Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा – 12

गणित



अध्याय – 4

सारणिक

भाग – 2

केशव शर्मा

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$|A|$ / $\det A$ / Δ = | |

वर्ग आव्यूह

LET'S LEARN TOGETHER

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$$|A| = |-5| = -5$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 11 & 5 \end{vmatrix} = 1 \times 5 - (11 \times -3)$$

$$= 5 + 33 = \underline{38}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 5 & 2 & -1 \\ 4 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$|A| = 1(4-1) - 0(10-(-4)) + 2(-5-8)$$

$$|A| = 3 + 2(-13) = 3 - 26 = \underline{-23}$$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$$+ \quad - \quad +$$
$$- \quad + \quad -$$
$$+ \quad - \quad +$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 7 \\ -5 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$

$$= 0 + 5\,(6 - (-5)) + 0$$

$$\therefore 5(11) = 55$$

LET'S LEARN TOGETHER

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिभुज का क्षेत्रफल :-

$A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$ $C(x_3, y_3)$



LET'S LEARN TOGETHER

Δ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण -6 : एक त्रिभुज को क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष (3, 8), (–4, 2) तथा (5, 1) हैं।

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्र} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} 3 & 8 & 1 \\ -4 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$+ \quad - \quad +$

हल :- माना बिन्दुओं $A(3,8)$, $B(-4,2)$ और $C(5,1)$ से बनने वाला त्रिभुज ABC है।

$x_1 \; y_1 \quad x_2 \; y_2 \quad x_3 \; y_3$

$$\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

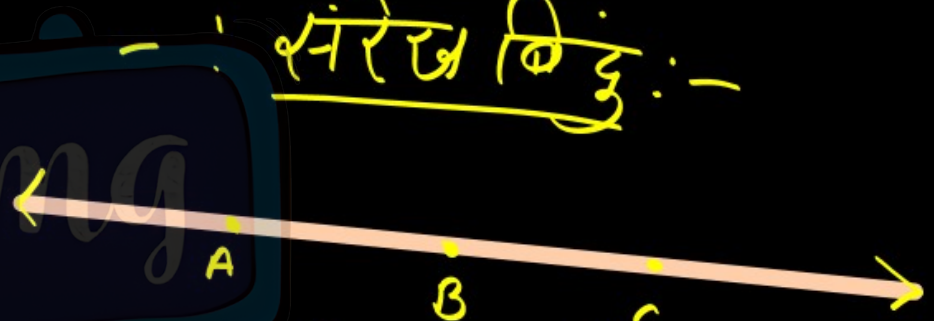
$$= \frac{1}{2}\left[3(2-1) - 8(-4-5) + 1(-4-10)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[3 - 8\times(-9) + (-14)\right] = \frac{1}{2}\left[3+72-14\right] = \frac{1}{2}\left[75-14\right] = \frac{61}{2} \text{ वर्ग इकाई}$$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

संरेख बिंदु :-



त्रिभुज का क्षेत्रफल = 0

LET'S LEARN TOGETHER

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

7. निम्नलिखित प्रतयेक में दिए गए शीर्ष बिंदुओं वाले त्रिभुजों का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(i) (1, 0), (6, 0), (4, 3)

LET'S LEARN TOGETHER

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

(ii) (2, 7), (1, 1), (10, 8)



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

8. दर्शाइए कि बिंदु A(a, b + c), B(b, c + a) और C(c, a + b) संरेख हैं।

हल :- बिन्दु $A(\underset{x_1}{a}, \underset{y_1}{b+c})$, $B(\underset{x_2}{b}, \underset{y_2}{c+a})$, $C(\underset{x_3}{c}, \underset{y_3}{a+b})$ के लिए

ΔABC का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$

$ar(\Delta ABC) = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} a & b+c & 1 \\ b & c+a & 1 \\ c & a+b & 1 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}\left[a(c+a-(a+b)) - (b+c)(b-c) + 1(b(a+b) - c(c+a))\right]$

$= \frac{1}{2}\left[a(c+a-a-b) - (b^2-c^2) + ab+b^2-c^2-ac\right]$

$= \frac{1}{2}\left[ac-ab-b^2+c^2+ab+b^2-c^2-ac\right]$

$= \frac{1}{2} \times 0 = 0$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$ar(\triangle ABC) = 0$

अत: बिंदु A, B और C संरेख है।

LET'S LEARN TOGETHER

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



$$\text{ar}(\Delta ABC) = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

+
या
−

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

9. प्रत्येक में k का मान ज्ञात कीजिए यदि त्रिभुजों का क्षेत्रफल 4 वर्ग इकाई है जहाँ शीर्षबिंदु निम्नलिखित हैं:

(i) (k, 0), (4, 0), (0, 2)

हल:- माना बिंदु A(k,0), B(4,0), C(0,2) है।

ar(ΔABC) = 4 वर्ग इकाई

Δ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$

$ar(\Delta ABC) = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} k & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

$= \frac{1}{2}(-2(k-4))$

$ar(\Delta ABC) = -(k-4) = 4-k$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



प्रश्नानुसार

$\pm 4 = 4 - k$

(+) $4 = 4 - k$

$4 - 4 = -k$

$0 = -k$

(−) $-4 = 4 - k$

$-4 - 4 = -k$

$+8 = k$

$k = 8$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

(ii) (–2, 0), (0, 4), (0, k)

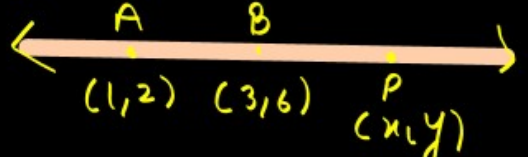
LET'S LEARN TOGETHER

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

10. सारणिकों का प्रयोग करके (1, 2) और (3, 6) का मिलोन वाली रेखा का समीकरणा ज्ञात कीजिए।

हल :-



माना कि बिन्दु P(x,y) रेखा पर स्थित है जिस पर बिन्दु A(1,2) और B(3,6) स्थित है।

अर्थात
बिन्दु P, A व B संरेखी है।

त्रिभुज का क्षेत्रफल = 0

$$\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$2y = 4x^2$

$\boxed{y = 2x}$

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$x(2-6) - y(1-3) + 1(6-6) = 0$

$-4x - y(-2) = 0$

$-4x + 2y = 0$

LET'S LEARN TOGETHER

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

11. यदि शीर्ष (2, –6), (5, 4) और (k, 4) वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल 35 वर्ग इकाई हो तो k का मान है:

(A) 12

(B) –2

(C) –12, –2

(D) 12, –2

LET'S LEARN TOGETHER

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उपसारणिक और ~~सहखंड~~ सहखंड
(Minor and Cofactors)

Minor (उपसारणिक)

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

a_{11} का उपसारणिक $= M_{11} = a_{22}$

a_{12} का " " $= M_{12} = a_{21}$

a_{21} " " " $= M_{21} = a_{12}$

a_{22} " " " $= M_{22} = a_{11}$

LET'S LEARN TOGETHER