RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

ई-पाठशाला कार्यक्रम

Class 12th

MATHS

सदिश बीजगणित

Part - 02

RAPID REVISION



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अदिश गुणन

(Dot Product)

$$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

(i) $\theta = 0^\circ$

$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos 0^\circ$

$\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|$

(ii) $\theta = 90^\circ$

$\cos 90^\circ = 0$

$\vec{a}.\vec{b} = 0$

(iii) $\theta = 180^\circ$

$\cos 180^\circ = -1$

$\vec{a}.\vec{b} = -|\vec{a}||\vec{b}|$

$\hat{i} \cdot \hat{i} = |\hat{i}||\hat{i}| \cos 0^\circ$

$= 1 \times 1 \times 1 = 1$

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$

$\hat{i} \cdot \hat{j} = |\hat{j}||\hat{i}| \cos 90^\circ$

$= 1 \times 1 \times 0 = 0$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{k} \cdot \hat{i} = 0$$

$\vec{a} = a_1 \hat{i} + a_2 \hat{j} + a_3 \hat{k}$

$\vec{b} = b_1 \hat{i} + b_2 \hat{j} + b_3 \hat{k}$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

गुणा धर्म

(i) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$

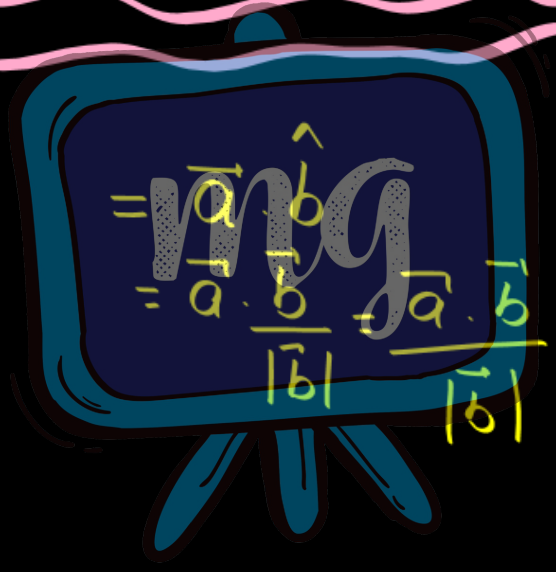
(ii) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$

(iii) $\lambda(\vec{a} \cdot \vec{b}) = (\lambda \vec{a}) \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot (\lambda \vec{b})$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$\vec{a}$ का $\vec{b}$ पर प्रक्षेप



प्रश्न

सदिश $\vec{a}=\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b}=-2\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k}$ और $\vec{c}=\hat{i}-6\hat{j}-7\hat{k}$ का योगफल है

अ) $-4\hat{j}-\hat{k}$ ब) $4\hat{i}-\hat{k}$ स) $4\hat{j}+5\hat{k}$ द) $\hat{i}+4\hat{j}-\hat{k}$

(2026)

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=(\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k})+(-2\hat{i}+4\hat{j}+5\hat{k})+(\hat{i}-6\hat{j}-7\hat{k})$

$=0\hat{i}-4\hat{j}-\hat{k}$

$=-4\hat{j}-\hat{k}$

प्रश्न

सदिश $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$ के **अनुदिश इकाई सदिश** है

अ) $\frac{\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}}{\sqrt{5}}$ ब) $\frac{\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{6}}$ स) $\frac{2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{6}}$ द) $\frac{\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}}{\sqrt{6}}$

(2026)

$$\hat{a} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = \frac{\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2}}$$

$$= \frac{\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}}{\sqrt{6}}$$

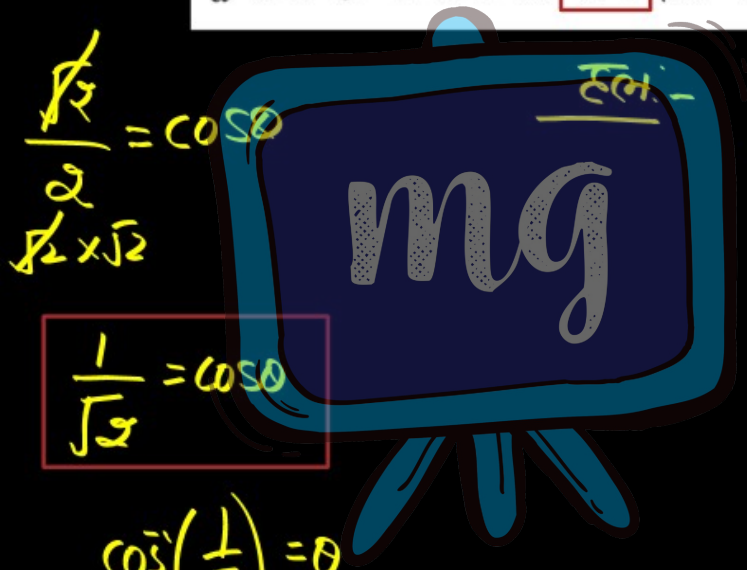
RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न

दो सदिश $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के परिमाण क्रमशः $\sqrt{3}$ एवं 2 हैं और $\vec{a}.\vec{b}=\sqrt{6}$ है, तो $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

(2026)



हल :-

$|\vec{a}|=\sqrt{3}, \quad |\vec{b}|=2$

$\vec{a}.\vec{b}=\sqrt{6} \qquad \theta=?$

$\vec{a}.\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$

$\sqrt{6}=\sqrt{3}\times 2\times\cos\theta$

$\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{3}\times 2}=\cos\theta$

$\frac{\sqrt{2}}{2}=\cos\theta$

$\frac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\cos\theta$

$\frac{1}{\sqrt{2}}=\cos\theta$

$\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\theta$

$\theta=\frac{\pi}{4}$

प्रश्न

दो सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के परिमाण क्रमशः 1 और 2 है तथा $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ हो, तो इन सदिशों के बीच का कोण होगा – [1]

अ) $\frac{\pi}{2}$ ब) $\frac{\pi}{4}$

स) $\frac{\pi}{3}$ द) $\frac{\pi}{6}$

(2025)

$|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2, \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos\theta$

$1 = 1 \times 2 \times \cos\theta$

$\frac{1}{2} = \cos\theta$

$\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

सदिश गुणनफल

Cross Product

$$\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \sin\theta \, \hat{n}$$

(i) $\theta = 0^\circ$

$\sin 0^\circ = 0$

$\vec{a} \times \vec{b} = 0$

(ii) $\theta = 90^\circ$

$\sin 90^\circ = 1$

$\vec{a} \times \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|$

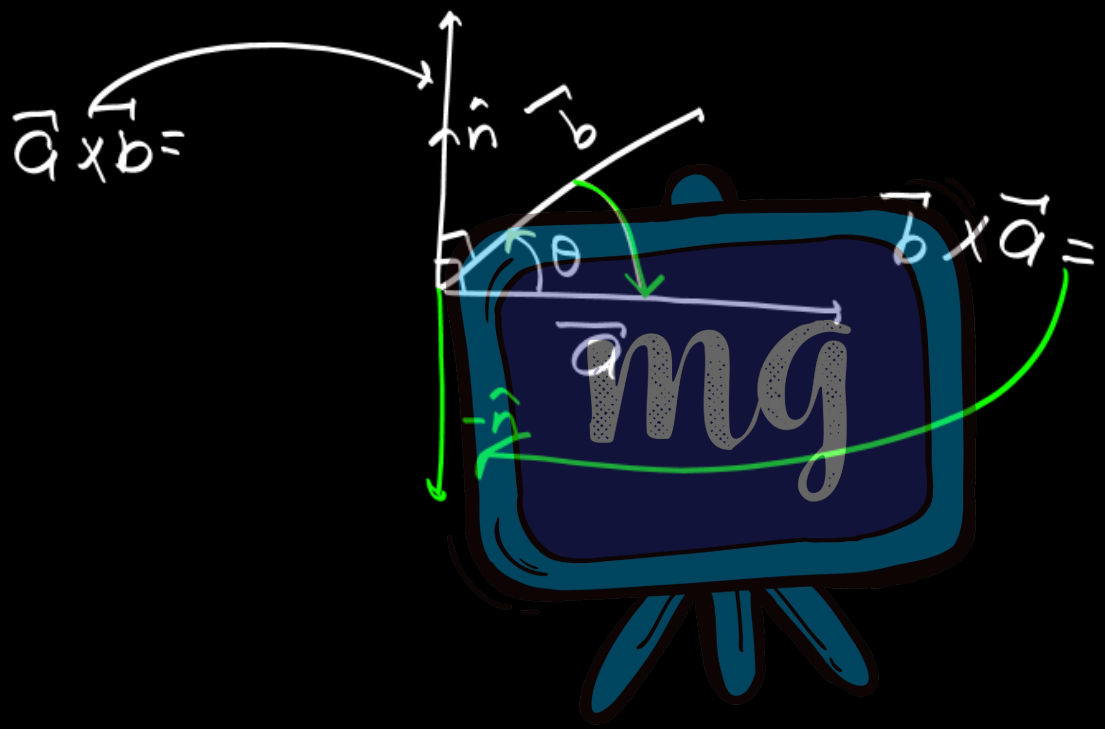
(iii) $\theta = 180^\circ$

$\sin 180^\circ = 0$

$\vec{a} \times \vec{b} = 0$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



(i) $\vec{a} \times \vec{b} = -(\vec{b} \times \vec{a})$

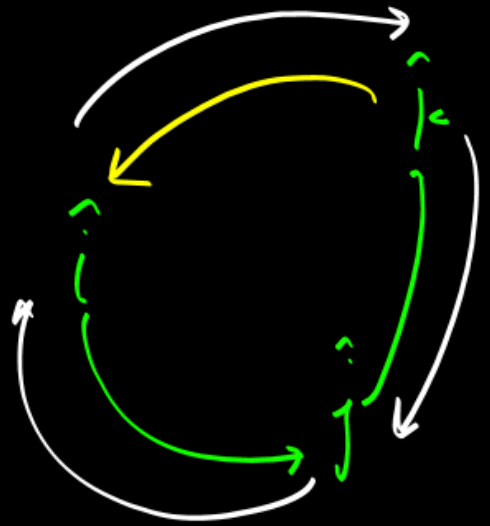
(ii) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$

(iii) $\lambda(\vec{a} \times \vec{b}) = \lambda\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \lambda\vec{b}$

(iv) $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$ | $\hat{j} \times \hat{i} = -\hat{k}$

$\hat{j} \times \hat{k} = \hat{i}$ | $\hat{k} \times \hat{j} = -\hat{i}$

$\hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$ | $\hat{i} \times \hat{k} = -\hat{j}$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

(v) $\hat{i} \times \hat{i} = 0 = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k}$

(vi) $\sin\theta = \dfrac{\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$

(vii) $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$

$\vec{b} = b_1\hat{i} + b_2\hat{j} + b_3\hat{k}$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

(viii) त्रिभुज का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}|\vec{a} \times \vec{b}|$

(ix) समान्तर चतु. का क्षेत्र $= |\vec{a} \times \vec{b}|$

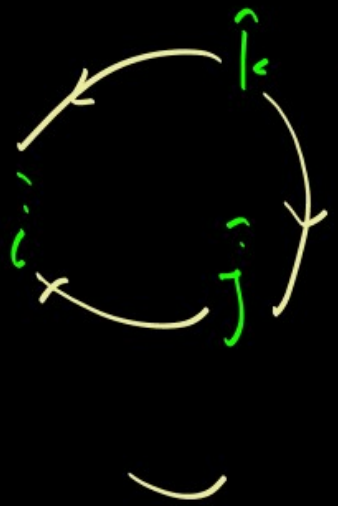
(x) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ — दूसरे पर

$|\vec{a}| + |\vec{b}| = |\vec{c}|$

(xi) $|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 = |\vec{c}|^2$ ⟶ समकोण Δ

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



प्रश्न $\hat{i}\cdot\left(\hat{k}\times\hat{j}\right)-\hat{j}\cdot\left(\hat{k}\times\hat{i}\right)+\hat{k}\cdot\left(\hat{i}\times\hat{j}\right)$ का मान है –

अ) 1 ब) 0

स) -3 द) -1

(2025)

$\hat{i}(-\hat{i}) - \hat{j}(\hat{j}) + \hat{k}\cdot(\hat{k})$

$-\hat{i}\cdot\hat{i} - \hat{j}\cdot\hat{j} + \hat{k}\cdot\hat{k}$

$-1 - 1 + 1 = -1$

प्रश्न

सदिश $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ के दिक्–कोसाइन है –

अ) $\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{-1}{2}$

ब) $\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{-2}{\sqrt{6}}$

स) $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\sqrt{2}$

द) $1, 1, -2$

(2025)

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$$

$$\cos\alpha = \frac{a_1}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}\sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\cos\beta = \frac{a_2}{|\vec{a}|} = \frac{1}{\sqrt{6}}$$

$$\cos\gamma = \frac{a_3}{|\vec{a}|} = \frac{-2}{\sqrt{6}}$$

$\vec{a}$ पर $\vec{b}$ प्रक्षेप

$\vec{a} \cdot \hat{b}$

प्रश्न

सदिश $\hat{i} + 2\hat{j}$ का x – अक्ष पर प्रक्षेप ..... है।

(2025)



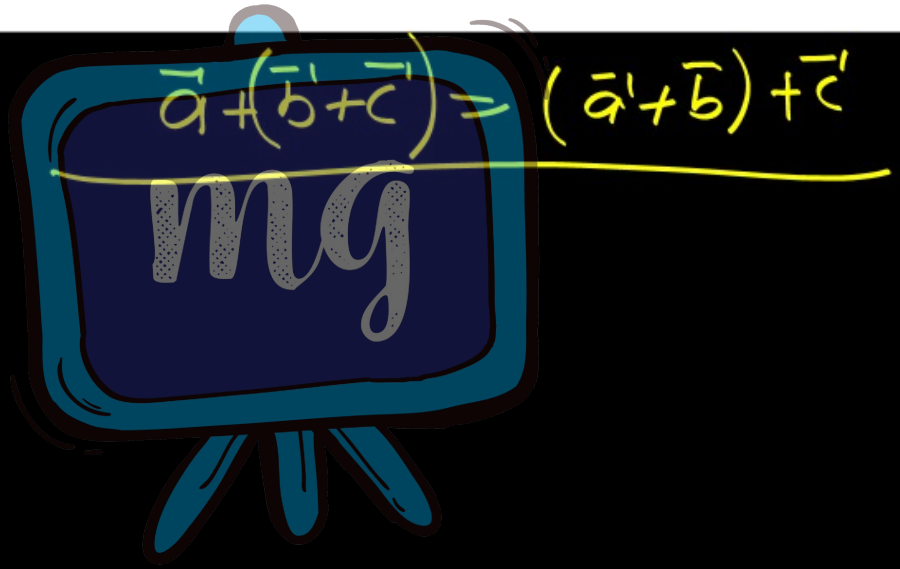
RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न

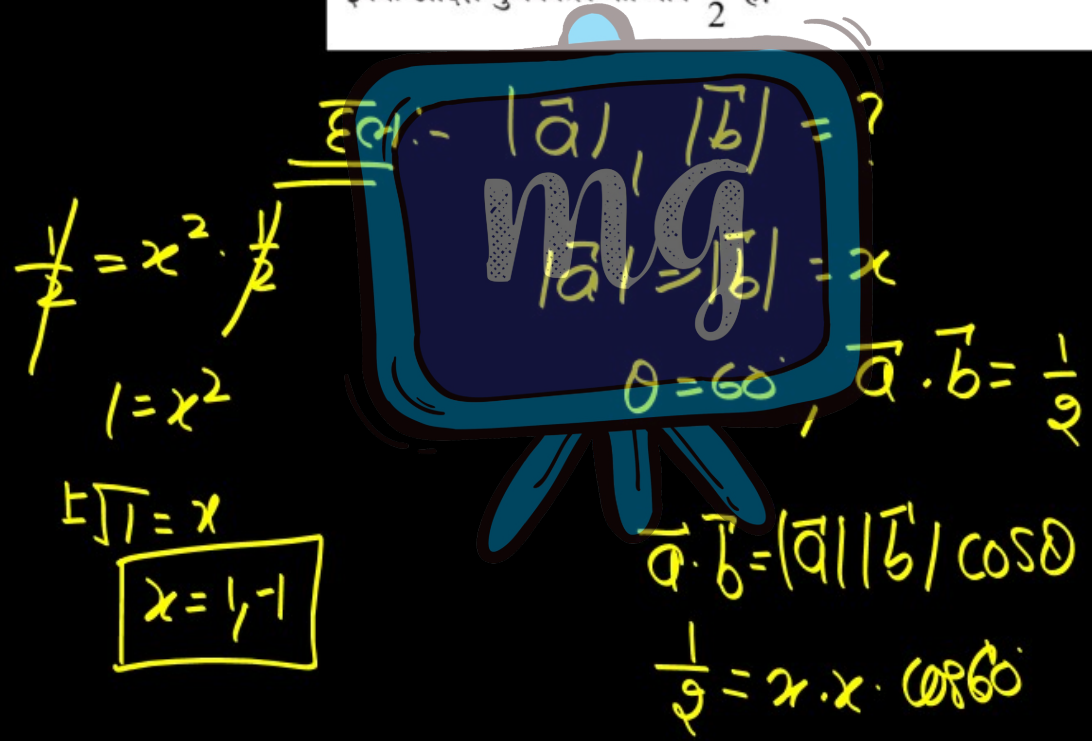
तीन सदिशों $\vec{a}, \vec{b}$ और $\vec{c}$ के योगफल के लिए साहचर्य गुणधर्म लिखिए।

(2025)



प्रश्न दो सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के परिमाण ज्ञात कीजिए, यदि इनके परिमाण समान है और इनके बीच का कोण $60°$ व इनके अदिश गुणनफल का मान $\frac{1}{2}$ है। [2]

(2025)



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$

$|\vec{a}| = |\vec{b}| = -1$ X



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न

यदि शून्येतर सदिश $\vec{a}$ का परिमाण 'a' है और λ एक शून्येतर अदिश है तो $\lambda\vec{a}$ एक मात्रक सदिश है यदि : [1]

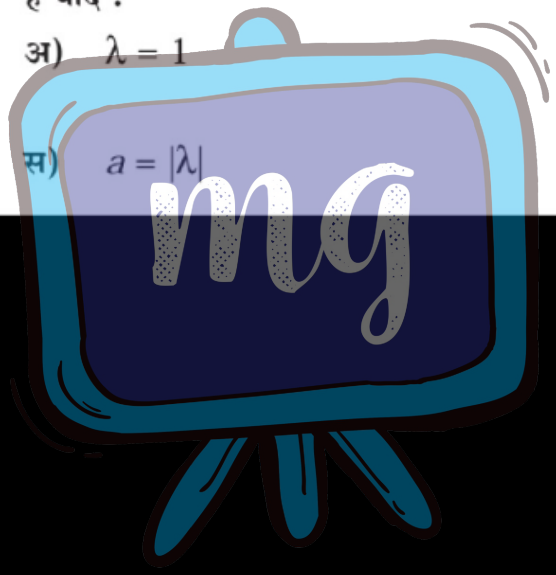
अ) $\lambda = 1$

ब) $\lambda = -1$

स) $a = |\lambda|$

द) $a = \frac{1}{|\lambda|}$

(2024)



प्रश्न दो बिन्दुओं $P(2, 3, 4)$ और $Q(4, 1, -2)$ को मिलाने वाले सदिश का मध्य बिन्दु ज्ञात कीजिए।

(2024)

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न $\left(3\vec{a}-5\vec{b}\right)\cdot\left(2\vec{a}+7\vec{b}\right)$ का मान ज्ञात कीजिए।

(2024)



प्रश्न

$\hat{i} \cdot (\hat{j} \times \hat{k}) + \hat{j} \cdot (\hat{i} \times \hat{k}) + \hat{k} \cdot (\hat{i} \times \hat{j})$ का मान है –

अ) 0

ब) -1

स) 1

द) 3

(2023)

प्रश्न

यदि दो सदिशों $\bar{a}$ तथा $\bar{b}$ के परिमाण क्रमशः $\sqrt{3}$ व 2 हैं और $\bar{a} \cdot \bar{b} = \sqrt{6}$ हो, तो $\bar{a}$ तथा $\bar{b}$ के बीच का कोण है – [1]

अ) $\frac{\pi}{2}$

ब) $\frac{\pi}{3}$

स) $\frac{\pi}{6}$

द) $\frac{\pi}{4}$

(2023)

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न सदिशों $\hat{i}-2\hat{j}+3\hat{k}$ और $3\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

(2023)



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न दिए हुए सदिशों $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ और $\vec{b} = -\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ के लिए सदिश $\vec{a} + \vec{b}$ के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। [2]

(2023)

