कक्षा-10

वास्तविक संख्याएँ

Real Numbers

अध्याय - 1

भाग - 3

प्रश्नावली 1.1

By : Rajendra Yadav Sir

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.1

3. अभाज्य गुणनखंडन विधि द्वारा निम्नलिखित पूर्णांकों के **HCF** और **LCM** ज्ञात कीजिए:

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.1

2	12
2	6
3	3
	1

3	15
5	5
	1

3	21
7	7
	1

(i) 12, 15 और 21

$12 \rightarrow 2^2 \times 3$

$15 \rightarrow 3 \times 5$

$21 \rightarrow 3 \times 7$

HCF = 3

LCM = $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

$= 60 \times 7$

$= 420$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.1

17 → 1 × 17

23 → 1 × 23

29 → 1 × 29

(ii) 17, 23 और 29

HCF = 1

LCM = 17 × 23 × 29

= 11339

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.1

2	8
2	4
2	2
	1

3	9
3	3
	1

5	2 5
5	5
	1

(iii) 8, 9 और 25

$8 \rightarrow 2^3 \times 1$

$9 \rightarrow 3^2 \times 1$

$25 \rightarrow 5^2 \times 1$

HCF = 1

LCM $= 2^3 \times 3^2 \times 5^2$

$= 8 \times 9 \times 25$

$= 72 \times 25$

$= 1800$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.1

HCF × LCM = संख्याओं का गुणनफल

4. HCF (306, 657) = 9 दिया है। LCM (306, 657) ज्ञात कीजिए।

$9 \times LCM = 306 \times 657$

$LCM = \frac{306 \times 657}{9}$ (73)

$LCM = 306 \times 73$

$= 22338$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.1

5. जाँच कीजिए कि क्या किसी प्राकृत संख्या n के लिए, संख्या 6^n अंक 0 पर समाप्त हो सकती है।

यहाँ दी गई संख्या है
$= 6^n$

अब, 6 के अभाज्य गुणनखण्ड 2 व 3 होंगे।

अतः अंकगणित की आधारभूत प्रमेय की अद्वितीयता से 6 के 2 व 3 के अतिरिक्त कोई गुणनखण्ड-

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

विद्यमान नहीं होगा।

अतः यहाँ 5 का कोई गुणनखण्ड विद्यमान नहीं है।

$\Rightarrow$ संख्या 6 किसी भी प्राकृत संख्या n के लिए अंक 0 पर समाप्त नहीं होगी।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.1

6. व्याख्या कीजिए कि $7 \times 11 \times 13 + 13$ और $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5$ भाज्य संख्याएँ क्यों हैं।

यहाँ संख्या $7 \times 11 \times 13 + 13$ के लिए :

$\Rightarrow 7 \times 11 \times 13 + 13$

$\Rightarrow 13(7 \times 11 + 1)$

$\Rightarrow 13(77 + 1)$

$\Rightarrow 13 \times 78$

$\Rightarrow 13 \times 13 \times 6 \times 1$

यहाँ इसके 1, 6, 13 गुणनखण्ड हैं।
अत: यह एक भाज्य संख्या है।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

हलीकरण, $7\times6\times5\times4\times3\times2\times1+5$ के लिए:

$\Rightarrow 7\times6\times5\times4\times3\times2\times1+5$

$\Rightarrow 5(7\times6\times4\times3\times2\times1+1)$

$\Rightarrow 5(42\times24+1)$

$\Rightarrow 5(1008+1)$

$\Rightarrow 5(1009)$

$\Rightarrow 5\times1009\times1$

यहाँ इस संख्या के गुणनखण्ड 1, 5, 1009 हैं।

अतः यह एक भाज्य है।

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.1

7. किसी खेल के मैदान के चारों ओर एक वृत्ताकार पथ है। इस मैदान का एक चक्कर लगाने में सोनिया को 18 मिनट लगते हैं, जबकि इसी मैदान का एक चक्कर लगाने में रवि को 12 मिनट लगते हैं। मान लीजिए वे दोनों एक ही स्थान और एक ही समय पर चलना प्रारंभ करके एक ही दिशा में चलते हैं। कितने समय बाद वे पुनः प्रारंभिक स्थान पर मिलेंगे?

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

यहाँ सोनिया द्वारा लिया गया समय = 18 मिनट

रवि द्वारा लिया गया समय = 12 मिनट

पुनः उसी स्थान पर मिलने में लगा समय

= LCM(18, 12)

अब,

2	18
3	9
3	3
	1

2	12
2	6
3	3
	1

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$18 \Rightarrow 2 \times 3^2$

$12 \Rightarrow 2^2 \times 3$

$LCM = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$ मिनट

अत: सोनिया व रवि पुन: उसी स्थान पर

36 मिनट बाद मिलेंगे।

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अपरिमेय संख्याएँ

अपरिमेय संख्याएँ (Irrational Number)

वे वास्तविक संख्याएँ जिन्हें $\frac{P}{q}$ के रूप में नहीं लिखा जा सकता है, अपरिमेय संख्याएँ कहलाती है।

यहाँ P तथा q पूर्णांक संख्याएँ है।

$P, q \in z, q \neq 0$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अपरिमेय संख्याएँ

P → अभाज्य संख्या

a → धनात्मक पूर्णांक

माना, $P = 2$, $a^2 = (4)^2 = 16$

$\Rightarrow a = 4$

अब, $\frac{16}{2} = 8$ ✓

$\Rightarrow \frac{4}{2} = 2$ ✓

प्रमेय 1.2

मान लिखिए, P एक अभाज्य संख्या है। तब यदि P, a^2 को विभाजित करती है, तो P, a को भी विभाजित करती है, जहाँ a एक धनात्मक पूर्णांक है।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अपरिमेय संख्याएँ

प्रमेय 1.3

$\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

माना $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है।

अत: $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ जहाँ $p, q \in z$ व $q \neq 0$

यहाँ माना p तथा q में कोई उभयनिष्ठ गुणनखण्ड विद्यमान है।

अतः $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ जहाँ a तथा b सह-अभाज्य संख्याएँ हैं।

वज्रगुणन करने पर :

$$a = \sqrt{2}\, b$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर :

$$a^2 = (\sqrt{2}\, b)^2$$

$$\Rightarrow a^2 = 2b^2 \quad \text{——} (1)$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{2} = b^2$$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$\Rightarrow$ a^2, 2 से विभाजित होता है।

$\Rightarrow$ a भी 2 से विभाजित होगा।

$\Rightarrow$ $a = 2k$ ——— ②

समी. ② को समी. ① में रखने पर :

$$a^2 = 2b^2$$

$$\Rightarrow (2k)^2 = 2b^2$$

$$\Rightarrow 4k^2 = 2b^2$$

$$\Rightarrow k^2 = \frac{2b^2}{4_2}$$

$$K^2 = \frac{b^2}{2}$$

$\Rightarrow$ b^2 भी 2 से विभाजित होता है।

$\Rightarrow$ b भी 2 से विभाजित होगा।

$\Rightarrow$ $b = 2K$ ——③

यहाँ समी. ② व ③ से :

a व b दोनो में 2 का उभयनिष्ठ गुणनखण्ड विद्यमान है।

अतः a व b दोनों सह अभाज्य संख्याएँ नहीं हैं।

अतः हमारी परिकल्पना गलत साबित हुई।

$\Rightarrow \sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

इतिसिद्धम्।