करते हैं। 10 आदमी वहीं काम कितने दिन में करेंगे?

(अ) 6 दिन (ब) 9 दिन

(स) 12 दिन (द) 25 दिन **(ब)**

5. 12 मजदूर एक दीवार 8 दिन में बनाते हैं। 16 मजदूर वहीं दीवार कितने दिन में बनाएँगे?

(अ) 4 दिन (ब) 5 दिन

(स) 6 दिन (द) 10 दिन **(स)**

6. 9 पाइप एक टंकी को 4 घंटे में भरते हैं। 6 पाइप वहीं टंकी कितने घंटे में भरेंगे?

(अ) 3 घंटे (ब) 4 घंटे

(स) 5 घंटे (द) 6 घंटे **(द)**

7. एक गाड़ी 60km/h की गति से दूरी 5 घंटे में तय करती है। वही दूरी 75km/h की गति से कितने घंटे में तय होगी?

(अ) 3 घंटे (ब) 4 घंटे

(स) 5 घंटे (द) 6 घंटे **(ब)**

8. 24 मजदूर एक काम 15 दिन में पूरा करते हैं। उसी काम को 20 दिन में पूरा करने के लिए कितने मजदूर चाहिए?

(अ) 12 (ब) 15

(स) 18 (द) 20 **(स)**

9. 6 नल एक टंकी को 10 घंटे में भरते हैं। यदि 2 नल खराब हो जाएँ, तो टंकी भरने में कितना समय लगेगा?

(अ) 12 घंटे (ब) 15 घंटे

(स) 18 घंटे (द) 20 घंटे **(ब)**

10. 14 मजदूर एक काम 18 दिन में पूरा करते हैं। यदि काम 12 दिन में पूरा करना हो, तो कितने मजदूर चाहिए?

(अ) 18 (ब) 20

(स) 21 (द) 24 **(स)**

रिक्तस्थान –

1. प्रतिलोम अनुपात में $x \times y$ = _________ रहता है।

उत्तर : स्थिर

2. एक राशि बढ़ने पर दूसरी राशि _________ है।

उत्तर : घटती

3. 4 मजदूर → 12 दिन, 8 मजदूर → _________ दिन

उत्तर : 6 दिन

4. 6 नल → 10 घंटे, 12 नल → _________ घंटे

उत्तर : 5 घंटे

5. 15 मजदूर किसी काम को 24 दिनों में करते हैं, तो 18 मजदूर वही काम _________ में करेंगे।

उत्तर : 20 दिन

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. 50 श्रमिक एक पुल का निर्माण 12 दिनों में कर सकते हैं। उसी पुल को 10 दिनों में बनाने के लिए कितने और अधिक श्रमिकों की आवश्यकता होगी?

हल : मान लीजिए कुल श्रमिकों की संख्या x है। यह प्रतिलोम समानुपात है।

$50 \times 12 = x \times 10$

$600 = 10x \rightarrow x = 60$ श्रमिक

अतिरिक्त श्रमिक $= 60 - 50 = 10$

2. एक कार किसी स्थान पर पहुँचने में 60 किमी/घंटा की चाल से 2 घंटे का समय लेती है। 80 किमी/घंटा की चाल से उस कार को कितना समय लगेगा?

हल : चाल बढ़ने पर समय घटेगा, इसलिए यह प्रतिलोम समानुपात है।

$60 \times 2 = 80 \times y$

$120 = 80y \rightarrow y = \frac{120}{80} = 1.5$ घंटे (या 1 घंटा 30 मिनट)

3. यदि 4 पाइप एक पानी की टंकी को 1 घंटे 20 मिनट में भर सकते हैं, तो 5 समान पाइप उसी टंकी को कितने समय में भरेंगे?

हल : समय को मिनट में बदले :

1 घंटा 20 मिनट = 80 मिनट

मान लीजिए 5 पाइपों को x मिनट लगते हैं।

$4 \times 80 = 5 \times x$

$320 = 5x \rightarrow x = \frac{320}{5}$ = 64 मिनट (या 1 घंटा 4 मिनट)

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. दो सहेलियाँ एक खिलौने की दुकान पर जाती हैं। वे देखती हैं कि वे ₹20 वाले खिलौने खरीदती हैं, तो वे कुल 30 खिलौने खरीद सकती हैं।

(i) यदि वे ₹25 मूल्य वाले खिलौने चुनती हैं, तो वे कुल कितने खिलौने खरीद पाएँगी?

(ii) यदि उन्हें कुल 40 खिलौने खरीदने हों, तो प्रत्येक खिलौने का अधिकतम मूल्य क्या होना चाहिए?

हल : ₹20 वाले खिलौनों = 30 खरीद सकती है।

कुल पैसे 20×30 = ₹600

(i) एक खिलौने का मूल्य = ₹25

₹25 के मूल्य पर खिलौनों की संख्या (y) :

$25 \times y = 600$

DOWNLOAD MISSION GYAN APP!

$$y = \frac{600}{25} = 24 \text{ खिलौने}$$

24 खिलौने खरीद पायेंगी।

(ii) 40 खिलौने खरीदने के लिए प्रत्येक का मूल्य (x) : $x \times 40 = 600$

$$x = \frac{600}{40} = ₹15$$

₹15 खिलौने का अधिकतम मूल्य होना चाहिए।

2. एक गौशाला में 50 गायों के लिए 12 दिन का चारा है। यदि 10 गायें और शामिल हो जाएँ तो चारा कितने दिन चलेगा?

हल : कुल चारा = $50 \times 12 = 600$ गाय

गायें बढ़ेंगी तो चारा कम दिनों में खत्म होगा।

दिन नई गायों की संख्या = $50 + 10 = 60$ गायें

माना चारा x दिन चलेगा।

$60 \times x = 600$

$$x = \frac{600}{60} = 10 \text{ दिन}$$

10 गाय और आ जाये तो चारा 10 दिन चलेगा।

3. एक किसान की पशुशाला में 20 पशुओं के लिए 6 दिन का चारा पर्याप्त है। यदि उसकी पशुशाला में 10 पशु और आ जाएँ, तो यह चारा कितने दिन चलेगा?

हल : नए पशुओं की कुल संख्या = $20 + 10 = 30$

पशुओं की संख्या बढ़ने पर चारा कम दिन चलेगा

$20 \times 6 = 30 \times y$

$$120 = 30y \rightarrow y = \frac{120}{30} = 4 \text{ दिन}$$

10 पशु और आ जाये तो चारा 4 दिन चलेगा।

12 गुणनखंडन

सार्वगुणनखंड व पदों का पुनर्समूहन

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. व्यंजक 12x और 36 का सार्व गुणनखंड होगा?
(अ) 12 (ब) 36
(स) x (द) 6 **(अ)**

2. पदों 2y और 22xy का सार्व गुणनखंड है?
(अ) 2 (ब) y
(स) 2y (द) 11x **(स)**

3. व्यंजक 7x – 42 का गुणनखंड रूप होगा?
(अ) 7 (x – 42) (ब) 7 (x – 6)
(स) x (7 – 6) (द) 42 (x – 7) **(ब)**

4. व्यंजक 6p – 12q का सही गुणनखंड रूप चुनिए :
(अ) 6 (p – q) (ब) 12 (p – 2q)
(स) 6 (p – 2q) (द) p (6 – 12q) **(स)**

5. व्यंजक $7a^2 + 14a$ का गुणनखंड करने पर प्राप्त होगा?
(अ) 7a (a + 2) (ब) 7 (a^2 + 2)
(स) a (7a + 14) (द) 14a (a + 1) **(अ)**

6. पदों 10al, 20bm और 30cn का सार्व गुणनखंड है?
(अ) 10abc (ब) 10
(स) lmn (द) 30 **(ब)**

7. व्यंजक $x^2 + xy + 8x + 8y$ का पुनर्समूहन द्वारा गुणनखंड क्या होगा?
(अ) (x + y) (x + 8) (ब) (x – y) (x + 8)
(स) (x + y) (x – 8) (द) xy (x + 8) **(अ)**

8. व्यंजक 15xy – 6x + 5y – 2 का गुणनखंड रूप है:
(अ) (3x + 1) (5y – 2)
(ब) (3x – 1) (5y + 2)
(स) (3x – 2) (5y – 1)
(द) (5y – 2) (3x –1) **(अ)**

9. व्यंजक ax + bx – ay – by का गुणनखंड होगा?
(अ) (a – b) (x – y) (ब) (a + b) (x + y)
(स) (a + b) (x – y) (द) (a – b) (x + y) **(स)**

10. $15a^2b – 20ab^2$ का सार्व गुणनखंड है?
(अ) 5 (ब) ab
(स) 5ab (द) 15ab **(स)**

रिक्तस्थान –

1. 6x + 12 = 6(______)
उत्तर : x + 2

2. $x^2 + 5x$ = x(______)
उत्तर : x + 5

3. 8ab + 12a = 4a(______)
उत्तर : 2b + 3

4. ax + ay + bx + by = (a + b) (______)
उत्तर : x + y

5. $x^2 + 3x + 2x + 6$ = (x + 2) (______)
उत्तर : x + 3

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. व्यंजक $20l^2m + 30alm$ का सार्व गुणनखंडों की सहायता से गुणनखंड कीजिए।

हल : दिए गए पदों को विस्तृत रूप में लिखने पर :
$20l^2m = 10 \times 2 \times l \times l \times m$
$30alm = 10 \times 3 \times a \times l \times m$
दोनों पदों में सार्व गुणनखंड $10 \times l \times m = 10lm$ है।
व्यंजक से 10lm बाहर लेने पर :
= 10lm (2l + 3a)

2. पदों का पुनर्समूहन करके $x^2 – xy – 2x + 2y$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : पहले दो पदों और अंतिम दो पदों का समूह बनाने पर :
= $(x^2 – xy) – (2x – 2y)$
= x(x – y) – 2(x – y)
अब पूरे व्यंजक में से (x – y) सार्व लेने पर :
= (x – y) (x – 2)

3. व्यंजक $10x^2 – 18x^3 + 14x^4$ का सार्व गुणनखंड बताइए।

हल : $10x^2 = 2 \times 5 \times x \times x$
$18x^3 = 2 \times 3 \times 3 \times x \times x \times x$
$14x^4 = 2 \times 7 \times x \times x \times x \times x$
तीनों पदों में संख्या '2' और चर भाग में '$x \times x$' (अर्थात x^2) समान हैं।
अतः सार्व गुणनखंड = $2x^2$

मिशन ज्ञान
पढ़ो जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

RECORDED VIDEOS | LIVE CLASSES | PDF NOTES | e-BOOKS | QUIZ | TEST SERIES
DOWNLOAD MISSION GYAN APP!

4. $am^2 + bm^2 + bn^2 + an^2$ समूहीकरण करो :

हल : $= (am^2 + bm^2) + (an^2 + bn^2)$

$= m^2 (a + b) + n^2 (a + b)$

$= (a + b) (m^2 + n^2)$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. व्यंजक $6xy - 4y + 6 - 9x$ का गुणनखंड कीजिए और समझाइए कि पदों का पुनर्समूहन किस प्रकार किया गया।

हल : यदि हम सीधे पदों का समूह बनाते हैं,

तो $(6xy - 4y)$ से $2y (3x - 2)$ मिलेगा, लेकिन $(6 - 9x)$ से $3 (2 - 3x)$ मिलेगा, जहाँ कोष्ठक के पद समान नहीं हैं। इसलिए हमें पदों का स्थान बदलना होगा।

पदों को व्यवस्थित करने पर :

$= 6xy - 9x - 4y + 6$

अब प्रथम दो पदों और अंतिम दो पदों के समूह बनाइए:

$= (6xy - 9x) - (4y - 6)$

प्रथम समूह से $3x$ और द्वितीय समूह से 2 सार्व गुणनखंड बाहर निकालें:

$= 3x (2y - 3) - 2 (2y - 3)$

अब दोनों भागों में से $(2y - 3)$ सार्व गुणनखंड बाहर लेने पर :

$= (2y - 3) (3x - 2)$

2. निम्नलिखित बहुपदीय व्यंजक का पूरी तरह से गुणनखंड कीजिए : $22y^3 - 11y^2 + 44y - 22$

हल : दिए गए व्यंजक में सभी चार पदों को ध्यान से देखने पर पता चलता है कि संख्या '11' एक सार्व गुणनखंड के रूप में बाहर निकाली जा सकती है।

पूरे व्यंजक से 11 बाहर लेने पर :

$= 11 [2y^3 - y^2 + 4y - 2]$

अब कोष्ठक के अंदर के पदों का पुनर्समूहर (दो–दो के जोड़े) करने पर :

$= 11 [(2y^3 - y^2) + (4y - 2)]$

पहले जोड़े में से y^2 और दूसरे जोड़े में से 2 बाहर निकालें:

$= 11[y^2(2y - 1) + (2y - 1)]$

अब कोष्ठक के अंदर $(2y - 1)$ को सार्व गुणनखंड के रूप में बाहर लें :

$= 11 (2y - 1) (y^2 + 2)$

मानक सर्वसमिकाओं के उपयोग द्वारा गुणनखंडन

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. व्यंजक $x^2 + 8x + 16$ का गुणनखंड रूप क्या होगा?

(अ) $(x + 4)^2$ (ब) $(x - 4)^2$

(स) $(x + 8)^2$ (द) $(x + 2)^2$ **(अ)**

2. व्यंजक $4y^2 - 12y + 9$ का गुणनखंड रूप है :

(अ) $(2y + 3)^2$ (ब) $(2y - 3)^2$

(स) $(4y - 3)^2$ (द) $(2y - 9)^2$ **(ब)**

3. व्यंजक $49p^2 - 36$ का गुणनखंड क्या होगा?

(अ) $(7p - 6) (7p - 6)$

(ब) $(7p + 6) (7p + 6)$

(स) $(7p + 6) (7p - 6)$

(द) $(49p + 6) (49p - 6)$ **(स)**

4. व्यंजक $100 - 9x^2$ का सही गुणनखंड रूप है :

(अ) $(10 - 3x) (10 - 3x)$

(ब) $(10 + 3x) (10 - 3x)$

(स) $(3x + 10) (3x - 10)$

(द) $(10 + 9x) (10 - 9x)$ **(ब)**

5. व्यंजक $p^2 - 10p + 25$ का गुणनखंड रूप है:

(अ) $(p - 5)^2$ (ब) $(p + 5)^2$

(स) $(p - 10)^2$ (द) $(p - 25)^2$ **(अ)**

6. व्यंजक $16x^5 - 144x^3$ का गुणनखंड करने के लिए सबसे पहले क्या बाहर निकालेंगे?

(अ) 16 (ब) x^3

(स) $16x^3$ (द) $144x^3$ **(स)**

7. व्यंजक $(l + m)^2 - 4lm$ को सरल करने पर किस सर्वसमिका का रूप प्राप्त होता है?

(अ) $(l + m)^2$ (ब) $(l - m)^2$

(स) $l^2 - m^2$ (द) $l^2 + m^2$ **(ब)**

8. व्यंजक $a^4 - b^4$ का पूर्ण गुणनखंड रूप क्या है?

(अ) $(a^2 - b^2)$

(ब) $(a^2 + b^2) (a + b) (a - b)$

(स) $(a^2 + b^2) (a^2 + b^2)$

(द) $(a + b)^2 (a - b)^2$ **(ब)**

9. व्यंजक $lm + l + m + 1$ का गुणनखंड रूप क्या है?

(अ) $(l + 1)$ (ब) $(m + 1)$

(स) $(l + 1)(m + 1)$ (द) $(m - 1)$ **(स)**

रिक्तस्थान –

1. व्यंजक $3x^2 - 48$ का गुणनखंड रूप ____________ है।

उत्तर : $3(x - 4) (x + 4)$

2. $x^2 + 2xy + y^2 = (______)^2$

उत्तर : $x + y$

3. $a^2 - 2ab + b^2 = (______)^2$

उत्तर : $a - b$

4. $x^2 - 25 = (x - 5)(______)$

उत्तर : $x + 5$

5. $4a^2 + 12ab + 9b^2 = (______)^2$

उत्तर : $2a + 3b$

लघुत्तरात्मक प्रश्न –

1. सर्वसमिका का उपयोग करके $49x^2 - 36y^2$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : दिए गए व्यंजक को वर्ग रूप में लिखने पर :

$49x^2 = (7x)^2$

$36y^2 = (6y)^2$

यह रूप सर्वसमिका $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ जैसा है।

यहाँ $a = 7x$ और $b = 6y$ रखने पर :

$= (7x + 6y)(7x - 6y)$

2. व्यंजक $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : दिए गए व्यंजक के प्रथम तीन पद खुद एक सर्वसमिका हैं :

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

इसे व्यंजक में रखने पर :

$= (a - b)^2 - c^2$

अब यह पुनः $x^2 - y^2$ का रूप बन गया है, जहाँ $x = (a - b)$ और $y = c$ है।

$= [(a - b) + c][(a - b) - c]$

$= (a - b + c)(a - b - c)$

3. व्यंजक $z^2 - 4z + 4$ का उपयुक्त सर्वसमिका द्वारा गुणनखंड कीजिए।

हल : $z^2 - 4z + 4$

$= z^2 - 2(z)(2) + 2^2$

व्यंजक को सर्वसमिका $a^2 - 2ab + b^2$ के रूप में व्यवस्थित करने पर :

$= (z - 2)^2$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. व्यंजक $x^4 - (y + z)^4$ का पूरी तरह से गुणनखंड कीजिए और प्रयुक्त चरणों को दर्शाइए।

हल : दिए गए व्यंजक को घात 2 के वर्ग के रूप में लिखने पर:

$= (x^2)^2 - [(y + z)^2]^2$

सर्वसमिका $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$ का उपयोग करने पर, जहाँ $A = x^2$ और $B = (y + z)^2$ है:

$= [x^2 + (y + z)^2][x^2 - (y + z)^2]$

ध्यान दीजिए कि दूसरा कोष्ठक $[x^2 - (y + z)^2]$ फिर से $a^2 - b^2$ के रूप का है। इसमें दोबारा वहीं सर्वसमिका लगाने पर:

$= [x^2 + (y + z)^2][(x + (y + z))(x - (y + z))]$

कोष्ठक खोलने पर :

$= [x^2 + (y + z)^2](x + y + z)(x - y - z)$

2. $a^2 - 49b^2$

हल : $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ यहाँ $49b^2 = (7b)^2$ है इसलिए,

$= a^2 - (7b)^2$

$= (a + 7b)(a - 7b)$

$x^2 + px + q$ रूप के त्रिपद व्यंजकों का गुणनखंडन (मध्य पद को विभक्त करना)

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. व्यंजक $x^2 + 5x + 6$ का गुणनखंड रूप क्या होगा?

(अ) $(x + 1)(x + 6)$ (ब) $(x + 2)(x + 3)$

(स) $(x - 2)(x - 3)$ (द) $(x + 5)(x + 1)$ **(ब)**

2. व्यंजक $q^2 - 10q + 21$ का गुणनखंड करने पर प्राप्त होगा:

(अ) $(q - 7)(q - 3)$ (ब) $(q + 7)(q + 3)$

(स) $(q - 7)(q + 3)$ (द) $(q - 21)(q - 1)$ **(अ)**

3. व्यंजक $p^2 + 6p - 16$ के लिए सही गुणनखंड कौन सा है?

(अ) $(p + 8)(p - 2)$

(ब) $(p - 8)(p + 2)$

(स) $(p + 4)(p - 4)$

(द) $(p + 16)(p - 1)$ **(अ)**

4. व्यंजक $x^2 - 2x - 24$ का गुणनखंड रूप है:

(अ) $(x - 6)(x - 4)$ (ब) $(x - 6)(x + 4)$

(स) $(x - 6)(x + 4)$ (द) $(x - 12)(x - 2)$ **(ब)**

5. व्यंजक $y^2 - 7y + 12$ का सही गुणनखंड रूप क्या है?

(अ) $(y + 6)(y + 2)$ (ब) $(y + 7)(y + 5)$

(स) $(y - 4)(y - 3)$ (द) $(y + 12)(y + 1)$ **(स)**

6. व्यंजक $z^2 - z - 6$ के गुणनखंड हैं :

(अ) $(z - 3)(z + 2)$ (ब) $(z + 3)(z - 2)$

(स) $(z - 3)(z - 2)$ (द) $(z - 6)(z + 1)$ **(अ)**

7. व्यंजक $a^2 + 11a + 30$ का गुणनखंड रूप है:

(अ) $(a + 10)(a + 3)$ (ब) $(a + 6)(a + 5)$

(स) $(a + 15)(a + 2)$ (द) $(a - 6)(a - 5)$ **(ब)**

8. व्यंजक $x^2 - 13x + 40$ का सही हल क्या होगा?

(अ) $(x - 8)(x - 5)$ (ब) $(x + 8)(x + 5)$

(स) $(x - 10)(x - 4)$ (द) $(x - 40)(x - 1)$ **(अ)**

9. व्यंजक $m^2 - 4m - 21$ का गुणनखंड रूप है:

(अ) $(m - 7)(m - 3)$ (ब) $(m - 7)(m + 3)$

(स) $(m + 7)(m - 3)$ (द) $(m - 21)(m + 1)$ **(ब)**

10. व्यंजक $y^2 - y - 12$ का गुणनखंड क्या होगा?

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

DOWNLOAD MISSION GYAN APP!

(अ) $(y-4)(y+3)$ (ब) $(y+4)(y-3)$

(स) $(y-6)(y+2)$ (द) $(y-12)(y+1)$ **(अ)**

रिक्तस्थान –

1. $x^2 + 7x + 12$ में मध्य पद $7x$ को _____ + _____ के रूप में विभाजित किया जाएगा।

उत्तर : $3x + 4x$

2. $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)$ (_____)

उत्तर : $x + 3$

3. $x^2 + 9x + 20$ के लिए ऐसी दो संख्याएँ चाहिए जिनका योग _____ तथा गुणनफल _____ हो।

उत्तर : 9, 20

4. $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)$ (_____)

उत्तर : $x - 4$

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. मध्य पद विभक्त करने की विधि से $y^2 + 9y + 20$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : हमें ऐसी दो संख्याएँ चाहिए जिनका योग 9 और गुणनफल 20 हो। ऐसी संख्याएँ 5 और 4 हैं।

$= y^2 + 5y + 4y + 20$

$= y(y + 5) + 4(y + 5)$

$= (y + 5)(y + 4)$

2. व्यंजक $x^2 - 4x - 12$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : हमें ऐसी दो संख्याएँ चाहिए जिनका योग –4 और गुणनफल –12 हो। ये संख्याएँ –6 और 2 हैं।

बीच वाला पद तोड़ो : $-4x = -6x + 2x$

$= x^2 - 6x + 2x - 12$

$= x(x - 6) + 2(x - 6)$

$= (x + 2)(x - 6)$

3. व्यंजक $p^2 + 2p - 15$ का गुणनखंड कीजिए।

हल : यहाँ मध्य पद गुणांक 2 है और अंतिम पद –15 है। संख्याएँ +5 और –3 होंगी क्योंकि $5 - 3 = 2$ और $5 \times (-3) = -15$

$= p^2 + 5p - 3p - 15$

$= p(p + 5) - 3(p + 5)$

$= (p + 5)(p - 3)$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. व्यंजक $z^2 - 10z - 24$ का गुणनखंड कीजिए। इसके चरणों को विस्तार से समझाइए कि संख्याओं का चयन किस प्रकार किया गया।

हल :

चरण 1 : दिए गए त्रिपद व्यंजक $z^2 - 10z - 24$ की तुलना सामान्य रूप $x^2 + (a + b)x + ab$ से करते हैं। यहाँ हमें दो ऐसी संख्याएँ a और b ढूँढनी हैं जिनका योग $(a + b) = -10$ हो और गुणनफल $(ab) = -24$ हो।

चरण 2 : चूँकि गुणनफल ऋणात्मक (–24) है, इसलिए एक संख्या धनात्मक होगी और दूसरी ऋणात्मक।

संभावित जोड़े : (–24, 1), (–12, 2), (–8, 3), (–6, 4)

इनमें से केवल (–12, 2) का योग $-12 + 2 = -10$ होता है।

चरण 3 : मध्य पद को विभक्त करके व्यंजक में रखने पर:

$= z^2 - 12z + 2z - 24$

$= z(z - 12) + 2(z - 12)$

$= (z - 12)(z + 2)$

2. निम्नलिखित व्यंजक का गुणनखंड कीजिए:

$3x^2 + 24x + 45$

हल : व्यंजक को ध्यान से देखने पर पता चलता है कि सभी पदों में '3' एक सार्व संख्या है। सबसे पहले 3 को बाहर निकाल लेते है :

$= 3[x^2 + 8x + 15]$

अब कोष्ठक के अंदर के त्रिपद व्यंजक $(x^2 + 8x + 15)$ को हल करते हैं।

हमें दो ऐसी संख्याएँ चाहिए जिनका योग 8 और गुणनफल 15 हो। ये संख्याएँ 5 और 3 हैं $(5 + 3 = 8, 5 \times 3 = 15)$

$= 3[x^2 + 5x + 3x + 15]$

$= 3[x(x + 5) + 3(x + 5)]$

$= 3[(x + 5)(x + 3)]$

कोष्ठक हटाने पर पूर्ण गुणनखंड रूप मिलता है:

$= 3(x + 5)(x + 3)$

बीजीय व्यंजकों का विभाजन

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. $28x^4$ को $56x$ से भाग देने पर क्या परिणाम प्राप्त होगा?

(अ) $2x^3$ (ब) $\left(\frac{1}{2}\right)x^3$

(स) $\left(\frac{1}{2}\right)x^4$ (द) $2x$ **(ब)**

2. $-36y^3$ भाग $9y^2$ का मान क्या होगा?

(अ) $-4y$ (ब) $4y$

(स) -4 (द) $-4y^2$ **(अ)**

3. व्यंजक $(5x^2 - 6x)$ को x से विभाजित करने पर क्या मिलेगा?

(अ) $5x - 6$ (ब) $5x^2 - 6$

(स) $5 - 6x$ (द) $x(5x - 6)$ **(अ)**

4. $(x^2 + 7x + 10)$ को $(x + 5)$ से भाग देने पर भागफल क्या होगा?

(अ) $x + 2$ (ब) $x + 5$

(स) $x - 2$ (द) $7x + 2$ **(अ)**

5. व्यंजक $10x - 25$ को 5 से भाग देने पर प्राप्त परिणाम है:

(अ) $2x - 25$ (ब) $2x - 5$

(स) $10x - 5$ (द) $2x$ **(ब)**

6. 7x2y2z2 को 14xyz से विभाजित करने पर प्राप्त होता है:

(अ) $xyz - 4$ (ब) ½xyz

(स) $z + 4$ (द) $7xyz$ **(ब)**

7. $z(5z^2 - 80)$ को $5z(z + 4)$ से विभाजित करने पर प्राप्त होता है:

(अ) $z - 4$ (ब) $5(z - 4)$

(स) $z + 4$ (द) $z^2 - 16$ **(अ)**

8. $20(y + 4)(y^2 + 5y + 3)$ भाग $5(y + 4)$ का सरलतम रूप है:

(अ) $4(y^2 + 5y + 3)$ (ब) $y^2 + 5y + 3$

(स) $4(y + 4)$ (द) $20(y^2 + 5y + 3)$ **(अ)**

9. $12ey(9e^2 - 16)$ को $4e(3e + 4)$ से भाग देने पर भागफल क्या होगा?

(अ) $3y(3e - 4)$ (ब) $3(3e - 4)$

(स) $y(3e + 4)$ (द) $3y$ **(अ)**

10. $p^3q^6 - p^6q^3$ को p^3q^3 से विभाजित कीजिए।

(अ) $p - q$ (ब) $p^2 - q^2$

(स) $p^3 - q^3$ (द) $q^3 - p^3$ **(द)**

रिक्तस्थान –

1. $\frac{12x^2}{3x}$ = ________

उत्तर : $4x$

2. $\frac{18a^3b^2}{6ab}$ = ________

उत्तर : $3a^2b$

3. $\frac{x^2 + 5x}{x}$ = ________

उत्तर : $x + 5$

4. $\frac{8x^2 + 12x}{4x}$ = ________

उत्तर : $2x + 3$

5. $\frac{15a^2b - 10ab^2}{5ab}$ = ________

उत्तर : $3a - 2b$

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. व्यंजक $(7x^2 - 14x)$ को एकपदी $7x$ से विभाजित कीजिए।

हल : अंश में से सार्व गुणनखंड बाहर निकालने पर :

$7x^2 - 14x = 7x(x - 2)$

अब इसे $7x$ से भाग देने पर :

$= \frac{7x(x-2)}{7x}$

अंश और हर से $7x$ को काटने पर $(x - 2)$ बचता है।

2. $52pqr(p + q)(q + r)(r + p)$ को $104pq(q + r)(r + p)$ से भाग दीजिए।

हल : भाग के रूप में लिखने पर:

$= \frac{[52pqr(p+q)(q+r)(r+p)]}{[104pq(q+r)(r+p)]}$

समान कोष्ठक $(q + r)$ और $(r + p)$ अंश तथा हर दोनों में होने के कारण कट जाएँगे।

चरों में p और q भी कट जाएँगे।

संख्याओं में $\frac{52}{104} = \frac{1}{2}$ होता है।

बचा हुआ भाग:

$= \left(\frac{1}{2}\right) \times r \times (p + q)$

$= \left(\frac{1}{2}\right) r(p + q)$

3. व्यंजक $3p^3q^2r + 6p^2q^3r - 9p^2q^2r^2$ को $3p^2q^2r$ से विभाजित कीजिए।

हल : अंश के प्रत्येक पद को हर से अलग–अलग भाग देने पर:

$= \left(\frac{3p^3q^2r}{3p^2q^2r}\right) + \left(\frac{6p^2q^3r}{3p^2q^2r}\right) - \left(\frac{9p^2q^2r^2}{3p^2q^2r}\right)$

प्रत्येक पद को सरल करने पर:

$= p + 2q - 3r$

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. निम्नलिखित व्यंजक का पहले गुणनखंड कीजिए और फिर निर्देशानुसार भाग दीजिए: $(m^2 - 14m - 32)$ भाग $(m + 2)$

DOWNLOAD MISSION GYAN APP!

हल :

चरण 1 : अंश $(m^2 - 14 - 32)$ का गुणनखंड यह एक त्रिपद व्यंजक है, इसे मध्य पद विभक्त विधि से हल करेंगे। हमें ऐसी दो संख्याएँ चाहिए जिनका योग -14 और गुणनफल -32 हो। ये संख्याएँ -16 और $+2$ हैं।

$(-16 + 2 = -14, -16 \times 2 = -32)$

$= m^2 - 16m + 2m - 32$

$= m(m - 16) + 2(m - 16)$

$= (m - 16)(m + 2)$

चरण 2 : व्यंजक को भाग के रूप में लिखकर सरल करना

$$= \frac{[(m-16)(m+2)]}{(m+2)}$$

अंश और हर दोनों में मौजूद समान कोष्ठक $(m + 2)$ को काटने पर:

$= m - 16$

2. व्यंजक $12xy(9x^2 - 16y^2)$ को $4xy(3x + 4y)$ से विभाजित कीजिए। पूरे चरण दर्शाइए।

हल :

चरण 1 : कोष्ठक के अंदर वाले भाग का गुणनखंड अंश में दिया गया कोष्ठक $(9x^2 - 16y^2)$ सर्वसमिका $a^2 - b^2$ के रूप का है।

$9x^2 = (3x)^2$ और $16y^2 = (4y)^2$

अतः, $(3x)^2 - (4y)^2 = (3x + 4y)(3x - 4y)$

इस मान को मुख्य अंश में रखने पर:

$= 12xy[(3x + 4y)(3x - 4y)]$

चरण 2 : विभाजन प्रक्रिया अब पूरे व्यंजक को हर वाले पद से भाग देते हैं:

$$= \frac{[12xy(3x+4y)(3x-4y)]}{[4xy(3x+4y)]}$$

समान चर और कोष्ठक को आपस में काटने पर:

$$\frac{12}{4} = 3$$

$$\frac{xy}{xy} = 1$$

$$\frac{(3x+4y)}{(3x+4y)} = 1$$

शेष बचा हुआ भाग:

$= 3 \times (3x - 4y)$

$= 3(3x - 4y)$

13 आलेखों से परिचय

आलेखों से परिचय एवं रेखा–आलेख

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. संख्यात्मक तथ्यों को चित्रों द्वारा दिखाने का मुख्य उद्देश्य क्या है?
(अ) केवल सजावट करना
(ब) तथ्यों को शीघ्र, आसानी व स्पष्टता से समझना
(स) पृष्ठों की संख्या बढ़ाना
(द) इनमें से कोई नहीं **(ब)**

2. ऐसा आलेख जो समय के साथ–साथ लगातार बदलते रहने वाले आँकड़े प्रस्तुत करता है, क्या कहलाता है?
(अ) दण्ड–आलेख (ब) रेखा–आलेख
(स) पाई–चार्ट (द) आयतचित्र **(ब)**

3. आलेख में क्षैतिज रेखा को सामान्यतः क्या कहा जाता है?
(अ) y-अक्ष (ब) मूल बिंदु
(स) x-अक्ष (द) ऊर्ध्वाधर अक्ष **(स)**

4. आलेख में ऊर्ध्वाधर रेखा को क्या कहा जाता है?
(अ) x-अक्ष (ब) y-अक्ष
(स) क्षैतिज रेखा (द) इनमें से कोई नहीं **(ब)**

5. एक पूर्ण अखंडित रेखा वाले रेखा–आलेख को क्या कहा जाता है?
(अ) वक्र आलेख (ब) रैखिक आलेख
(स) दण्ड आलेख (द) बिंदु आलेख **(ब)**

6. वर्गांकित कागज़ पर किसी बिंदु की स्थिति निर्धारित करने के लिए हमें किनकी आवश्यकता होती है?
(अ) केवल x-निर्देशांक
(ब) केवल y-निर्देशांक
(स) x-निर्देशांक तथा y-निर्देशांक दोनों
(द) केवल मूल बिंदु **(स)**

7. यदि किसी मरीज का तापमान सुबह 6 बजे 37° और सुबह 10 बजे 40° था, तो तापमान में कितनी वृद्धि हुई?
(अ) 2° (ब) 3°
(स) 4° (द) 5° **(ब)**

8. दो बल्लेबाजों के रनों की तुलना करने के लिए दोनों रेखाएँ जहाँ एक–दूसरे को काटती हैं, वह बिंदु क्या दर्शाता है?
(अ) दोनों के रन शून्य थे
(ब) दोनों के रन असमान थे
(स) दोनों बल्लेबाजों द्वारा बनाए गए रन समान थे
(द) मैच रद्द हो गया था **(स)**

9. यदि किसी बल्लेबाज के आलेख में ऊंचे शिखर और नीची घाटियाँ हैं, तो वह बल्लेबाज कैसा है?
(अ) स्थिर और विश्वसनीय
(ब) अस्थिर (रन बनाने में स्थिर नहीं)
(स) बहुत धीमा
(द) इनमें से कोई नहीं **(ब)**

10. आलेखों द्वारा प्रदर्शन तालिका की तुलना में कैसा होता है?
(अ) समझने में कठिन
(ब) समझने में बहुत आसान
(स) समान होता है
(द) निरर्थक होता है **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. आलेख में क्षैतिज अक्ष को _______ अक्ष कहा जाता है।
उत्तर : x-अक्ष

2. आलेख में ऊर्ध्वाधर अक्ष को _______ अक्ष कहा जाता है।
उत्तर : y-अक्ष

3. रेखा आलेख में विभिन्न आँकड़ों के बिंदुओं को _______ द्वारा जोड़ा जाता है।
उत्तर : रेखाखंडों

4. समय के साथ किसी मात्रा में होने वाले परिवर्तन को दर्शाने के लिए _______ आलेख उपयोगी होता है।
उत्तर : रेखा

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. आलेख किसे कहते हैं, इसका मुख्य उद्देश्य क्या है?
हल : एकत्रित आँकड़ों का चित्रों द्वारा प्रदर्शन ही आलेख कहलाता है। इसका मुख्य उद्देश्य संख्यात्मक तथ्यों को चित्रों द्वारा इस प्रकार दिखाना है जिससे वे शीघ्र, आसानी व स्पष्टता से समझे जा सकें।

2. रेखा–आलेख की परिभाषा लिखिए।
हल : एक रेखा–आलेख ऐसे आँकडे प्रस्तुत करता है जो समय के साथ–साथ लगातार बदलते रहते हैं। इसमें आँकड़ों को बिंदुओं के रूप में अंकित करके रेखाखंडों से मिलाया जाता है।

मिशन ज्ञान
पढ़ें जब चाहें, जहाँ चाहें, जैसे चाहें!

3. एक अस्पताल में बीमार रेणु का 'समय–तापमान' आलेख डॉक्टर के लिए किस प्रकार उपयोगी है?

हल : यह आलेख डॉक्टर को रेणु के शारीरिक तापमान के बदलते प्रारूप को आसानी से समझने में मदद करता है। इससे यह पता चलता है कि किस समय तापमान बढ़ा और कब घटा, भले ही किसी निश्चित घंटे पर तापमान न मापा गया हो।

आलेखों से परिचय एवं रेखा–आलेख

वस्तुनिष्ठ प्रश्न –

1. बिजली का बिल उपयोग की गई बिजली की मात्रा पर निर्भर करता है। यहाँ बिजली की मात्रा कैसा चर है?
(अ) आश्रित चर (ब) मुक्त या स्वतंत्र चर
(स) अचर (द) इनमें से कोई नहीं **(ब)**

2. बिजली का बिल किस प्रकार का चर है?
(अ) स्वतंत्र चर (ब) आश्रित चर
(स) अचर (द) इनमें से कोई नहीं **(ब)**

3. जब दो राशियाँ परस्पर समानुपात में होती हैं, तो उनका आलेख सदैव कैसा होता है?
(अ) वक्राकार (ब) रैखिक (सरल रेखा)
(स) वर्गाकार (द) जिग–जैग (टेढ़ा–मेढ़ा) **(ब)**

4. मात्रा तथा मूल्य (जैसे पेट्रोल की मात्रा व मूल्य) का आलेख सामान्यतः कहाँ से गुजरता है?
(अ) y-अक्ष के शीर्ष से
(ब) मूल बिंदु (0, 0) से
(स) x-अक्ष के अंत से
(द) कहीं से भी नहीं **(ब)**

5. यदि अजीत 30 किमी/घंटा की नियत चाल से स्कूटर चलाता है, तो उसके द्वारा 2 घंटे में तय की गई दूरी कितनी होगी?
(अ) 30 किमी (ब) 60 किमी
(स) 90 किमी (द) 120 किमी **(ब)**

6. कार द्वारा तय की गई दूरी और समय के आलेख में यदि कार रूकी हुई है, तो आलेख कैसा दिखेगा?
(अ) ऊपर जाती हुई रेखा
(ब) नीचे आती हुई रेखा
(स) एक क्षैतिज रेखा
(द) एक ऊर्ध्वाधर रेखा **(स)**

7. अजीत को 75 किमी की दूरी 30 किमी/घंटा की गति से तय करने में कितना समय लगेगा?
(अ) 2 घंटे (ब) 2.5 घंटे
(स) 3 घंटे (द) 3.5 घंटे **(ब)**

8. कार के पेट्रोल की टंकी को भरने के लिए दी गई राशि और खरीदे गए पेट्रोल की मात्रा में स्वतंत्र चर कौनसा है?
(अ) दी गई राशि (ब) पेट्रोल की मात्रा
(स) कार की चाल (द) टंकी का आकार **(ब)**

रिक्तस्थान –

1. एक ही समयावधि में दो अलग–अलग आँकड़ों की तुलना के लिए ________ आलेख उपयोगी होता है।

उत्तर : द्विरेखा

2. तापमान में प्रतिदिन होने वाले परिवर्तन को दर्शाने के लिए ________ आलेख बनाया जा सकता है।

उत्तर : रेखा

3. द्विरेखा आलेख में दो आँकड़ा–समूहों को ________ अलग रेखाओं द्वारा दर्शाया जाता है।

उत्तर : दो

4. यदि दो विद्यार्थियों की मासिक प्रगति की तुलना करनी हो, तो ________ आलेख अधिक उपयुक्त होगा।

उत्तर : द्विरेखा

लघूत्तरात्मक प्रश्न –

1. स्वतंत्र चर और आश्रित चर में क्या अंतर है? उदाहरण देकर स्पष्ट कीजिए।

हल : जो चर किसी अन्य पर निर्भर नहीं करता, उसे स्वतंत्र चर कहते हैं (जैसे – उपयोग की गई बिजली की मात्रा)।
इसके विपरीत, जो चर स्वतंत्र चर के मान पर निर्भर करता है, उसे आश्रित चर कहते हैं (जैसे–बिजली का बिल)।

2. यदि कोई कार सुबह 11 बजे से दोपहर 12 बजे तक शहर p से 200 किमी की दूरी पर ही रहती है, तो समय–दूरी आलेख में यह स्थिति कैसी दिखेगी?

हल : इस समयाअंतराल में तय की गई दूरी का आलेख एक क्षैतिज रेखाखंड के रूप में दिखाई देगा, जो यह दर्शाता है कि कार उस स्थान पर रूकी हुई थी।

3. समानुपाती राशियों का आलेख मूल बिंदु से क्यों गुजरता है?

हल : समानुपाती राशियों में जब स्वतंत्र चर का मान शून्य होता है, तो आश्रित चर का मान भी शून्य हो जाता है (जैसे 0 लीटर पेट्रोल का मूल्य = ₹0)। इसलिए आलेख मूल बिंदु (0, 0) से शुरू होकर गुजरता है।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न –

1. आलेख खींचने के मुख्य चरणों का सविस्तार वर्णन कीजिए।

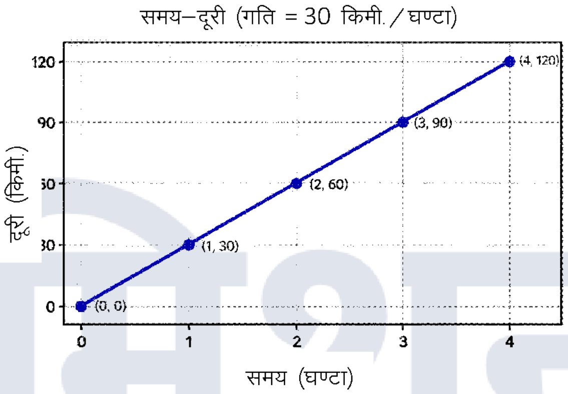
हल :

1. **राशियों की पहचान :** सबसे पहले अंकित की जाने वाली राशियों (जैसे–जमा धन तथा अर्जित ब्याज) को ज्ञात किया जाता है।
2. **अक्षों का निर्धारण :** x-अक्ष (क्षैतिज) तथा y-अक्ष (ऊर्ध्वाधर) पर दर्शाई जाने वाली राशियों को निर्धारित किया जाता है (आमतौर पर स्वतंत्र चर को x-अक्ष पर और आश्रित चर को y-अक्ष पर रखते हैं)।
3. **पैमाने का चुनाव :** दोनों अक्षों के लिए एक उपयुक्त पैमाना चुना जाता है (जैसे : x-अक्ष पर 1 इकाई = ₹100, y-अक्ष पर 1 इकाई = ₹10)

4. **बिंदु अंकित करना :** दी गई तालिका के अनुसार क्रमित युग्मों या बिंदुओं (जैसे – (100, 10), (200, 20) को वर्गांकित कागज़ पर अंकित किया जाता है।
5. **बिंदुओं को मिलाना :** अंत में सभी अंकित बिंदुओं को क्रम से रेखाखंडों द्वारा मिला दिया जाता है, जिससे हमें वांछित आलेख प्राप्त होता है।

2. रमेश 30 किमी प्रति घंटा की गति से स्कूटर चलाता है। इस स्थिति के लिए समय–दूरी का एक रैखिक आरेख बनाइए।

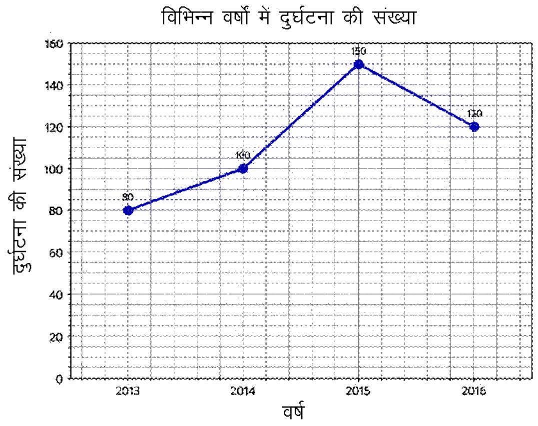
हल :



3. निम्न तालिका का प्रयोग कर रैखिक आलेख बनाइए। विभिन्न वर्षों में किसी नगर में दुर्घटनाओं की संख्या इस प्रकार है –

वर्ष	2013	2014	2015	2016
दुर्घटना	80	100	150	120

हल :



a. किस वर्ष में नगर में दुर्घटनाओं की संख्या सबसे अधिक थी और वह संख्या कितनी थी?

हल : वर्ष 2015 में दुर्घटनाओं की संख्या सबसे अधिक (150) थी।

b. दी गई अवधि (2013–2016) में किस वर्ष सबसे कम दुर्घटनाएँ दर्ज की गईं?

हल : वर्ष 2013 में सबसे कम दुर्घटनाएं दर्ज की गई।

c. वर्ष 2013 की तुलना में वर्ष 2015 में दुर्घटनाओं की संख्या में कितनी वृद्धि हुई।

हल : दुर्घटनाओं की संख्या में 70 की वृद्धि हुई।

4. उपयुक्त पैमाने का प्रयोग करते हुए वर्ग की भुजा और परिमाप के निम्नलिखित आँकड़ों के मध्य एक आलेख बनाइए–

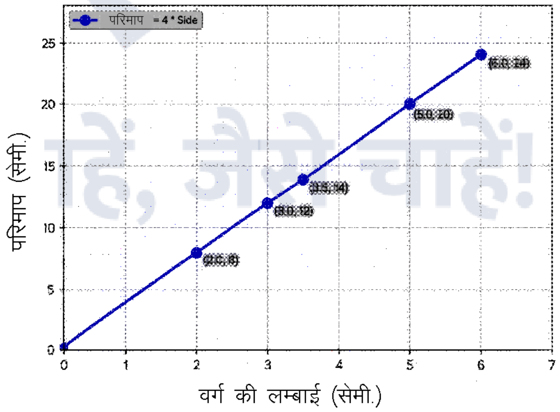
वर्ग की भुजा (cm में)	2	3	3.5	5	6
परिमाप (cm में)	8	12	14	20	24

a. क्या यह रैखिक आलेख है?

हल : हाँ, यह एक रैखिक आलेख है।

b. यदि वर्ग की भुजा 4 सेमी. हो तो वर्ग का परिमाप होगा?

हल : 4 + 4 + 4 + 4 = 16 सेमी.

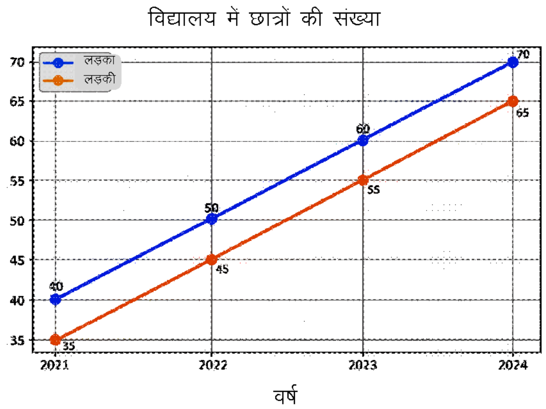


5. विद्यालय में लड़कों और लड़कियों की संख्या का द्विरेखीय आलेख बनाइए।

हल :

वर्ष	2021	2022	2023	2024
लड़के	40	50	60	70
लड़कियाँ	35	45	55	65

मिशन ज्ञान
जहाँ चाहें, जैसे चाहें!



a. किस वर्ष लड़कों की संख्या सबसे अधिक थी?

हल : 2024 में लड़कों की संख्या सबसे अधिक थी।

b. 2023 में लड़कों और लड़कियों की संख्या में कितना अंतर था?

हल : 2023 में 5 का अंतर था।

c. किस वर्ष दोनों की संख्या में सबसे कम अंतर था?

हल : 2021, 2022, 2023 और 2024 में अंतर समान (5 छात्र) था।

6. अजीत लगातार 25 किमी./घण्टा की गति से रिक्शा चलाता है। इस स्थिति के लिए समय और दूरी के बीच एक आलेख बनाइए।

समय (घंटे)	00	1	2	3	4
दूरी (किमी)	00	25	50	75	100

a. अजीत को 40 किमी दूरी तय करने में लगने वाला समय:

समय = दूरी ÷ चाल

समय = 40 ÷ 25

समय = 1.6 घंटे

अतः अजीत को 40 किमी दूरी तय करने में 1.6 घंटे (लगभग 1 घंटा 36 मिनट) लगेंगे।

b. अजीत द्वारा 2 घंटे में तय की गई दूरी :

हल :

दूरी = चाल × समय

दूरी = 25 × 2

दूरी = 50 किमी

अतः अजीत 2 घंटे में 50 किमी दूरी तय करेगा।

मिशन ज्ञान