ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा – 12

गणित

समाकलन

अध्याय – 7

भाग - 13

प्रश्नावली 7.6

By : Rajendra Yadav Sir

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.6

$\int x^2 e^x \, dx$

➤ 1 से 22 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

Q3. $x^2 e^x$

$$\int f(x) \cdot g(x) \, dx = f(x) \int g(x) \, dx - \int \left[f'(x) \cdot \int g(x) dx \right] dx$$

माना $f(x) = x^2$ व $g(x) = e^x$

$$\int x^2 e^x dx = x^2 \int e^x dx - \int \left[2x \cdot \int e^x dx \right] dx$$

$$= x^2 \cdot e^x - \int 2x \cdot e^x dx$$

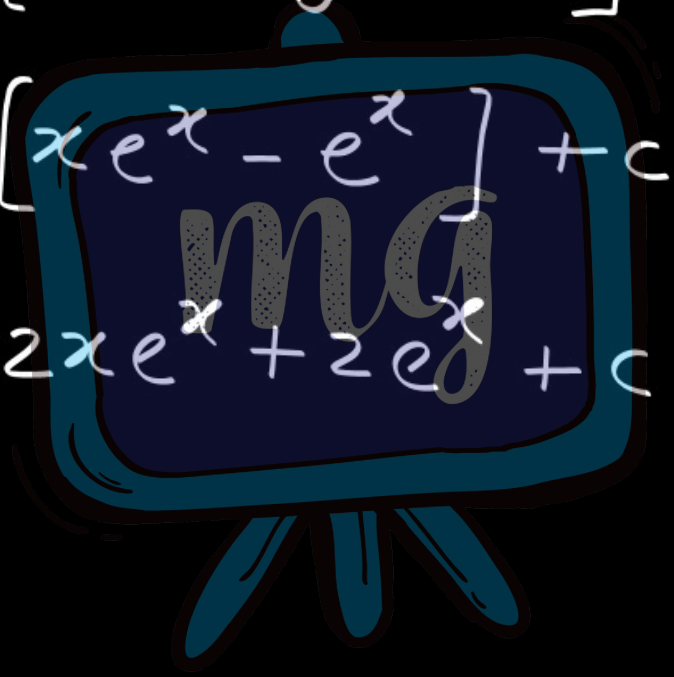
$$= x^2 e^x - 2 \int x \cdot e^x dx$$

$$= x^2 e^x - 2 \left[x \int e^x dx - \int \left\{ 1 \cdot \int e^x dx \right\} dx \right]$$

$$= x^2 e^x - 2\left[x \cdot e^x - \int e^x \, dx\right]$$

$$= x^2 e^x - 2\left[x e^x - e^x\right] + c$$

$$= x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x + c$$



ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.6

$\int x \cdot \log x \, dx$

➤ 1 से 22 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

माना $f(x) = \log x$

$g(x) = x$

Q4. x log x

$$\int x \cdot \log x \, dx = \log x \int x \, dx - \int \left[\frac{1}{x} \int x \, dx \right] dx$$

$$= \log x\left(\frac{x^2}{2}\right) - \int \left[\frac{1}{x} \cdot \frac{x^2}{2}\right] dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\log x - \frac{1}{2}\int x\, dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\log x - \frac{1}{2}\cdot\frac{x^2}{2} + C$$

$$= \frac{x^2}{2}\log x - \frac{x^2}{4} + C$$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.6

$\int x \cdot \log_2 x \, dx$ ➤ 1 से 22 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

Q5. $x \log_2 x$

माना $f(x) = \log_2 x$

$g(x) = x$

$$\int x \cdot \log_2 x \, dx = \log_2 x \int x \, dx - \int \left[\frac{d}{dx} \log_2 x \cdot \int x \, dx \right] dx$$

$$= \log_2 x \cdot \frac{x^2}{2} - \int \left[\frac{1}{x \log 2} \cdot \frac{x^2}{2} \right] dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\log_2 x - \frac{1}{2}\int x\,dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\log_2 x - \frac{1}{2}\frac{x^2}{2} + c$$

$$= \frac{x^2}{2}\log_2 x - \frac{x^2}{4} + c$$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.6

$\int x^2 \log x \, dx$

➤ 1 से 22 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

माना $f(x) = \log x$

$g(x) = x^2$

Q6. $x^2 \log x$

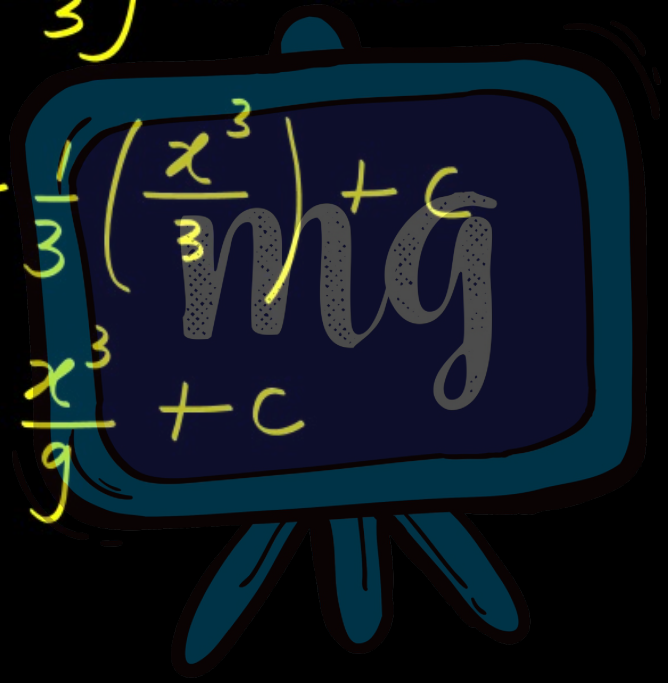
$$\int x^2 \log x \, dx = \log x \int x^2 dx - \int \left[\frac{1}{x} \cdot \int x^2 dx\right] dx$$

$$= \log x \cdot \frac{x^3}{3} - \int \left[\frac{1}{x} \cdot \frac{x^3}{3}\right] dx$$

$$= \frac{x^3}{3}\log x - \frac{1}{3}\int x^2\,dx$$

$$= \frac{x^3}{3}\log x - \frac{1}{3}\left(\frac{x^3}{3}\right) + c$$

$$= \frac{x^3}{3}\log x - \frac{x^3}{9} + c$$



ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.6

$\int x \sin^{-1} x \, dx$

➤ 1 से 22 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

Q7. $x \sin^{-1} x$

माना $f(x) = \sin^{-1} x$

$g(x) = x$

$$\int x \sin^{-1} x \, dx = \sin^{-1} x \int x \, dx - \int \left[\frac{d}{dx} \sin^{-1} x \cdot \int x \, dx \right] dx$$

$$= \sin^{-1} x \left(\frac{x^2}{2} \right) - \int \left[\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \frac{x^2}{2} \right] dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\sin^{-1}x - \frac{1}{2}\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\sin^{-1}x + \frac{1}{2}\int \frac{-x^2}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\sin^{-1}x + \frac{1}{2}\int \frac{-x^2+1-1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\sin^{-1}x + \frac{1}{2}\int\left[\frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right]dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\sin^{-1}x + \frac{1}{2}\int\left[\sqrt{1-x^2} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right]dx$$

$$\int\sqrt{a^2-x^2}\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{2}$$

$$= \frac{x^2}{2}\sin^{-1}x + \frac{1}{2}\int\sqrt{1-x^2}\,dx - \frac{1}{2}\int\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\sin^{-1}x + \frac{1}{2}\left[\frac{x}{2}\sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{x}{2}\right] - \frac{1}{2}\sin^{-1}x + c$$

$$= \frac{x^2}{2}\sin^{-1}x + \frac{x}{4}\sqrt{1-x^2} + \frac{1}{4}\sin^{-1}\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\sin^{-1}x + c$$



ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.6

$\int x \tan^{-1} x \, dx$ ➤ 1 से 22 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

Q8. $x \tan^{-1} x$

मान लो $f(x) = \tan^{-1} x$

$g(x) = x$

$$\int x \tan^{-1} x \, dx = \tan^{-1} x \int x \, dx - \int \left[\frac{d}{dx} \tan^{-1} x \int x \, dx \right] dx$$

$$= \tan^{-1} x \left(\frac{x^2}{2} \right) - \int \left[\frac{1}{1+x^2} \left(\frac{x^2}{2} \right) \right] dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\tan^{-1}x - \frac{1}{2}\int \frac{x^2}{1+x^2}\,dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\tan^{-1}x - \frac{1}{2}\int \frac{x^2+1-1}{1+x^2}\,dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\tan^{-1}x - \frac{1}{2}\int \left[\frac{1+x^2}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2}\right]dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\tan^{-1}x - \frac{1}{2}\int 1\cdot dx + \frac{1}{2}\int \frac{1}{1+x^2}\,dx$$

$$= \frac{x^2}{2} \tan^{-1} x - \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \tan^{-1} x + c$$



ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.6

$\int x \cos^{-1} x \, dx$ ➤ 1 से 22 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

माना $f(x) = \cos^{-1} x$

$g(x) = x$

Q9. $x \cos^{-1} x$

$$\int x \cos^{-1} x \, dx = \cos^{-1} x \int x \, dx - \int \left[\frac{d}{dx} \cos^{-1} x \cdot \int x \, dx \right] dx$$

$$= \cos^{-1} x \left(\frac{x^2}{2} \right) - \int \left[\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot \frac{x^2}{2} \right] dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\cos^{-1}x - \frac{1}{2}\int \frac{-x^2}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\cos^{-1}x - \frac{1}{2}\int \frac{-x^2+1-1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\cos^{-1}x - \frac{1}{2}\int \left[\frac{1-x^2}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right]dx$$

$$= \frac{x^2}{2}\cos^{-1}x - \frac{1}{2}\int \left[\sqrt{1-x^2} - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right]dx$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{2}$$

$$= \frac{x^2}{2}\cos^{-1}x - \frac{1}{2}\left[\int \sqrt{1-x^2}\,dx - \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx\right]$$

$$= \frac{x^2}{2}\cos^{-1}x - \frac{1}{2}\left[\frac{x}{2}\sqrt{1-x^2} + \frac{1}{2}\sin^{-1}\frac{x}{2} - \sin^{-1}x\right] + c$$

$$= \frac{x^2}{2}\cos^{-1}x - \frac{x}{4}\sqrt{1-x^2} - \frac{1}{4}\sin^{-1}\frac{x}{2} + \frac{1}{2}\sin^{-1}x + c$$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.6

$\int (\sin^{-1}x)^2 dx$ ➤ 1 से 22 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

Q10. $(\sin^{-1}x)^2$

मान $\sin^{-1}x = \theta$

$\Rightarrow x = \sin\theta$

$\Rightarrow dx = \cos\theta\, d\theta$

$\int (\sin^{-1}x)^2 dx = \int \theta^2 \cdot \cos\theta \cdot d\theta$

$$\int \theta^2 \cos\theta \, d\theta = \cos\theta \int \theta^2 \, d\theta - \int \left[-\sin\theta \cdot \int \theta^2 \, d\theta \right] d\theta$$

$$= \cos\theta \left(\frac{\theta^3}{3} \right) + \int \left[\sin\theta \cdot \frac{\theta^3}{3} \right] d\theta$$

$$= \frac{\theta^3}{3} \cos\theta + \frac{1}{3} \int \theta^3 \cdot \sin\theta \, d\theta$$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.6

➤ 1 से 22 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

माना $f(x) = \cos^{-1} x$

$g(x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

Q11. $\frac{x \cos^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}}$

ipca
A dose of life

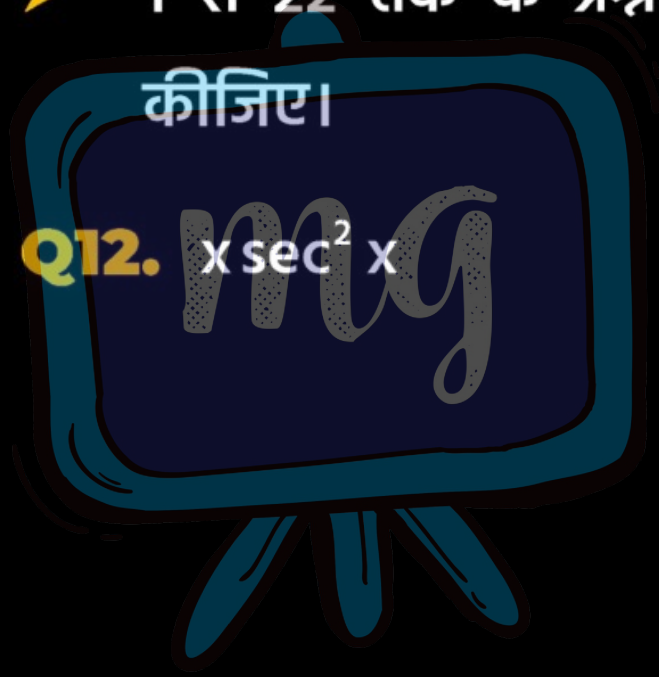
missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.6

➤ 1 से 22 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

$f(x) = \sec^2 x$

$g(x) = x$



Q12. $x \sec^2 x$

प्रश्नावली 7.6

➤ 1 से 22 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

$\int \tan^{-1} x \, dx$

$\int 1 \cdot \tan^{-1} x \, dx$

Q13. $\tan^{-1} x$