Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

ARJUN BATCH

CLASS 10th | MATHS

वास्तविक संख्याएँ

Real Numbers

अध्याय-1 | भाग-4

एकदम BASIC से!



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

आज क्या पढेंगे ?

1 अपरिमेय संख्याएँ

2 प्रश्नावली 1.2

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अपरिमेय संख्याएँ

→ $\frac{p}{q}$ ×

→ अनवसानी अनावर्ती संख्याएँ

उदा:- $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \pi$

1.121314151...

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



अपरिमेय संख्याएँ

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रमेय 1.2

मान लीजिए p एक अभाज्य संख्या है। यदि p, a^2 को विभाजित करती है, तो p, a को भी विभाजित करेगी, जहाँ a एक धनात्मक पूर्णांक है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

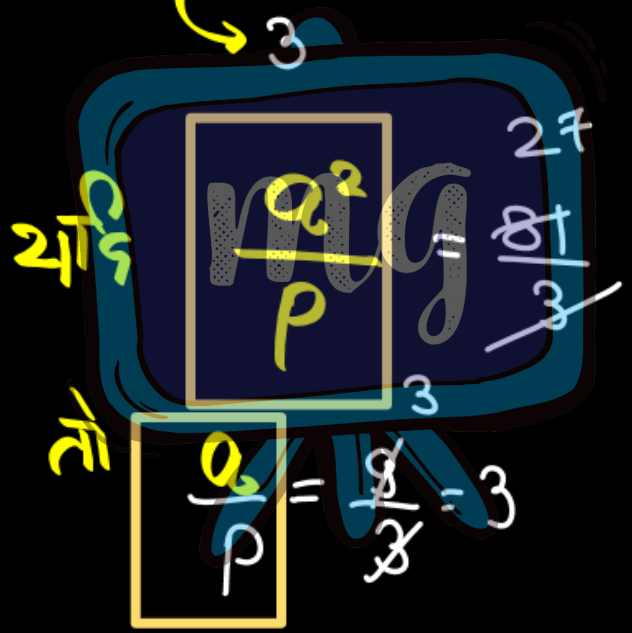
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$a^2 = 81$

$a = \sqrt{81}$

$a = 9$

p → अभाज्य संख्या



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

Q.1 सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

हल:- माना कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

$\sqrt{5} = \frac{p}{q}$; p व q पूर्णांक, $q \neq 0$

p व q सह अभाज्य संख्याएँ हैं।

$\sqrt{5}q = p$

दोनो तरफ वर्ग करने पर -

$(\sqrt{5}q)^2 = p^2$

$5q^2 = p^2$

$q^2 = \frac{p^2}{5}$ -(i)

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$r^2 = \frac{q^2}{5}$ ✓

∵ 5, q^2 को विभाजित करता है तो 5, q को भी विभाजित करेगा।

∴ 5, p व q दोनों में कम से कम एक उभयनिष्ठ गुणनखण्ड है।

∵ 5, p^2 को विभाजित करता है तो 5, p को भी विभाजित करेगा। (प्रमेय 1.2 से)

$p = 5r$ — (ii)

p का मान समी. (i) में रखने पर-

$q^2 = \frac{(5r)^2}{5}$

$q^2 = \frac{25r^2}{5}$

$q^2 = 5r^2$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

यह विरोधाभास है तथ्य का कि
p व q सह अभाज्य संख्याएँ हैं।



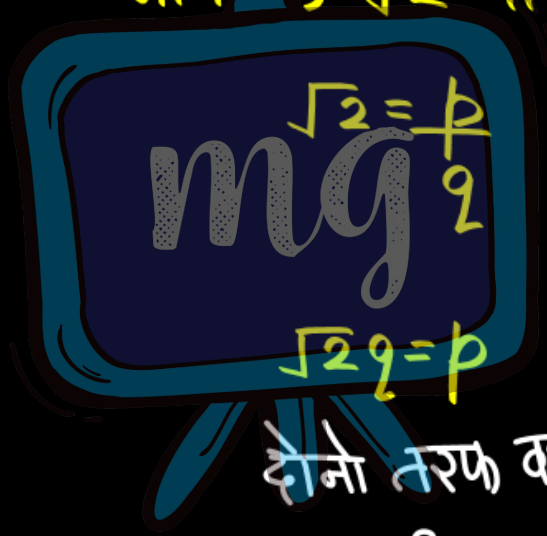
यह विरोधाभास हमारी त्रुटिपूर्ण कल्पना
के कारण उत्पन्न हुआ।
अतः √5 एक अपरिमेय संख्या है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$\sqrt{2}$

माना कि $\sqrt{2}$ परिमेय संख्या है।



$\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ जहाँ p व q पूर्णांक, $q \neq 0$

* p व q सह अभाज्य संख्याएँ हैं।

$\sqrt{2}q = p$

दोनो तरफ वर्ग करने पर

$(\sqrt{2}q)^2 = p^2$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$2q^2 = p^2$

$q^2 = \frac{p^2}{2}$ — (i)

$\therefore$ $2 \mid p^2$ को विभाजित करता है तो

$2 \mid p$ को भी विभाजित करेगा (प्रमेय 1.2)

$p = 2r$

p का मान समी. (i) में रखने पर

$q^2 = \frac{(2r)^2}{2}$

$q^2 = \frac{2^2 r^2}{2}$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$q^2 = 2r^2$

$\frac{2}{2}$

$2 \mid q^2$

$2 \mid q$

$2 \mid p$ a q



$2, q^2$ को विभाजित करता है तो $2, q$ को भी विभाजित करेगा।

$2 \mid p$ a q में कम से कम एक उभयनिष्ठ गुणनखण्ड है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

यह विरोधाभास है तथ्य का कि p व q सह अभाज्य संख्याएँ हैं।

यह विरोधाभास हमारी त्रुटिपूर्ण कल्पना के कारण प्राप्त हुआ।

अतः $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

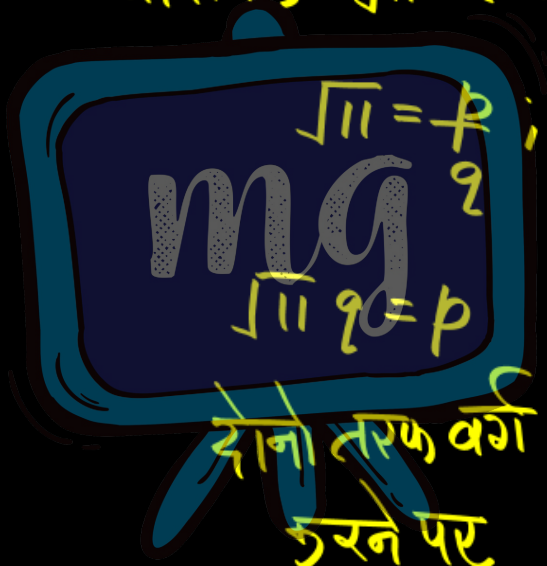
$\sqrt{11}$

माना कि $\sqrt{11}$ एक परिमेय संख्या है।

$\sqrt{11} = \frac{p}{q}$, जहाँ p व q पूर्णांक है।

$q \neq 0$

* p व q सहअभाज्य है।



दोनो तरफ वर्ग करने पर

$(\sqrt{11}\,q)^2 = p^2$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$11q^2 = p^2$

$q^2 = \frac{p^2}{11}$ —(i)

$\therefore 11, p^2$ को विभाजित करता है तो $11, p$ को भी विभाजित करेगा। (1.2)

$p = 11r$

अभी (i) में मान रखनेपर -

$q^2 = \frac{(11r)^2}{11}$

$q^2 = \frac{121r^2}{11}$

$q^2 = 11r^2$

$\frac{q^2}{11} = r^2$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

11, q^2 को A कागित



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

- परंतु इससे इस तथ्य का विरोधाभास प्राप्त होता है कि p और q सहअभाज्य हैं।
- हमें यह विरोधाभास अपनी त्रुटिपूर्ण कल्पना के कारण प्राप्त हुआ है कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। अतः हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$7\sqrt{5}$

माना कि $7\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

$7\sqrt{5} = \frac{p}{q}$ जहाँ p व q पूर्णांक है, $q \neq 0$

$\sqrt{5} = \frac{p}{7q}$

$\therefore$ p, q एवं 7 पूर्णांक है।

$\therefore$ $\frac{p}{7q}$ एक परिमेय संख्या है।

$\therefore$ $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

यह विरोधाभास है तथ्य का की
$\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

यह विरोधाभास हमारी त्रुटिपूर्ण
कल्पना के कारण उत्पन्न हुआ।

अतः $7\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

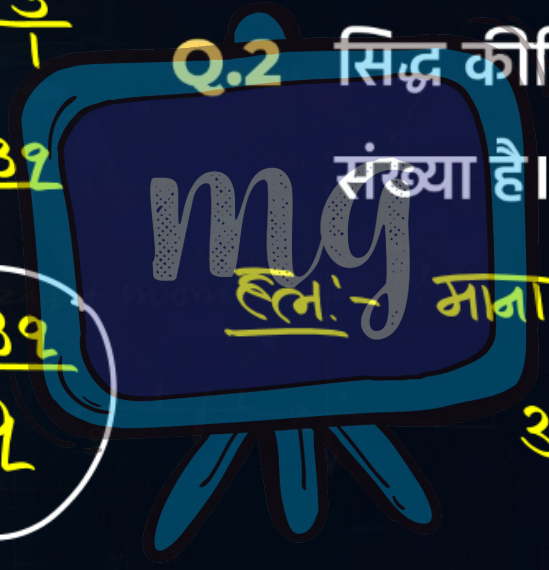
प्रश्नावली 1.2

$2\sqrt{5} = \frac{p}{q} - \frac{3}{1}$

$2\sqrt{5} = \frac{p-3q}{q}$

$\sqrt{5} = \frac{p-3q}{2q}$

Q.2 सिद्ध कीजिए कि $3+2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

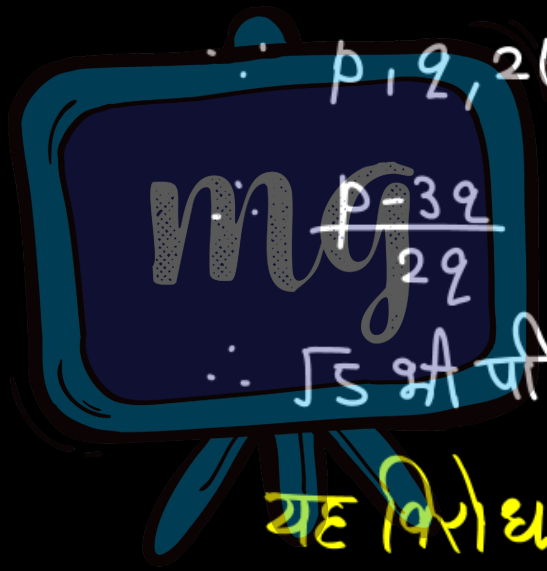


हल :- माना $3+2\sqrt{5}$ परिमेय संख्या है।

$3+2\sqrt{5} = \frac{p}{q}$ जहाँ p व q पूर्णांक $q \neq 0$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



$\therefore$ $p, q, 2$ एवं 3 पूर्णांक है।

$\therefore$ $\frac{p-3q}{2q}$ परिमेय है।

$\therefore$ $\sqrt{5}$ भी परिमेय संख्या है।

यह विरोधाभास है तथ्य की

$\sqrt{5}$ एक अपरिमेय

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

- हमें यह विरोधाभास अपनी त्रुटिपूर्ण कल्पना के कारण प्राप्त हुआ है कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। अतः हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $3 + 2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

Q.3 सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित संख्याएँ अपरिमेय हैं:

(i) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

(ii) $7\sqrt{5}$

mg

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

(iii) $6+\sqrt{2}$