

ई-पाठशाला

CLASS 10th | MATHS

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \mu)^2}{n}$$

Σ

सांख्यिकी STATISTICS ONESHOT

पूरा चैप्टर एक ही क्लास में ...

 **LIVE | 06 OCT | 8 PM**





सांख्यिकी

सांख्यिकी-परिचय



सांख्यिकी

केन्द्रीय प्रवृत्ति की माप

केंद्रीय प्रवृत्ति के तीन मुख्य माप हैं:-

1. माध्य (Mean)
2. माध्यिका / माध्यक (Median)
3. बहुलक (Mode)

प्रश्न- केन्द्रीय प्रवृत्ति के माप है-



सांख्यिकी

माध्य (Mean)

माध्य दो या दो से अधिक संख्याओं का गणितीय औसत है। अर्थात्-

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = \frac{\text{आंकड़ों का योग } (\sum x_i)}{\text{आंकड़ों की संख्या } (n)}$$

नोट:- उपरोक्त सूत्र से माध्य केवल तभी ज्ञात करते हैं जब आंकड़े अलग-अलग (बिना बारम्बारता) दिए गए हों।

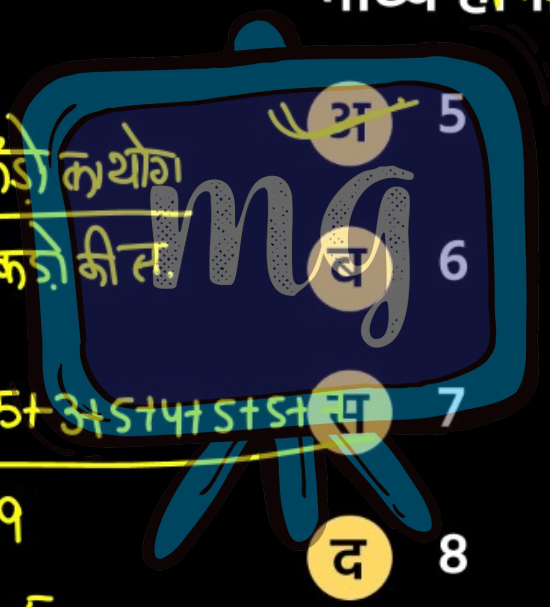
प्रश्न आँकड़े 7, 4, 5, 3, 5, 4, 5, 5 और 7 का
माध्य होगा

16, 19, 24, 28, 33
33 + 7 = 40

माध्य = $\frac{\text{आँकड़ों का योग}}{\text{आँकड़ों की सं.}}$

$$= \frac{7+4+5+3+5+4+5+5+7}{9}$$

$$= \frac{48}{9} = 5$$



प्रश्न यदि 5, 7, x, 9 का समान्तर माध्य 9 है तो x का मान होगा-

माध्य = अंकों का योग

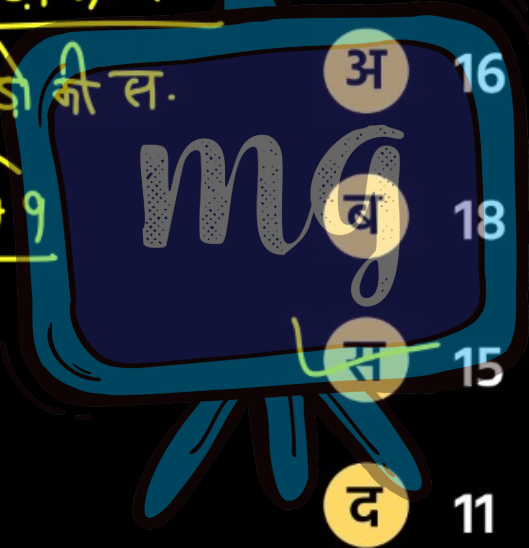
अंकों की सं.

$$9 = \frac{5+7+x+9}{4}$$

$$36 = 21 + x$$

$$36 - 21 = x$$

$$15 = x$$



- अ 16
- ब 18
- स 15
- द 11

H.W.

प्रश्न यदि 3, 7, 9, x, 5 का समान्तर माध्य
6 हो तो x का मान होगा।

Modal Paper 2025



प्रश्न प्रथम 10 विषम प्राकृत संख्याओं का
समान्तर माध्य ज्ञात कीजिए।

Modal Paper 2025

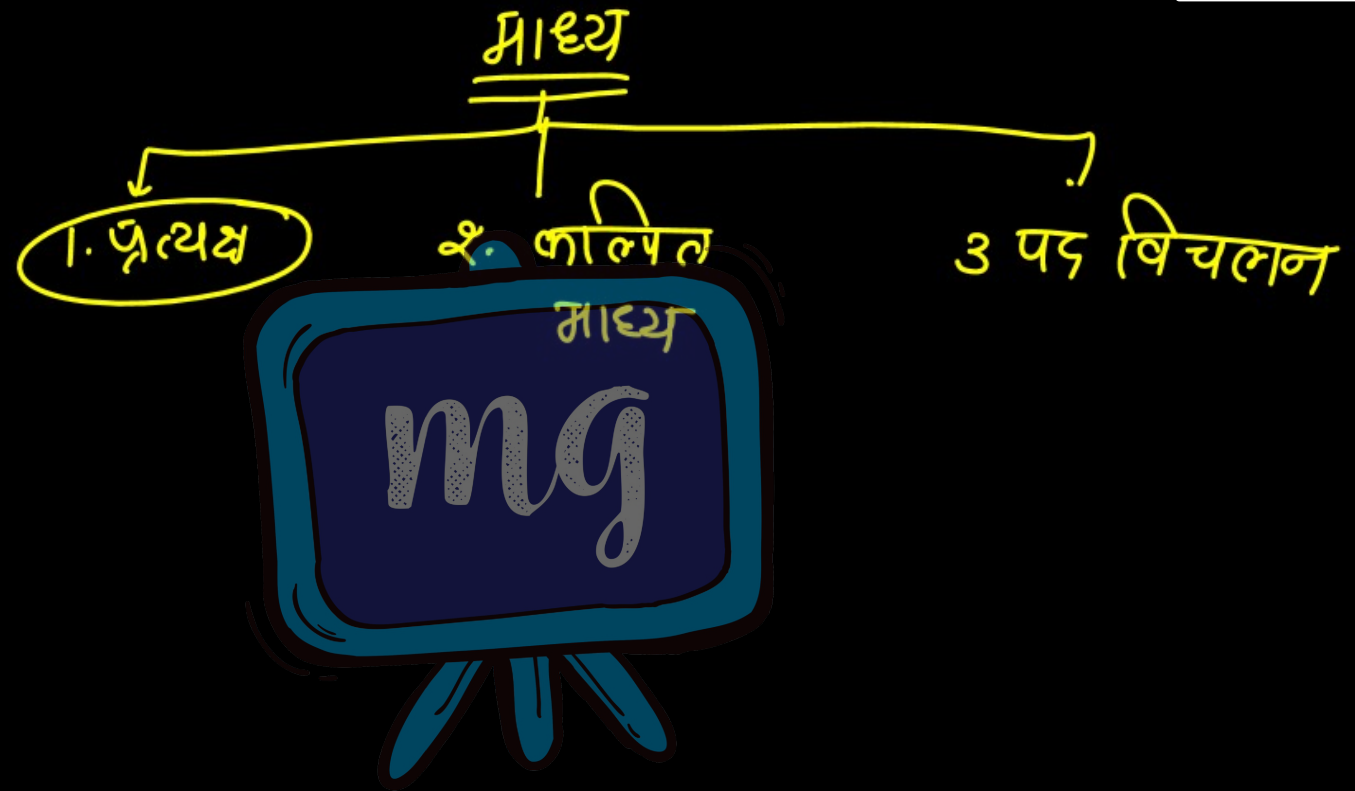


1. प्रत्यक्ष विधि :-

$$\sum f_i = N$$

प्रत्यक्ष विधि द्वारा बारम्बारता बंटन सारणी से माध्य ज्ञात करने के निम्न सूत्र का उपयोग करते हैं -

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{\sum f_i x_i}{N}$$



योग

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{x} = \frac{82}{30} = 2.73$$

$$\bar{x} = \frac{41}{15} = 2.73$$

x_i अंक	frequency (f_i) विद्यार्थी	$f_i x_i$
0	4	0
1	5	5
2	3	6
3	6	18
4	7	28
5	5	25
$\sum f_i = 30$		$\sum f_i x_i = 82$

निम्न सीमा
lower limit

वर्ग

x_i	f_i	$\frac{f_i}{\text{वर्ग}}$	$\sum f_i x_i$
0 - 5	4	2.5	
5 - 10	5	7.5	
10 - 15	10	12.5	
15 - 20	1	17.5	

Upper limit
उच्च सीमा

$\frac{0+5}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$
 $\frac{5+10}{2} = \frac{15}{2}$
 $\frac{10+15}{2} = \frac{25}{2}$

प्रश्न वर्ग अन्तराल 10-25 का वर्ग चिह्न है-

$$\frac{10+25}{2}$$

$$\frac{35}{2} = 17.5$$

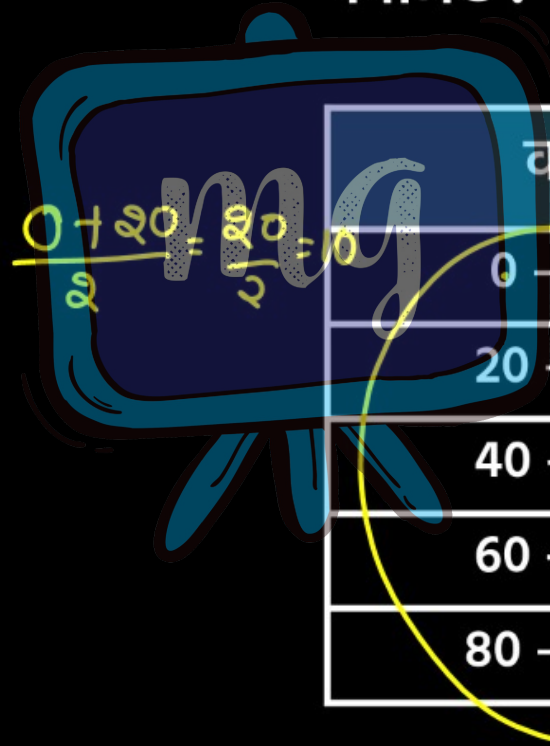
अ 10

ब 15

स 17.5

द 25

प्रश्न निम्न बारम्बारता बंटन का माध्य ज्ञात कीजिए : **(2023)**



वर्ग	बारम्बारता
0 - 20	6
20 - 40	10
40 - 60	13
60 - 80	7
80 - 100	4

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$= \frac{46.5}{40}$$

$$\bar{x} = 46.5$$

वर्ग	बारम्बारता f_i	वर्गचिन्ह x_i	$\sum f_i x_i$
0 - 20	6	10	60
20 - 40	10	30	300
40 - 60	13	50	650
60 - 80	7	70	490
80 - 100	4	90	360

$$\sum f_i = 40$$

$$\sum f_i x_i = 1860$$

$$A = 50$$

$$\bar{x} = A + \frac{\sum fidi}{\sum fi}$$

$$\bar{x} = 50 + \frac{-140}{40} 3.5$$

$$= 50 - 3.5$$

$$= 46.5$$

	f_i	x_i	$d_i = x_i - A$	$f_i d_i$
0-20	6	10	$10 - 50 = -40$	-240
20-40	10	30	$30 - 50 = -20$	-200
40-60	13	50	$50 - 50 = 0$	0
60-80	7	70	$70 - 50 = 20$	140
80-100	4	90	$90 - 50 = 40$	160
			$\sum fidi = -440 + 300$	<u><u>-140</u></u>

प्रति विचलन विधि

$$u_i = \frac{x_i - A}{h}$$

	f_i	x_i	$d_i = x_i - A$	u_i	$f_i u_i$
0-20	6	10	-40	-2	-12
20-40	10	30	-20	-1	-10
40-60	13	50	0	0	0
60-80	7	70	20	1	7
80-100	4	90	40	2	8
					$\Sigma f_i u_i = -22 + 15 = -7$

$A = 50$ $h = 20$

$$\bar{x} = A + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$$

$$= 50 + \frac{-7}{40} \times 20$$

$$\bar{x} = 50 - 3.5 = \underline{\underline{46.5}}$$

सांख्यिकी

2. कल्पित माध्य विधि :-

कल्पित माध्य विधि द्वारा बारम्बारता बंटन सारणी से माध्य ज्ञात करने के निम्न सूत्र का उपयोग करते हैं -

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i} = A + \frac{\sum f_i d_i}{N}$$

यहाँ $d_i = x_i - A$

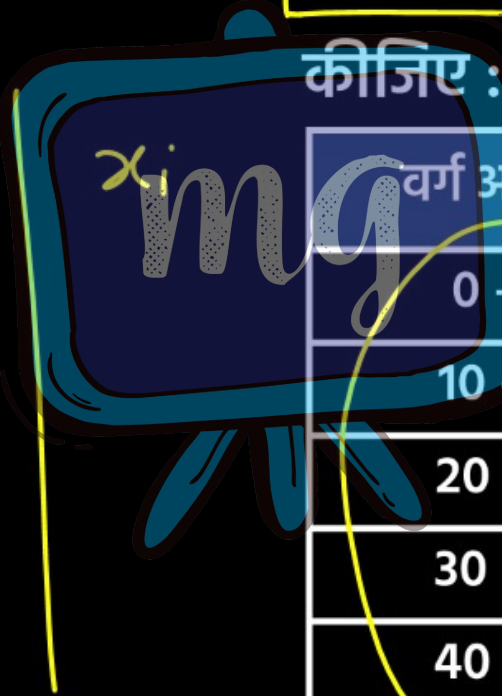
प्रश्न निम्नलिखित वर्गीकृत आँकड़ों का
कल्पित माध्य विधि द्वारा माध्य ज्ञात

कीजिए :

(2023)

$fidi$

$$di = x_i - A$$



वर्ग अन्तराल	बारम्बारता
0 – 10	2
10 – 20	5
20 – 30	8
30 – 40	4
40 – 50	1

$$\frac{0+10}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

x_i	वर्ग अन्तराल	f_i बारम्बारता	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
5	0 - 10	2	-20	-40
15	10 - 20	5	-10	-50
25	20 - 30	8	0	0
35	30 - 40	4	10	40
45	40 - 50	1	20	20

$$\Sigma f_i = 20$$

$$\Sigma f_i d_i = -90 + 60 = -30$$

माना $A = 25$

$$\bar{x} = A + \frac{\sum fidi}{\sum fi}$$

$$\bar{x} = 25 + \frac{-30}{20}$$

$$= 25 - 1.5$$

$$\bar{x} = 23.5$$

प्रश्न यदि निम्न बारम्बारता बंटन का माध्य 21.5 हो, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

(2024)

$f_i d_i$
-180
-40
0
10k
40

$$d_i = x_i - A$$

-20

-10

0

10

20

x	f
5	6
15	4
25	3
35	k
45	2

$$\Sigma f_i = 15 + k$$

x	f	fx_i
5	6	30
15	4	60
25	3	75
35	k	$35k$
45	2	90
$\Sigma f_i = 15 + k$		$\Sigma fx_i = 255 + 35k$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$$

$$21.5 = \frac{225 + 35k}{15 + k}$$

$$21.5(15 + k) = 225 + 35k$$

माना $A = 25$

$$21.5 - 25 = \frac{-120 + 10k}{15 + k}$$

$$-3.5(15 + k) = -120 + 10k$$

$$-52.5 - 3.5k = -120 + 10k$$

$$-52.5 + 120 = 10k + 3.5k$$

$$67.5 = 13.5k$$

$$\frac{67.5}{13.5} = k$$

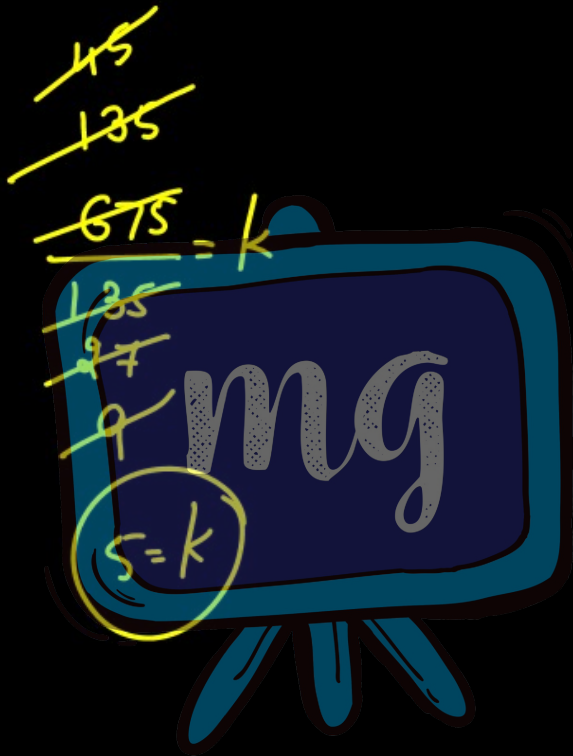
$$\sum f_i d_i = -160 + 40 + 10k$$

$$\sum f_i d_i = -120 + 10k$$

$$\sum f_i = 15 + k$$

$$\bar{x} = A + \frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}$$

$$21.5 = 25 + \frac{-120 + 10k}{15 + k}$$





सांख्यिकी

x	f	$d_i = x_i - A$	$f_i d_i$
5	6		
15	4		
25	3		
35	k		
45	2		

सांख्यिकी

3. पद विचलन विधि :-

पद विचलन विधि द्वारा बारम्बारता बंटन सारणी से माध्य ज्ञात करने के निम्न सूत्र का उपयोग करते हैं -

$$\text{माध्य } (\bar{x}) = A + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$$

$$= A + \frac{\sum f_i u_i}{N} \times h$$

यहाँ $u_i = \frac{x_i - A}{h}$

प्रश्न किसी फुटकर बाज़ार में, फल विक्रेता
पेटियों में रखे आम बेच रहे थे। इन
पेटियों में आमों की संख्याएँ भिन्न-भिन्न
थीं। पेटियों की संख्या के अनुसार, आमों
का बंटन निम्नलिखित था :



प्रश्न एक पेटी में रखे आमों की माध्य संख्या ज्ञात कीजिए। आपने माध्य ज्ञात करने की किस विधि का प्रयोग किया है?

सूचना

आमों की संख्या	पेटियों की संख्या
50-52	15
53-55	110
56-58	135
59-61	115
62-64	25

Handwritten calculations and annotations:

- Handwritten $\frac{1}{2} = 0.5$ with an arrow pointing to the gap between 52 and 53.
- Handwritten $\frac{1}{2} = 0.5$ with an arrow pointing to the gap between 61 and 62.
- Handwritten $\frac{1}{2} = 0.5$ with an arrow pointing to the gap between 64 and 65.

49.5-52.5

52.5-55.5

55.5-58.5

58.5-61.5

61.5-64.5

$$d_i = x_i - A$$

$$51 - 57 = -6$$

$$54 - 57 = -3$$

$$57 - 57 = 0$$

$$60 - 57 = 3$$

$$63 - 57 = 6$$

$$h = 3$$

आमों की संख्या	अंतराल	पेटियों की संख्या f_i	x_i	$u_i = \frac{x_i - a}{h}$	$f_i u_i$
50 - 52	49.5 - 51.5	15	51	-2	-30
53 - 55	52.5 - 55.5	110	54	-1	-110
56 - 58	55.5 - 58.5	135	57	0	0
59 - 61	58.5 - 61.5	115	60	1	115
62 - 64	61.5 - 64.5	25	63	2	50
कुल		$\Sigma f_i = 400$			$\Sigma f_i u_i = -140 + 165$

$$= 25$$

माना $A = 57, h = 3$

$$\bar{x} = A + \frac{\sum f_i u_i}{\sum f_i} \times h$$

$$= 57 + \frac{48}{16} \times 3$$

$$= 57 + \frac{3}{16}$$

$$\bar{x} =$$

प्रश्न

कोई फल विक्रेता पेटियों में रखे आम बेच रहा था। इन पेटियों में आमों की संख्याएं भिन्न-भिन्न थी। पेटियों की संख्या के अनुसार आमों का बंटन निम्नलिखित था।

आमों की संख्या	50–52	53–55	56–58	59–61	62–64
पेटियों की संख्या	15	110	135	115	25

उपयुक्त विधि का चयन करते हुए पेटों में रखे, आमों के माध्य की गणना कीजिए।



$$\frac{\frac{n}{2} + (\frac{n}{2} + 1)}{2}$$

माध्यक : 5, 6, 4, 3, 1, 3

(i) आरोही क्रम में लिखना :-

1, 1, 3, 3, 4, 5, 6

(ii) $n-1$ आंकड़ों की सं.

$$n=7$$

सम सं.

$\frac{n}{2}$ वें, $\frac{n}{2}+1$ वें आंकड़ा

विषम सं.

$$\begin{aligned} &= \frac{n+1}{2} \text{वाँ आंकड़ा} \\ &= \frac{7+1}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ औसत} \end{aligned}$$

सांख्यिकी

अवर्गीकृत आँकड़ों का माध्यक :

वर्गीकृत आँकड़ों का माध्यक ज्ञात करने के लिए आँकड़ों को उनके मानों के आरोही क्रम में व्यवस्थित करते हैं तथा

i) यदि आँकड़ों की संख्या n (विषम है) तो

$$\text{माध्यक (M)} = \left(\frac{n+1}{2} \right) \text{वाँ आँकड़ा}$$

ii) यदि आँकड़ों की संख्या n (सम) है तो



$$\text{माध्यक (M)} = \frac{\left[\left(\frac{n}{2} \right) + \left\{ \frac{n}{2} + 1 \right\} \right]}{2}$$

$$\text{माध्यक (M)} = l + \left(\frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \right) \times h$$

mg

l = माध्यक वर्ग की निम्न सीमा

N = अन्तिम संचयी बारम्बारता अथवा
बारम्बारताओं का योग

cf = माध्यक वर्ग से ठीक पहले वाले वर्ग की
संचयी बारम्बारता

f = माध्यक वर्ग की बारम्बारता

h = वर्ग माप

प्रश्न किसी कक्षा के 9 विद्यार्थियों की ऊँचाई (सेमी) में निम्नानुसार है 149, 128, 153,

आरोही क्रम

128, 135, 138, 140, 142

135, 150, 138, 152, 142, 140, तो

माध्यक ऊँचाई है-

149, 150, 152, 153

$n = 9$

$$\frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ वाँ छात्र है।}$$

अ 142

ब 140

स 150

द 149

प्रश्न एक कक्षा के छात्रों के प्राप्तांक निम्न बंटन में दिए हुए हैं। इनका माध्यक ज्ञात कीजिए। (2023)

प्राप्तांक	छात्रों की संख्या
0 – 10	4
10 – 20	28
20 – 30	42
30 – 40	20
40 – 50	6

सांख्यिकी

प्राप्त्युक्त वर्ग

$$\frac{N}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

50 से ठीक बड़ी cf = 74

$$cf = 32$$

$$l = 20, f = 42$$

$$h = 10$$

प्राप्तांक	छात्रों की संख्या	cf
0 - 10	4	4
10 - 20	28	32
20 - 30	f 42	74 ✓
30 - 40	20	94
40 - 50	6	100
योग	N = 100	

$$M = l + \left(\frac{\frac{N}{2} - c_f}{f} \right) \times h$$

$$M = 24.28$$

$$M = 20 + \left(\frac{50 - 32}{42} \right) \times 10$$

$$= 20 + \frac{18}{42} \times 10$$

$$= 20 + 30 \times 4.28$$

प्रश्न

एक विद्यार्थी निम्नलिखित आंकड़ों का माध्यक 26 प्राप्त करता है

वर्ग अंतराल	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारम्बारता	5	9	12	8	6

विद्यार्थी द्वारा प्राप्त माध्यक का सत्यापन कीजिए। यदि विद्यार्थी का उत्तर गलत है तो

क्या त्रुटि संभव है?

(4+1=5)

वर्ग अंतराल	बारम्बारता	Cf
0-10	5	5
10-20	9	14
20-30	12	26
30-40	8	34
40-50	6	40

$$N = 40$$

$$\frac{N}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

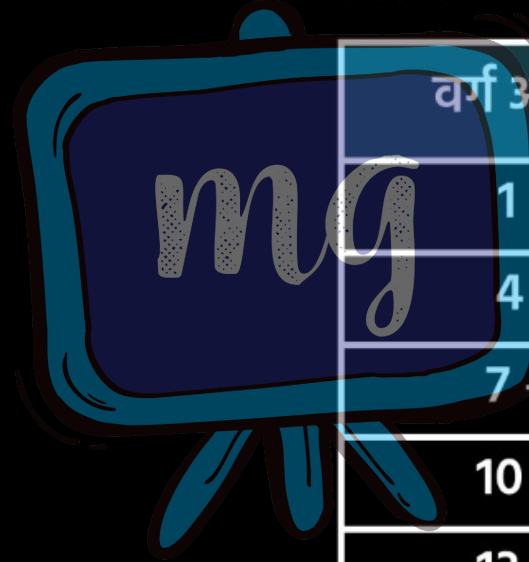
$$20 \text{ ले ढीक ढडी } Cf = 26$$

$$L = 20, f = 12, h = 10$$

$$Cf = 14$$

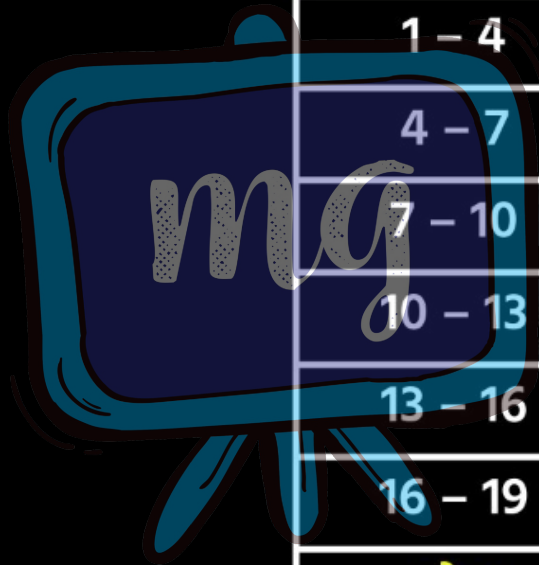
$$\begin{aligned}
 M &= l + \left(\frac{N}{2} - C_f \right) \times h \\
 &= 20 + \left(\frac{20 - 14}{12} \right) \times 10 \\
 &= 20 + \left(\frac{6}{12} \times 10 \right) \\
 &= 20 + 5 = \underline{\underline{25}}
 \end{aligned}$$

H.W. प्रश्न निम्न दिये गये बंटन का माध्यक ज्ञात कीजिए : (2023)



वर्ग अन्तराल	बारम्बारता
1 – 4	6
4 – 7	30
7 – 10	40
10 – 13	16
13 – 16	4
16 – 19	4

सांख्यिकी



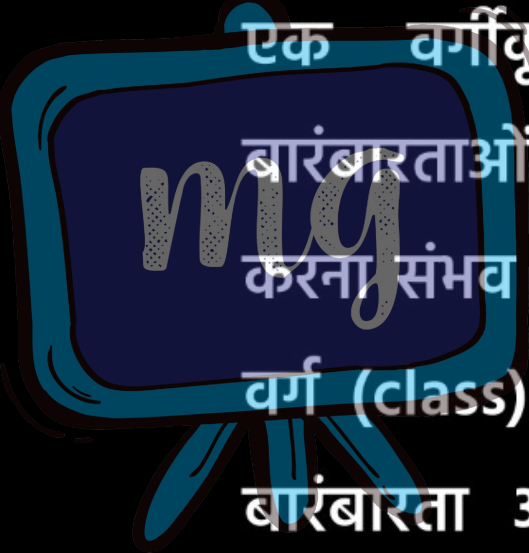
वर्ग अन्तराल	बारम्बारता	cf
1 – 4	6	
4 – 7	30	
7 – 10	40	
10 – 13	16	
13 – 16	4	
16 – 19	4	
योग		

बहुलक :

(i) अरौंदी क्रम में

mg

वर्गीकृत आँकड़ों का बहुलक :



एक वर्गीकृत बारंबारता बंटन में, बारंबारताओं को देखकर बहुलक ज्ञात करना संभव नहीं है। यहाँ, हम केवल वह वर्ग (class) ज्ञात कर सकते हैं जिसकी बारंबारता अधिकतम है। इस वर्ग को **बहुलक वर्ग (modal class)** कहते हैं।

बहुलक इस बहुलक वर्ग के अंदर कोई मान है, जिसे निम्नलिखित सूत्र द्वारा ज्ञात किया

जाता है :

$$\text{बहुलक} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

सांख्यिकी

$$\text{बहुलक} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

जहाँ l = बहुलक वर्ग की निम्न (निचली) सीमा

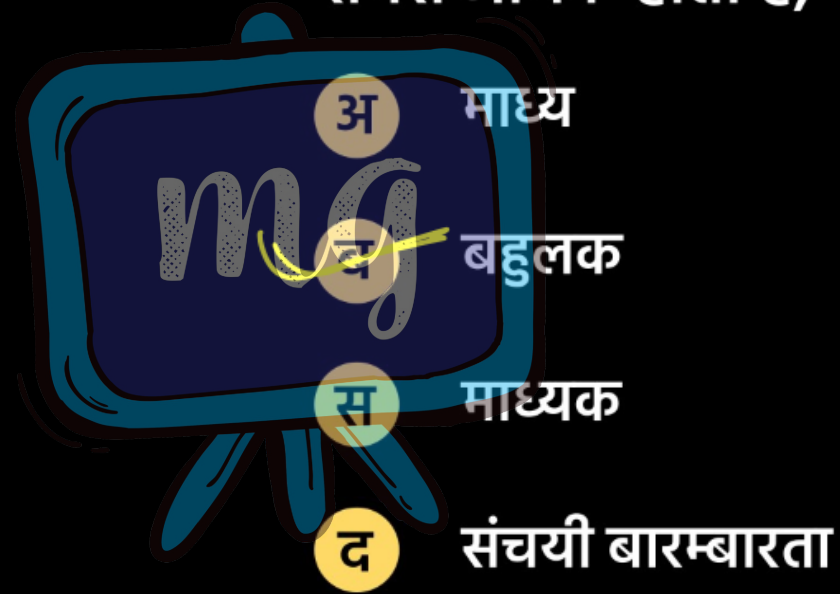
h = वर्ग अंतराल की माप (यह मानते हुए कि सभी अंतराल बराबर मापों के हैं)

f_1 = बहुलक वर्ग की बारंबारता

f_0 = बहुलक वर्ग से ठीक पहले वर्ग की बारंबारता तथा

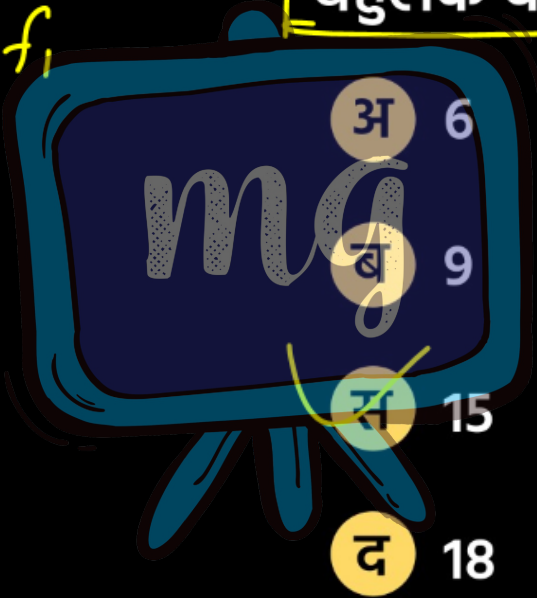
f_2 = बहुलक वर्ग के ठीक बाद में आने वाले वर्ग की बारंबारता है।

प्रश्न इस प्रेक्षण का मान जिसकी बारम्बारता
सबसे अधिक होती है, कहलाता है—

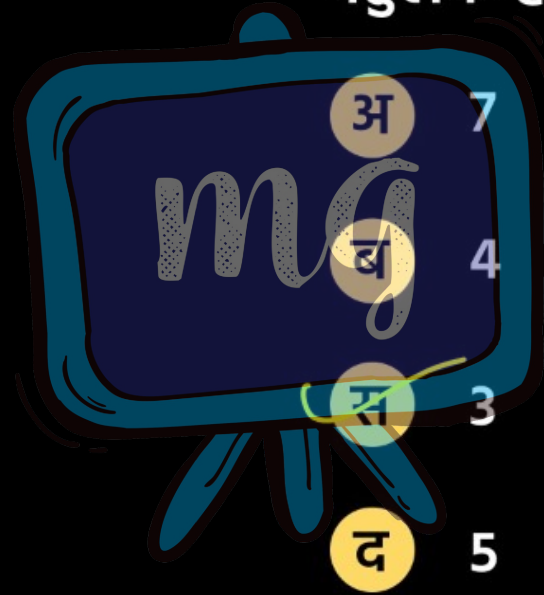


प्रश्न बहुलक (Z) $= 18 + \frac{15 - 6}{30 - 6 - 9} \times 5$ में

बहुलक वर्ग की बारम्बारता है



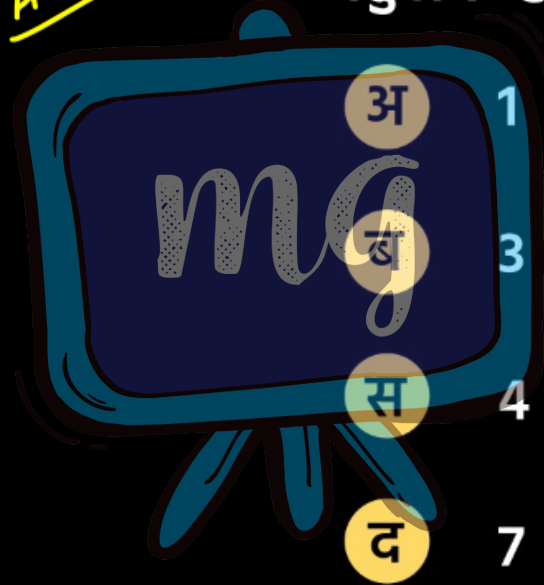
प्रश्न बंटन 3, 3, 5, 3, 4, 2, 8, 4, 3, 4, 3 का
बहुलक है :



३, ३, ३, ३, ३, ५, ५, ५, ५, ८

प्रश्न बंटन 3, 5, 7, 4, 2, 1, 4, 3 और 4 का
बहुलक है :

प्र.सं.



प्रश्न निम्न बारम्बारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए – (2024)

वर्ग	बारम्बारता
1 – 3	f_1 7 f_0
3 – 5	8 f_1
5 – 7	2 f_2
7 – 9	2
9 – 11	1

$$h = 2$$

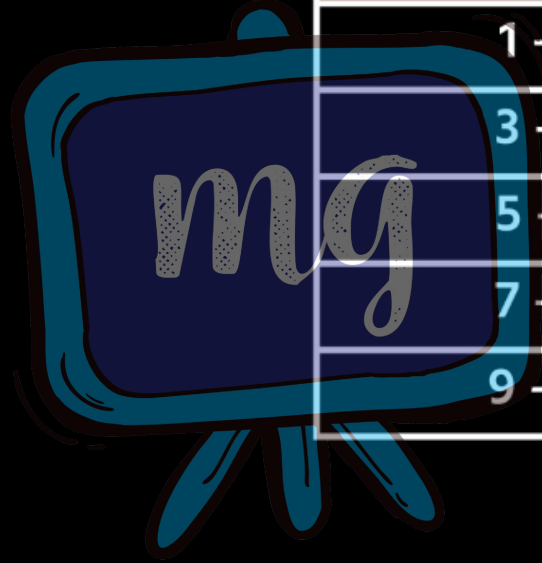
बहुलक वर्ग
 $l = 3$
 $f_1 = 8$
 $f_0 = 7$
 $f_2 = 2$

$$\begin{aligned} \overline{O.D.L} &= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h \\ &= 3 + \left(\frac{8 - 7}{2 \times 8 - 7 - 2} \right) \times 2 \\ &= 3 + \left(\frac{1}{16 - 9} \right) \times 2 \\ &= 3 + \frac{1 \times 2}{7} \\ &= 3 + 0.28 = \underline{3.28} \end{aligned}$$

Handwritten calculation on the left:

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 20} \quad 0.28 \\ \underline{-14} \\ 60 \\ \underline{-56} \end{array}$$

सांख्यिकी



वर्ग	बारम्बारता
1 – 3	7
3 – 5	8
5 – 7	2
7 – 9	2
9 – 11	1

प्रश्न

एक विद्यार्थी निम्नलिखित आंकड़ों का बहुलक 34 प्राप्त करता है

वर्ग अंतराल	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारम्बारता	6	12	20	15	7

विद्यार्थी द्वारा प्राप्त बहुलक का सत्यापन कीजिए। यदि विद्यार्थी का उत्तर गलत है तो क्या त्रुटि संभव है?

0-10	6
10-20	12
20-30	20
30-40	15
40-50	7

$$l = 20$$

$$f_1 = 20$$

$$f_0 = 12$$

$$f_2 = 15$$

$$h = 10$$

6.16

$$= 20 + \frac{20}{13}$$

$$= 20 + 6.16$$

$$= \underline{\underline{26.16}}$$

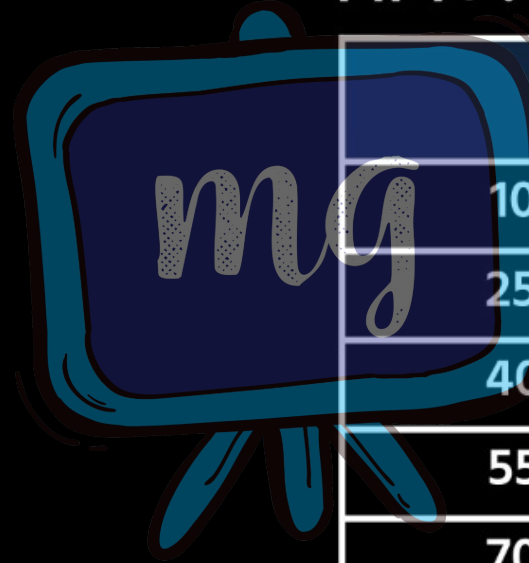
$$\text{औसत} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h$$

$$= 20 + \left(\frac{20 - 12}{2 \times 20 - 12 - 15} \right) \times 10$$

$$= 20 + \left(\frac{8}{40 - 27} \right) \times 10$$

$$= 20 + \frac{8}{13} \times 10$$

प्रश्न निम्न बारम्बारता बंटन का बहुलक ज्ञात कीजिए : **(2024)**



वर्ग	बारम्बारता
10 – 25	6
25 – 40	20
40 – 55	44
55 – 70	26
70 – 85	3
85 – 100	1

वर्ग	बारम्बारता
10 – 25	6
25 – 40	20
40 – 55	44
55 – 70	26
70 – 85	3
85 – 100	1

प्रश्न यदि निम्नलिखित आँकड़ों की बारम्बारताओं का योग 60 है, तो x का मान है-

वर्ग	0 -10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
बारम्बारता	5	x	20	15	7	5

- ☐ A 5
 ☐ B 8
 ☐ C 20
 ☐ D 7

प्रश्न निम्न आंकड़ों का माध्यक 525 है। यदि बारम्बारताओं का योग 100 है तो x और y का मान ज्ञात कीजिए।



वर्ग अन्तराल	बारम्बारता
0-100	2
100-200	5
200-300	x
300-400	12
400-500	17
500-600	20
600-700	y
700-800	9
800-900	7
900-1000	4

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता	cf
0-100	2	
100-200	5	
200-300	x	
300-400	12	
400-500	17	
500-600	20	
600-700	y	
700-800	9	
800-900	7	
900-1000	4	

