

# कक्षा-10 गणित | हिंदी माध्यम

ARJUN BATCH

त्रिकोणमिति  
के कुछ अनुप्रयोग

अध्याय-9, भाग-3



# आज क्या पढ़ेंगे ?

1 प्रश्नावली 9.1

Aim-100  
mg



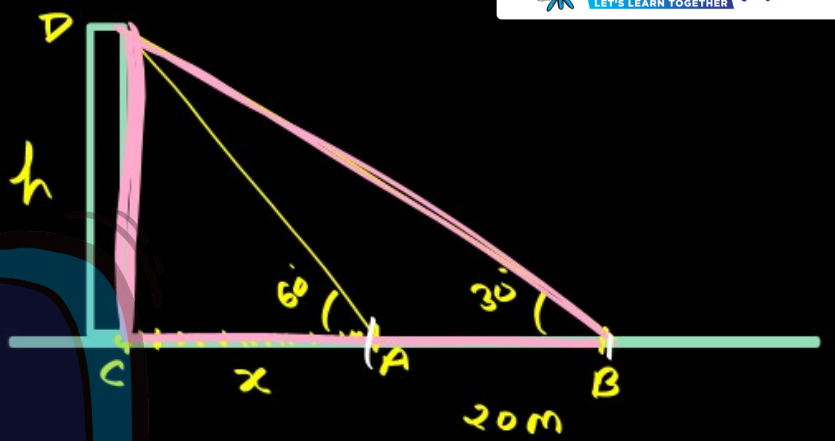
11. एक नहर के एक तट पर एक टीवी टॉवर ऊर्ध्वाधरतः खड़ा है। टॉवर के ठीक सामने दूसरे तट के एक अन्य बिंदु से टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण  $60^\circ$  है। इसी तट पर इस बिंदु से 20m दूर और इस बिंदु को मीनार के पाद से मिलाने वाली रेखा पर स्थित एक अन्य बिंदु से टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण  $30^\circ$  है। (देखिए आकृति)। टॉवर की ऊँचाई और नहर की चौड़ाई ज्ञात कीजिए।



समी. (ii) में  $h$   
का मान रखने पर  
 $x + 20 = \sqrt{3}x (\sqrt{3})$   
 $x + 20 = 3x$   
 $20 = 3x - x$   
 $20 = 2x$   
 $x = 10m$

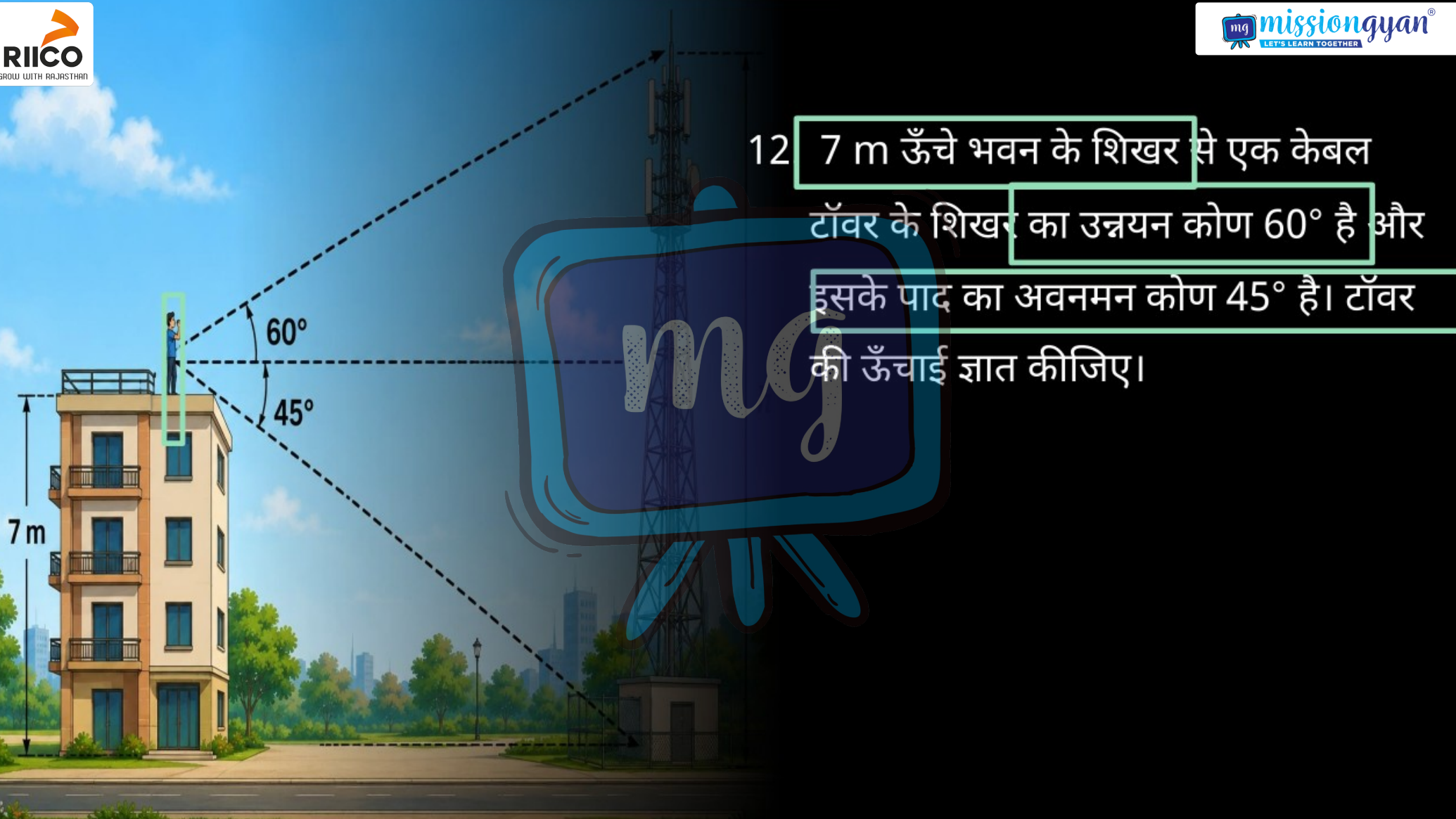
$\sqrt{3} = \frac{h}{x}$   
 $h = \sqrt{3}x$  - (i) ✓

$\Delta ABC$  में  
 $\tan B = \frac{\text{लंब}}{\text{आ.}}$   
 $\tan 30^\circ = \frac{CD}{BC}$   
 $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x + 20}$   
 $x + 20 = h\sqrt{3}$  - (ii)

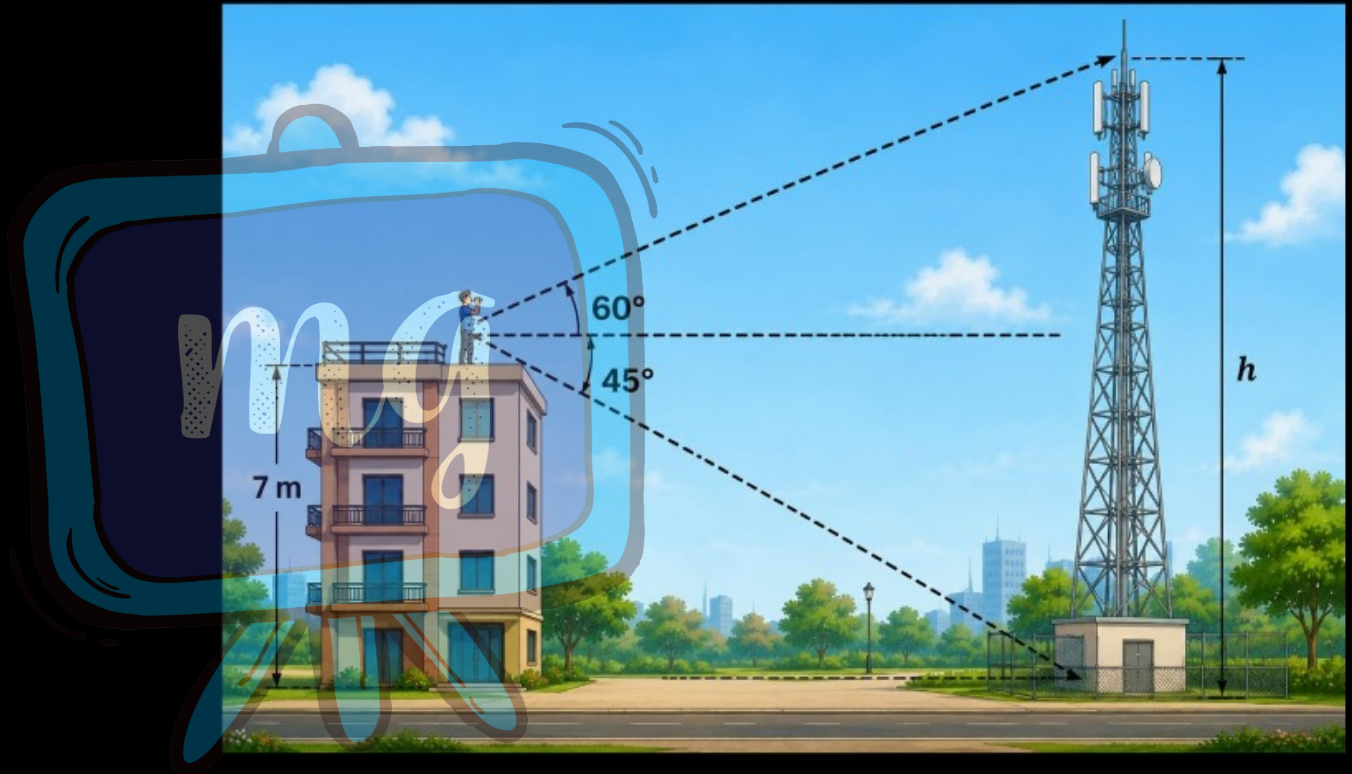


A की दूरी  $\rightarrow$  CD  
 माना जड़ की चौड़ाई =  $x$  m

$\Delta ACD$  में  
 $\tan A = \frac{\text{लं.}}{\text{आ.}}$   
 $\tan 60^\circ = \frac{h}{x}$



12 7 m ऊँचे भवन के शिखर से एक केबल टॉवर के शिखर का उन्नयन कोण  $60^\circ$  है और इसके पाद का अवनमन कोण  $45^\circ$  है। टॉवर की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।



$AC = BD = 7m$

$\Delta BDE$  में,

$\tan B = \frac{\text{लं.}}{\text{आ.}}$

$1 = \frac{CD}{7}$   
 $CD = 7m$

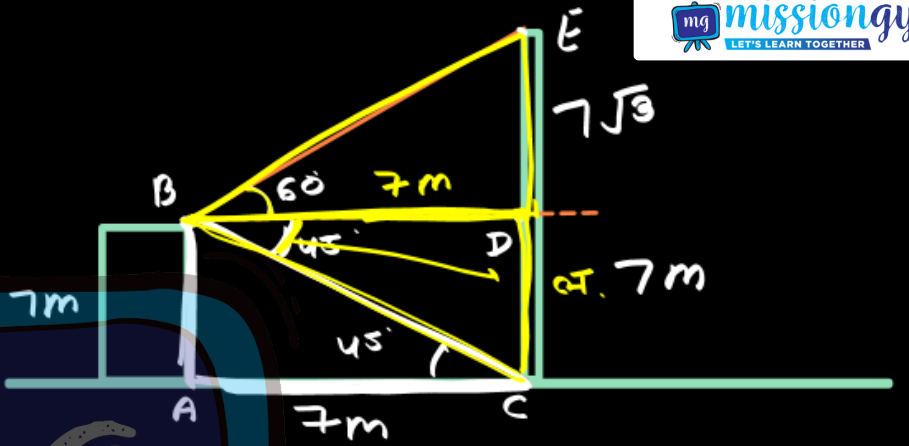
$\tan 60 = \frac{DE}{BD}$

$\sqrt{3} = \frac{DE}{7}$   
 $DE = 7\sqrt{3}m$

$\Delta BDC$  में,

$\tan B = \frac{\text{लं.}}{\text{आ.}}$

$\tan 45 = \frac{CD}{BD}$



भवन की ऊँचाई (AB) = 7m

$\Delta BAC$  में,

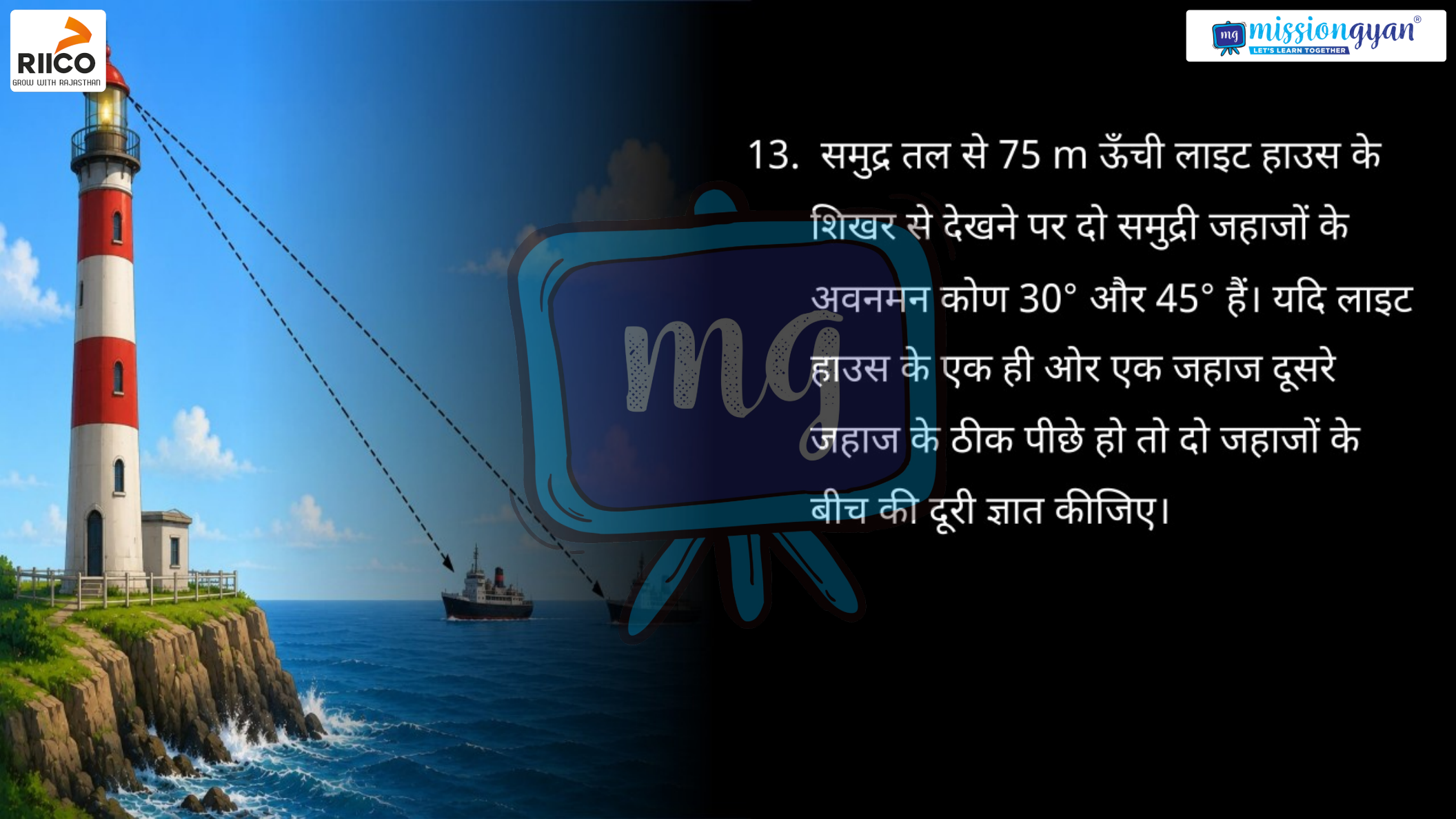
$\tan C = \frac{\text{लं.}}{\text{आ.}}$

$\tan 45 = \frac{AB}{AC}$

$1 = \frac{7}{AC}$   
 $AC = 7m$

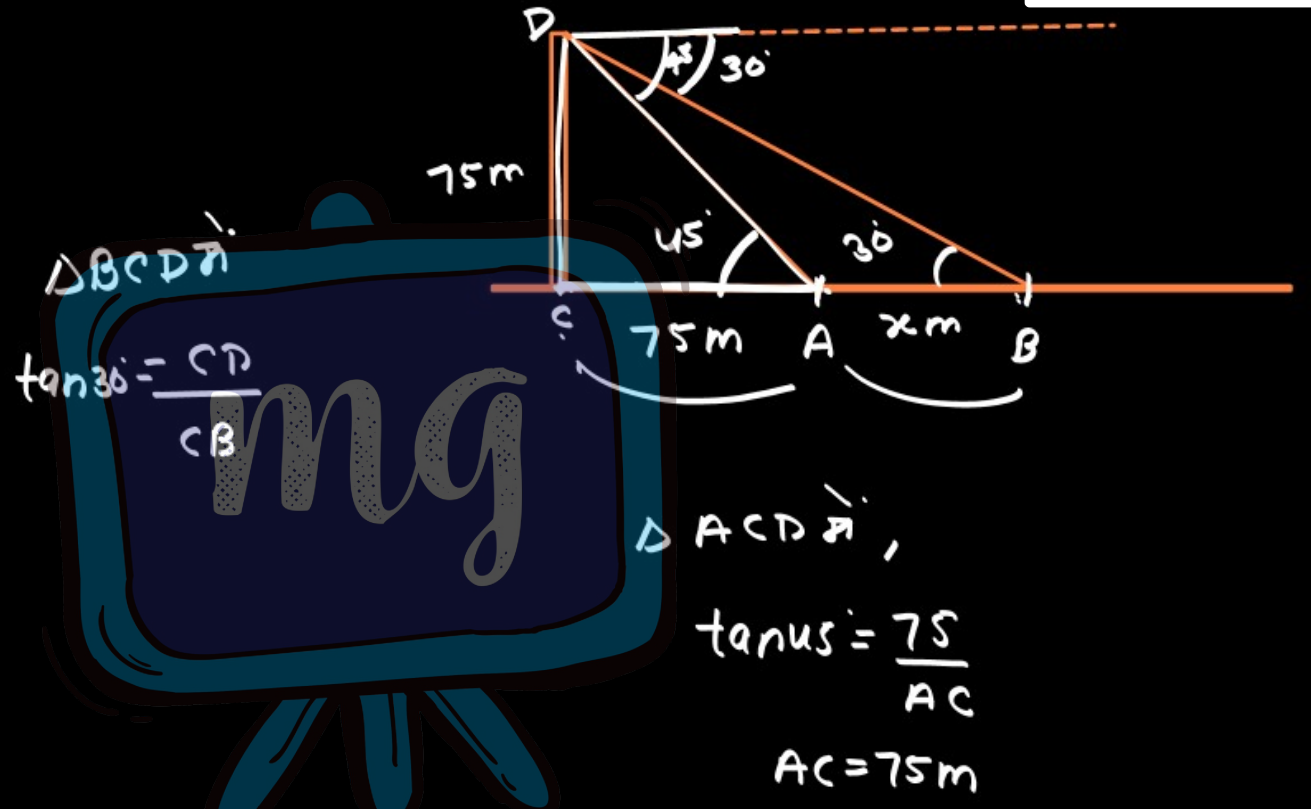


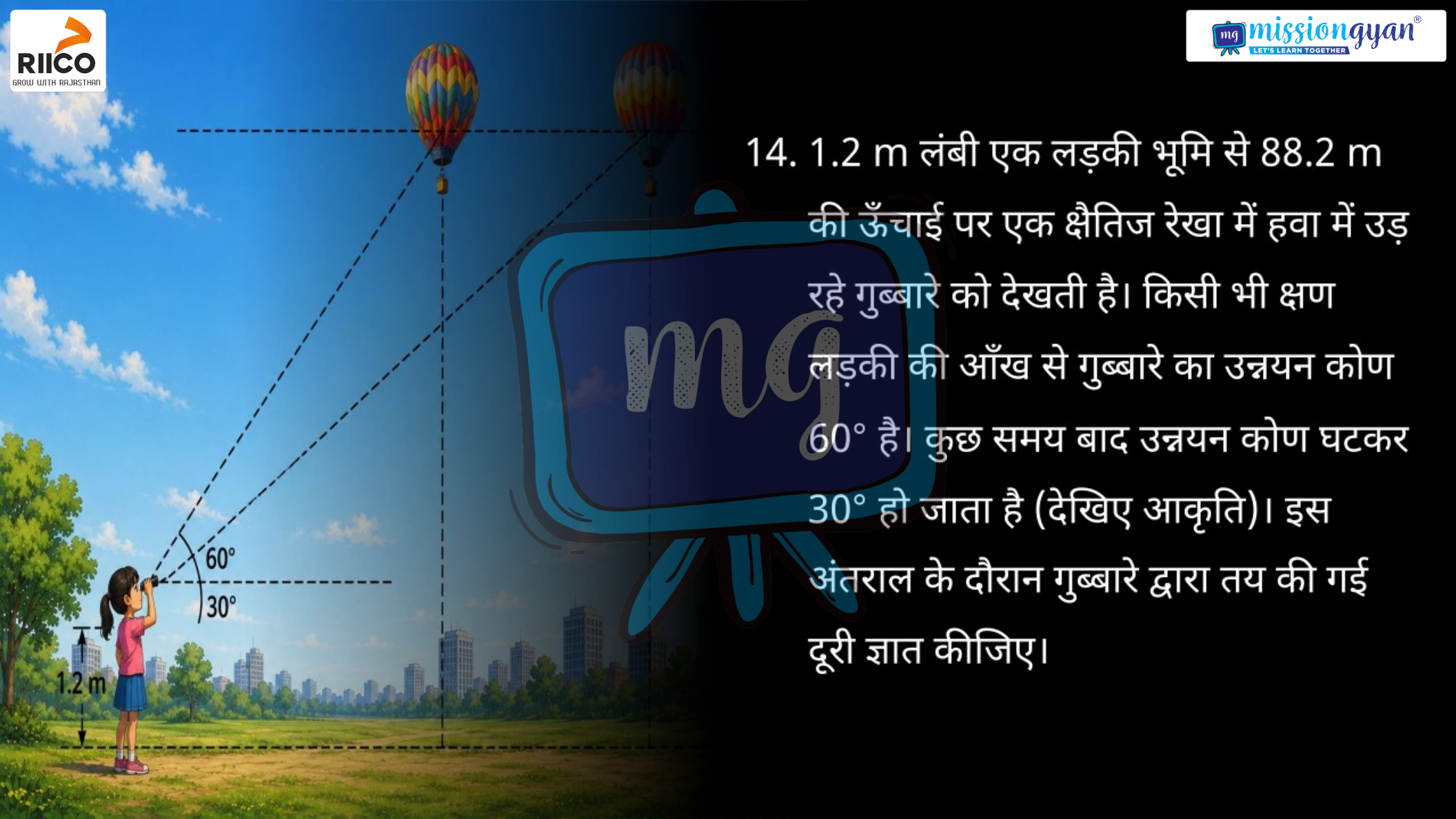
अंतर टावर की ऊ.  $= (7 + 7\sqrt{3})m$   
 $= \underline{7(1 + \sqrt{3})m}$



13. समुद्र तल से 75 m ऊँची लाइट हाउस के शिखर से देखने पर दो समुद्री जहाजों के अवनमन कोण  $30^\circ$  और  $45^\circ$  हैं। यदि लाइट हाउस के एक ही ओर एक जहाज दूसरे जहाज के ठीक पीछे हो तो दो जहाजों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।







14. 1.2 m लंबी एक लड़की भूमि से 88.2 m की ऊँचाई पर एक क्षैतिज रेखा में हवा में उड़ रहे गुब्बारे को देखती है। किसी भी क्षण लड़की की आँख से गुब्बारे का उन्नयन कोण  $60^\circ$  है। कुछ समय बाद उन्नयन कोण घटकर  $30^\circ$  हो जाता है (देखिए आकृति)। इस अंतराल के दौरान गुब्बारे द्वारा तय की गई दूरी ज्ञात कीजिए।



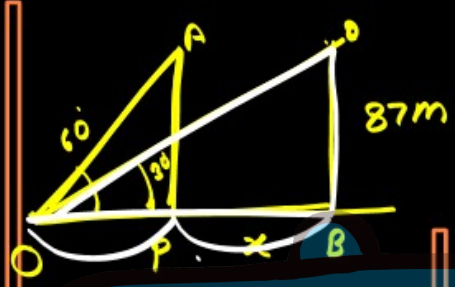
$\Delta OBQ$  में,  
 $\tan \theta = \frac{\text{ल.}}{\text{आ.}}$

$$\tan 30^\circ = \frac{BQ}{OB}$$

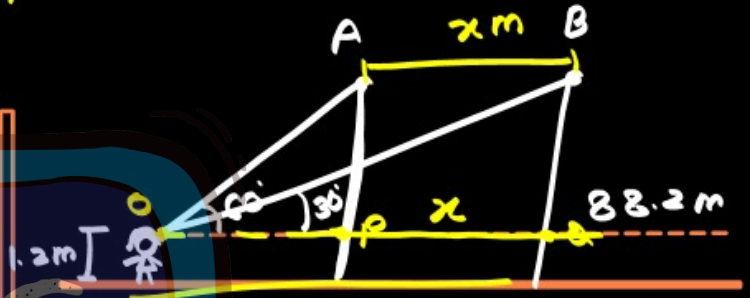
$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{87}{OP + BP}$$

$$OP + BP = 87\sqrt{3}$$

$$\frac{87 + x}{\sqrt{3}}$$



$\Delta OPA$  में,  
 $\tan \theta = \frac{\text{ल.}}{\text{आ.}}$   
 $\tan 60^\circ = \frac{PA}{OP}$   
 $\sqrt{3} = \frac{87}{OP}$   
 $OP = \frac{87}{\sqrt{3}} \text{ m}$



गुब्बारे की शुरुआत से ऊंचाई = 88.2m  
 लड़की की ल. = 1.2m

$$PA = QB = 88.2 - 1.2 \text{ m}$$

$$PA = QB = 87 \text{ m}$$

$$x = 87\sqrt{3} - \frac{87}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$x = 87\sqrt{3} - \frac{\cancel{87}^{\cancel{29}}\sqrt{3}}{\cancel{3}}$$



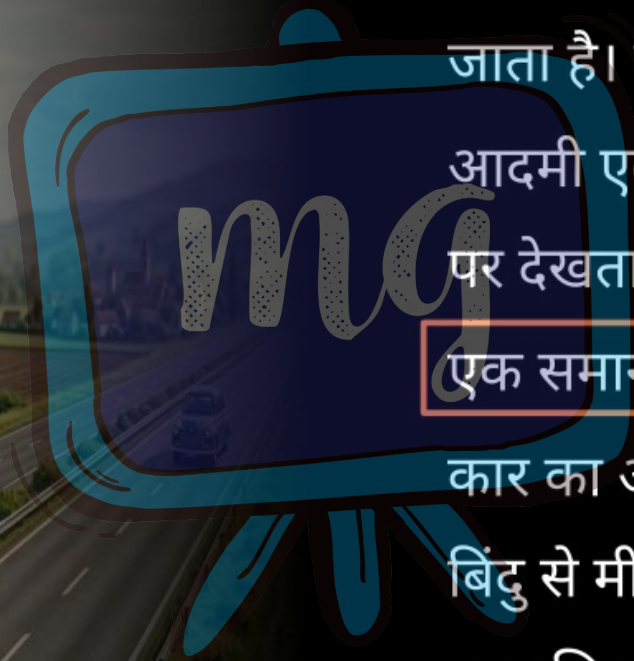
$$x = 87\sqrt{3} - 29\sqrt{3}$$

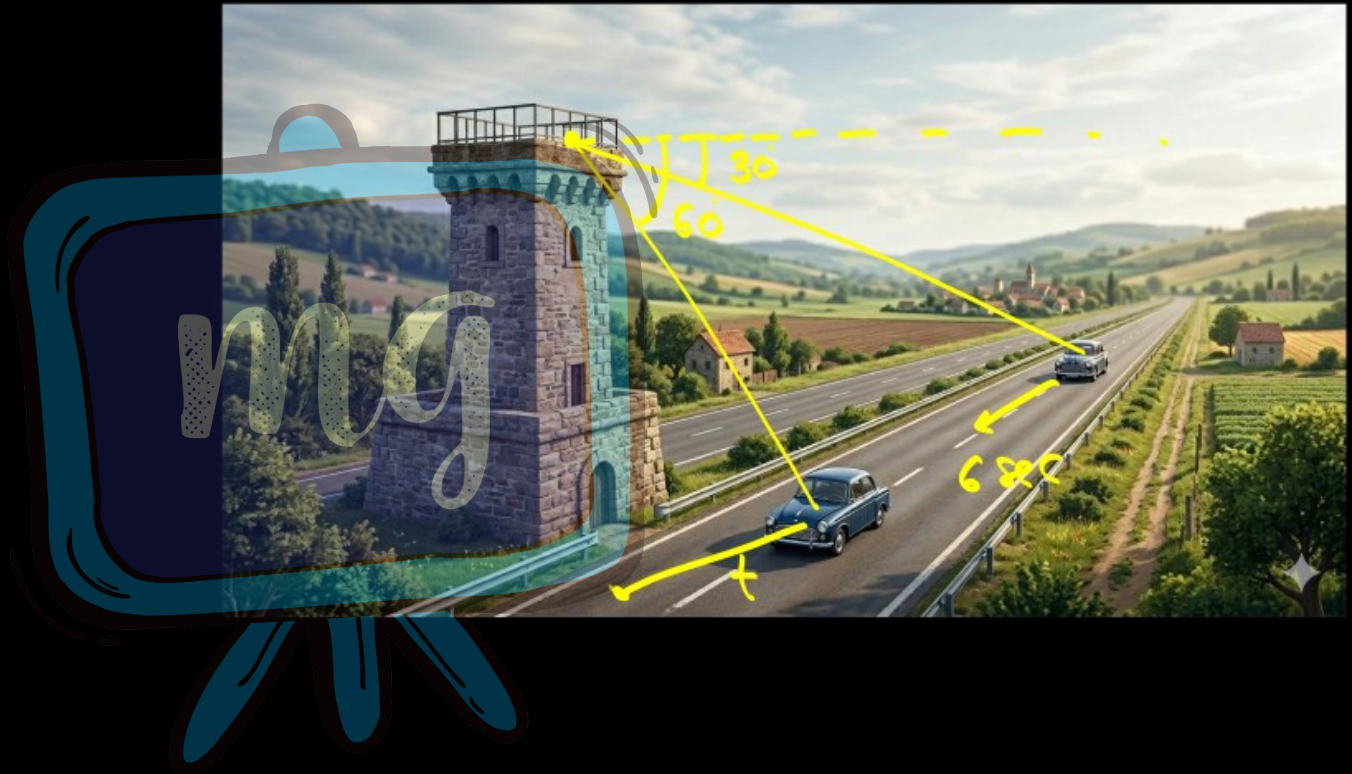
$$x = 58\sqrt{3}$$

गुत्तारे द्वारा चली गई दुरी  $58\sqrt{3}$  म. है।



15. एक सीधा राजमार्ग एक मीनार के पाद तक जाता है। मीनार के शिखर पर खड़ा एक आदमी एक कार को  $30^\circ$  के अवनमन कोण पर देखता है जो कि मीनार के पाद की ओर एक समान चाल से जाता है। छः सेकेंड बाद कार का अवनमन कोण  $60^\circ$  हो गया। इस बिंदु से मीनार के पाद तक पहुँचने में कार द्वारा लिया गया समय ज्ञात कीजिए।





$$V = \frac{AB}{6}$$

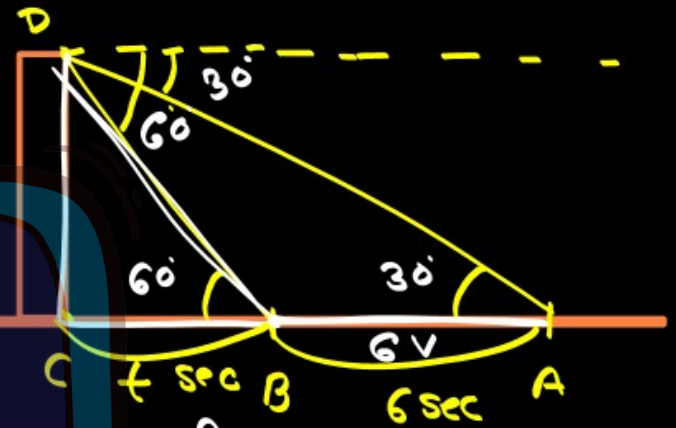
$$AB = 6V \quad \text{--- (i)}$$

B से C तक जाने में लय दुरी

$$\text{घाल} = \frac{\text{दुरी}}{\text{समय}}$$

$$V = \frac{BC}{t}$$

$$BC = Vt \quad \text{--- (ii)}$$



माना की कार v m/s की घाल से t sec में B से C तक पहुँच जाती है।

A से B तक जाने में लय दुरी

$$\text{घाल} = \frac{\text{दुरी}}{\text{समय}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}vt}{6v + vt}$$

$$6v + vt = \sqrt{3}(\sqrt{3}vt)$$

$$v(6+t) = 3vt$$

$$6+t = 3t$$

$$6 = 3t - t$$

$$3 = 2t$$

$$t = 3$$

$\triangle ACD$  में,

$$\tan A = \frac{\text{अ.}}{\text{आ.}}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{CD}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{CD}{AB + BC}$$

CD, AB और BC के मान रखने पर

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}BC}{6v + vt}$$

$\triangle BCD$  में,

$$\tan B = \frac{\text{अ.}}{\text{आ.}}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{CD}{BC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{CD}{BC}$$

$$\sqrt{3}BC = CD$$



6. भारतीय उपमहाद्वीप का व्यापार व वाणिज्य के

अन्तर एशियाई तन्त्रों से जुड़ा होना :- इब्र बतूता

के अनुसार भारतीय उपमहाद्वीप व्यापार व

वाणिज्य के एशियाई तंत्रों से भली भाँति जुड़ा

हुआ था। भारतीय माल की मध्य तथा दक्षिण-

पूर्व एशिया में बहुत अधिक माँग थी जिससे

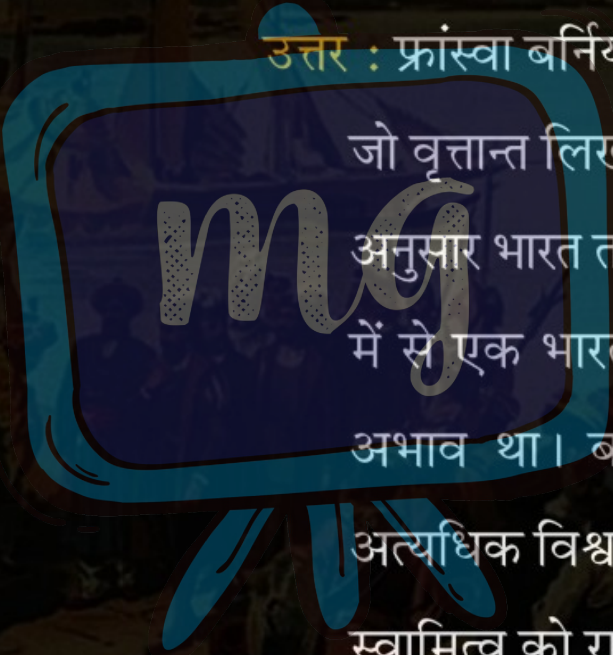
व्यापारियों व शिल्पकारों को बहुत अधिक

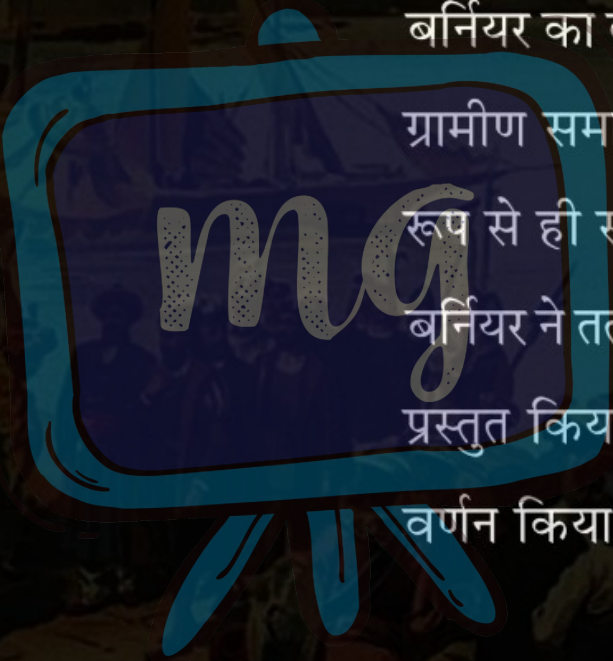
आर्थिक लाभ होता था।

प्रश्न 8. चर्चा कीजिए कि बर्नियर का वृत्तान्त किस सीमा तक इतिहासकारों को समकालीन ग्रामीण समाज को पुनर्निर्मित करने में सक्षम करता है ?



**उत्तर :** फ्रांस्वा बर्नियर ने समकालीन ग्रामीण समाज का जो वृत्तान्त लिखा है वह सर्वथा सत्य नहीं है उसके अनुसार भारत तथा यूरोप के मध्य मूल असमानताओं में से एक भारत में निजी भू-स्वामित्व का सर्वदा अभाव था। बर्नियर का निजी भू-स्वामित्व में अत्यधिक विश्वास था तथा उसने भूमि पर राजकीय स्वामित्व को राज्य तथा उसके निवासियों, दोनों के लिए हानिकारक बताया।





बर्नियर का वृत्तान्त इतिहासकारों को समकालीन  
ग्रामीण समाज को पुननिर्मित करने में आंशिक  
रूप से ही सक्षम करता है, पूर्णरूप से नहीं।  
बर्नियर ने तत्कालीन ग्रामीण समाज का जो वृत्तान्त  
प्रस्तुत किया है, निम्न बिन्दुओं के द्वारा उसका  
वर्णन किया जा रहा है :-

1. भारत में निजी भू-स्वामित्व का अभाव :- बर्नियर

के अनुसार भारत में निजी भू-स्वामित्व का अभाव

था। उसके अनुसार संपूर्ण भूमि का स्वामी मुगल

सम्राट को माना जाता था। सम्राट इस भूमि को

अपने अमीरों में बांट देता था। इस व्यवस्था से

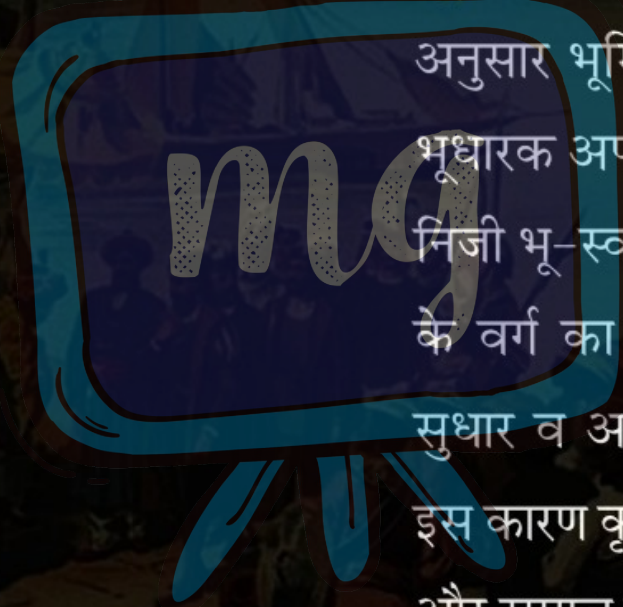
समाज व अर्थव्यवस्था पर नकारात्मक प्रभाव

पड़ता था।

mg

## 2. भू-धारकों पर प्रतिकूल प्रभाव :- बर्नियर के

अनुसार भूमि पर राजकीय स्वामित्व के कारण भूधारक अपने बच्चों को भूमि नहीं दे सकते थे। निजी भू-स्वामित्व के अभाव में बेहतर भूधारकों के वर्ग का उदय नहीं हो पाया, जो भूमि के सुधार व अच्छे रख-रखाव का प्रयास करता। इस कारण कृषि का विनाश, किसानों का उत्पीड़न और समाज के सभी वर्गों के स्तर में पतन हुआ। केवल शासक वर्ग ही ऐसा था जिस पर इस व्यवस्था का कोई प्रभाव नहीं पड़ा।



### 3. भारतीय समाज को दरिद्र लोगों का जनसमूह मानना :-

बर्नियर भारतीय समाज के लोगों को दरिद्र लोगों का जनसमूह मानता था। यह समाज अमीरों व शक्तिशाली शासक वर्ग के अधीन था। उसके अनुसार “भारत में मध्य की स्थिति के लोग नहीं हैं।” अर्थात या तो अमीर लोग हैं या दरिद्र लोग।

#### 4. भूमि पर राज्य के स्वामित्व के साक्ष्य का

अभाव: - बर्नियर के वर्णन में सम्पूर्ण भूमि का स्वामी राज्य या शासक को माना है परन्तु किसी भी सरकारी मुगल दस्तावेजों में ऐसा एक भी साक्ष्य नहीं मिला कि राज्य ही सम्पूर्ण भूमि का एक मात्र स्वामी था।

mg

5. **ग्रामीण समाज का वर्णन वास्तविकता से दूर :-** वास्तव

में बर्नियर का ग्रामीण समाज का वर्णन सच्चाई से बहुत

दूर है। सोलहवीं व सत्रहवीं शताब्दी के ग्रामीण समाज

में चारित्रिक रूप से बड़े पैमाने पर सामाजिक व आर्थिक

अंतर था। एक ओर बड़े जमींदार लोग थे अन्यो में

“अस्पृश्य” भूमिहीन श्रमिक (बलाहार) थे।

इन दोनों के मध्य किसान इसके अलावा छोटे किसान

भी थे जो बहुत मुश्किल से अपना जीवन यापन कर

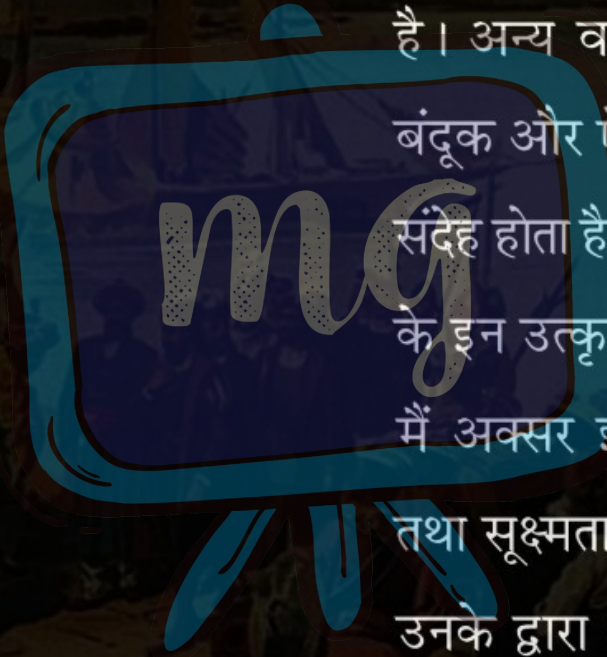
पाते थे।

प्रश्न 9. यह बर्नियर के वृत्तान्त से लिया गया एक

उदाहरण है :-

mg

ऐसे लोगों द्वारा तैयार सुन्दर शिल्पकारी के बहुत उदाहरण हैं, जिनके पास औजारों का अभाव है और जिनके विषय में यह भी नहीं कहा जा सकता है कि उन्होंने किसी निपुण कारीगर से कार्य सीखा है। कभी-कभी वे यूरोप में तैयार वस्तुओं की इतनी निपुणता से नकल करते हैं कि असली और नकली के बीच अन्तर कर पाना मुश्किल हो जाता



है। अन्य वस्तुओं में, भारतीय लोग बेहतरीन बंदूक और ऐसे सुन्दर स्वर्णाभूषण बनाते हैं कि संदेह होता है कि कोई यूरोपीय स्वर्णकार कारीगरी के इन उत्कृष्ट नमूनों से बेहतर बना सकता है। मैं अक्सर इनके चित्रों की सुन्दरता, मृदुलता तथा सूक्ष्मता से आकर्षित हुआ हूँ। उनके द्वारा (बर्नियर) अलिखित शिल्प कार्यों को सूचीबद्ध कीजिए तथा इनकी तुलना अध्याय में वर्णित गतिविधियों से कीजिए।

**उत्तर :** बर्नियर ने इस उदाहरण में सुन्दर स्वर्ण आभूषण निर्माण व

बन्दूकें बनाने आदि शिल्प कला का उल्लेख किया है। उसके

अनुसार भारतीय स्वर्णकार ऐसे सुन्दर सोने के आभूषण बनाते

हैं कि संदेह होता है कि कोई यूरोपीय स्वर्णकार कारीगरी के

इन उत्कृष्ट नमूनों से अच्छा बना सकता है।

राजकीय कारखानों का उल्लेख करते हुए उनमें होने वाले

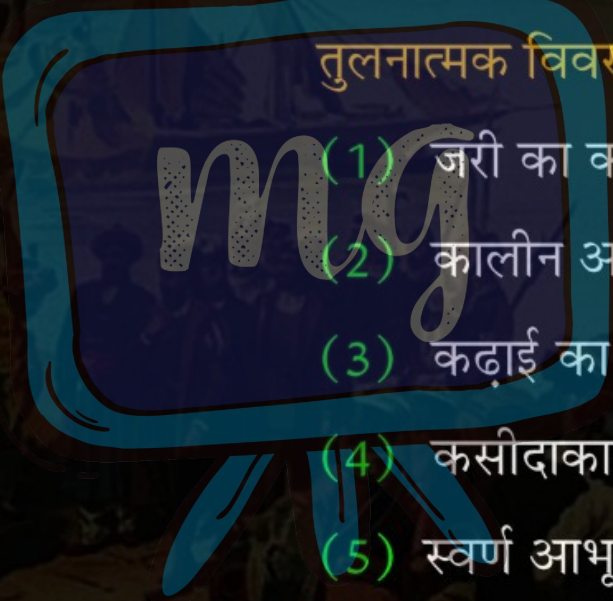
विविध शिल्प गतिविधियों का उल्लेख किया है। शिल्पकार

प्रतिदिन सुबह कारखानों में आते थे तथा दिनभर अपना कार्य

कर शाम को अपने-अपने घर चले जाते थे।

बर्नियर द्वारा अलिखित शिल्पकार्य तथा इनका

तुलनात्मक विवरण :-



- (1) जरी का कार्य
- (2) कालीन अथवा गलीचे का कार्य
- (3) कढ़ाई का कार्य
- (4) कसीदाकारी का कार्य
- (5) स्वर्ण आभूषण का कार्य
- (6) सोने-चाँदी के वस्त्रों का कार्य
- (7) चित्रकारी

(8) बढईगिरी

(9) खरादी

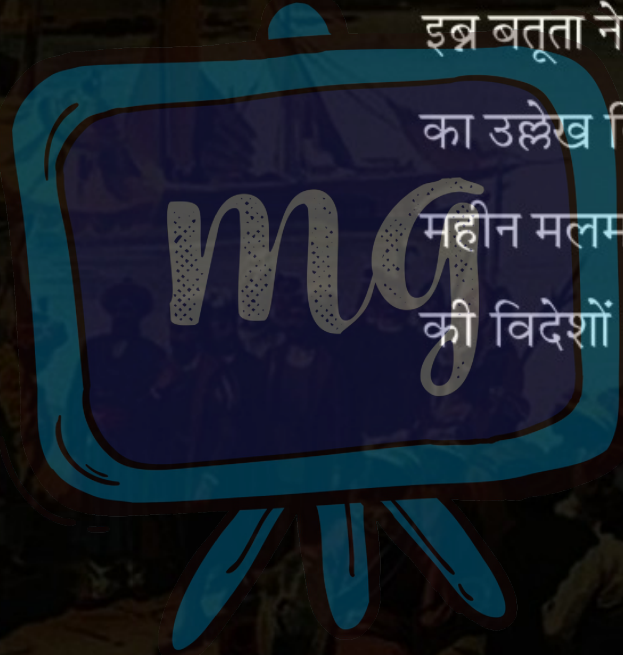
(10) कपड़े सीना

(11) जूते बनाना

(12) रेशम, बारीक मलमल के वस्त्र निर्माण

बर्नियर के अलावा इब्र बतूता जो मोरक्को से भारत आया था, ने भी भारतीय वस्तुओं की अत्यधिक प्रशंसा की है।

इब्र बतूता ने यहां चलने वाली शिल्प गतिविधियों का उल्लेख किया है। उसके अनुसार सूती वस्त्र, महीन मलमल, रेशम के वस्त्र, जरी साटन आदि की विदेशों में बहुत मांग थी।





\* \* \*

10. विश्व के सीमारेखा मानचित्र पर उन देशों को चिन्हित कीजिए जिनकी यात्रा इब्र बतूता ने की थी। कौन-कौन से समुद्रों को उसने पार किया होगा।

उत्तर : इब्र बतूता ने जिन देशों की यात्रा की :-  
(मोरक्को उत्तरी अफ्रीका - मूल देश)

- ❖ मोरक्को
- ❖ सीरिया
- ❖ सुल्तान
- ❖ सिन्ध
- ❖ चीन
- ❖ सुमात्रार (इंडोनेशिया)
- ❖ पूर्वी अफ्रीका
- ❖ इराक
- ❖ कन्धार
- ❖ भारत
- ❖ श्रीलंका

✍ इब्र बतूता ने जिन महासागरों को पार किया होगा—

- ◆ अरब सागर
- ◆ लाल सागर
- ◆ हिन्द महासागर

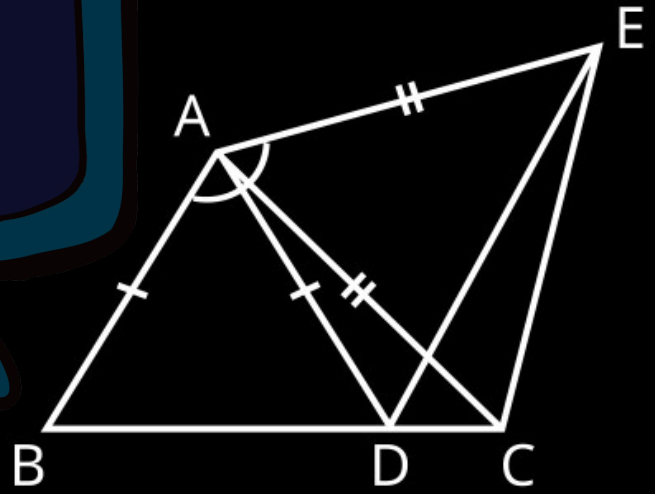
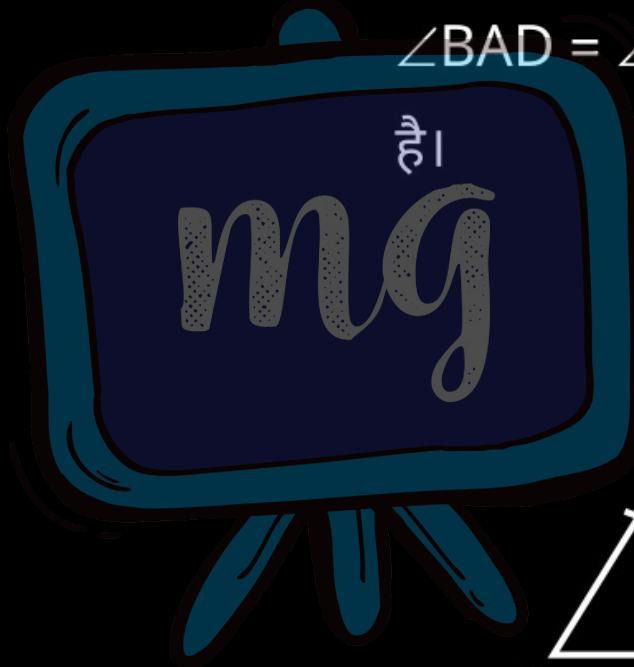




(ii)  $BP = BQ$  है, अर्थात् बिंदु B कोण की भुजाओं से समदूरस्थ है



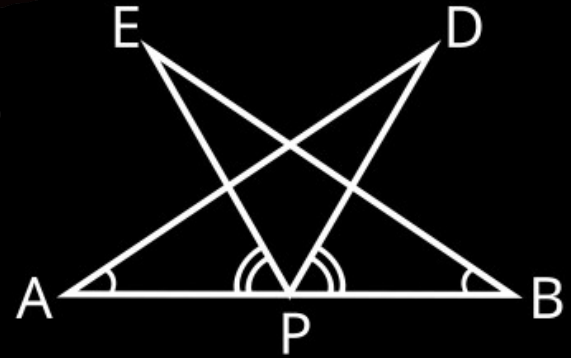
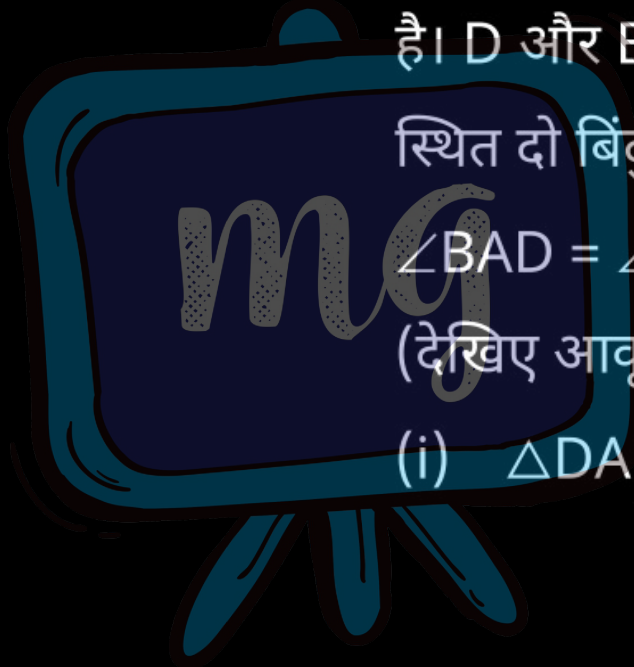
6. आकृति में,  $AC = AE$ ,  $AB = AD$  और  $\angle BAD = \angle EAC$  है। दर्शाइए कि  $BC = DE$



7. AB एक रेखाखंड है और P इसका मध्य-बिंदु है। D और E रेखाखंड AB के एक ही ओर स्थित दो बिंदु इस प्रकार हैं कि

$\angle BAD = \angle ABE$  और  $\angle EPA = \angle DPB$  है।  
(देखिए आकृति)। दर्शाइए कि

(i)  $\triangle DAP \cong \triangle EBP$

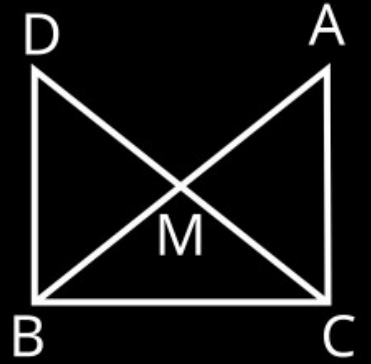


(ii)  $AD = BE$

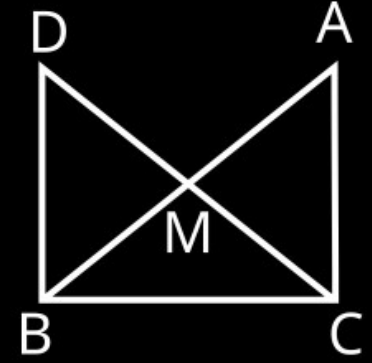


8. एक समकोण त्रिभुज ABC में, जिसमें कोण C समकोण है. M कर्ण AB का मध्य-बिंदु है। C को M से मिलाकर D तक इस प्रकार बढ़ाया गया है कि  $DM = CM$  है। बिंदु D को बिंदु B से मिला दिया जाता है (देखिए आकृति)। दर्शाइए कि

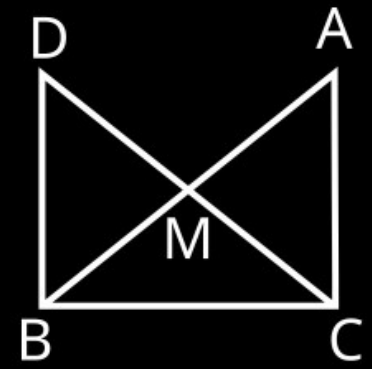
(i)  $\triangle AMC \cong \triangle BMD$



(ii)  $\angle DBC$  एक समकोण है



(iii)  $\triangle DBC \cong \triangle ACB$



$$(iv) CM = \frac{1}{2} AB$$

