कक्षा-12

# सारणिक

## (Determinants)

अध्याय - 4

भाग - 8

प्रश्नावली 4.4

By : Rajendra Yadav Sir

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

## प्रश्नावली 4.4

प्रत्येक आव्यूहों के व्युत्क्रम (जिनका अस्तित्व हो) ज्ञात कीजिए।

8. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \\ 5 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 \\ 5 & 2 & -1 \end{vmatrix}$

$R_1$ के अनुदिश हल करने पर:

$|A| = 1(-3-0) + 0 + 0 = -3 \neq 0$

अतः $A^{-1}$ का अस्तित्व है।

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A$$

$$\text{adj } A = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ -9 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot (-3-0) = -3$

$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot (-3-0) = +3$

$A_{13} = (-1)^{1+3} \cdot (6-15) = -9$

$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot (0-0) = 0$

$A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot (-1-0) = -1$

$A_{23} = (-1)^{2+3} \cdot (2-0) = -2$

$A_{31} = (-1)^{3+1} \cdot (0-0) = 0$

$A_{32} = (-1)^{3+2} \cdot (0-0) = 0$

$A_{33} = (-1)^{3+3} \cdot (3-0) = 3$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अत: $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A$

$$= \frac{1}{-3} \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \\ -9 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1/3 & 0 \\ 3 & 2/3 & -1 \end{bmatrix}$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

# प्रश्नावली 4.4

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A$$

9. $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 0 \\ -7 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \qquad \text{adj } A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix}$$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

# प्रश्नावली 4.4

10. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

$R_2$ के अनुदिश हल करने पर:

$|A| = 0 + 2(4-6) - (-3)(-2+3)$

$= -4 + 3 = -1 \neq 0$

अतः $A^{-1}$ का अस्तित्व होगा।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

## प्रश्नावली 4.4

यहाँ $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & -\cos\alpha \end{vmatrix}$

11. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & -\cos\alpha \end{bmatrix}$

$R_1$ के अनुदिश हल करने पर:

$|A| = 1(-\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = -(\cos^2\alpha + \sin^2\alpha) = -1 \neq 0$

अतः $A^{-1}$ का अस्तित्व है।

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उत्तर,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & -\cos\alpha \end{bmatrix} \Rightarrow \text{adj } A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot (-\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) = -1$

$A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot (0 - 0) = 0$

$A_{13} = (-1)^{1+3} \cdot (0 - 0) = 0$

$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot (0 - 0) = 0$

$A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot (-\cos\alpha - 0) = -\cos\alpha$

$A_{23} = (-1)^{2+3} \cdot (\sin\alpha - 0) = -\sin\alpha$

$A_{31} = (-1)^{3+1} \cdot (0 - 0) = 0$

$A_{32} = (-1)^{3+2} \cdot (\sin\alpha - 0) = -\sin\alpha$

$A_{33} = (-1)^{3+3} \cdot (\cos\alpha - 0)$

$= \cos\alpha$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उत्तर: $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj}\, A$

$$= \frac{1}{-1}\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & -\cos\alpha \end{bmatrix}$$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

# प्रश्नावली 4.4

$(AB)^{-1} = \frac{1}{|AB|} \text{adj } AB$

$B^{-1} = \frac{1}{|B|} \cdot \text{adj } B$

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A$

12. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 7 & 9 \end{bmatrix}$. है तो सत्यापित कीजिए कि $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$ है।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

# प्रश्नावली 4.4

13. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, है तो दर्शाइए कि

$A^2 - 5A + 7I = O$ है इसकी सहायता से

$A^{-1}$ ज्ञात कीजिए।

$A^2 - 5A + 7I = 0$

$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

---

$A^2 - 5A = -7I$

$A^2 \cdot A^{-1} - 5AA^{-1} = -7I \cdot A^{-1}$

$A \cdot AA^{-1} - 5AA^{-1} = -7A^{-1}$

$AI - 5I = -7A^{-1}$

$7A^{-1} = 5I - A$

$7A^{-1} = 5\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

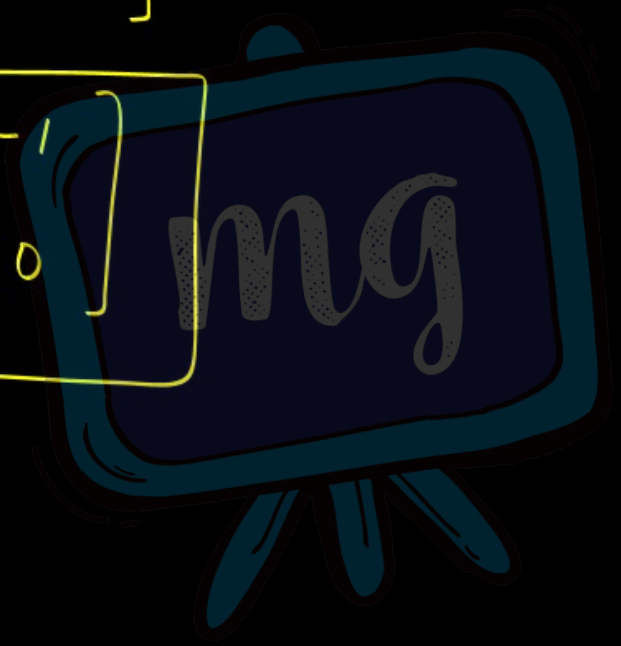
$7A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$A^{-1} = \frac{1}{7}\begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} & -1 \\ -\frac{2}{7} & 0 \end{bmatrix}$$



ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

# प्रश्नावली 4.4

$A^2 + aA + bI = O$

$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

14. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, के लिए a और b ऐसी संख्याएँ ज्ञात कीजिए ताकि $A^2 + aA + bI = O$ हो।

$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

## प्रश्नावली 4.4

15. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$, के लिए

Î à æøß Ü ç· ¤ $A^3 - 6A^2 + 5A + 11\,I = O$

है। इसकी सहायता से $A^{-1}$ ज्ञात कीजिए।

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

## प्रश्नावली 4.4

16. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$, तो सत्यापित कीजिए कि $A^3 - 6A^2 + 9A - 4I = O$ है तथा इसकी सहायता से $A^{-1}$ ज्ञात कीजिए।

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

# प्रश्नावली 4.4

17. यदि A, $3 \times 3$ कोटि का वर्ग आव्यूह है तो $|\text{adj } A|$ का मान है:

(A) $|A|$
(B) $|A|^2$
(C) $|A|^3$
(D) $3|A|$

$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$(\text{adj } A) \cdot A = |A| \cdot I$

$= |A| \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

$(\text{adj } A) A = A^3$

$\boxed{\text{adj } A = A^2}$

$|\text{adj } A| = |A|^2$

$= \begin{vmatrix} |A| & 0 & 0 \\ 0 & |A| & 0 \\ 0 & 0 & |A| \end{vmatrix}$

$R_1$ के अनुदिश हल करने पर:

$\Rightarrow |A||A|^2 = A^3$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

## प्रश्नावली 4.4

18. यदि A कोटि दो का व्युत्क्रमीय आव्यूह है तो $\det(A^{-1})$ बराबर:

(A) $\det(A)$

(B) $\frac{1}{\det(A)}$

(C) 1

(D) 0