ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा – 12

गणित

समाकलन

अध्याय – 7

भाग - 3

प्रश्नावली 7.2

By : Rajendra Yadav Sir

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण – 5

$$\int \frac{\tan^4\sqrt{x}\ \sec^2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$$

➤ निम्नलिखित फलनों का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए

माना $\sqrt{x} = t$

$$\frac{1}{2\sqrt{x}}\,dx = dt$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}}\,dx = 2\,dt$$

(iii) $\dfrac{\tan^4\sqrt{x}\sec^2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

$$\int \tan^4 t \cdot \sec^2 t\,(2)\,dt$$

$$\Rightarrow 2\int \tan^4 t \cdot \sec^2 t\,dt$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

युत: माना $\tan t = u$

$\sec^2 t \, dt = du$

$\Rightarrow 2\int u^2 \, du$

$\Rightarrow 2\left[\frac{u^3}{3}\right] + c$

$\Rightarrow 2\frac{\tan^3 t}{3} + c$

$\Rightarrow \boxed{\frac{2}{3}\tan^3\sqrt{x} + c}$



ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण – 5

$\int \frac{\sin(\tan^{-1}x)}{1+x^2}\,dx$ ➤ निम्नलिखित फलनों का x के सापेक्ष समाकलन कीजिए

(iv) $\frac{\sin(\tan^{-1}x)}{1+x^2}$

माना $\tan^{-1}x = t$

$\frac{1}{1+x^2}\,dx = dt$

$\int \sin t\,dt = -\cos t + c$

$= -\cos(\tan^{-1}x) + c$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण – 6

निम्नलिखित समाकलनों को ज्ञात कीजिए:

(i) $\int \sin^3 x \cos^2 x \, dx$

माना $\cos x = t$

$-\sin x \, dx = dt$

$\sin x \, dx = -dt$

$$\int \sin^2 x \cdot \cos^2 x \cdot \sin x \, dx$$

$$\Rightarrow \int (1-\cos^2 x) \cdot \cos^2 x \cdot \sin x \, dx$$

$$\Rightarrow -\int (1-t^2) \cdot t^2 \, dt$$

$$\Rightarrow -\int (t^2 - t^4)\, dt$$

$$\Rightarrow \int (t^4 - t^2)\, dt$$

$$\Rightarrow \frac{t^5}{5} - \frac{t^3}{3} + c$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^3 x}{3} + c}$$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.2

$\int \frac{1}{t}\,dt$

$= \log|t| + C$

$= \boxed{\log(1+x^2) + C}$

➤ 1 से 37 तक के प्रश्नों में प्रत्येक फलन का समाकलन ज्ञात कीजिए।

Q1. $\frac{2x}{1+x^2}$

$\int \frac{2x}{1+x^2}\,dx$

माना $1+x^2 = t$

$\Rightarrow 2x\,dx = dt$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.2

$\int t^2\,dt$

$= \frac{t^3}{3} + c$

$= \boxed{\frac{(\log x)^3}{3} + c}$

➤ 1 से 37 तक के प्रश्नों में प्रत्येक फलन का समाकलन ज्ञात कीजिए।

Q2. $\frac{(\log x)^2}{x}$

$\int \frac{(\log x)^2}{x}\,dx$

माना $\log x = t$

$\frac{1}{x}\,dx = dt$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.2

$\int \frac{1}{x(1+\log x)}\,dx$

➤ 1 से 37 तक के प्रश्नों में प्रत्येक फलन का समाकलन ज्ञात कीजिए।

$\int \frac{1}{t}\,dt$

$= \log|t| + c$

$= \log|1+\log x| + c$

Q3. $\frac{1}{x + x\log x} = \frac{1}{x(1+\log x)}$

माना $1+\log x = t$

$\frac{1}{x}\,dx = dt$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.2

1 से 37 तक के प्रश्नों में प्रत्येक फलन का समाकलन ज्ञात कीजिए।

Q4. sin x sin (cos x)

$\int \sin x \cdot \sin(\cos x)\,dx$

माना $\cos x = t$

$-\sin x\,dx = dt$

$\sin x\,dx = -dt$

$\int \sin x \cdot \sin(\cos x)\,dx$

$= -\int \sin t\,dt$

$= -(-\cos t) + c$

$= \cos t + c$

$= \boxed{\cos(\cos x) + c}$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.2

➤ 1 से 37 तक के प्रश्नों में प्रत्येक फलन का समाकलन ज्ञात कीजिए।

$\int \sin(ax+b)\cdot\cos(ax+b)\,dx$

Q5. $\sin(ax+b)\cos(ax+b)$

माना $\sin(ax+b) = t$

$a\cdot\cos(ax+b)\,dx = dt$

$\Rightarrow \cos(ax+b)\,dx = \frac{1}{a}\,dt$

$\Rightarrow \frac{1}{a}\int t\,dt$

$\Rightarrow \frac{1}{a}\left(\frac{t^2}{2}\right)+C$

$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{a}\cdot\frac{\sin^2(ax+b)}{2}+C}$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.2

$\int \sqrt{ax+b}\, dx$ ➤ 1 से 37 तक के प्रश्नों में प्रत्येक फलन का समाकलन ज्ञात कीजिए।

Q6. $\sqrt{ax+b}$

मानो $ax+b = t$

$a\,dx = dt$

$dx = \frac{1}{a}\,dt$

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$

$\Rightarrow \int \sqrt{t}\left(\frac{1}{a}\,dt\right)$

$\Rightarrow \frac{1}{a}\int t^{1/2}\, dt$

$\Rightarrow \frac{1}{a}\,\frac{t^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c$

$\Rightarrow \frac{1}{a}\,\frac{t^{3/2}}{3/2} + c$

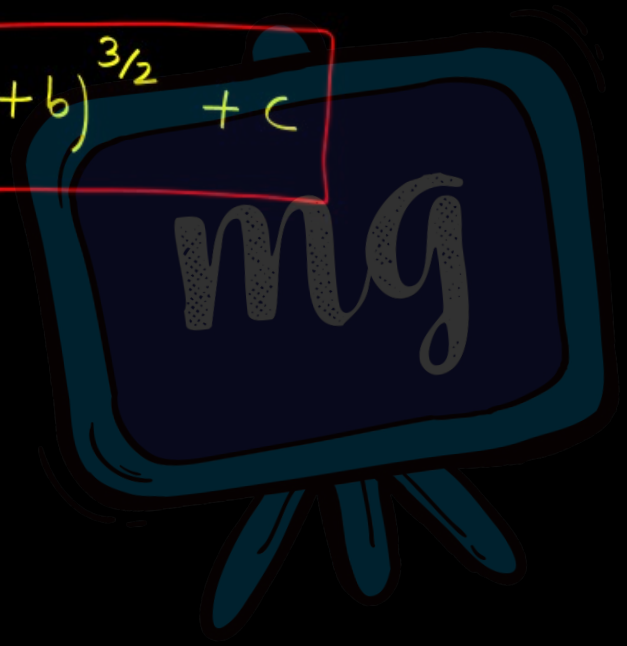
$\Rightarrow \frac{2}{3a}\, t^{3/2} + c$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$\Rightarrow \frac{2}{3a} t^{3/2} + c$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{2}{3a} (ax+b)^{3/2} + c}$$



ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.2

$\int x\sqrt{x+2}\,dx$ ➤ 1 से 37 तक के प्रश्नों में प्रत्येक फलन का समाकलन ज्ञात कीजिए।

$\Rightarrow \int \left[(x+2)\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+2}\right] dx$

Q7. $x\sqrt{x+2} = (x+2-2)\sqrt{x+2}$

$= (x+2)\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+2}$

$\Rightarrow \int \left[(x+2)^{1+\frac{1}{2}} - 2(x+2)^{1/2}\right] dx$

$\Rightarrow \int \left[(x+2)^{3/2} - 2(x+2)^{1/2}\right] dx$

$$= \int (x+2)^{3/2}\,dx - 2\int (x+2)^{1/2}\,dx$$

$$= \frac{(x+2)^{\frac{3}{2}+1}}{\frac{3}{2}+1} - 2\frac{(x+2)^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c$$

$$= \frac{(x+2)^{5/2}}{5/2} - \frac{(x+2)^{3/2}}{3/2} + c$$

$$= \boxed{\frac{2}{5}(x+2)^{5/2} - \frac{2}{3}(x+2)^{3/2} + c}$$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.2

$\int x\sqrt{1+2x^2}\,dx$

$\int \sqrt{t}\left(\frac{1}{4}\,dt\right)$

$\Rightarrow \frac{1}{4}\int t^{\frac{1}{2}}\,dt$

$\Rightarrow \frac{1}{4}\,\frac{t^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}+C$

$\Rightarrow \frac{1}{4}\,\frac{t^{3/2}}{3/2}+C$

➤ 1 से 37 तक के प्रश्नों में प्रत्येक फलन का समाकलन ज्ञात कीजिए।

Q8. $x\sqrt{1+2x^2}$

माना $1+2x^2=t$

$\Rightarrow 4x\,dx=dt$

$\Rightarrow x\,dx=\frac{1}{4}\,dt$

$\Rightarrow \frac{2}{4\times 3}\,t^{3/2}+C$

$\Rightarrow \frac{1}{6}\left(1+2x^2\right)^{3/2}+C$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.2

1 से 37 तक के प्रश्नों में प्रत्येक फलन का समाकलन ज्ञात कीजिए।

Q9. $(4x+2)\sqrt{x^2+x+1}$

$\Rightarrow 2(2x+1)\sqrt{x^2+x+1}$

माना $x^2+x+1 = t$

$(2x+1)dx = dt$

$\int 2(2x+1)\sqrt{x^2+x+1}\,dx$

$\Rightarrow 2\int \sqrt{t}\,dt$

$\Rightarrow 2\int t^{1/2}\,dt$

$\Rightarrow 2\dfrac{t^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + c$

$\Rightarrow 2\dfrac{t^{3/2}}{3/2} + c$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$\Rightarrow \frac{4}{3} t^{3/2} + c$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{4}{3} (x^2+x+1)^{3/2} + c}$$

