कक्षा-12

आव्यूह

(Matrices)

अध्याय - 3

भाग - 8

प्रश्नावली 3.3

By : Rajendra Yadav Sir

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 3.3

3. यदि $A' = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$, हैं तो सत्यापित कीजिए कि

(i) $(A + B)' = A' + B'$

(ii) $(A - B)' = A' - B'$

$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

$A + B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 4 \end{bmatrix}$

$B' = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

LHS

$(A+B)' = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

RHS $A' + B' = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 4 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

LHS = RHS

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 3.3

4. यदि $A' = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ तथा $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$, हैं तो $(A + 2B)'$ ज्ञात कीजिए ।

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$2B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$A + 2B = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

$$(A + 2B)' = \begin{bmatrix} -4 & 5 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 3.3

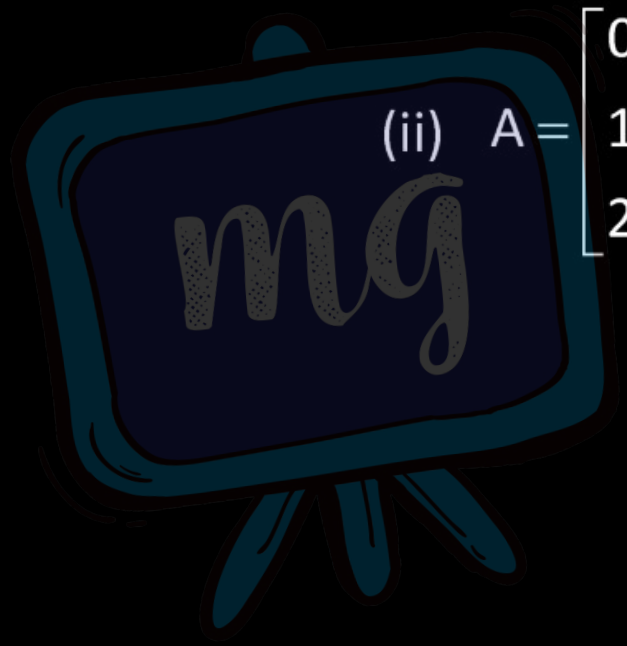
5. A तथा B आव्यूहों के लिए सत्यापित कीजिए कि (AB)' = B'A', जहाँ

(i) $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 3.3



(ii) $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \end{bmatrix}$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 3.3

$$A' = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

6. (i) यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$, हो तो सत्यापित कीजिए कि $A'A = I$

$$A'A = \begin{bmatrix} \cos^2\alpha + \sin^2\alpha & \cos\alpha\sin\alpha - \sin\alpha\cos\alpha \\ \sin\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\cos\alpha & \sin^2\alpha + \cos^2\alpha \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 3.3

(ii) यदि $A = \begin{bmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ -\cos\alpha & \sin\alpha \end{bmatrix}$, हो तो

सत्यापित कीजिए कि $A'A = I$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 3.3

7. (i) सिद्ध कीजिए कि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ एक सममित आव्यूह है।

$A' = A$

सममित

$A' = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -1 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 3.3

(ii) सिद्ध कीजिए कि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ एक विषम सममित आव्यूह है।

$A' = -A$

विषम सममित

$$A' = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow (-1)\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} = -A$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 3.3

सममित $A' = A$

विषम सममित $A' = -A$

8. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$, के लिए सत्यापित कीजिए कि

$(A + A')' = A + A'$

$(A - A')' = -(A - A')$

(i) $(A + A')$ एक सममित आव्यूह है।

(ii) $(A - A')$ एक विषम सममित आव्यूह है।

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 3.3

9. यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix}$ तो $\frac{1}{2}(A + A')$ तथा $\frac{1}{2}(A - A')$, ज्ञात कीजिए।

$A' = \begin{bmatrix} 0 & -a & -b \\ a & 0 & -c \\ b & c & 0 \end{bmatrix}$

अब $\frac{1}{2}(A + A') = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 3.3

10. निम्नलिति आव्यूहों को एक सममित आव्यूह तथा एक विषम सममित आव्यूह के योगफल के रूप में व्यक्त कीजिए।

(i) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

$$A = \frac{1}{2}(A+A') + \frac{1}{2}(A-A')$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad A' = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2}(A+A') + \frac{1}{2}(A-A') = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 6 & -2 \end{bmatrix} + \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = A$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 3.3

(ii) $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 3.3

$A = \frac{1}{2}(A + A') + \frac{1}{2}(A - A')$

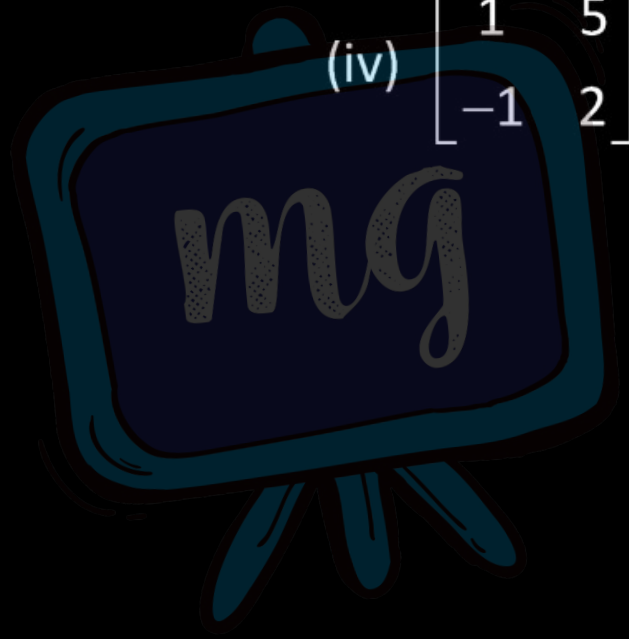
(iii) $\begin{bmatrix} 3 & 3 & -1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -4 & -5 & 2 \end{bmatrix}$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 3.3

(iv) $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$



ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 3.3

$(AB - BA)' = (AB)' - (BA)'$

$= B'A' - A'B'$

$= BA - AB$

$(AB - BA)' = -(AB - BA)$

विषम सममित

11. यदि A तथा B समान कोटि के सममित आव्यूह हैं तो AB – BA एक

(A) विषम सममित आव्यूह है

(B) सममित आव्यूह है

(C) शून्य आव्यूह है

(D) तत्समक आव्यूह है

$A' = A$

$B' = B$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 3.3

$A' = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$

12. यदि $A = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ तथा $A + A' = I$, तो α का मान है

$A + A' = I$

$\begin{bmatrix} 2\cos\alpha & 0 \\ 0 & 2\cos\alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow 2\cos\alpha = 1$

$\cos\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$

(A) $\frac{\pi}{6}$

(B) $\frac{\pi}{3}$

(C) π

(D) $\frac{3\pi}{2}$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

विविध प्रश्नावली

1. यदि A तथा B सममित आव्यूह हैं तो सिद्ध कीजिए कि AB – BA एक विषम सममित आव्यूह है।

$(AB - BA)' = (AB)' - (BA)'$

$= B'A' - A'B'$

$= BA - AB$

$(AB - BA)' = -(AB - BA)$

अतः $AB - BA$ एक विषम सममित आव्यूह है।

$\therefore (AB)' = B'A'$

$A' = A$

$B' = B$ [दिया हुआ]

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

विविध प्रश्नावली

$$A' = \begin{bmatrix} 0 & x & x \\ 2y & y & -y \\ z & -z & z \end{bmatrix}$$

$$A'A = I$$

$$\begin{bmatrix} x^2+x^2 & xy-xy & -xz+xz \\ xy-xy & 2y^2+y^2+y^2 & 2yz-yz-yz \\ -xz+xz & 2yz-yz-yz & z^2+z^2+z^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3. x, y तथा z के मानों को ज्ञात कीजिए,

यदि आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 0 & 2y & z \\ x & y & -z \\ x & -y & z \end{bmatrix}$

समीकरण $A'A = I$ को संतुष्ट करता है।

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$2x^2 = 1$

$x^2 = \frac{1}{2}$

$x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$

$4y^2 = 1$

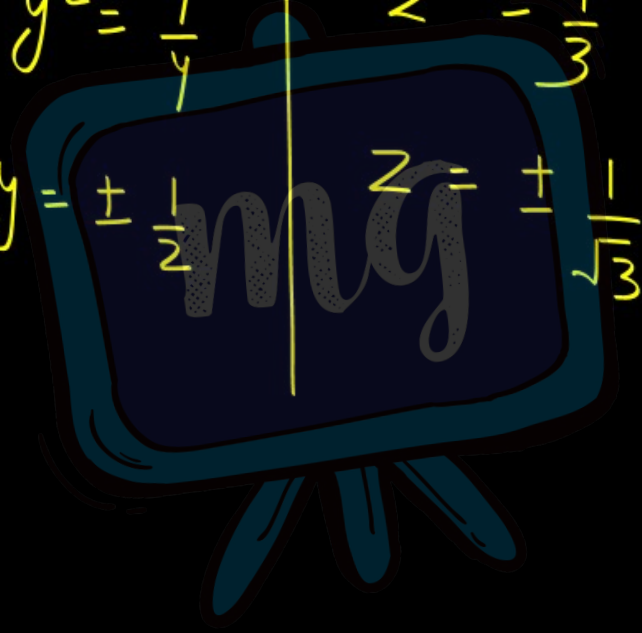
$y^2 = \frac{1}{4}$

$y = \pm \frac{1}{2}$

$3z^2 = 1$

$z^2 = \frac{1}{3}$

$z = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$



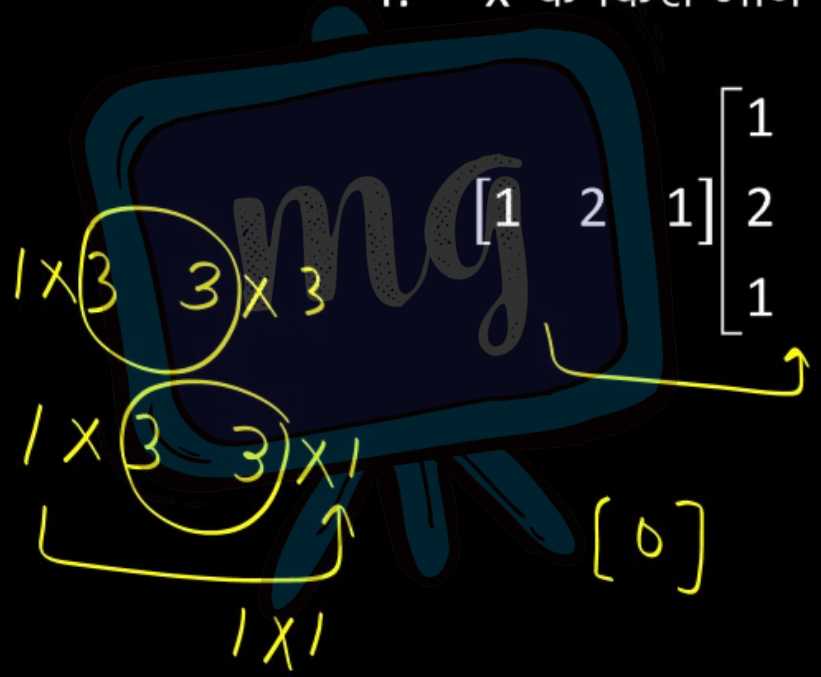
ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

विविध प्रश्नावली

4. x के किस मान के लिए

$$\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2 & 0\\ 2 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ 2\\ x\end{bmatrix} = O$$ है?



ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

विविध प्रश्नावली

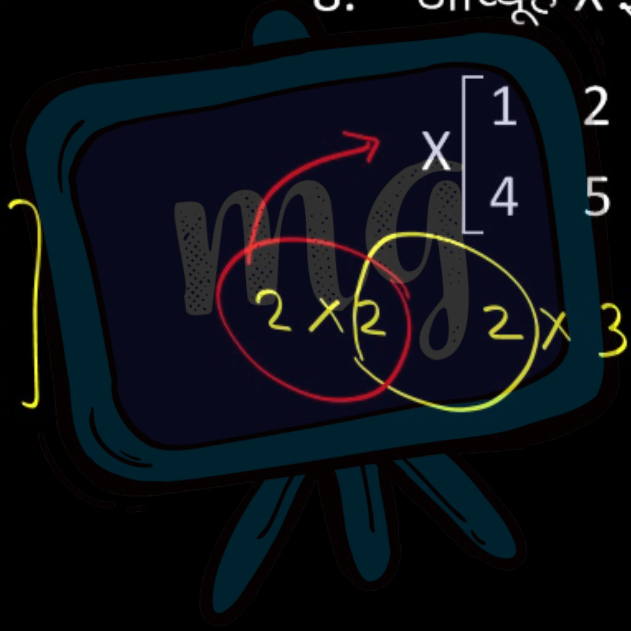
माना

$$X = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$ //

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

8. आव्यूह X ज्ञात कीजिए, यदि

$$X \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & -8 & -9 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$ है।



ipca
A dose of life

विविध प्रश्नावली

$A^2 = \begin{bmatrix} \alpha^2+\beta\gamma & \alpha\beta-\alpha\beta \\ \gamma\alpha-\gamma\alpha & \gamma\beta+\alpha^2 \end{bmatrix}$ $A = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & -\alpha \end{bmatrix}$

$A^2 = \begin{bmatrix} \alpha^2+\beta\gamma & 0 \\ 0 & \alpha^2+\beta\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow \alpha^2+\beta\gamma = 1$

$\Rightarrow 1-\alpha^2-\beta\gamma = 0$

9. यदि $A = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & -\alpha \end{bmatrix}$ इस प्रकार है कि $A^2 = I$ तो

(A) $1+\alpha^2+\beta\gamma = 0$

(B) $1-\alpha^2+\beta\gamma = 0$

(C) $1-\alpha^2-\beta\gamma = 0$

(D) $1+\alpha^2-\beta\gamma = 0$

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

विविध प्रश्नावली

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$-A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

10. यदि एक आव्यूह सममित तथा विषम सममित दोनों ही है तोः

(A) A एक विकर्ण आव्यूह है।

(B) A एक शून्य आव्यूह है।

(C) A एक वर्ग आव्यूह है।

(D) इनमें से कोई नहीं।

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

विविध प्रश्नावली

$(I + A)^3 - 7A$

$\Rightarrow I^3 + A^3 + 3I^2A + 3IA^2 - 7A$

$\Rightarrow I + A^2 \cdot A + 3A + 3A^2 - 7A$

$\Rightarrow I + A \cdot A + 3A + 3A - 7A$

$\Rightarrow I + A^2 + 6A - 7A$

$\Rightarrow I + A + 6A - 7A$

$\Rightarrow I + 7A - 7A \Rightarrow I$

11. यदि A एक वर्ग आव्यूह इस प्रकार है कि $A^2 = A$, तो $(I + A)^3 - 7A$ बराबर है:

(A) A

(B) I – A

(C) I

(D) 3A

$(a+b)^3$

$= a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2$