कक्षा-10

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म

Pair of Linear Equations in two Variables

अध्याय - 3

भाग - 1

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय

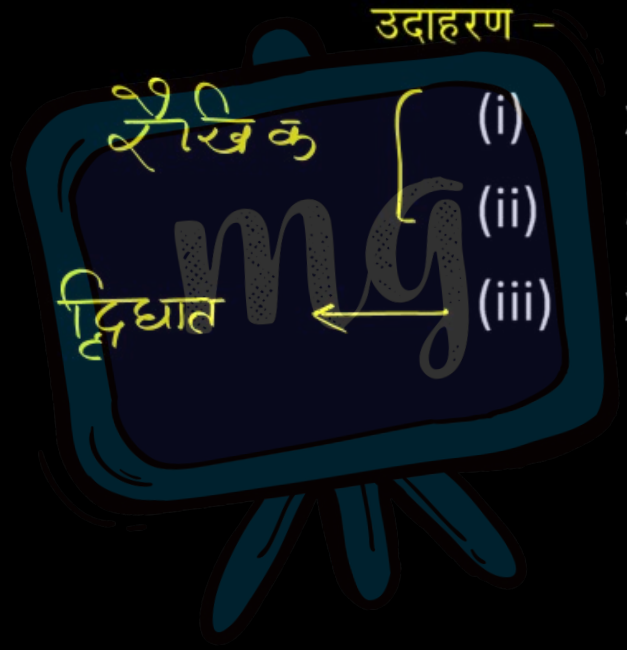
By : Rajendra Yadav Sir

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय

समीकरण

- एक गणितिय सम्बन्ध को समीकरण कहते है यदि यह ज्ञात राशियों (अचर) तथा अज्ञात राशियों (चर) के मध्य समानता (=) को प्रदर्शित करता है।

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय

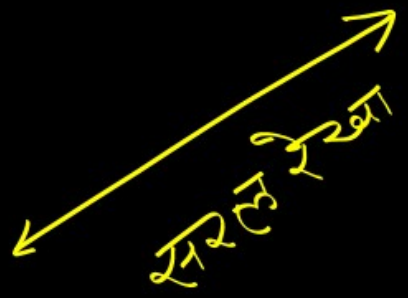


दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय

रैखिक समीकरण

एक समीकरण को रैखिक समीकरण कहते हैं यदि इसमें प्रयुक्त सभी चरों की घात 1 हो।

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय



उदाहरण –

रैखिक द्विघात

(i) $2x' + y' = 14$

(ii) $3x' - y' + z' = 55$

(iii) $x^2 - 4x + 4 = 0$

ध्यान दें

- कोई भी रैखिक समीकरण ज्यामितीय रूप से एक सरल रेखा को निरूपित करता है।

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय

दो चरों वाला रैखिक समीकरण

- एक समीकरण जिसमें दो चर विद्यमान हो तथा प्रत्येक चर की घात 1 हो, दो चरों वाला रैखिक समीकरण अथवा द्विचर रैखिक समीकरण कहलाता हैं।

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय

दो चरों वाले रैखिक समीकरण का मानक रूप निम्न है –

$$ax + by + c = 0$$

$$a \neq 0, b \neq 0$$

यहाँ a, b तथा c तीनों वास्तविक संख्याएँ है

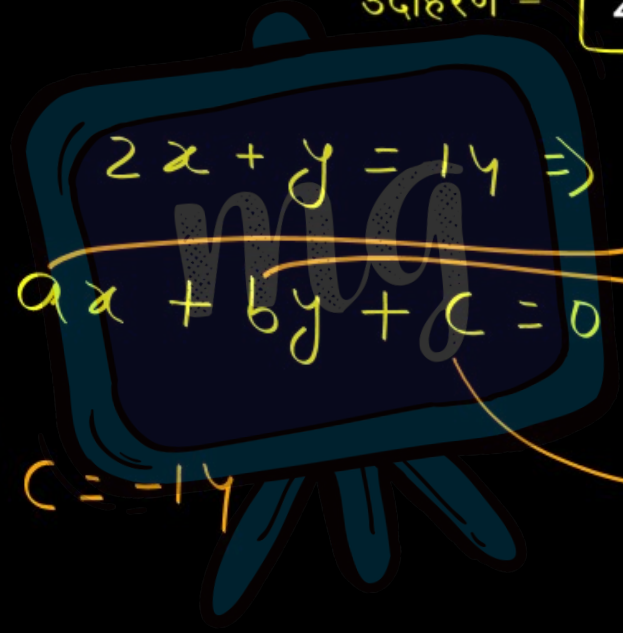
तथा $a^2 + b^2 \neq 0$

अर्थात्

a तथा b दोनों एक साथ शून्य नहीं है।

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय

उदाहरण – $2x + y = 14$



$2x + y = 14 \Rightarrow 2x + 1y - 14 = 0$

$ax + by + c = 0$

$a = 2$

$b = 1$

$c = -14$

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय

द्विचर रैखिक समीकरण का हल

माना $Ax + By + C = 0$ एक द्विचर रैखिक समीकरण है, तब x तथा y के वे मान जो इस समीकरण को सन्तुष्ट करते हैं, इस द्विचर रैखिक समीकरण के हल कहलाते है।

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय

$x + y - 4 = 0$

$\Rightarrow x + y = 4$

यदि $x = 0$ हो :

$0 + y = 4$

$\Rightarrow \boxed{y = 4}$

$(0, 4)$

बिन्दु

उदाहरण – $x + y - 4 = 0$ के हल ज्ञात कीजिए।

यदि $y = 1$ हो :-

$x + 1 = 4$

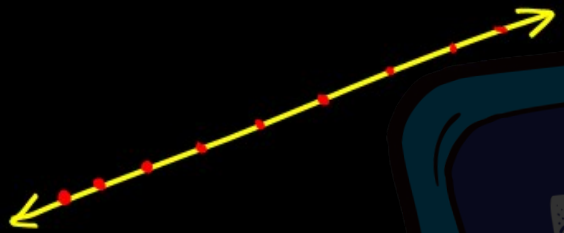
$\Rightarrow x = 4 - 1$

$\boxed{x = 3}$

$(3, 1)$

बिन्दु

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय



टिप्पणी –

- द्विचर रैखिक समीकरण का प्रत्येक हल इसके द्वारा निरुपित सरल रेखा के एक बिन्दु की स्थिति को व्यक्त करता है तथा इसका विलोम भी सत्य है।
- द्विचर रैखिक समीकरण के अनन्त हल विद्यमान होते है।

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय

दो चरों वाला रैखिक समीकरण युग्म

दो द्विचर रैखिक समीकरणों

$$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$$

$$a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$$

को सम्मिलित रूप से, द्विचर रैखिक समीकरण युग्म अथवा द्विचर रैखिक समीकरण निकाय कहा जाता है।

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय

ध्यान दें

- यहाँ a_1, b_1, c_1 तथा a_2, b_2, c_2 सभी वास्तविक संख्याएँ है

  तथा

  $a_1^2 + b_1^2 \neq 0$ तथा $a_2^2 + b_2^2 \neq 0$

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय

1)  प्रतिच्छेदी

2)  समान्तर

3)  संपाती

द्विचर रैखिक समीकरण युग्म का ज्यामितीय अर्थ

माना कि

$a_1 x + b_1 y + c_1 = 0$ सरल रेखा

$a_2 x + b_2 y + c_2 = 0$ सरल रेखा

एक द्विचर समीकरण निकाय है अतः इसमें प्रत्येक समीकरण एक सरल रेखा को निरुपित करता है। अतः द्विचर रैखिक समीकरण युग्म अथवा द्विचर रैखिक समीकरण निकाय 'सरल रेखा युग्म' को निरुपित करता है।

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय

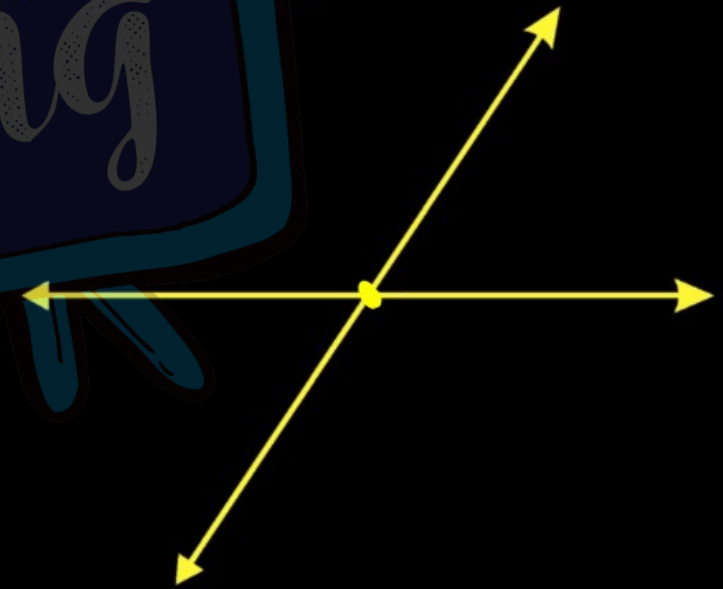
टिप्पणी –

किसी भी द्विचर रैखिक समीकरण युग्म द्वारा निरुपित सरल रेखा युग्म के लिए निम्न तीन स्थितियाँ संभावित हैं–

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय

स्थिति (i) प्रतिच्छेदी रेखाएँ

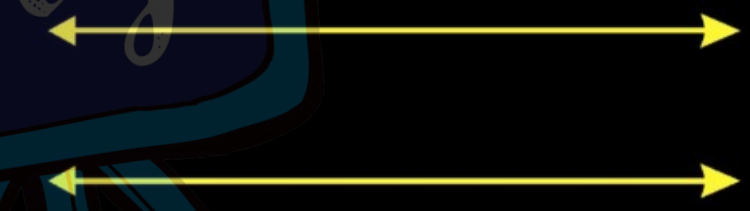
केवल एक हल विद्यमान होगा।



दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय

स्थिति (ii) समान्तर रेखाएँ

कोई हल विद्यमान नहीं होगा।



ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म-परिचय

स्थिति (iii) संपाती रेखाएँ

अनन्त हल
विद्यमान होंगे।



ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

- अखिला अपने गाँव के एक मेले में गई। वह एक चरखी (Giant wheel) की सवारी करना चाहती थी और हूपला (Hoopla) [एक खेल जिसमें आप एक स्टाल में रखी किसी वस्तु पर एक वलय (ring) को फेंकते हैं और यदि वह वस्तु को पूर्णरूप से घेर ले, तो आपको वह वस्तु मिल जाती है] खेलना चाहती थी। जितनी बार उसने हूपला खेल खेला वह उससे आधा है जितनी बार उसने

माना चरखी की सवारी = x बार

व हूपला खेल = y बार

प्रश्नानुसार :

$$x = 2y \quad \text{—— (1)}$$

तथा $3x + 4y = 20$ —— (2)

चरखी की सवारी की। यदि प्रत्येक बार की सवारी के लिए उसे ₹ 3 तथा हूपला खेलने के लिए ₹ 4 खर्च करने पड़े, तो आप कैसे ज्ञात करेंगे कि उसने कितनी बार चरखी की सवारी की और कितनी बार हूपला खेला, जबकि उसने इसके लिए कुल ₹ 20 खर्च किए?

बीजगणितीय निरूपण :

$x = 2y$

तथा $3x + 4y = 20$

उदाहरण 1. हम अनुच्छेद 3.1 में दिया गया उदाहरण लेते हैं। अखिला मेले में ₹20 लेकर जाती है और वह चरखी की सवारी करना तथा हूपला खेल खेलना चाहती है। इन स्थितियों को बीजगणितीय तथा ग्राफीय (ज्यामितीय) रूपों में व्यक्त कीजिए।

ग्राफीय निरूपण :

$x = 2y$ —— ①

यदि $x = 0$ हो :

$0 = 2y$

$\Rightarrow y = 0$

x	0	2
y	0	1

यदि $y = 1$ हो :

$x = 2 \times 1$

$x = 2$

$3x + 4y = 20$ —— ②

यदि $x = 0$ हो :

$0 + 4y = 20$

$\Rightarrow y = \frac{20}{4} = 5$

यदि $y = 2$ हो :

$3x + 4 \times 2 = 20$

$3x = 20 - 8 = 12$

$x = \frac{12}{3} = 4$

x	0	4
y	5	2

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

