RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

CLASS 10th | MATHS

ई-पाठशाला

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

ONE SHOT

पूरा चैप्टर एक ही क्लास में ...

LIVE | 05 OCT | 8 PM

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

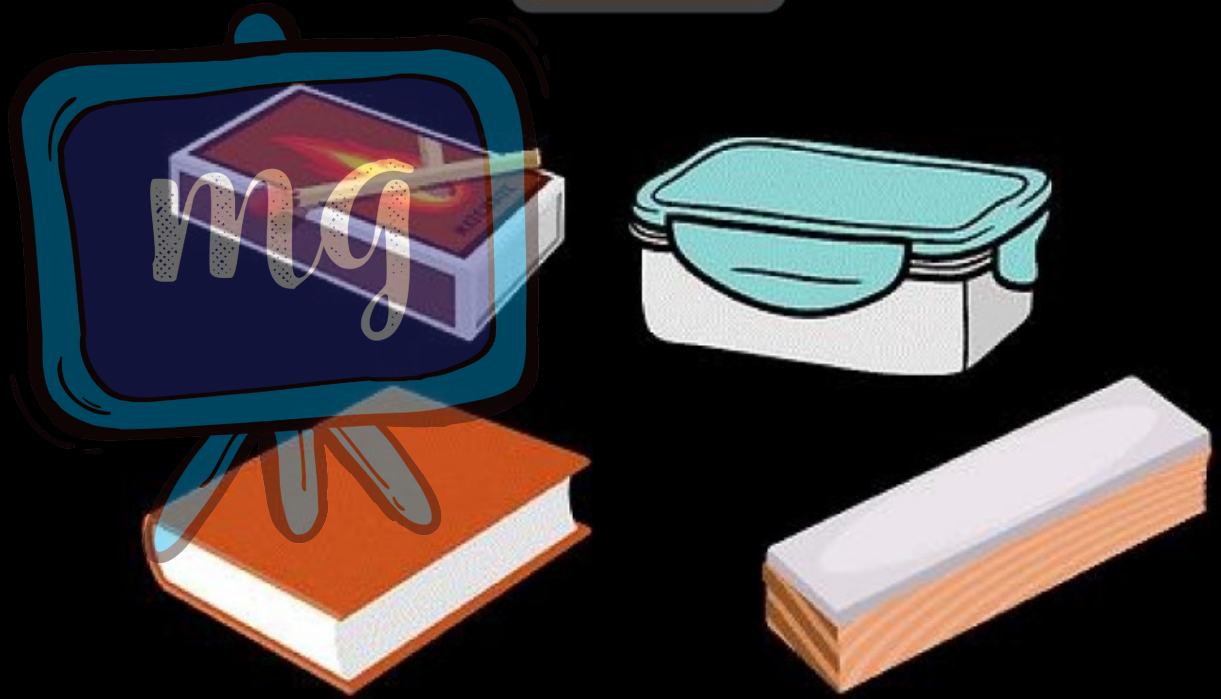
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER




Aim-100
mg

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

घनाभ

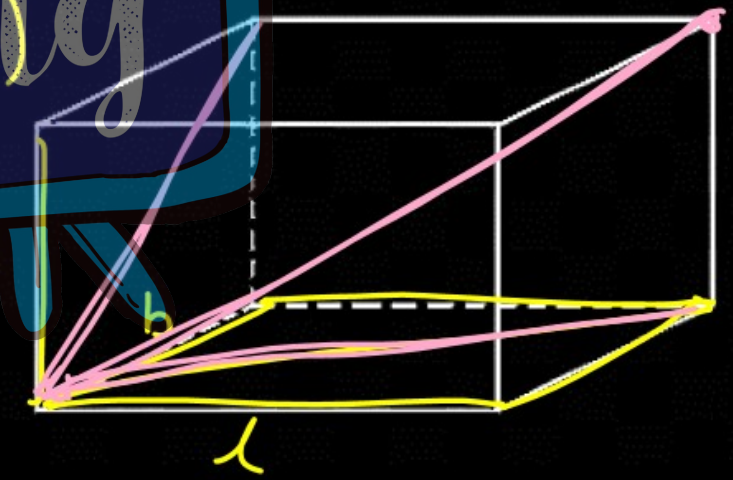


पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

- छः आयतताकार पृष्ठों/फलकों से घिरकर बनी ठोस आकृति को धनाभ/आयत फलकी अथवा समषट्फलकी कहते हैं।

वक्र पृ. = $2h(l+b)$

$\sqrt{l^2+h^2+b^2}$



पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

ध्यान दें

- यदि किसी घनाभ की लम्बाई = l, चौड़ाई = b तथा ऊँचाई = h है तब

1. घनाभ के आधार का क्षेत्रफल = ल. (l) × चौ. (b)
2. घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = 2x(lb + bh + hl)
3. घनाभ का आयतन = l × b × h

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

4. घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2h(l + b)$

5. घनाभ का विकर्ण/घनाभाकार कमरे में रखी जा सकने वाली सबसे बड़ी छड़ की लम्बाई = $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$

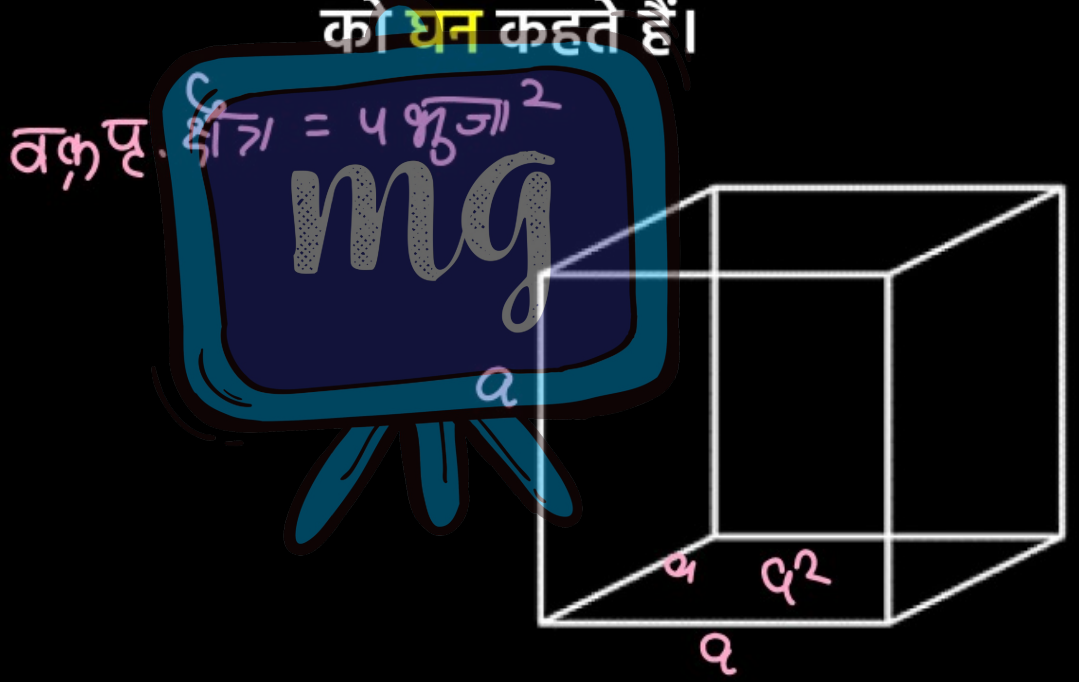
पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

घन



पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

- छः समान वर्गाकार पृष्ठों से घिरकर बने ठोस को घन कहते हैं।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

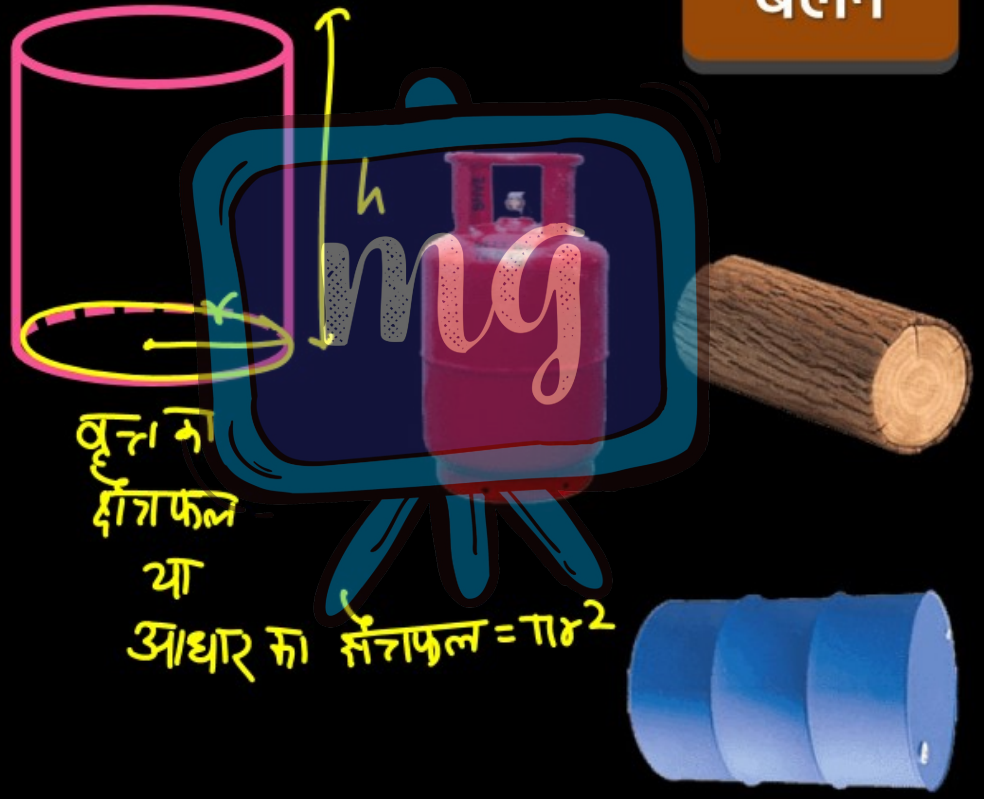
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

ध्यान दें

- घन का प्रत्येक पृष्ठ/फलक वर्गाकार होता है।
  अतः घन के प्रत्येक पृष्ठ का क्षेत्रफल = $(\text{भुजा})^2$
- घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6\ (\text{भुजा})^2$
- घन का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई = $(\text{भुजा})^2 \times \text{भुजा} = (\text{भुजा})^3$
- घन के विकर्ण की लम्बाई = भुजा $\sqrt{3}$

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

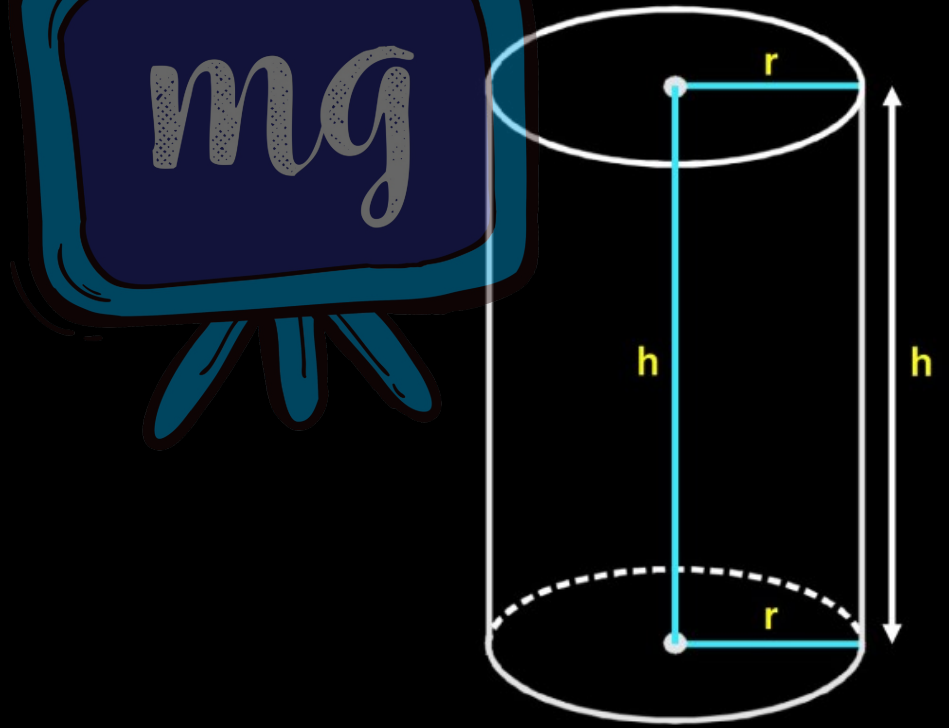
बेलन





पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

- दो वृत्ताकार अनुप्रस्थ काट वाला एक पाईप जैसा ठोस बेलन कहलाता है।



पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

ध्यान दें

- यदि एक बेलन / लम्बवृत्तीय बेलन के आधार की त्रिज्या r एवं ऊँचाई h है तब –

1. बेलन के आधार पर क्षेत्रफल = πr^2
2. बेलन के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\pi rh$
3. बेलन का सम्पूर्ण क्षेत्रफल = $2\pi r(h+r)$
4. बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

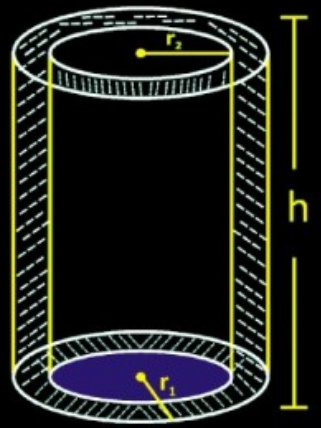
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

खोखला बेलन



- यदि किसी बेलन के भीतर से द्रव्य (matter) हटा लें तो प्राप्त खोखला ठोस, खोखला बेलन कहलाता है।

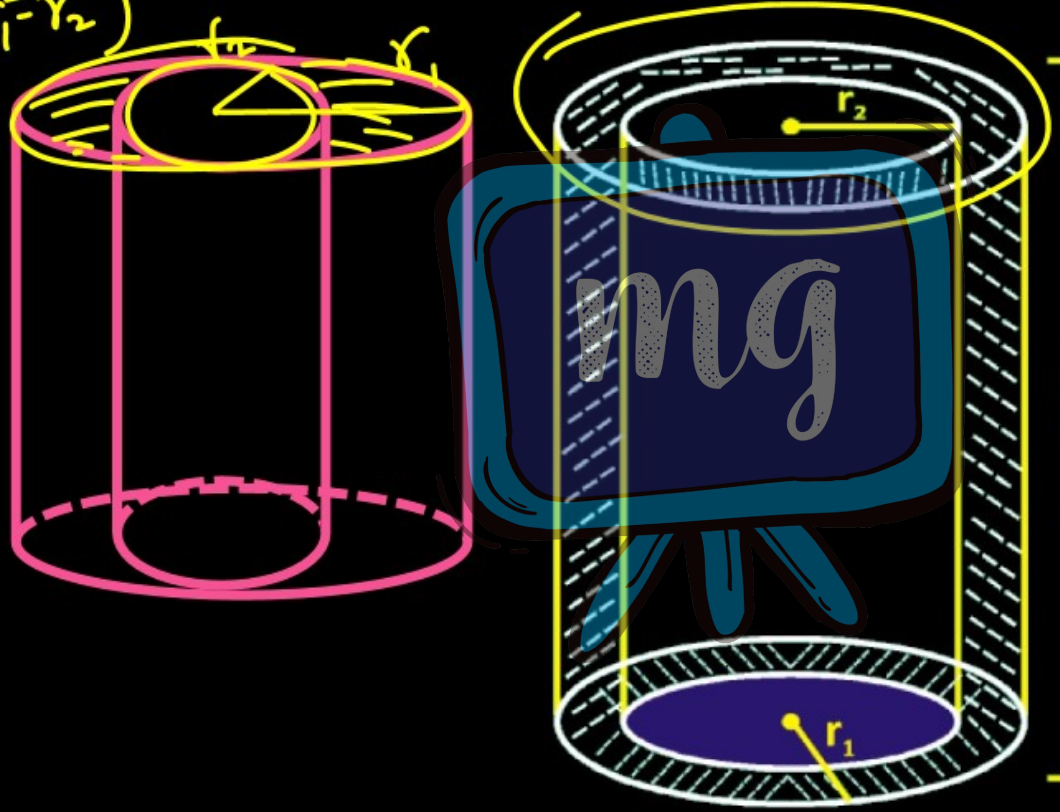




पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

$\pi r_1^2 - \pi r_2^2$

$\pi(r_1^2 - r_2^2)$



r_1 = खोखले बेलन की बाह्य त्रिज्या

r_2 = खोखले बेलन की अन्तः त्रिज्या

h = खोखले बेलन की ऊँचाई

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

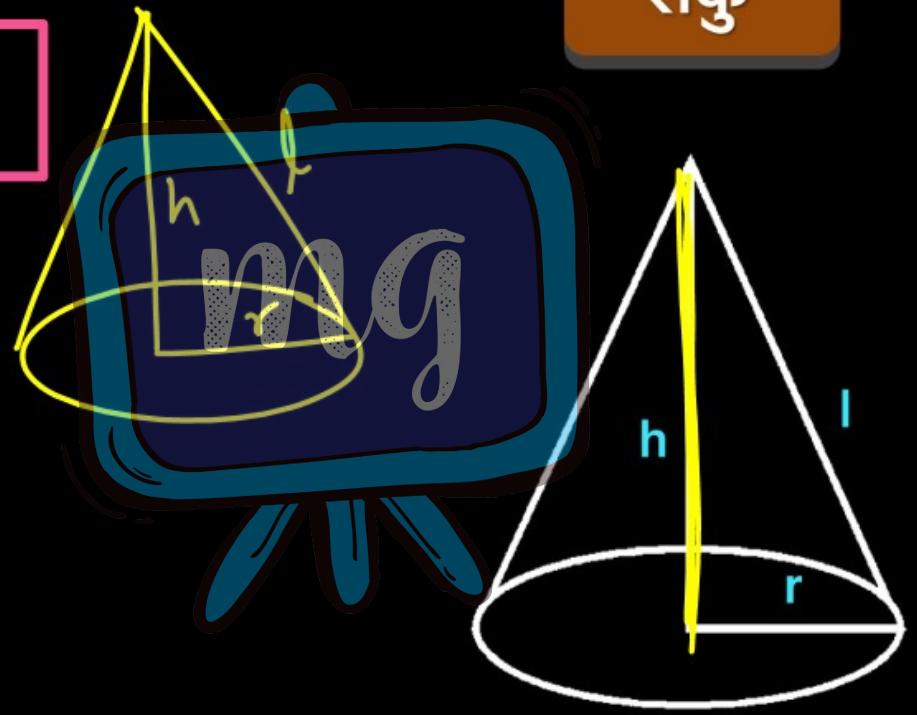
शंकु



पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

शंकु

$$l^2 = h^2 + r^2$$



पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

ध्यान दें

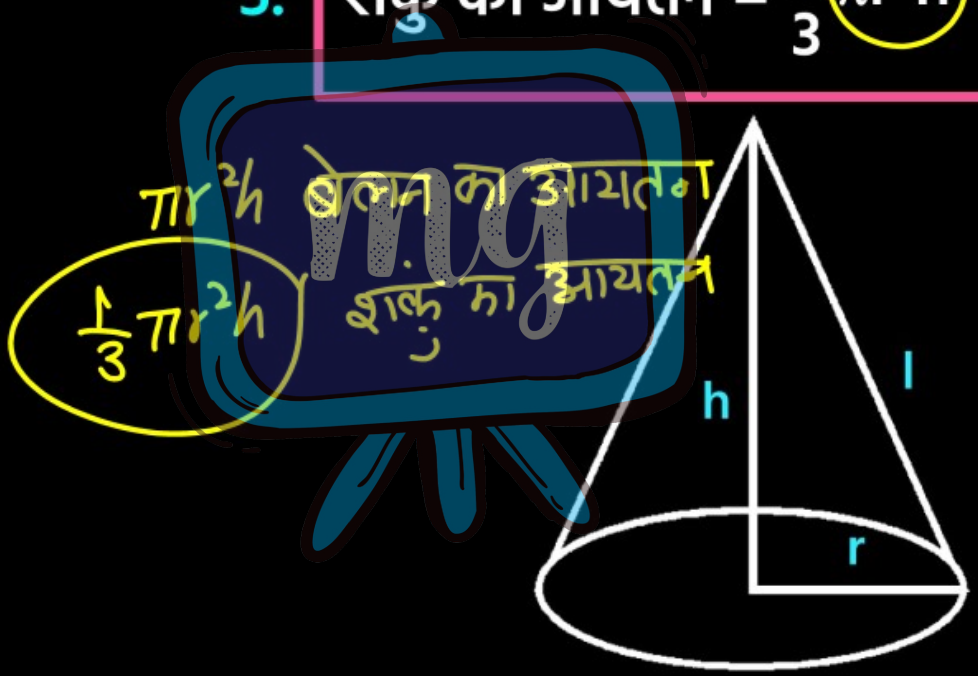
- यदि एक शंकु / लम्बवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या r, तिर्यक ऊँचाई l एवं ऊँचाई h है

तब -

1. $l^2 = r^2 + h^2$
2. शंकु के आधार पर क्षेत्रफल = πr^2
3. शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल = πrl
4. शंकु का सम्पूर्ण क्षेत्रफल = $\pi r(l + r)$

पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

5. शंकु का आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$



पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

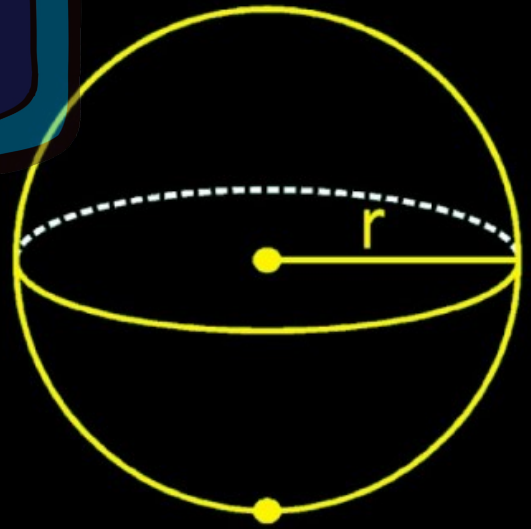
गोला



पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

गोला

- गोला एक त्रिविमीय ठोस है जिसका आकार गेंद (Ball) के समान होता है।



पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

ध्यान दें

- यदि एक ठोस गोले (Sphere) की त्रिज्या r है

तब

1. गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$
2. गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

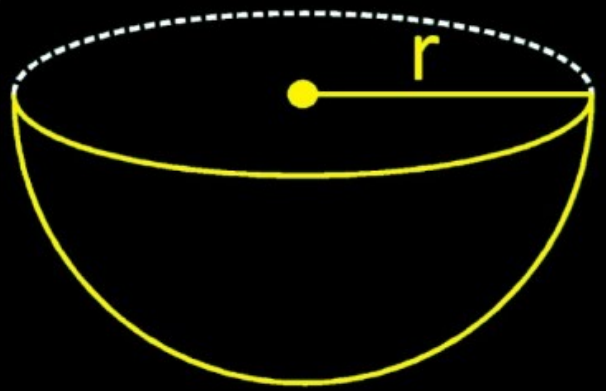
पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

अर्द्धगोला



पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

- यदि किसी गोले को दो समान भागों में काट दिया जाए तो प्रत्येक भाग एक अर्द्ध गोला कहलाता है।



पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

ध्यान दें

- यदि एक अर्द्धगोले की त्रिज्या (अर्द्धगोल की ऊँचाई) है तब–

1. अर्द्धगोले का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r^2$
2. अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $3\pi r^2$
3. अर्द्धगोल का आयतन $= \frac{2}{3}\pi r^3$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न एक गोले का व्यास 6 सेमी. है। गोले का आयतन होगा-

(अ) 16π घन सेमी

(ब) 36π घन सेमी

(स) 20π घन सेमी

(द) 30π घन सेमी

गोले का आयतन

$= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi(3)^3$

$= 4\pi 3^2$

$= 36\pi \text{ cm}^3$

$d = 6\text{ cm}$

$r = \frac{d}{2} \Rightarrow r = \frac{6}{2} = 3\text{cm}$

क्षेत्रफल

mm^2 / cm^2 / m^2

आयतन

mm^3 / cm^3 / m^3



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न घन के विकर्ण की लम्बाई ज्ञात करने का सूत्र है– (l) $\sqrt{3}$ भुजा



अ l^2

ब $l\sqrt{3}$

स l^3

द $3l$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न भुजा 7 सेमी वाले एक घनाकार ब्लॉक के ऊपर एक अर्द्ध गोला रखा हुआ है। अर्द्ध गोले का अधिकतम व्यास हो सकता है–



अ 7 सेमी

ब 21 सेमी

स 14 सेमी

द 28 सेमी

(Modal Paper 2024)

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$\frac{r_1}{r_2} = \frac{1}{2}$

प्रश्न दो गोलो की त्रिज्याएं 1 : 2 में है उनके पृष्ठीय क्षेत्रफलों का अनुपात होगा –

पहले गोले → $4\pi r_1^2$

दूसरे गोले → $4\pi r_2^2$

$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$= \frac{1}{4}$

अ 1 : 2

ब 1 : 4

स 2 : 6

द 2 : 3

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न एक बेलन का आयतन 30π सेमी^{3} है तथा आधार का क्षेत्रफल 6π वर्ग सेमी है, तब बेलन की ऊँचाई ज्ञात करो-

बेलन का आयतन $= 30\pi\ cm^3$

$\pi r^2 h = 30\pi$

$6\pi h = 30\pi$

$h = 5$ cm

आधार का क्षेत्रफल $= 6\pi\ cm^2$

$\pi r^2 = 6\pi\ cm^2$

अ 4 cm

ब 2 cm

स 3 cm

द 5 cm



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न घन के एक पृष्ठ का परिमाप 28 सेमी है तो घन का आयतन है- (Modal Paper 2025)

पृष्ठ का परिमाप = 28cm

वर्गाकार

1 भुजा = 28/4 = 7

भुजा = 7 cm

घन का आयतन = (भुजा)³

= 7³ = 343 cm³

अ 343 सेमी³

ब 294 सेमी³

स 196 सेमी³

द 4144 सेमी³

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न किसी घन का आयतन $125\ cm^3$ है। इसके एक फलक का क्षेत्रफल होगा-

(अ) $25\ cm^2$ (ब) $5\ cm^2$

(स) $30\ cm^2$ (द) $10\ cm^2$

घन का आयतन $= 125\ cm^3$

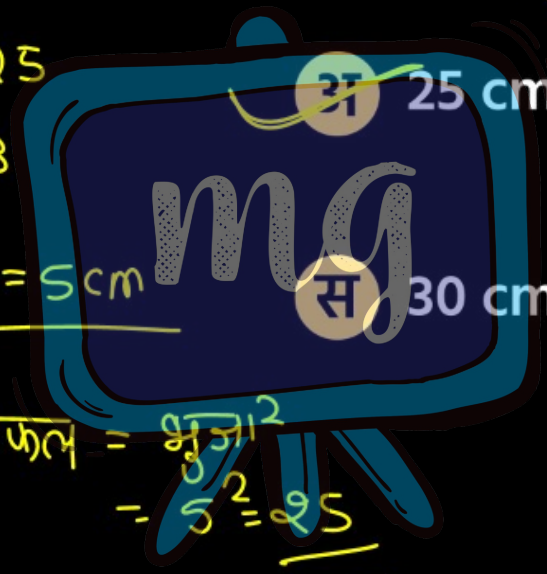
भुजा$^3 = 125$

भुजा$^3 = 5^3$

$\Rightarrow$ भुजा $= 5\ cm$

वर्ग का क्षेत्रफल $=$ भुजा^{2}

$= 5^2 = 25$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न यदि एक बेलन की ऊँचाई 11 सेमी तथा उसका वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल 968 सेमी^{2} है तो बेलन की त्रिज्या होगी-

(अ) 10 सेमी (ब) 12 सेमी

(स) 11 सेमी (द) 14 सेमी

$h = 11\,cm$

वक्र पृ. क्षेत्र. $= 968\,cm^2$

$2\pi rh = 968$

$2 \times \frac{22}{7} \times r \times 11 = 968$

$r = \frac{968 \times 7}{2 \times 22 \times 11}$

$r = 2\pi$

$= 14\,cm$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न भुजा 7 सेमी. वाले एक घनाकार ब्लॉक के ऊपर एक अर्द्धगोला रखा हुआ है। अर्द्धगोले का अधिकतम व्यास हो सकता है-



अ 7 सेमी.

ब 21 सेमी.

स 14 सेमी.

द 28 सेमी

(2024)

प्रश्न यदि एक गोले का आयतन 36π घन सेमी है, तो उसकी त्रिज्या है :

(2024)

गोले का आयतन = 36π cm^3

$\frac{4}{3}\pi r^3 = 36\pi$

$\frac{r^3}{3} = 9$

$r^3 = 27$

$r^3 = 3^3$

$\Rightarrow r = 3$



(अ) 6 सेमी

(ब) 3 सेमी

(स) 2 सेमी

(द) 5 सेमी

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न एक शंकु की त्रिज्या 6 सेमी व ऊँचाई 8 सेमी है तो शंकु की तिर्यक ऊँचाई होगी–

$r=6$

$h=8$

अ 6 सेमी

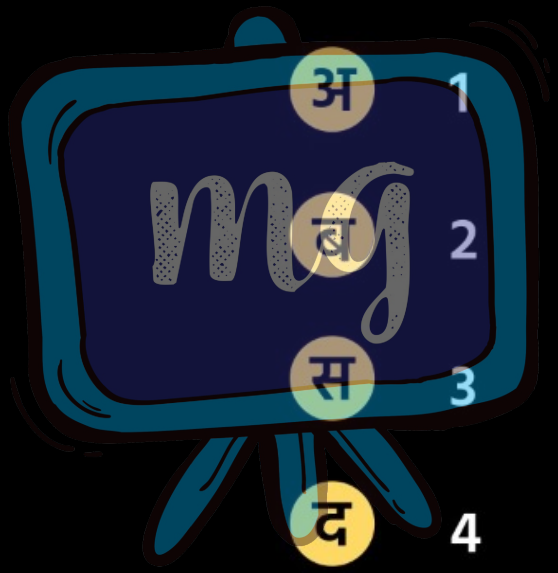
ब 3 सेमी

स 10 सेमी

द 14 सेमी

$$l^2=h^2+r^2$$
$$=8^2+6^2$$
$$=64+36$$
$$l^2=100$$
$$l=\sqrt{100}$$
$$l=10\text{cm}$$

प्रश्न शंकु के छिन्नक के वृत्तकार भाग की संख्या होती है–



प्रश्न एक गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल 324π वर्ग सेमी है तो उसका आयतन होगा–

(अ) 972π सेमी^{3}

(ब) 960π सेमी^{3}

(स) 729π सेमी^{3}

(द) 348π सेमी^{3}

गोले का पृ. क्षेत्र $= 324\pi cm^2$

$4\pi r^2 = 324\pi$

$r^2 = 81$

$r = \sqrt{81}$

$r = 9cm$

गोले का आ० $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi (9)^3$

$= \frac{4}{3}\pi \cdot 729$

$= 972\pi$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न यदि एक गोले का आयतन 36π घन सेमी है, तो उसकी त्रिज्या है :



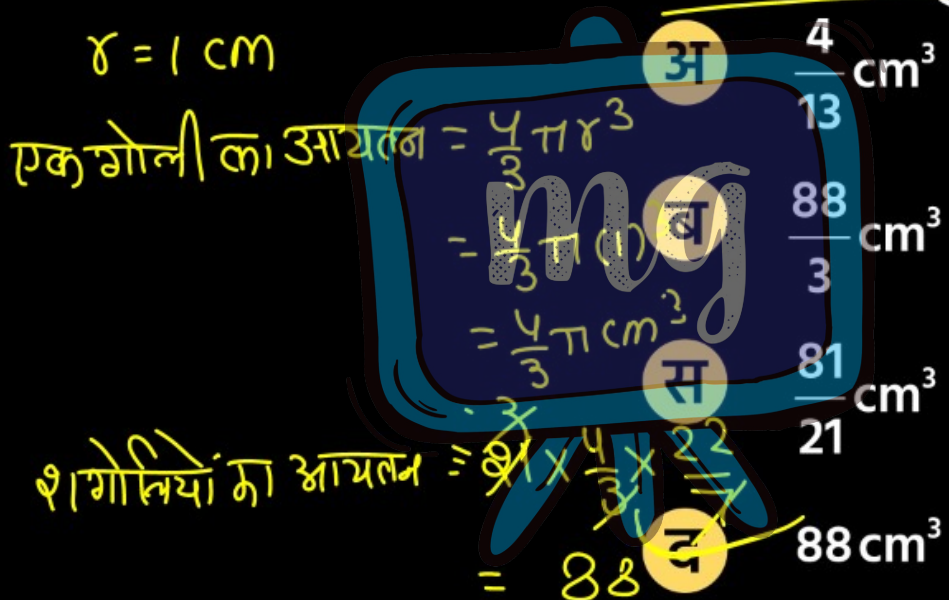
अ 6 सेमी

ब 3 सेमी

स 2 सेमी

द 5 सेमी

प्रश्न प्रत्येक 1 सेमी त्रिज्या वाली धातु की 21 गोलियों का कुल आयतन कितना होगा



$r = 1\ cm$

एक गोली का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$= \frac{4}{3}\pi (1)^3$

$= \frac{4}{3}\pi\ cm^3$

21 गोलियों का आयतन $= 21 \times \frac{4}{3} \times \frac{22}{7}$

$= 88$

अ $\frac{4}{13}\ cm^3$

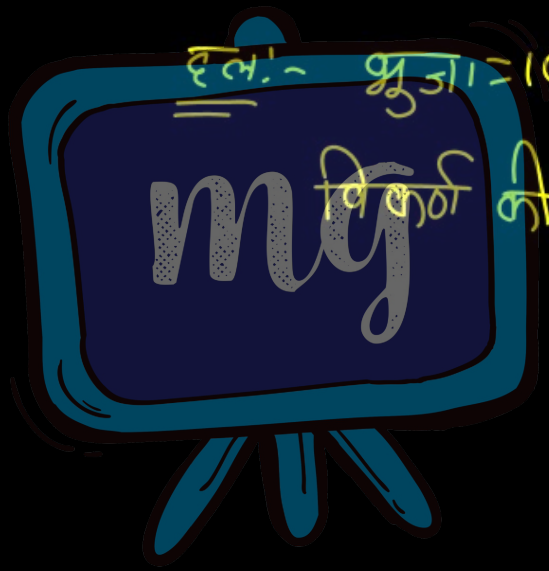
ब $\frac{88}{3}\ cm^3$

स $\frac{81}{21}\ cm^3$

द $88\ cm^3$

प्रश्न 10 सेमी भुजा वाले घन के विकर्ण की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

(Modal Paper 2025)



दिया:- भुजा = 10 cm

विकर्ण की ल० = $\sqrt{3}$ भुजा

= $\sqrt{3}$ 10

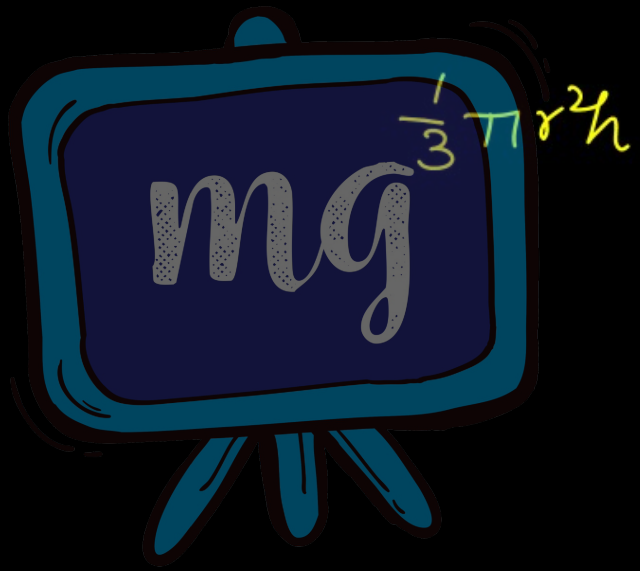
= $10\sqrt{3}$ cm

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न शंकु का आयतन ज्ञात करने का सूत्र लिखिए–

(Modal Paper 2025)



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्र.उ. 14

प्रश्न यदि एक बेलन का आयतन 4487 सेमी^{3} और ऊँचाई 7 सेमी है तो बेलन की त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

(Modal Paper 2025)



हल :-

$h = 7\,cm$

बेलन का आयतन $= 4487\ cm^3$

$\pi r^2 h = 4487$

$\frac{22}{7} \times r^2 \times 7 = 4487$

H.W.

प्रश्न एक लम्बवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या 5 सेमी तथा ऊँचाई 12 सेमी है तो शंकु की तिर्यक ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

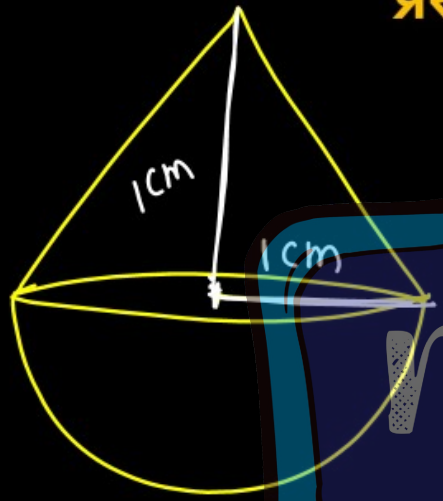
(Modal Paper 2025)

$l^2 = h^2 + r^2$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न एक ठोस एक अर्द्ध गोले पर खड़े शंकु के आकार का है, प्रत्येक की त्रिज्या 1 सेमी है तथा शंकु की ऊँचाई उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस ठोस का आयतन ज्ञात कीजिए।



हल :- अर्द्ध गोले की त्रिज्या = शंकु की त्रिज्या
= 1cm

शंकु की ऊं. = 1cm

ठोस का आयतन = अर्द्धगोले का आयतन + शंकु का आयतन

$= \frac{2}{3}\pi r^3 + \frac{1}{3}\pi r^2 h$

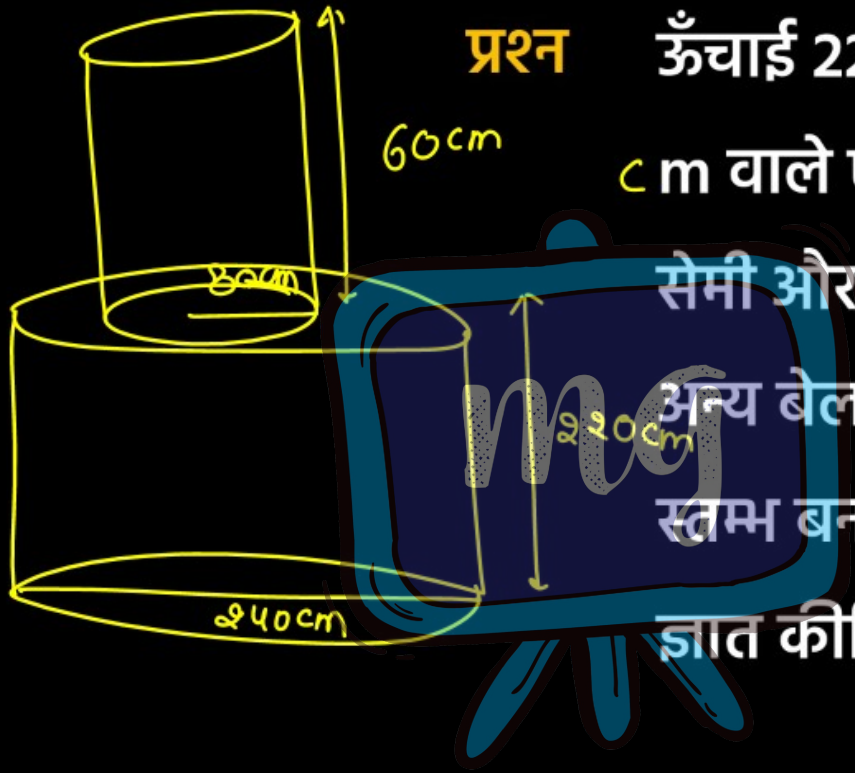
$= \frac{1}{3}\pi r^2 (2r + h)$

$= \frac{1}{3} \times \pi \cdot (1)^2 (2 \times 1 + 1)$

$= \frac{1}{3}\pi (2+1) = \frac{1}{3}\pi \times 3 = 3.14\ cm^3$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



प्रश्न ऊँचाई 220cm और आधार व्यास 240 cm वाले एक बेलन जिस पर ऊँचाई 60 सेमी और त्रिज्या 8 सेमी वाला एक अन्य बेलन आरोपित हैं; से लोहे का स्तम्भ बना है? इस स्तम्भ का आयतन ज्ञात कीजिए ?

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बड़ा बेलन

व्यास = 240 cm

(R) त्रिज्या = $\frac{\text{व्यास}}{2} = \frac{240}{2} = 120\text{cm}$

$h = 220\text{ cm}$

छोटे बेलन

$r = 80\text{cm}, \; h = 60\text{cm}$

स्तम्भ का आयतन = बड़े बेलन का आयतन + छोटे बेलन का आयतन

$= \pi R^2 H + \pi r^2 h$

$= \pi (R^2 H + r^2 h)$

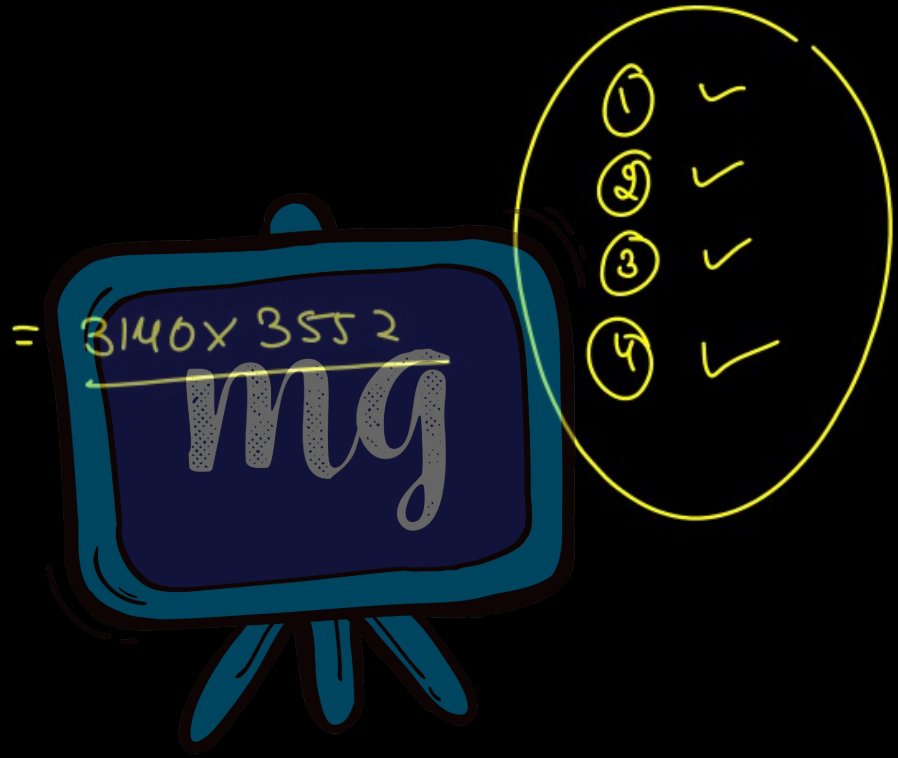
$= \pi \left((120)^2 \times 220 + (80)^2 \times 60 \right)$

$= \pi \left(14400 \times 220 + 6400 \times 60 \right)$

$= \pi \times 1000 \left(144 \times 22 + 64 \times 6 \right)$

$= \pi \times 1000 (3168 + 384)$

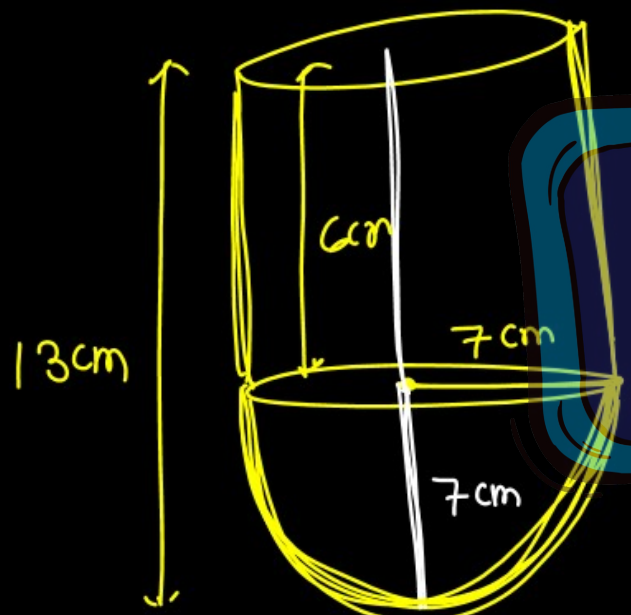
$= 3.14 \times 100 \times 3552$


= 3140 x 352
mg
1
2
3
4

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न कोई बर्तन एक खोखले अर्द्ध गोले के आकार का है जिसके ऊपर एक खोखला बेलन अध्यारोपित है। अर्द्ध गोले की त्रिज्या 7 सेमी है और इस बर्तन (पात्र) की कुल ऊँचाई 13 सेमी है। इस बर्तन का आन्तरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



हल:- अर्द्ध गोले की त्रिज्या = बेलन की त्रिज्या
= 7cm

बेलन की ऊ. = 13-7 = 6cm

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

बर्तन का आन्तरिक पृ. क्षेत्र = अर्द्ध गोले का वक्र पृ. + बेलन का व.पृ. (क्षेत्रफल)

$= 2\pi r^2 + 2\pi rh$

$= 2\pi r(r+h)$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times (7+6)$

$= 44 \times 13$

$= 572\ cm^2$

mg

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

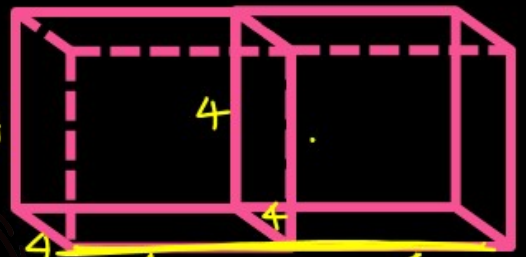
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न दो घनों, जिनमें से प्रत्येक का आयतन $64\ cm^3$ है, के संलग्न फलकों को मिलाकर एक ठोस बनाया जाता है। इससे प्राप्त घनाभ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



घनाभ की ल. = 8 cm

चौ. = 4

कि. = 4

घन का आयतन = 64 cm³

भुजा³ = 64

भुजा³ = 4³

⇒ भुजा = 4 cm

घन का पृ. क्षे. = $2(lb+bh+hl)$

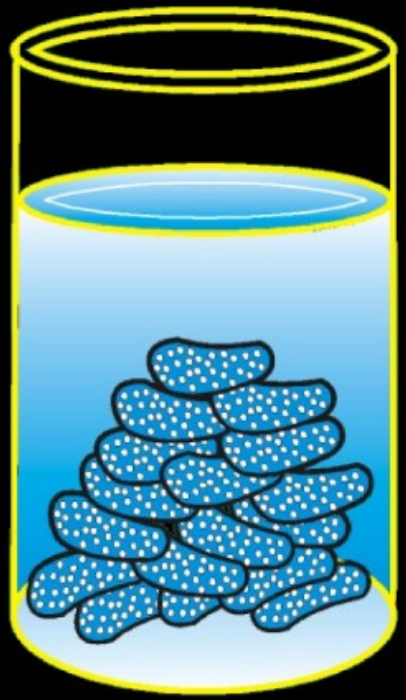
$= 2(8\times4+4\times4+4\times8)$

$= 2(32+16+32)$

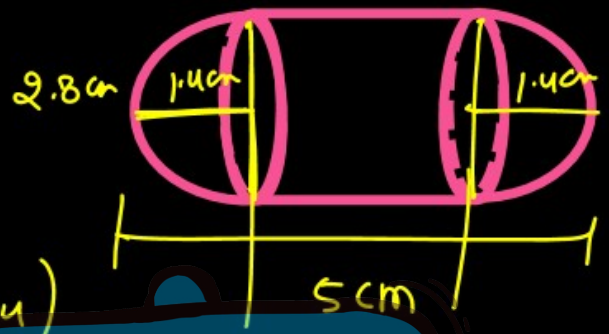
$= 2(80) = 160\ cm^2$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



प्रश्न एक गुलाबजामुन में उसके आयतन की लगभग 30% चीनी की चाशनी होती है। 45 गुलाबजामुनों में लगभग कितनी चाशनी होगी, यदि प्रत्येक गुलाबजामुन एक बेलन के आकार का है, जिसके दोनों सिरे अर्धगोलाकार हैं तथा इसकी लंबाई 5 cm और व्यास 2.8cm है (देखिए आकृति 13.15)।



$h = 5 - (1.4 + 1.4)$

$h = 5 - 2.8 = 2.2\,cm$

$d = 2.8\,cm$, $r = \frac{d}{2} = \frac{2.8}{2} = 1.4\,cm$

एक गुलाब जामुन का आयतन = बेलन का आयतन + 2 अर्द्धगोले का आयतन

$= \pi r^2 h + 2\left(\frac{2}{3}\pi r^3\right)$

$= \pi r^2 \left(h + \frac{4}{3} r\right)$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$= \frac{22}{7} \times \frac{14}{10} \times \frac{14}{10}\left(2.2 + \frac{4}{3} \times 1.4\right)$$

$$= \frac{44 \times 14}{100}\left(\frac{2.2}{1} + \frac{5.6}{3}\right)$$

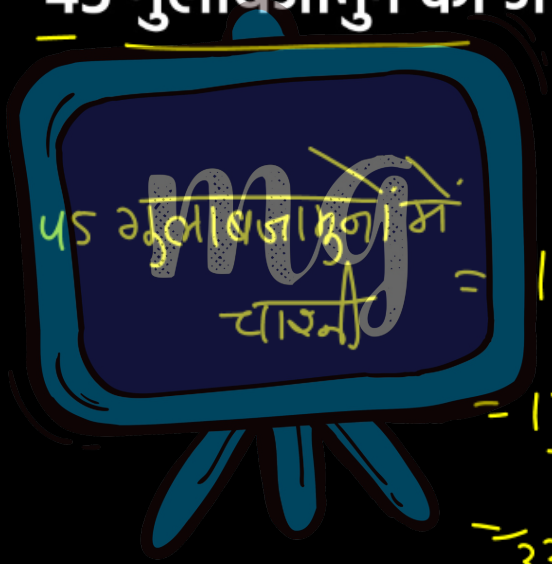
$$= \frac{616}{100}\left(\frac{6.6 + 5.6}{3}\right)$$

$$= \frac{616}{100}\left(\frac{12.2}{3}\right) =$$

एक गुलाबजामुन का आयतन = 25.05 cm^3

45 गुलाबजामुन का आयतन = 45 × 25.05 cm^3

= 1127.25 cm^3



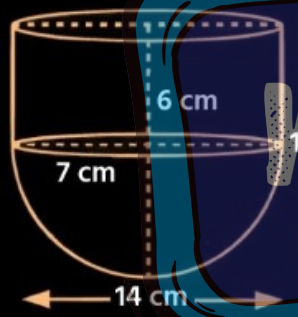
45 गुलाबजामुनों में चाशनी = 1127.25 का 30%

$= \frac{1127.25 \times 30}{100}$

$= \frac{338.175}{100}$

$= 338.175\ cm^3$

प्रश्न कोई बर्तन एक खोखले अर्धगोले के आकार का है जिसके ऊपर एक खोखला बेलन अध्यारोपित है। अर्धगोले का व्यास 14 cm है और इस बर्तन (पात्र) की कुल ऊँचाई 13 cm है। इस बर्तन का आंतरिक पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए ।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

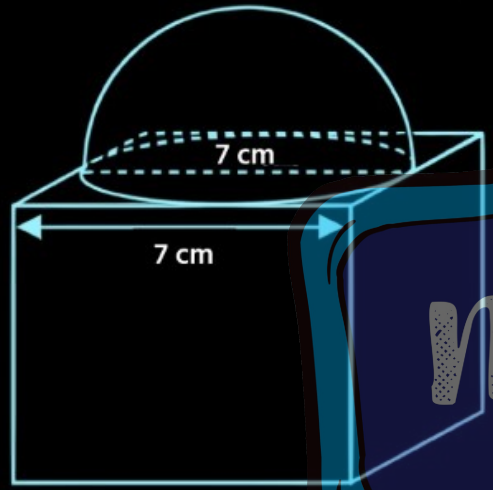
प्रश्न लकड़ी के एक ठोस बेलन के प्रत्येक सिरे पर एक अर्धगोला खोदकर निकालते हुए, एक वस्तु बनाई गई है, जैसाकि आकृति में दर्शाया गया है। यदि बेलन की ऊँचाई 10 cm है और आधार की त्रिज्या 3.5 cm है तो इस वस्तु का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



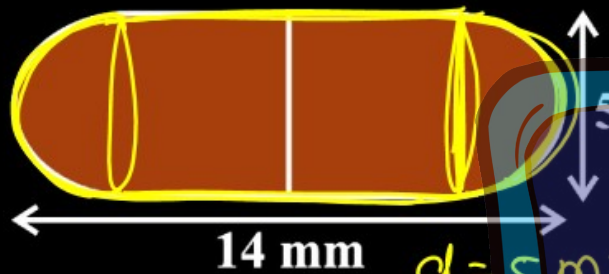
RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न भुजा 7 cm वाले एक घनाकार ब्लॉक के ऊपर एक अर्धगोला रखा हुआ है। अर्धगोले का अधिकतम व्यास क्या हो सकता है? इस प्रकार बने ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



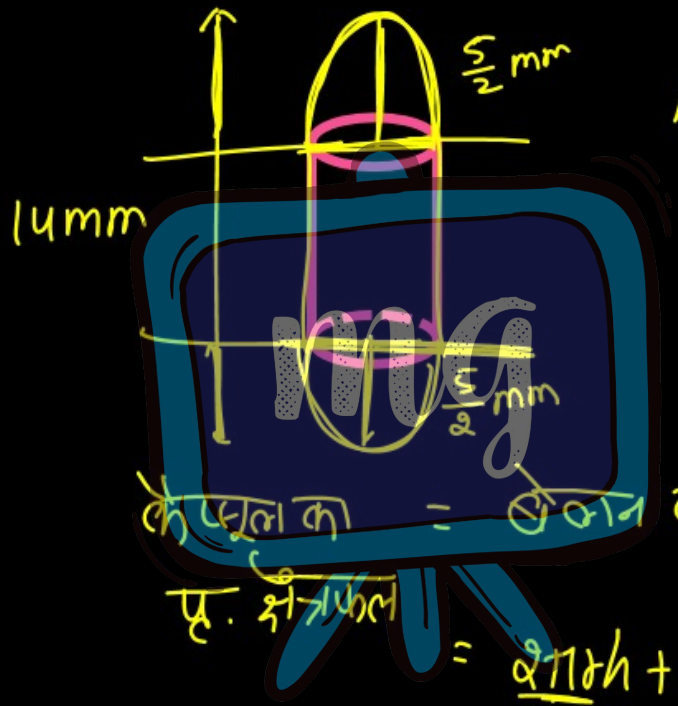
प्रश्न दवा का एक कैप्सूल (capsule) एक बेलन के आकार का है जिसके दोनों सिरों पर एक-एक अर्धगोला लगा हुआ है (देखिए आकृति)। पूरे कैप्सूल की लंबाई 14 mm है और उसका व्यास 5 mm है। इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।



$d = 5$ mm

$r = \frac{d}{2} = \frac{5}{2}$ mm

$h = 9$ mm



$h = 14 - \left(\frac{5}{2} + \frac{5}{2}\right)$

$= 14 - \left(\frac{14}{2}\right)$

$= 14 - 5 = 9\text{mm}$

केप्सूल का पृ. क्षे.फल = सिलेण्डर का व. पृ. क्षेत्र + 2 अर्द्ध गोले का वक्र पृ.

$= 2\pi rh + 2 \times 2\pi r^2$

$= 2\pi r(h + 2r)$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

