KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा – 12

गणित

संबंध एवं फलन

अध्याय – 1

भाग - 3

संबंध

By : Rajendra Yadav Sir

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण - 4

➤ सिद्ध कीजिए कि समुच्चय {1, 2, 3,} में R = {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)} द्वारा प्रद्धत्त संबंध स्वतुल्य है, परन्तु न तो सममित है और नहीं संक्रामक हैं।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

यहाँ $A = \{1, 2, 3\}$

तथा $R = \{(1,1), (2,2), (3,3), (1,2), (2,3)\}$

अब, $(1,1) \in R$, $(2,2) \in R$ व $(3,3) \in R$ हैं.

$\Rightarrow$ R एक स्वतुल्य संबंध हैं।

पुनः यहाँ $(1,2) \in R$ परन्तु $(2,1) \notin R$

$\Rightarrow$ R एक सममित संबंध हैं।

इसीप्रकार, यहाँ $(1,2) \in R$ व $(2,3) \in R$

परन्तु $(1,3) \notin R$

$\Rightarrow$ R संक्रामक संबंध नहीं हैं।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण - 5

➤ सिद्ध कीजिए कि पूर्णांको के समुच्चय Z में R = {(a, b) : संख्या 2, (a –b) को विभाजित करती है} द्वारा प्रदत्त संबंध एक तुल्यता संबंध है।

यहाँ Z एक पूर्णांको का समुच्चय है।

यहाँ $\forall a \in Z$: $(a, a) \in R \Rightarrow (a-a)$, 2 से विभाजित होगा।

$\Rightarrow$ R एक स्वतुल्य संबंध है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

पुन: $(a, b) \in R \Rightarrow (a-b)$, 2 से विभाजित होता है।

$\Rightarrow -(a-b)$, 2 से विभाजित होगा।

$\Rightarrow (b-a)$, 2 से विभाजित होगा।

$\Rightarrow (b, a) \in R$

अत: R एक सममित संबंध है।

इसीप्रकार,

माना $(a, b) \in R \Rightarrow (a-b)$, 2 से विभाजित होता है।

[$(a-b)$ एक सम संख्या है।]

KOLORS make life better

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

तथा $(b,c) \in R \Rightarrow (b-c)$, 2 से विभाजित होता है।

[$(b-c)$ एक सम संख्या है।]

अब, $(a-b)+(b-c)$ भी एक सम संख्या होगी अतः यह भी 2 से विभाजित होगी।

$\Rightarrow a-b+b-c$

$\Rightarrow (a-c)$ भी 2 से विभाजित होगा।

$\Rightarrow (a,c) \in R \Rightarrow R$ एक संक्रामक संबंध है।

अतः R एक तुल्यता संबंध है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण - 6

मान लीजिए कि समुच्चय A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} में R = {(a, b) : a तथा b दानों ही या तो विषम हैं या सम हैं} द्वारा परिभाषित एक संबंध है। सिद्ध कीजिए कि R एक तुल्यता संबंध है। साथ ही सिद्ध कीजिए कि उपसमुच्चय {1, 3, 5, 7} के सभी अवयव एक दूसरे से संबंधित है, और उपसमुच्चय {2, 4, 6} के सभी अवयव एक-दूसरे से संबंधित है, परन्तु

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण - 6

उपसमुच्चय {1, 3, 5, 7} का कोई भी अवयव उपसमुच्चय {2, 4, 6} के किसी भी अवयव से संबंधित नहीं है।

यहाँ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

तथा $R = \{(a, b) : a$ तथा b दोनों ही यातो विषम हैं या सम हैं।$\}$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अब, $(a, a) \in R \Rightarrow a$ या तो विषम है या सम है।

$\Rightarrow$ यह संबंध स्वतुल्य है।

पुनः $(a, b) \in R \Rightarrow a$ तथा b या तो विषम है या सम है।

$\Rightarrow b$ तथा a या तो विषम है या सम है।

$\Rightarrow (b, a) \in R$

$\Rightarrow$ यह संबंध सममित है।

इसीप्रकार, माना $(a, b) \in R \Rightarrow a$ तथा b या विषम है या सम है।

तथा $(b, c) \in R \Rightarrow b$ तथा c या तो विषम है या सम है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$\Rightarrow$ a, b, c या तो विषम होंगे या सम होंगे।

$\Rightarrow$ a, c या तो विषम होंगे या सम होंगे।

$\Rightarrow (a, c) \in R$

$\Rightarrow$ R एक सम्बन्ध है।

अतः R एक तुल्यता सम्बंध है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अब, उपसमुच्चय $\{1, 3, 5, 7\}$ के सभी अवयव विषम हैं।

अतः ये सभी अवयव एक-दूसरे से संबंधित होंगे।

तथा उपसमुच्चय $\{2, 4, 6\}$ के सभी अवयव सम हैं।

अतः ये सभी अवयव एक-दूसरे से संबंधित होंगे।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

इसीप्रकार, उपसमुच्चय $\{1,3,5,7\}$ का कोई भी अवयव उपसमुच्चय $\{2,4,6\}$ के किसी भी अवयव से संबंधित नहीं है क्योंकि $\{1,3,5,7\}$ के सभी अवयव विषम हैं तथा $\{2,4,6\}$ के सभी अवयव सम हैं।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.1

Q1. निर्धारित कीजिए कि क्या निम्नलिखित संबंधों में से प्रत्येक स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक हैं :

(i) समुच्चय A = {1, 2, 3, ..., 13, 14} में संबंध इस प्रकार परिभाषित है कि R = {(x, y) : 3x – y = 0}

यहाँ $A = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14\}$

तथा $R = \{(x,y) : 3x - y = 0\}$

यहाँ $3x - y = 0 \Rightarrow y = 3x$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अत: $R = \{(1,3), (2,6), (3,9), (4,12)\}$

अब, यहाँ $(1,1) \notin R \Rightarrow R$ एक स्वतुल्य संबंध नहीं है।

पुन: यहाँ $(1,3) \in R$ परन्तु $(3,1) \notin R$

$\Rightarrow$ यह एक सममित संबंध नहीं है।

इसीप्रकार, $(1,3) \in R$ तथा $(3,9) \in R$

परन्तु $(1,9) \notin R$

$\Rightarrow$ यह एक संक्रामक संबंध नहीं है।