KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा - 10

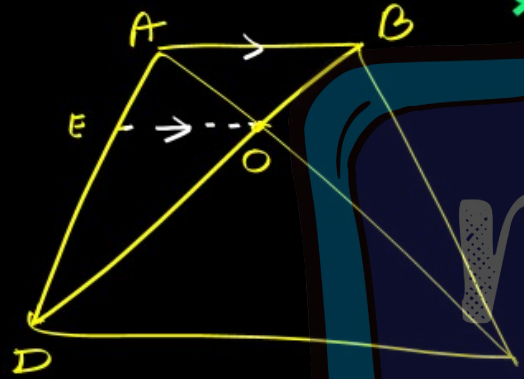
गणित

अध्याय - 6

त्रिभुज

भाग - 6

केशव शर्मा



प्रश्न.10 एक चतुर्भुज ABCD के विकर्ण परस्पर बिंदु O पर इस प्रकार प्रतिच्छेद करते हैं कि $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ है। दर्शाइए कि ABCD एक समलंब है।

दिया हुआ :- ABCD एक चतुर्भुज है।

$\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$

सिद्ध करना :-

ABCD एक समलंब है।

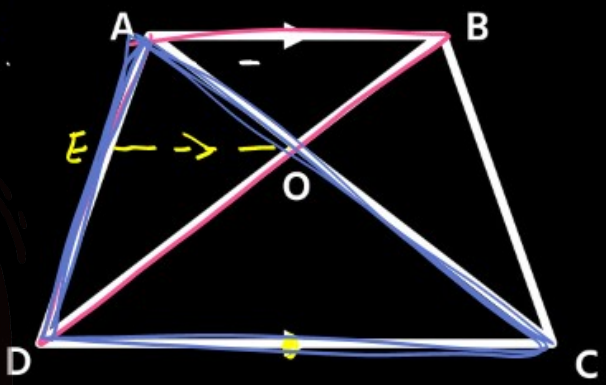
$\frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO}$ —(i)

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

रचना :- एक बिन्दु E, AD पर इस प्रकार लिया कि O से मिलाने पर

$EO \parallel AB$



उपपत्ति :- $\triangle ABD$ में

$EO \parallel AB$ (रचना से)

प्रमेय 6.1 से

$$\frac{AE}{DE} = \frac{BO}{DO} \quad \text{— (ii)}$$

समी. (i) से

$$\frac{AE}{DE} = \frac{AO}{CO}$$

त्रि. भुज ADC में

$$\frac{AE}{DE} = \frac{AO}{CO}$$

प्रमेय 6.2 से

$EO \parallel DC$

अतः

$AB \parallel DC$

KOLORS
make life better

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

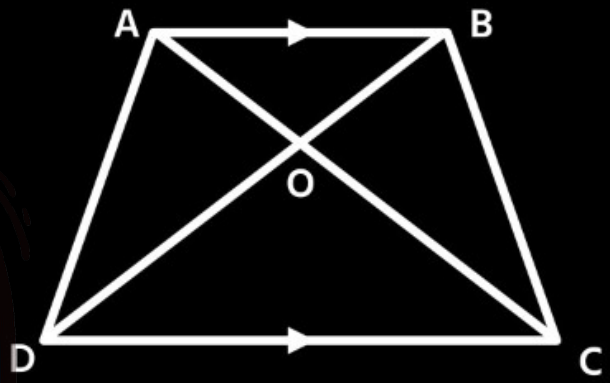
इसलिए ABCD एक समलंब है।



KOLORS
make life better

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER





KOLORS
make life better

त्रिभुज

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिभुजों की समरूपता के लिए कसौटियाँ

समरूप त्रिभुज

- दो त्रिभुज समरूप होते हैं, यदि

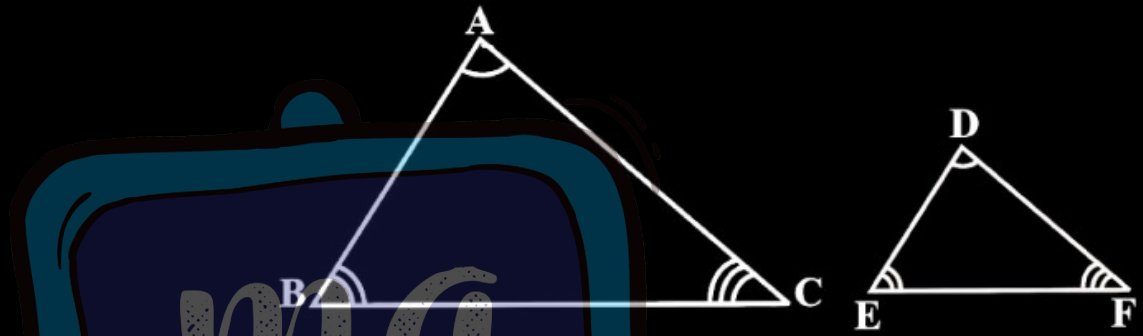
(i) उनके संगत कोण बराबर हों तथा

(ii) उनकी संगत भुजाएँ एक ही अनुपात में (अर्थात् समानुपाती) हों।

KOLORS
make life better

त्रिभुज

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



यदि ΔABC और ΔDEF में,

(i) $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$

है तथा

KOLORS
make life better

त्रिभुज

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

(ii) $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$ है

तो दोनों त्रिभुज **समरूप** होते हैं

$\triangle ABC$ व $\triangle DEF$ ~~सर्वांगसम~~ है।

$\triangle ABC \cong \triangle DEF$

$\triangle ABC$ व $\triangle DEF$ समरूप है।

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$

समरूप

त्रिभुज

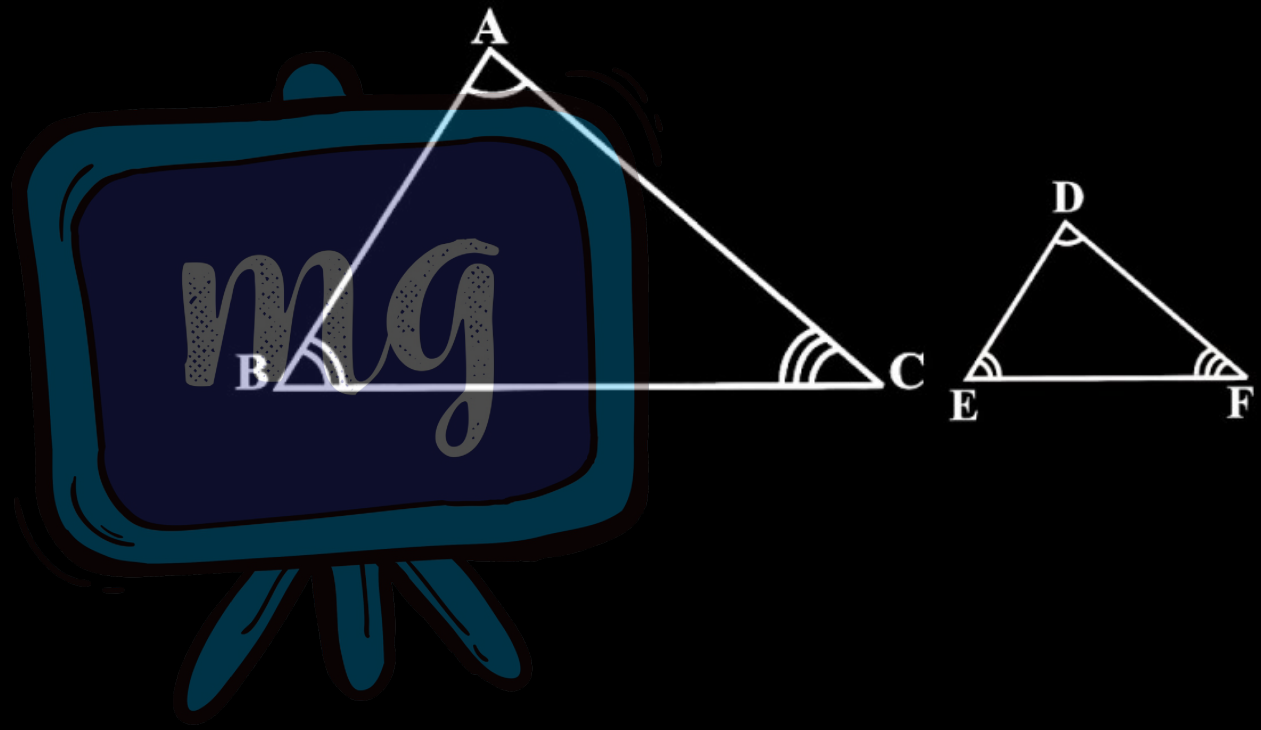
समानकोणिक त्रिभुज

- यदि दो त्रिभुजों के संगत कोण बराबर हों, तो वे **समानकोणिक त्रिभुज** (equiangular triangles) कहलाते हैं।

KOLORS
make life better

त्रिभुज

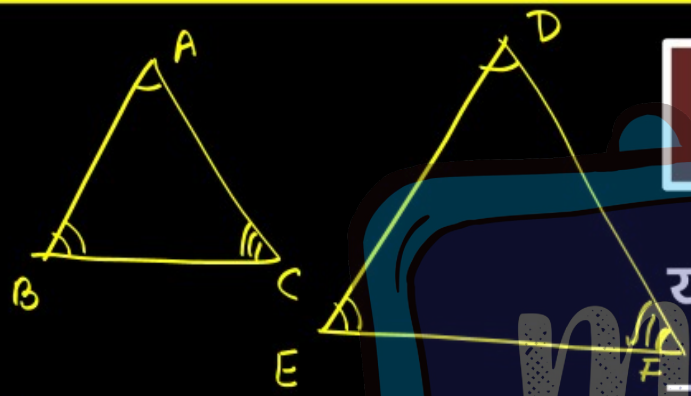
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



त्रिभुज

ध्यान दीजिए

- दो समानकोणिक त्रिभुजों में उनकी संगत भुजाओं का अनुपात सदैव समान रहता है।



प्रमेय 6.3

यदि दो त्रिभुजों में, संगत कोण बराबर हों, तो उनकी संगत भुजाएँ एक ही अनुपात में (समानुपाती) होती हैं और इसीलिए ये त्रिभुज समरूप होते हैं। (AAA)

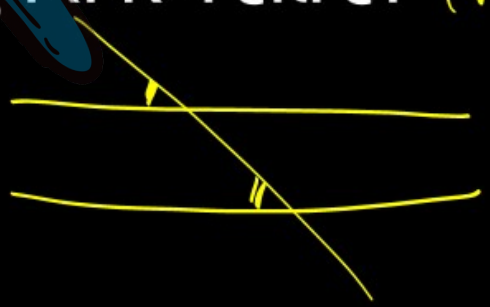
दिया हुआ :- $\angle A = \angle D$

$\angle B = \angle E$

$\angle C = \angle F$

सिद्ध करना :- (i) $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

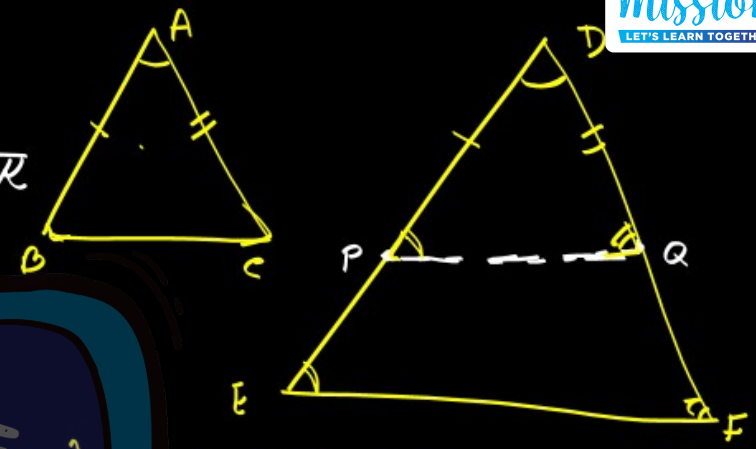
(ii) $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

रचना :- भुजा DE व DF पर दो बिन्दु P व Q इसप्रकार लीजिये कि $AB = DP$, $AC = DQ$



उपपत्ति :- $\triangle ABC$ व $\triangle DPQ$ में

$AB = DP$ (रचना से)

$AC = DQ$ (रचना से)

$\angle A = \angle D$ (दिया हुआ)

SAS, सर्वांगसमता से

$\triangle ABC \cong \triangle DPQ$

CPCT से

$\angle B = \angle P$, $\angle C = \angle Q$

$-(i)$ $-(ii)$

$\therefore \angle E = \angle B$

$\therefore \angle E = \angle P \quad -(iii)$

इसीप्रकार

$\angle Q = \angle F \quad -(iv)$

समी. (iii) व (iv) से

$PQ \parallel EF$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$PQ \parallel EF$

प्रमेय 6.1 से

$\triangle DEF$ में

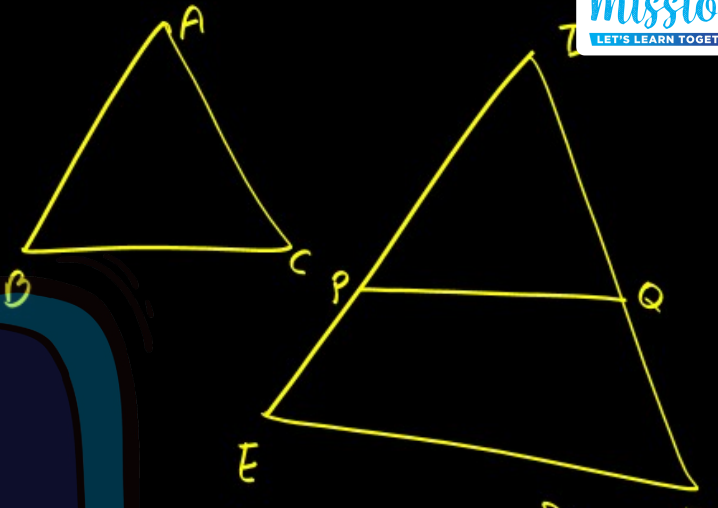
$$\frac{DP}{PE} = \frac{DQ}{QF}$$

$$\Rightarrow \frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF}$$

$(DP = AB, DQ = AC$, रचना से$)$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} \quad \text{— (v)}$$

इसी प्रकार $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ —(vi)



सभी (v) व (vi) से

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$$

अतः $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

KOLORS
make life better

त्रिभुज

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- उपरोक्त कसौटी को दो त्रिभुजों की समरूपता की AAA (कोण-कोण-कोण) कसौटी कहा जाता है।



त्रिभुज

टिप्पणी :

- यदि एक त्रिभुज के दो कोण किसी अन्य त्रिभुज के दो कोणों के क्रमशः बराबर हों, तो त्रिभुज के कोण योग गुणधर्म के कारण, इनके तीसरे कोण भी बराबर होंगे।

त्रिभुज

- इसीलिए, AAA समरूपता कसौटी को निम्नलिखित रूप में भी व्यक्त किया जा सकता है :

  यदि एक त्रिभुज के दो कोण एक अन्य त्रिभुज के क्रमशः दो कोणों के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं।

KOLORS
make life better

त्रिभुज

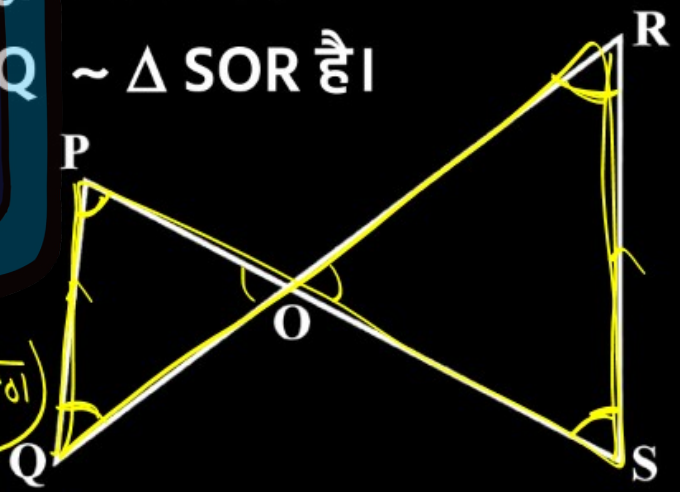
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- उपरोक्त को दो त्रिभुजों की समरूपता की AA कसौटी कहा जाता है।



उदाहरण 4.

आकृति 6.29 में, यदि PQ || RS है, तो सिद्ध कीजिए कि $\Delta POQ \sim \Delta SOR$ है।



दिया हुआ :- $PQ \parallel RS$

सिद्ध करना :- $\Delta POQ \sim \Delta SOR$

उपपत्ति :- ΔPOQ व ΔSOR में

$\angle QPO = \angle OSR$ (एकान्तर कोण)

$\angle PQO = \angle ORS$ (एकान्तर कोण)

$\angle POQ = \angle ROS$ (शीर्षाभिमुख कोण)

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

AAA समरूपता से

$\triangle POQ \sim \triangle SOR$

