KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा-10

बहुपद

Polynomials

अध्याय - 2

भाग - 2

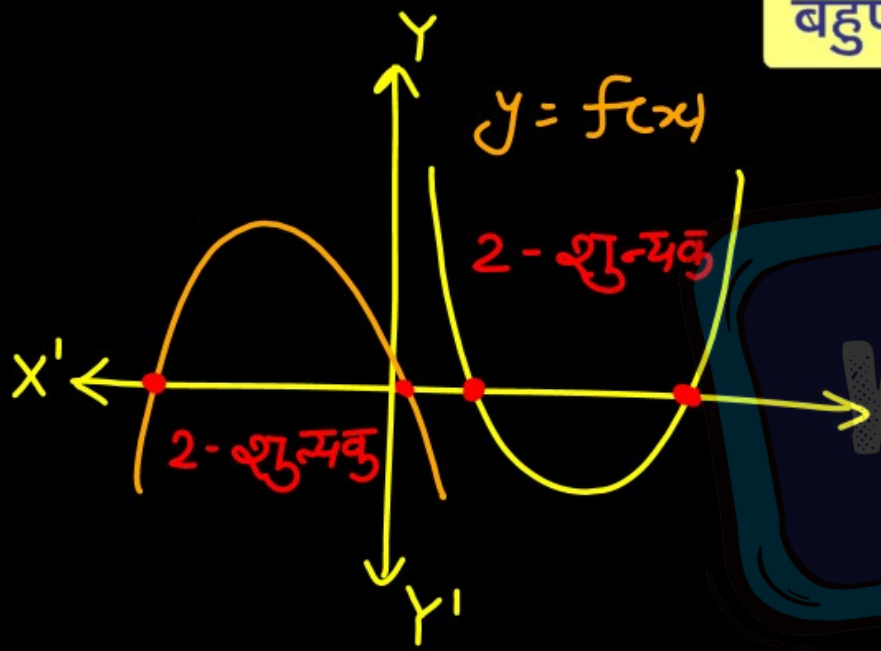
बहुपद

By : Rajendra Yadav Sir

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक



द्विघात बहुपद का आलेख

- माना $y = f(x)$ एक द्विघात बहुपद है तब $y = f(x)$ का आलेख (ग्राफ) एक परवलय को निरूपित करता है।
- यदि $y = f(x)$ एक द्विघात बहुपद है तब $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ के रूप में होगा।
- यदि $y = f(x)$ एक द्विघात बहुपद है तब इसके दो शून्यक होंगे।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

उदाहरण : निम्न द्विघात बहुपद का आलेखिय निरूपण कीजिये।

$$f(x) = x^2 - 3x - 4$$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$y=x^2-3x-4$	6	0	-4	-6	-6	-4	0	6	14

$f(x) = x^2 - 3x - 4$

$f(-2) = (-2)^2 - 3(-2) - 4$

$= 4 + 6 - 4 = 6$

$f(-1) = (-1)^2 - 3(-1) - 4$

$= 1 + 3 - 4 = 0$

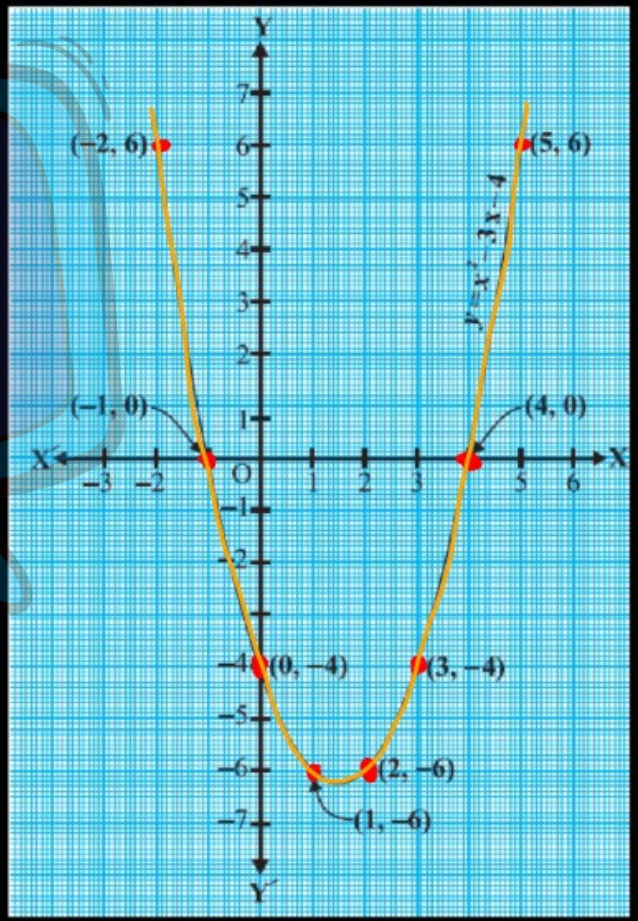
$f(3) = (3)^2 - 3(3) - 4$

$= 9 - 9 - 4 = -4$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

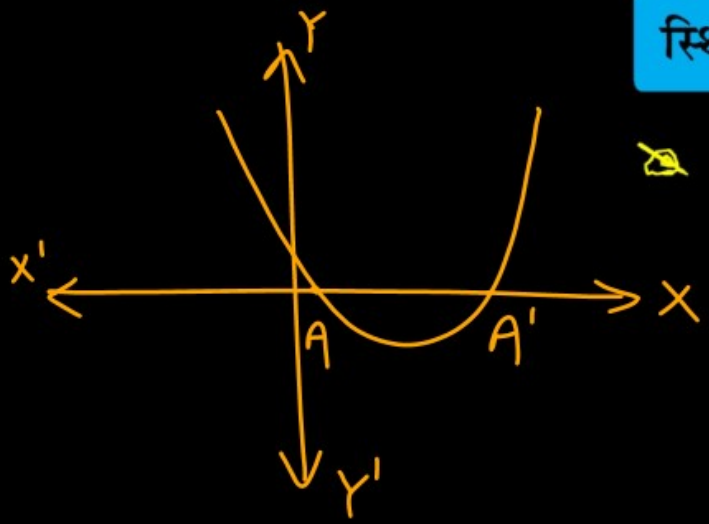
- $y = ax^2 + bx + c$ के ग्राफ के आकार का प्रेक्षण करने से तीन निम्नलिखित स्थितियाँ संभावित हैं।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

स्थिति (i)

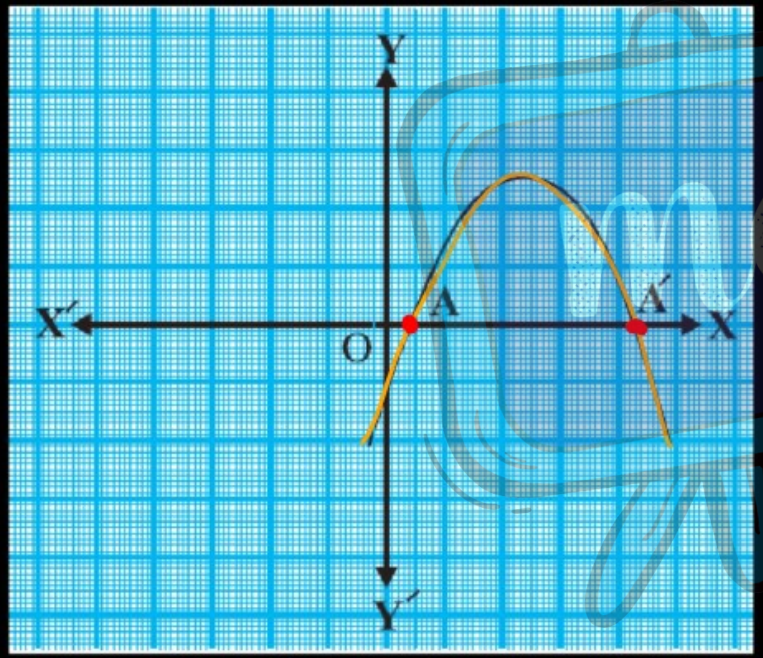


- यहाँ ग्राफ x-अक्ष को दो भिन्न बिंदुओं A और A' पर काटता है।
- इस स्थिति में, A और A' के x – निर्देशांक द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के दो शून्यक हैं

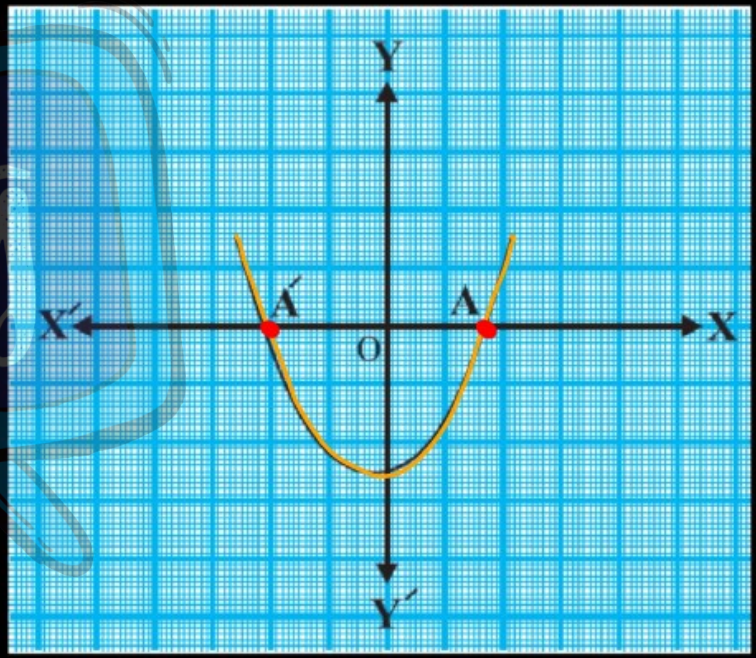
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक



(i)



(ii)

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

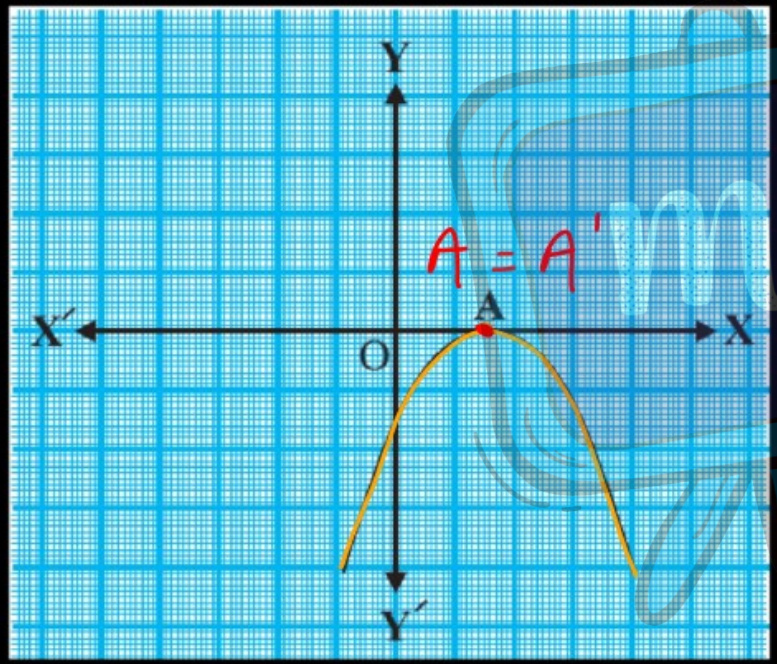
स्थिति (ii)

- यहाँ ग्राफ x-अक्ष को केवल एक बिंदु पर, अर्थात् दो संपाती बिंदुओं पर काटता है। इसलिए, स्थिति (i) के दो बिंदु A और A' यहाँ पर संपाती होकर एक बिंदु A हो जाते हैं।

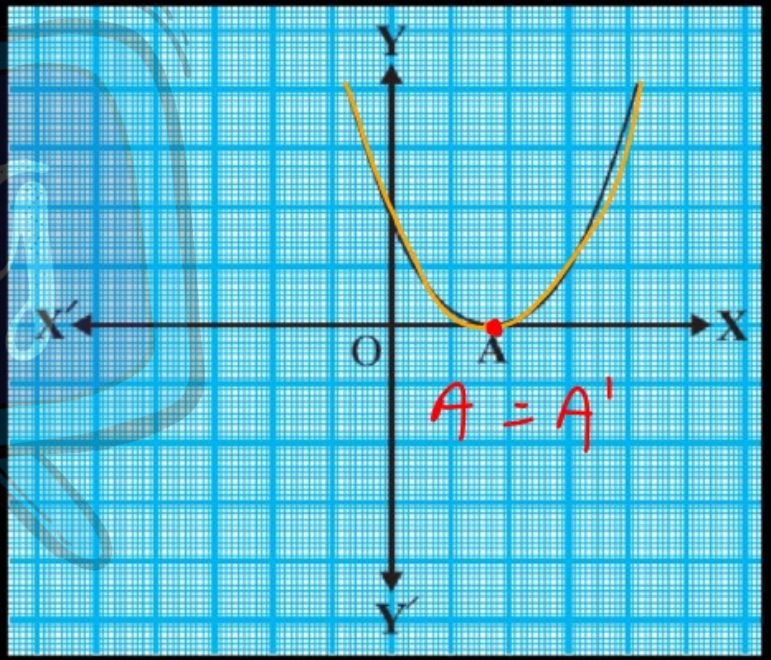
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक



(i)



(ii)

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

स्थिति (iii)

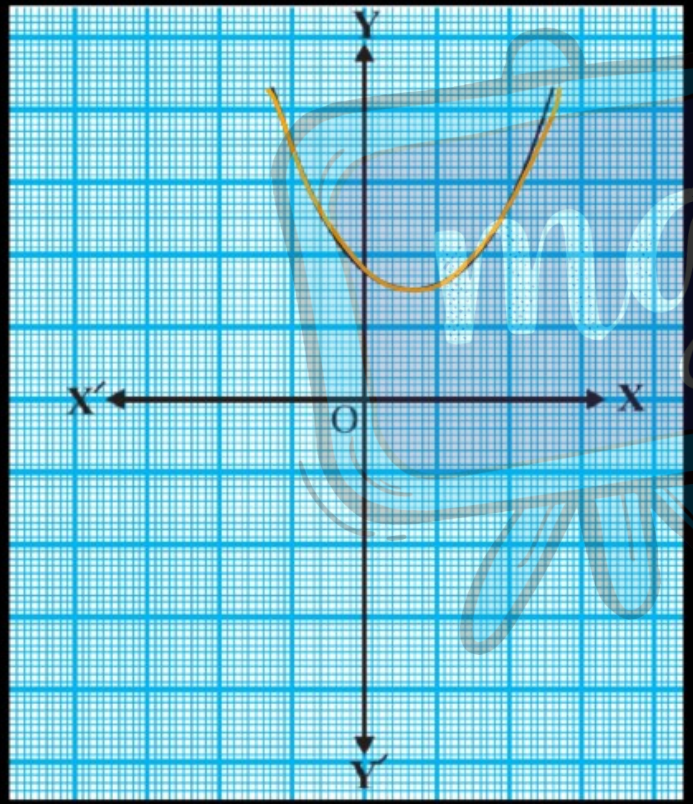
- यहाँ ग्राफ या तो पूर्ण रूप से x–अक्ष के ऊपर या पूर्ण रूप से x–अक्ष के नीचे है। इसलिए, यह x–अक्ष को कहीं पर नहीं काटता है।

KOLORS
make life better

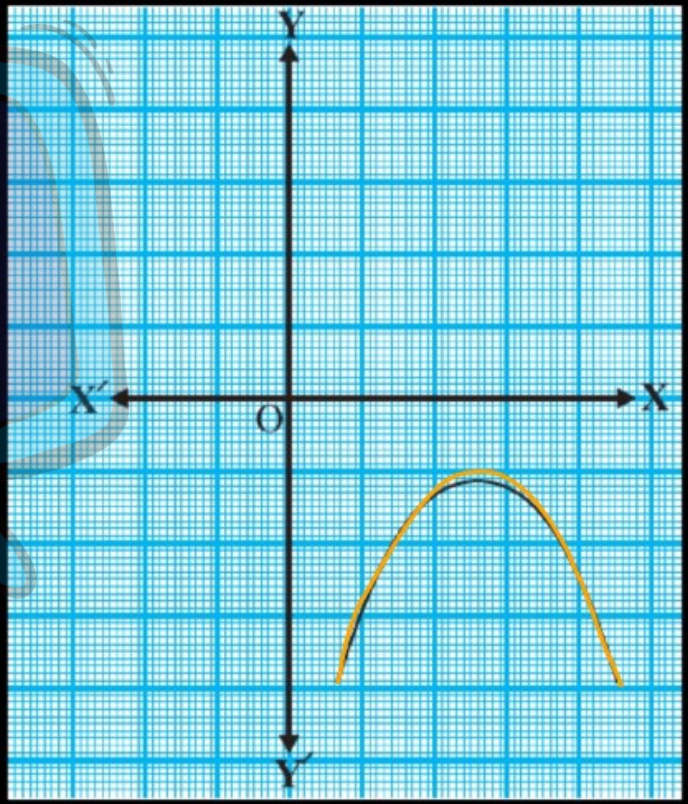
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

काल्पनिक हल



(i)



(ii)

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

त्रिघात बहुपद का आलेख

त्रिघात → x-अक्ष को 3-बिन्दुओं पर काटता है।
⇒ 3-शून्यक विद्यमान होंगे।

- यदि $y = f(x)$ एक त्रिघात बहुपद है तब $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ के रूप में होगा।
- यदि $y = f(x)$ एक त्रिघात बहुपद है तब इसके तीन शून्यक होंगे।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

उदाहरण : निम्न त्रिघात बहुपद का आलेखिय निरूपण कीजिये।

$$f(x) = x^3 - 4x$$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=x^3-4x$	0	3	0	-3	0	15	48

$f(x) = x^3 - 4x$

$f(-2) = (-2)^3 - 4(-2)$

$= -8 + 8 = 0$

$f(-1) = (-1)^3 - 4(-1)$

$= -1 + 4$

$= 3$

$f(1) = (1)^3 - 4(1)$

$= 1 - 4 = -3$

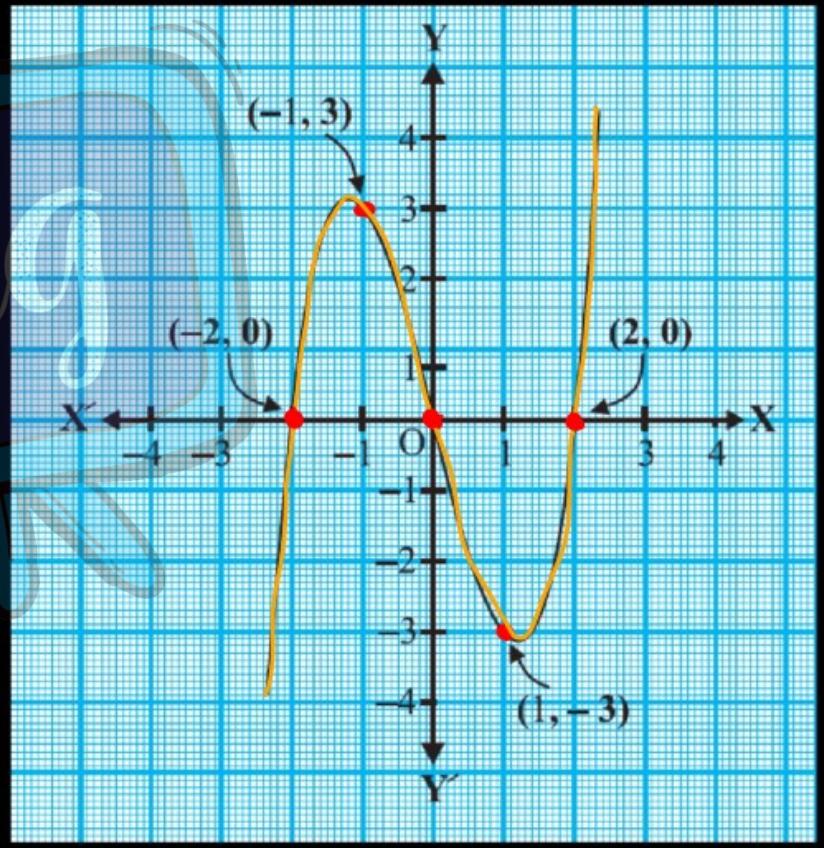
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

3 - शून्यक

$x = -2, 0, 2$



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

उदाहरण : निम्न त्रिघात बहुपद का आलेखिय निरूपण कीजिये।

$f(x) = x^3$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

$f(x) = x^3$

x	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^3$	-8	-1	0	1	8	27

3-शून्यक

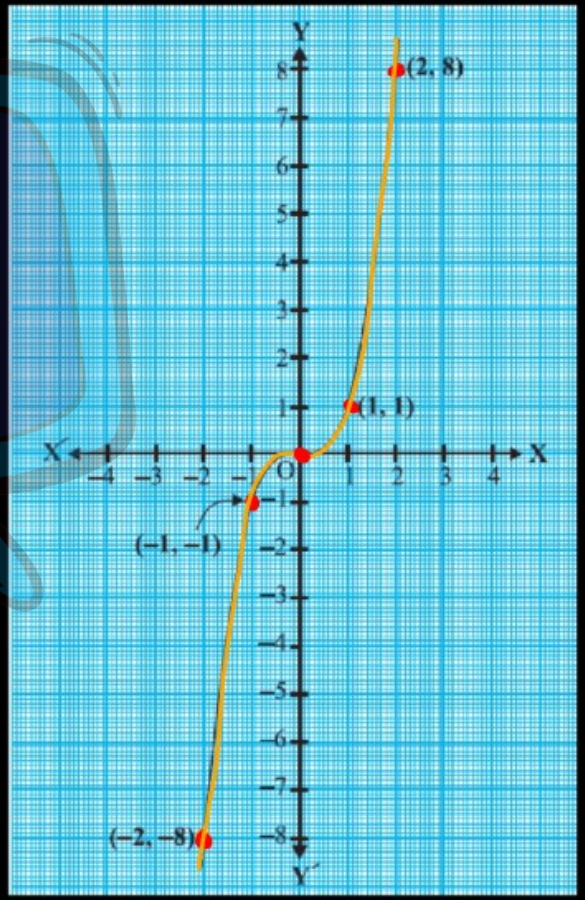
$x = 0, 0, 0$

$f(-2) = (-2)^3$

$= -8$

$f(-1) = (-1)^3 = -1$

$f(0) = (0)^3 = 0$



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

उदाहरण : निम्न त्रिघात बहुपद का आलेखिय निरूपण कीजिये।

$f(x) = x^3 - x^2$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

$f(x) = x^3 - x^2$

x	-1	0	1	2	3
y	-2	0	0	4	18

$f(-1) = (-1)^3 - (-1)^2$

$= -1 - 1 = -2$

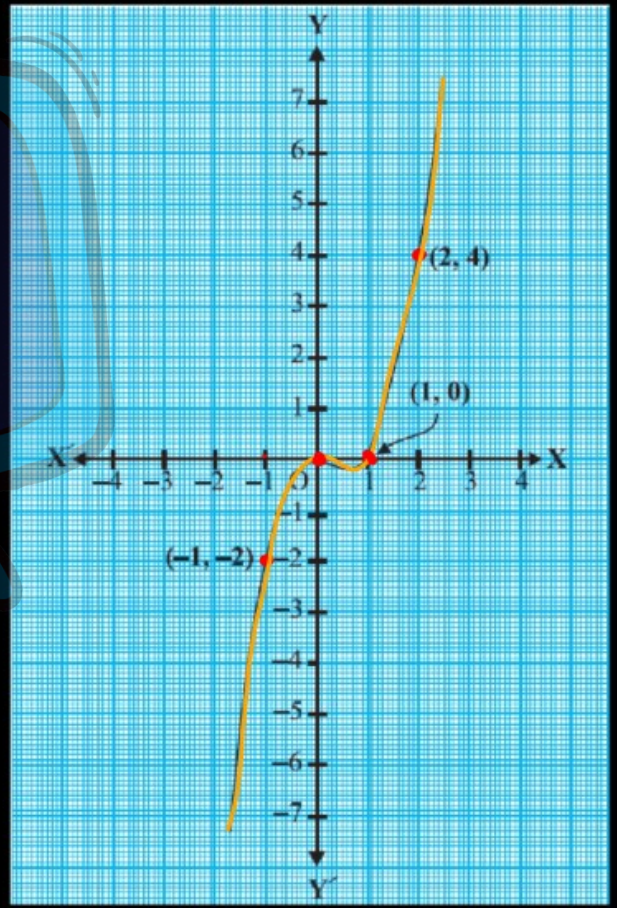
$f(0) = 0^3 - 0^3 = 0$

$f(1) = (1)^3 - (1)^2 = 1 - 1 = 0$

$f(2) = (2)^3 - (2)^2 = 8 - 4 = 4$

$f(3) = (3)^3 - (3)^2$

$= 27 - 9 = 18$



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$f(x) = x^3 - x^2$

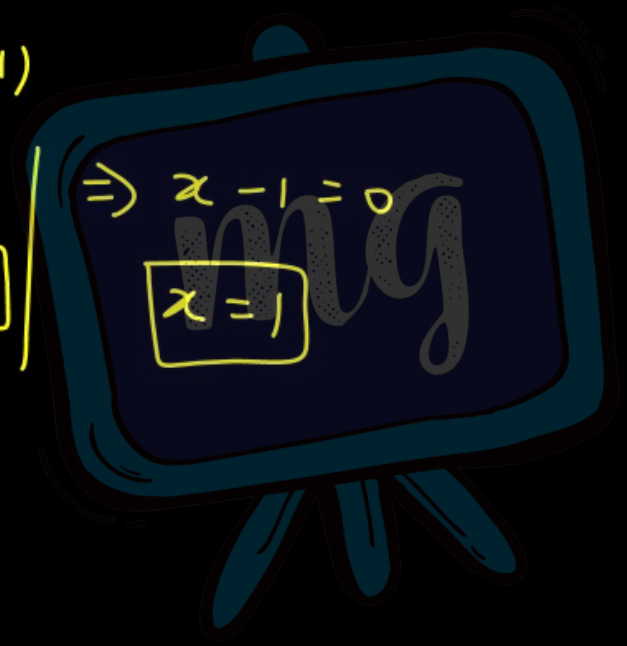
$= x^2(x - 1)$

$\Rightarrow x^2 = 0$

$x = 0, 0$

$\Rightarrow x - 1 = 0$

$x = 1$



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

उदाहरण 1. नीचे दी गई आकृति 2.9 में, ग्राफों को देखिए। प्रत्येक आकृति $y = p(x)$, जहाँ $p(x)$ एक बहुपद है, का ग्राफ है। ग्राफों से प्रत्येक के लिए, $p(x)$ के शून्यकों की संख्या ज्ञात कीजिए।

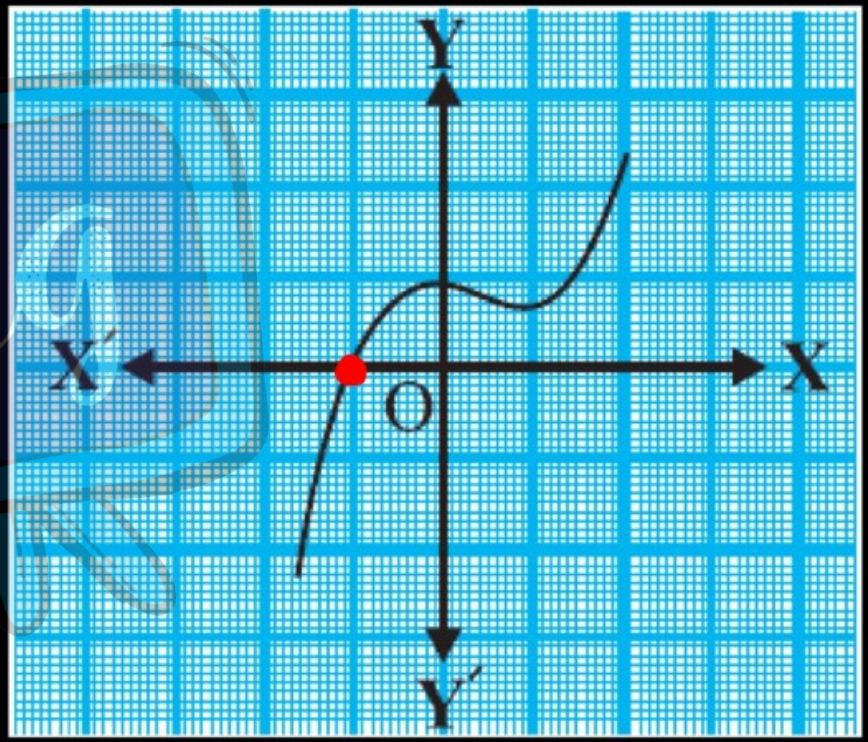
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

एक - शून्यक

विद्यमान



(i)

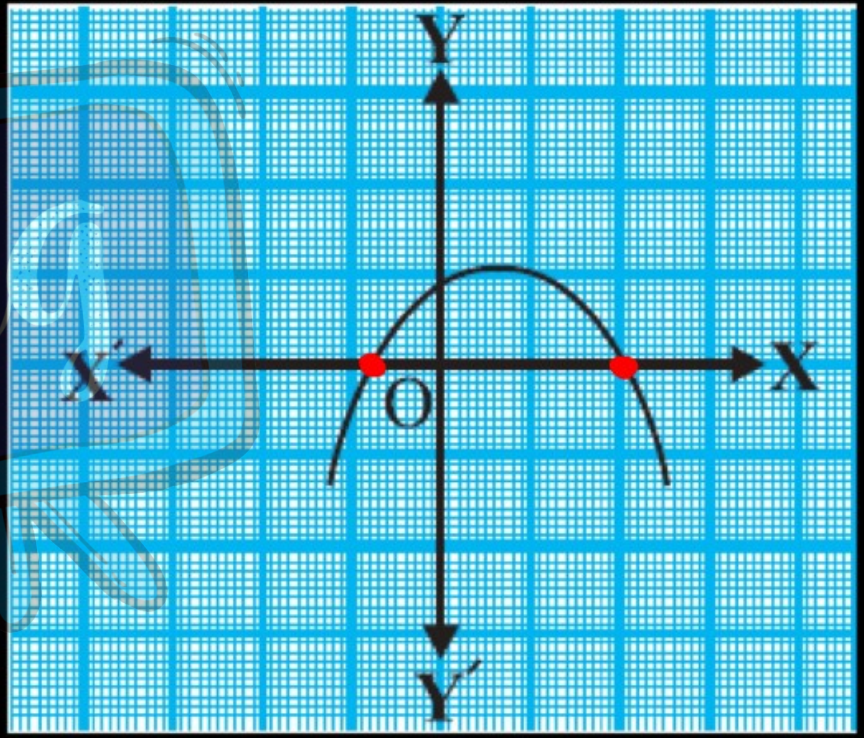
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

दो - शून्यक

विधमान



(ii)

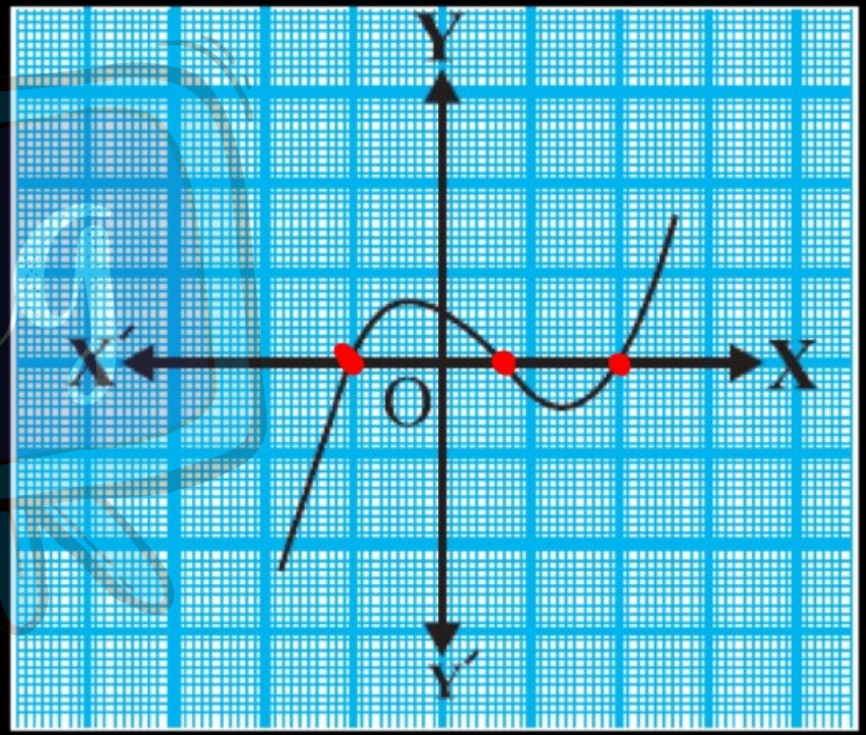
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

तीन - शून्यक

विधमान



(iii)

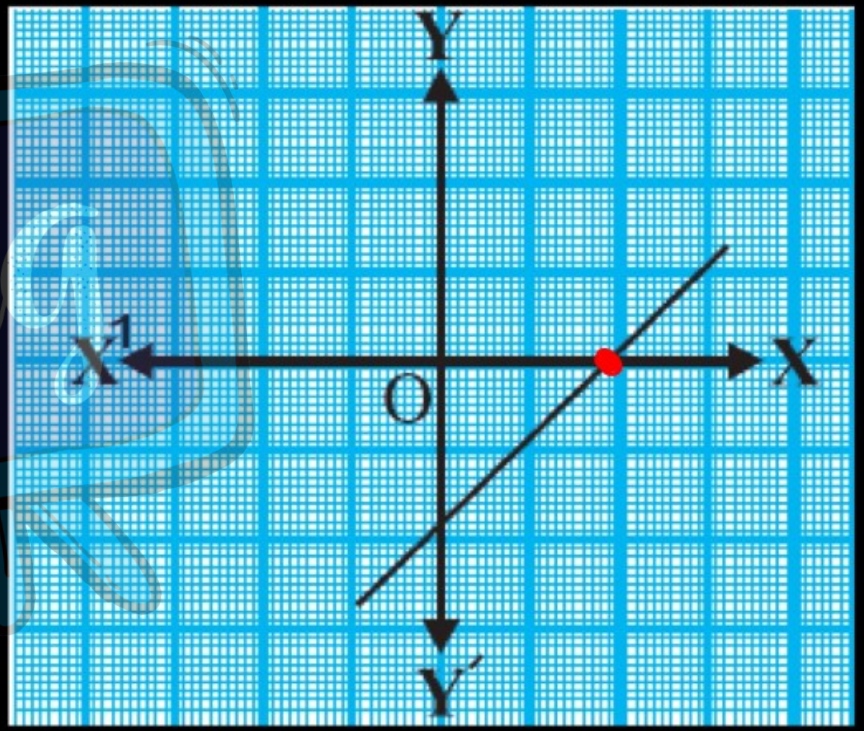
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

एक - शून्यक

विधमान



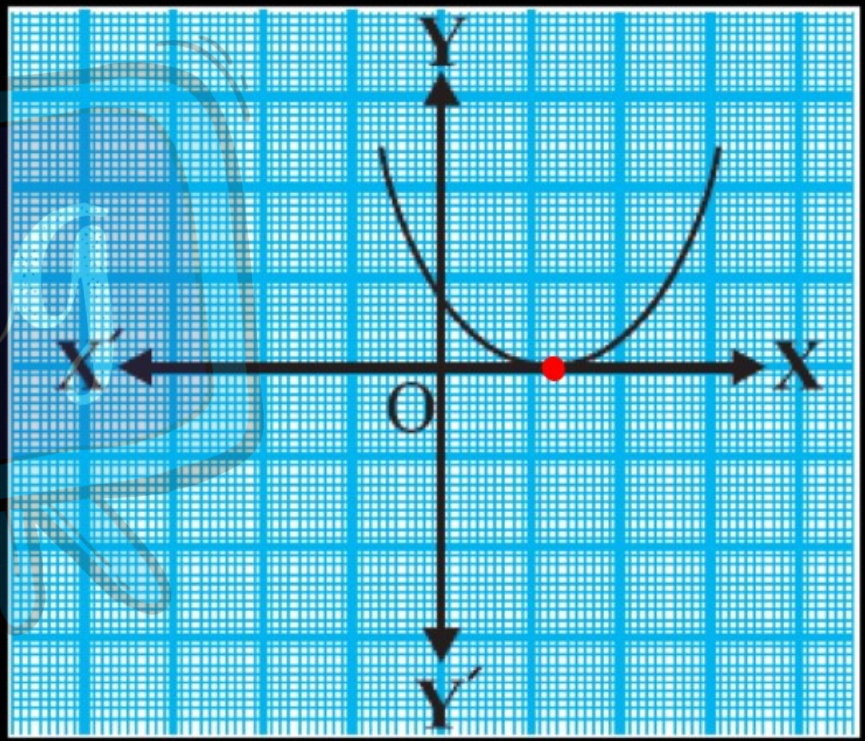
(iv)

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

एक ही शून्यक विद्यमान



(v)

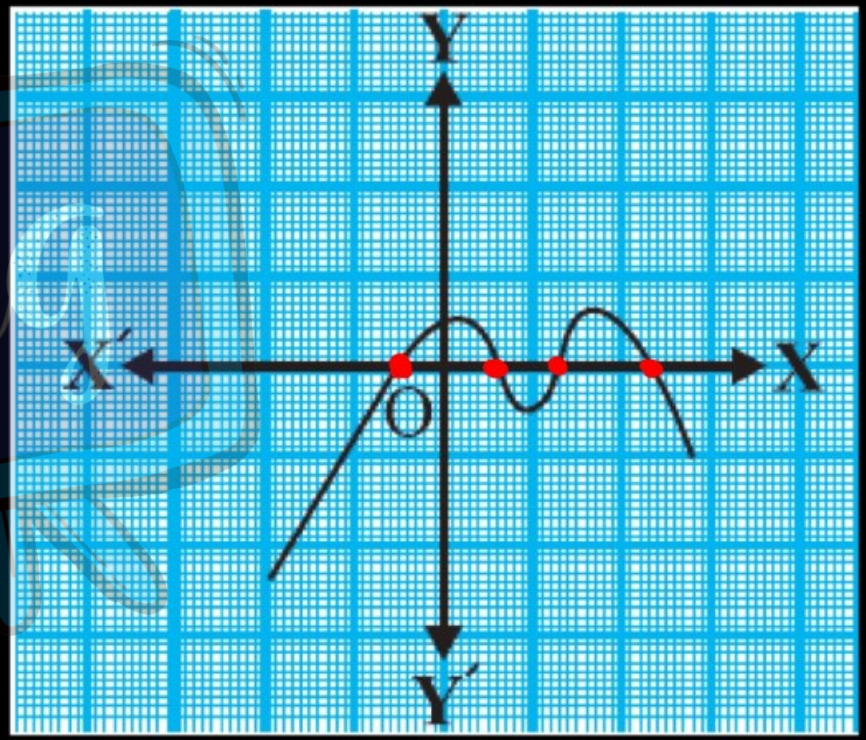
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक

चार - शून्यक

विद्यमान



(vi)

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.1

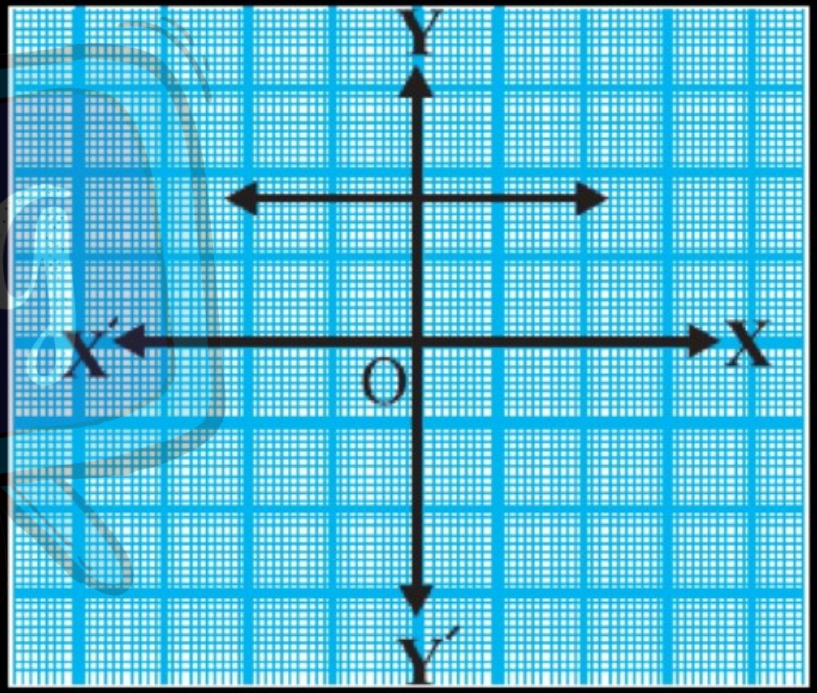
1. किसी बहुपद $p(x)$ के लिए, $y = p(x)$ का ग्राफ नीचे आकृति 2.10 में दिया है। प्रत्येक स्थिति में, $p(x)$ के शून्यकों की संख्या ज्ञात कीजिए।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.1

कोई भी रेखा नहीं विद्यमान नहीं हैं।



(i)

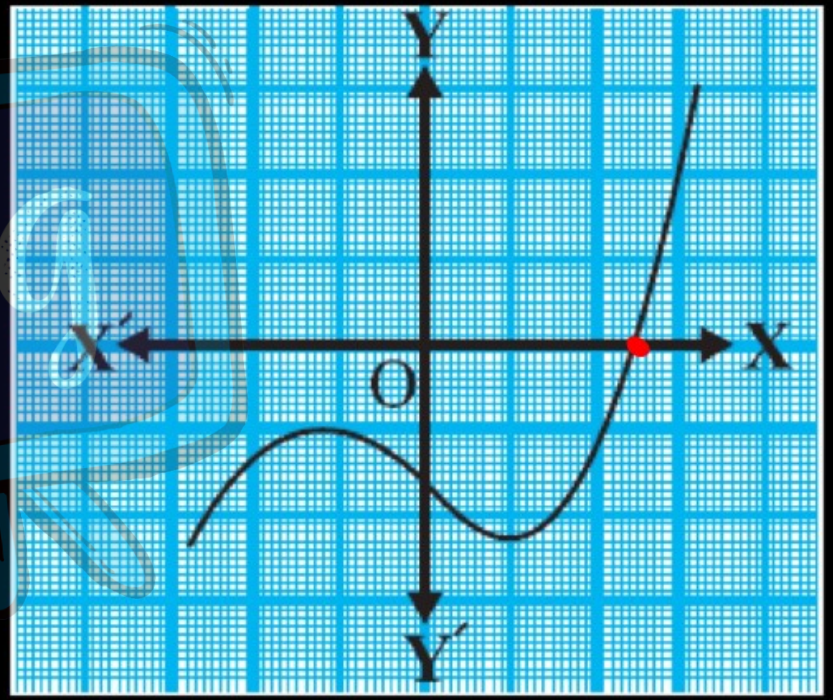
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.1

एक - शून्यक

विद्यमान



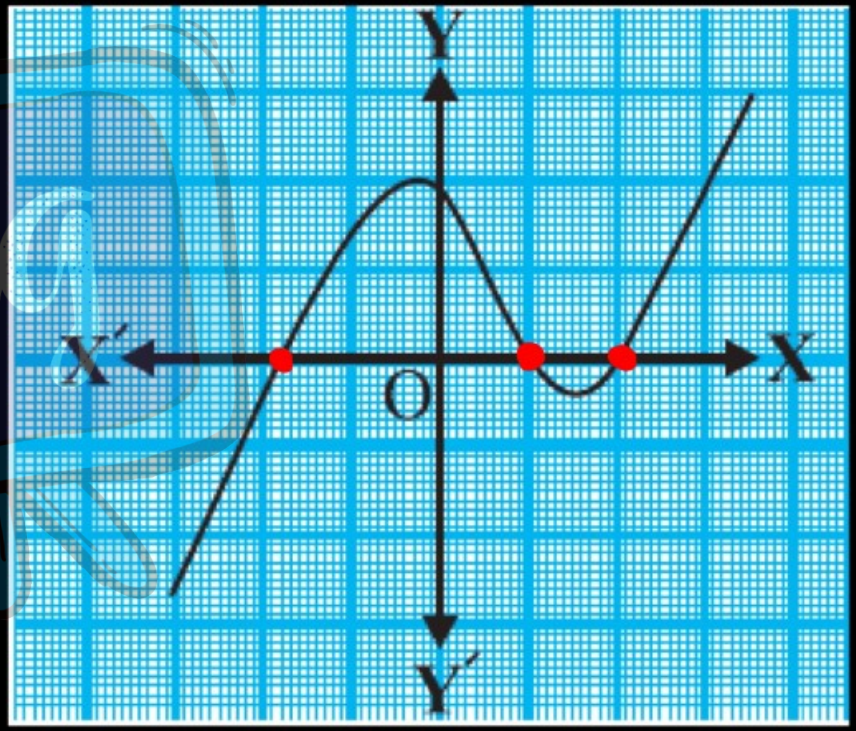
(ii)

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.1

3- शुन्यक विधमान



(iii)

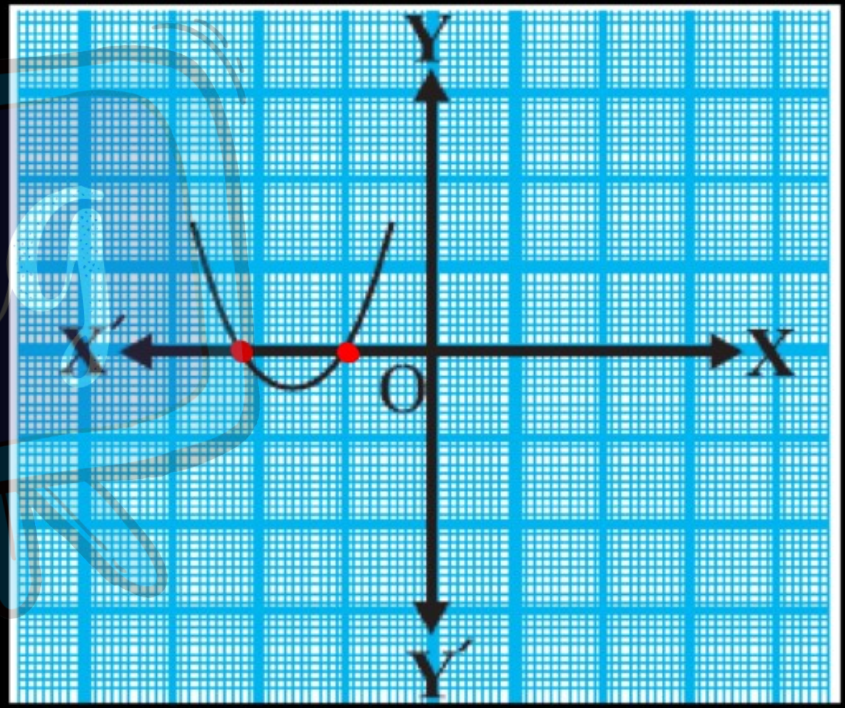
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.1

दो - शून्यक

विधमान



(iv)

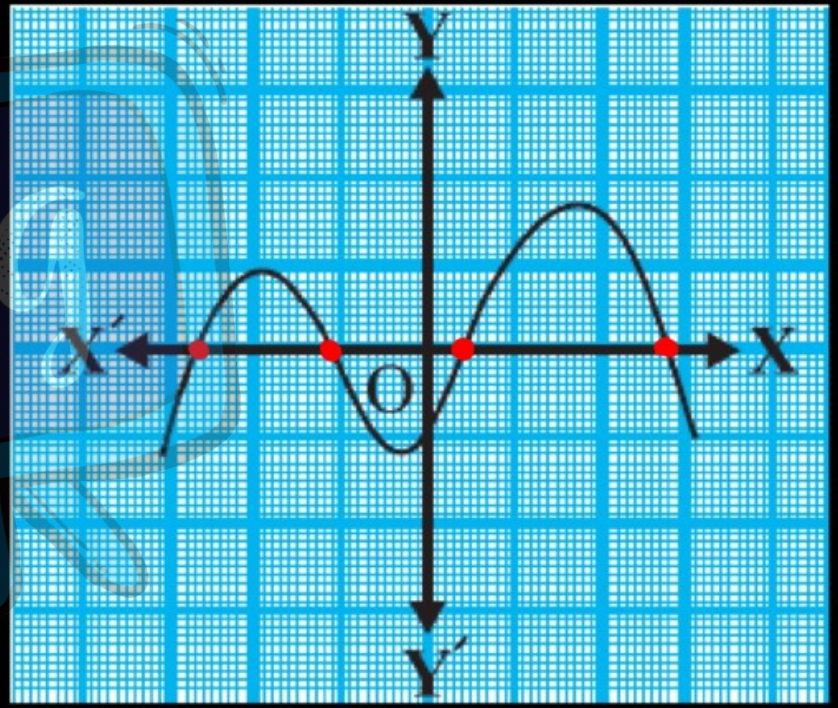
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.1

चार - शून्यक

विद्यमान



(v)

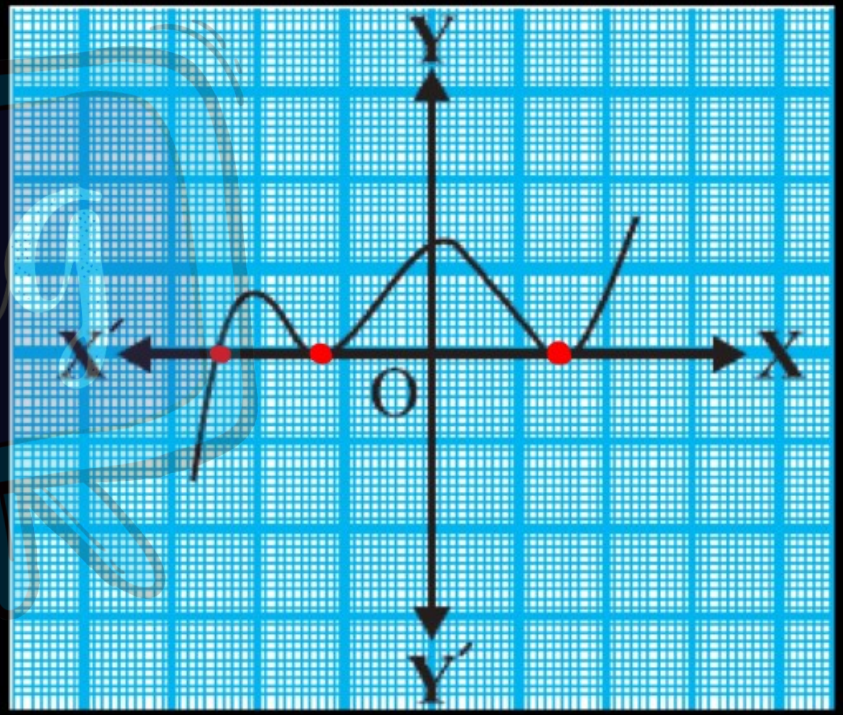
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 2.1

3 - शून्यक

विधमान



(vi)

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

किसी बहुपद के शून्यकों और गुणांकों में संबंध

$f(x) = ax + b = 0$

$\Rightarrow ax = -b$

$\Rightarrow \boxed{x = \frac{-b}{a}}$

किसी बहुपद के शून्यकों और गुणांकों में संबंध

माना $f(x) = ax+b (a \neq 0)$ एक रैखिक बहुपद है α इसका एक शून्यक है तब

$$\alpha = \frac{-b}{a}$$

अर्थात्

α

$$\text{रैखिक बहुपद का शून्यक} = \frac{-\text{अचर पद}}{x \text{ का गुणांक}}$$