RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

12th MATHS

ARJUN BATCH

आत्यूह

अध्याय-03 | भाग-02

26 अगस्त 2026 || 04:00 PM



missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

आज क्या पढेंगे ?

1 आव्यूह के प्रकार



आव्यूह के प्रकार

(Types of Matrices)



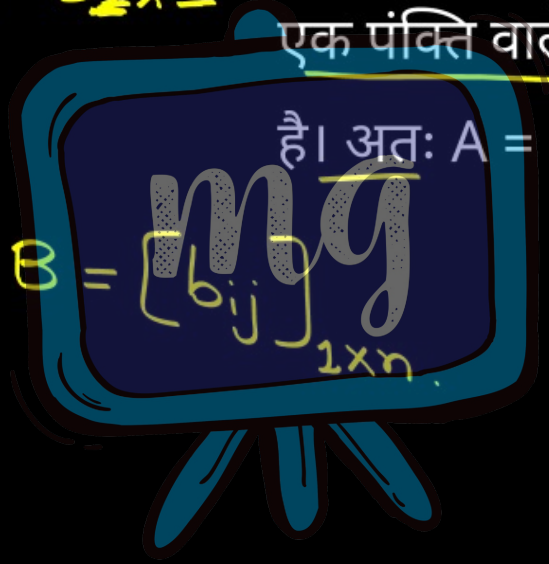
RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

1 पंक्ति आव्यूह (Row matrix)

$A = [a_{ij}]_{1 \times n}$

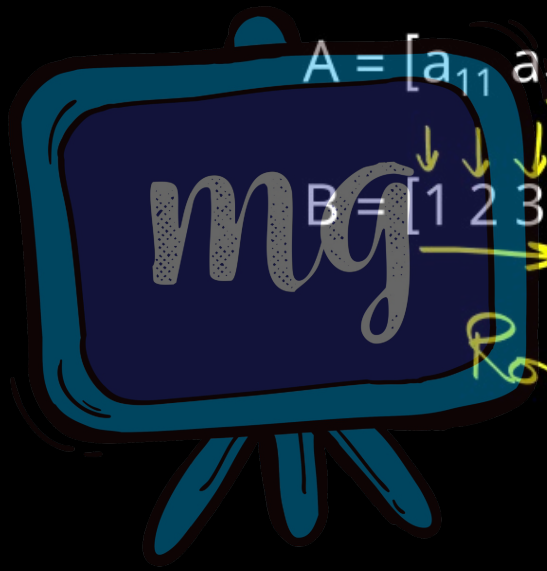
एक पंक्ति वाले आव्यूह को पंक्ति आव्यूह कहते है। अत: $A = [a_{ij}]_{1 \times n}$ एक पंक्ति आव्यूह होगा।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहारण



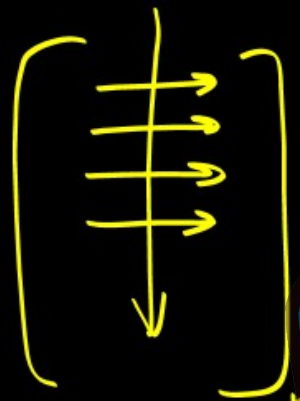
$$A = [a_{11}\ a_{12}\ 2_{13}\ 2_{14} \ldots\ldots\ a_{1n}]_{1 \times n}$$

$$B = [1\ 2\ 3]_{1 \times 3}$$

Row matrix

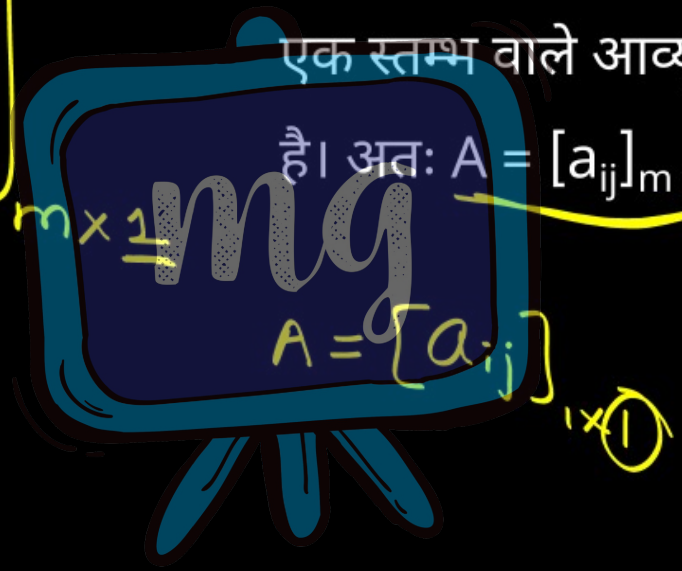
RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



2 स्तम्भ आव्यूह (Column matrix)

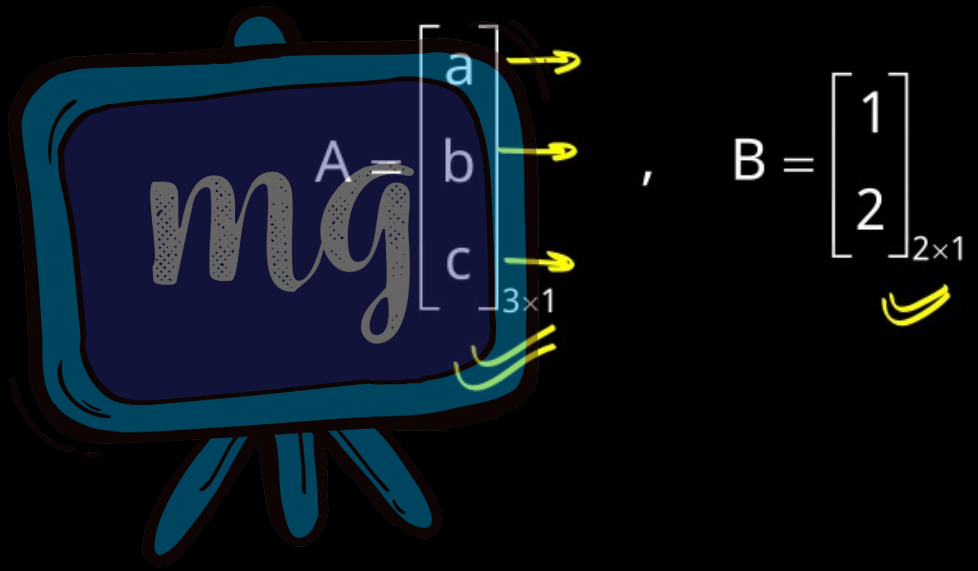
एक स्तम्भ वाले आव्यूह को स्तम्भ आव्यूह कहते है। अत: $A = [a_{ij}]_{m \times 1}$ एक स्तम्भ आव्यूह हैं।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

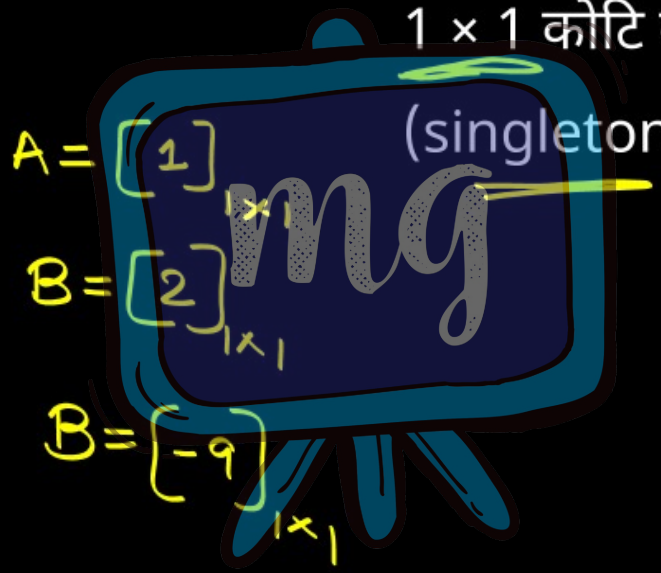
उदाहारण



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

नोट



1 × 1 कोटि का आव्यूह प्रायः एकल (singleton) आव्यूह कहलाता है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$A = [a_{ij}]_{m \times n}$.

$a_{ij} = 0 \ \forall \ i, j$

$O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$

$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{1 \times 3}$.

3 शून्य आव्यूह (Zero matrix)

वह आव्यूह जिसके अवयव शून्य हों एक शून्य आव्यूह कहलाता है।

☛ अतः $A = [a_{ij}]$ एक शून्य आव्यूह होगा यदि

$a_{ij} = 0 \ \forall \ i, j$

☛ शून्य आव्यूह को प्रायः O से व्यक्त किया जाता है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण

$$O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_{2\times 3}, \quad O = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{2\times 2}$$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



4 वर्ग आव्यूह (Square matrix)

जिस आव्यूह में पंक्तियों तथा स्तम्भों की संख्या समान हो उसे वर्ग आव्यूह कहते है।

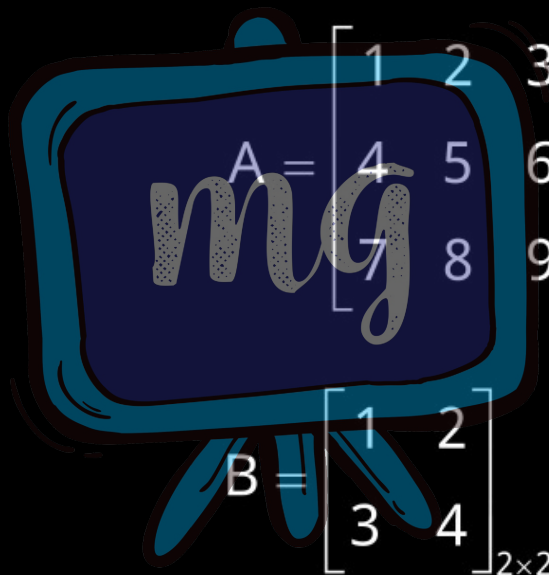
अत: $A = [a_{ij}]_{m\times n}$ वर्ग आव्यूह कहलाएगा यदि

$m = n$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहारण



$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}_{3\times3},$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}_{2\times2}, \quad C = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}_{2\times2}$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



नोट

वर्ग आव्यूह $A = [a_{ij}]$ के वे अवयव जिनके लिए $i = j$ हो अर्थात् $a_{11}, a_{22}, a_{33} \ldots\ldots\ldots a_{mn}$ विकर्ण के अवयव (Diagonal elements) कहलाते हैं।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहारण

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}_{3\times3}$$

में विकर्ण के अवयव

$a_{11} = 1$, $a_{22} = 5$, $a_{33} = 9$ होंगे।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



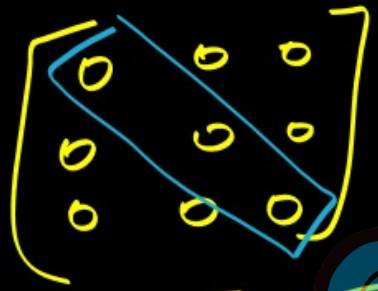
5 विकर्ण आव्यूह (Diagonal matrix)



यदि किसी वर्ग आव्यूह के मुख्य विकर्ण के अतिरिक्त अन्य सभी अवयव शून्य हो, तो आव्यूह विकर्ण कहलाती हैं।

अत: वर्ग आव्यूह $A = [a_{ij}]$ विकर्ण आव्यूह होगा।

यदि $a_{ij} = 0$ जब $i \neq j$

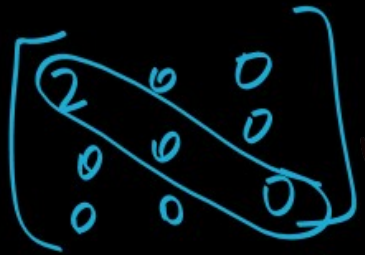


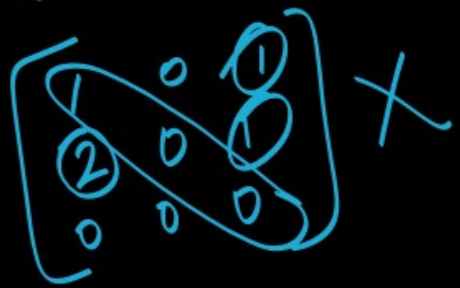
उदाहारण

शून्य आव्यूह 3×3

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

एक विकर्ण आव्यूह है जिसे a_{11}, a_{22}, a_{33} से प्रदर्शित करते हैं।





RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

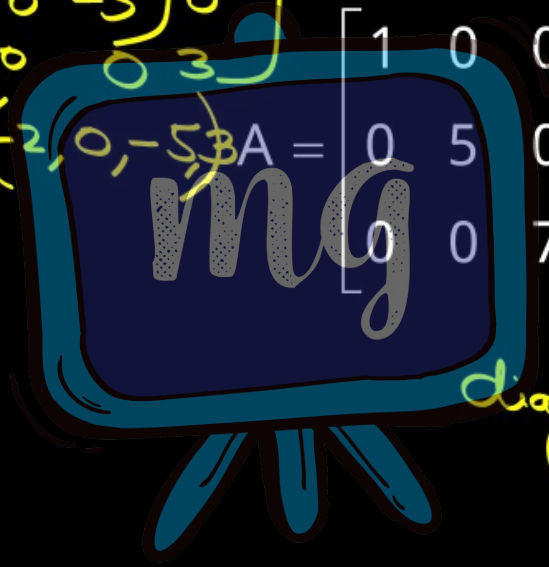
missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण

$$B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

$$= \text{diag}(-2, 0, -5, 3)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} = \text{diag}(1, 5, 7)$$



diag (1,5,7)

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

Diagonal Matrix



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहारण

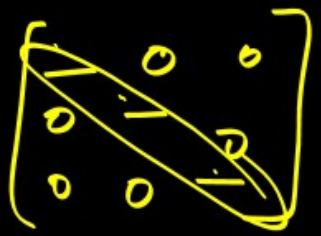


$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

एक विकर्ण आव्यूह नहीं है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



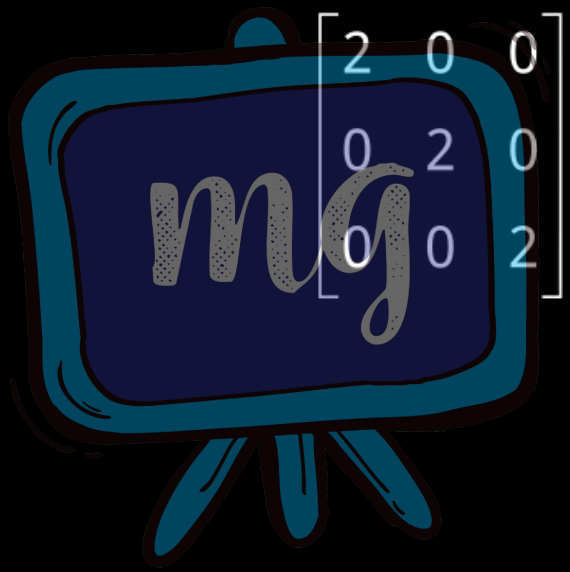
6 अदिश आव्यूह (Scalar matrix)

यदि किसी विकर्ण आव्यूह के विकर्ण के सभी अवयव समान हो, तो उसे अदिश आव्यूह कहते हैं।

अत: वर्ग आव्यूह $A = [a_{ij}]$ अदिश आव्यूह कहलाएगा यदि

$$a_{ij} = \begin{cases} 0; & i \neq j \\ k; & i = j \end{cases}$$

उदाहारण



$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$ तथा $$\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$$ अदिश आव्यूह हैं।

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

7 इकाई/तत्समक आव्यूह (Unit/Identity matrix)

यदि किसी वर्ग आव्यूह के मुख्य विकर्ण का प्रत्येक अवयव 1 तथा अन्य सभी अवयव शून्य हो, तो उसे इकाई/तत्समक आव्यूह कहते हैं। अतः वर्ग आव्यूह $A = [a_{ij}]$ इकाई/तत्समक आव्यूह कहलाएगा यदि

$$a_{ij} = \begin{cases} 1; & i = j \\ 0; & i \neq j \end{cases}$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

नोट

n कोटि के ईकाई आव्यूह को प्राय: संकेत I_n से व्यक्त करते हैं।

mg

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

1. Row matrix . पंक्ति आव्यूह
2. Column matrix स्तम्भ आव्यूह
3. शून्य आव्यूह Zero Matrix .
4. विकर्ण आव्यूह → वर्ग आव्यूह
5. अदिश आव्यूह
6. एकांक तत्समक ~~अदिश~~ आव्यूह
8. उपरि त्रिभुजाकार आव्यूह
9. निम्न त्रिभुजाकार आव्यूह



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

8] ऊपरि त्रिभुजाकार आव्यूह
Upper Triangular Matrix.

a_{ij}

$a_{ij}=0 \quad i>j$

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

(9) निम्न त्रिभुजाकार आव्यूह

$a_{ij}=0 \quad i<j$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$[\ ]_{_} = [\ \ ]_{_}$$



$$[\ ]_{2\times2} = [\ \ ]_{3\times3}$$

$$\times$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$\begin{bmatrix} - \end{bmatrix}_{3\times 5} = \begin{bmatrix} - \end{bmatrix}_{3\times 5}$$

$2x+3y=?$

$= 2(5)+3(-7)$

$= 10-21$

$= -11$



$$\begin{bmatrix} x & y \\ 2 & 3 \end{bmatrix}_{2\times 2} = \begin{bmatrix} 5 & -7 \\ z & t \end{bmatrix}_{2\times 2}$$

$\Rightarrow x=5,\ y=-7$

$z=2,\ t=3.$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}_{4\times 4}$$

वर्ग आव्यूह

विकर्ण आव्यूह

निम्न त्रिभुजाकार आव्यूह

ऊपरी त्रिभुजाकार आव्यूह

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

ऊर्ध्व त्रिभुजाकार आव्यूह
[जिसमें 0 आते हैं]

