KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा - 10

गणित

अध्याय - 12

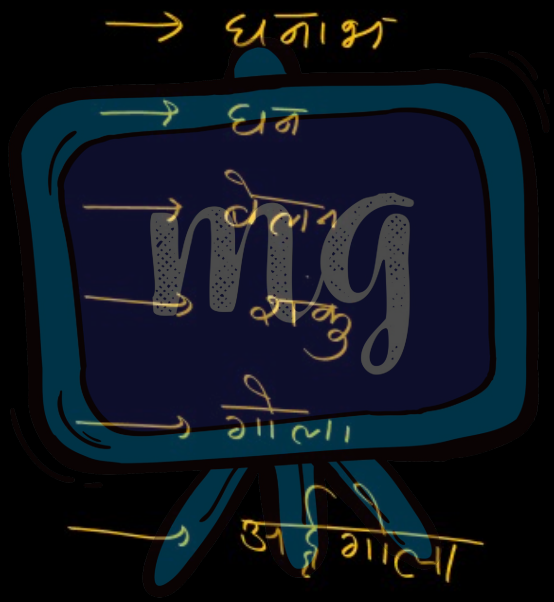
पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

भाग - 1

केशव शर्मा

KOLORS
make life better

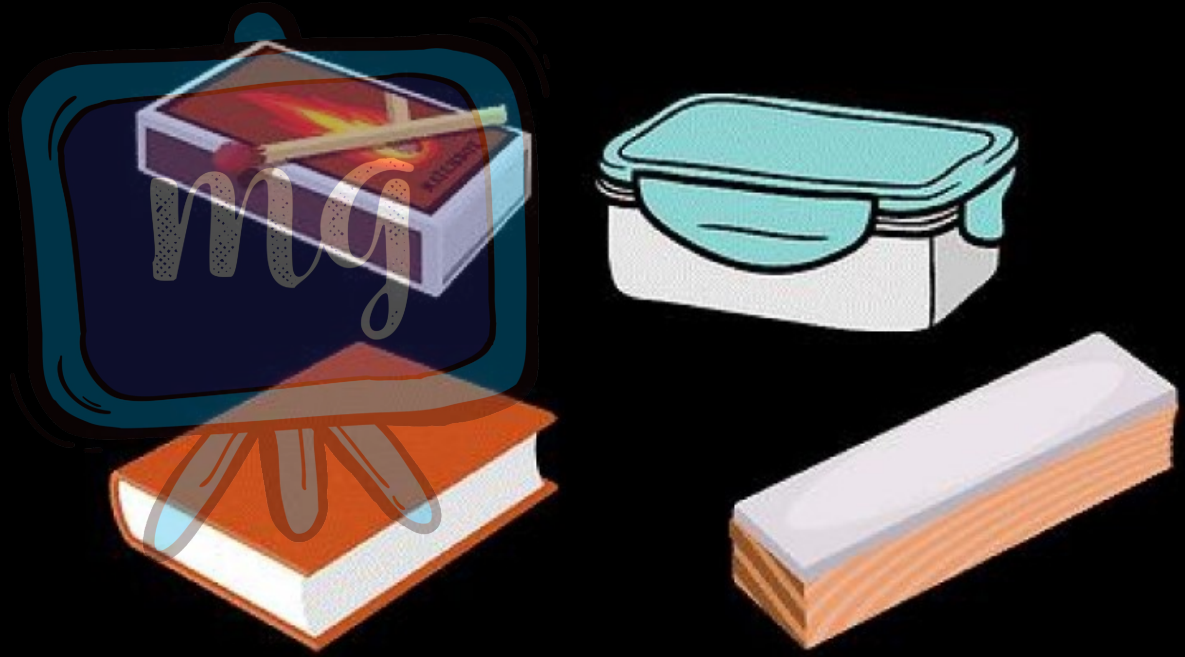
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

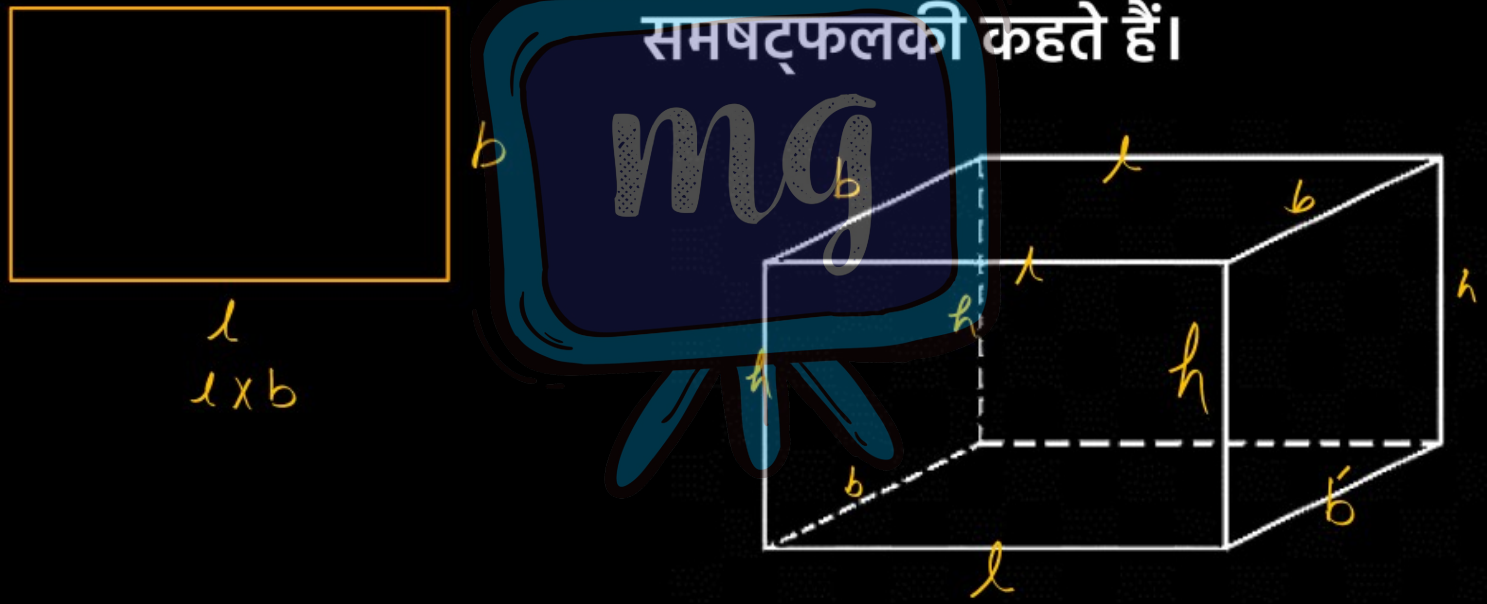
घनाभ



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

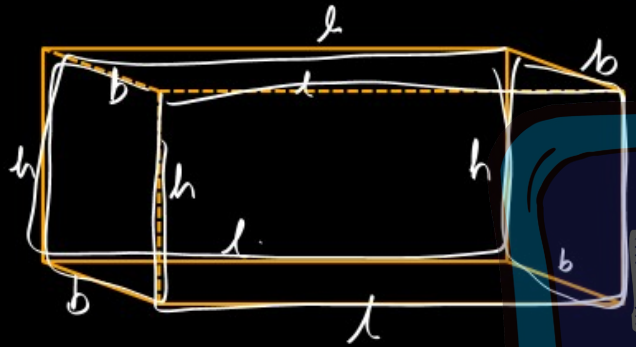
- छः आयताकार पृष्ठों/फलकों से घिरकर बनी ठोस आकृति को धनाभ/आयत फलकी अथवा समषट्फलकी कहते हैं।



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

पार्श्व पृष्ठिय क्षेत्रफल = $2 \times h \times (l+b)$



$= l \times h + b \times h + l \times h + b \times h$

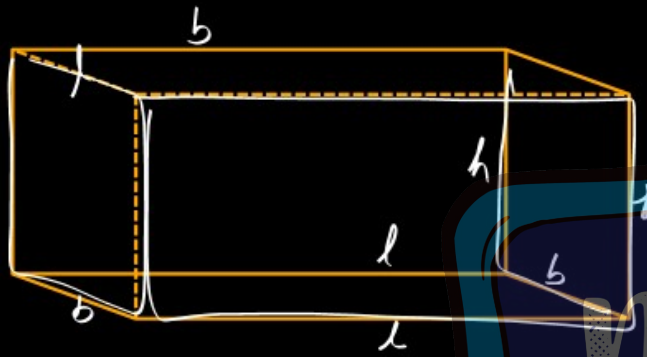
$= 2\,l \times h + 2b \times h$

$= \boxed{2 \times h \times (l+b)}$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =



$= \underline{l \times b + l \times b} + b \times h + b \times h + l \times h + l \times h$

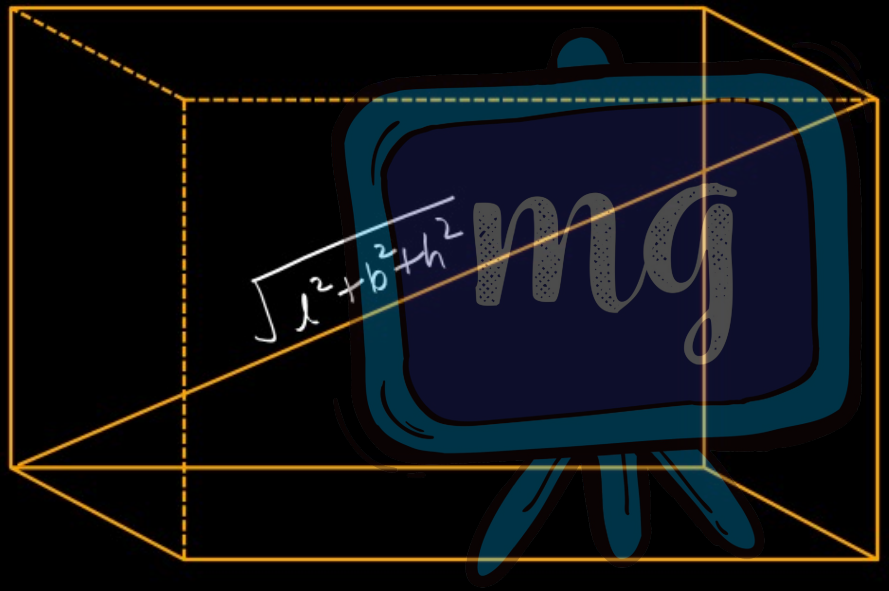
$= 2 l \times b + 2 b \times h + 2 l \times h$

$= 2(lb + bh + hl)$

आयतन $= l \times b \times h$

KOLORS
make life better

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

ध्यान दें

- यदि किसी घनाभ की लम्बाई = l, चौड़ाई = b तथा ऊँचाई = h है तब

1. घनाभ के आधार का क्षेत्रफल = ल. (l) × चौ. (b)
2. घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल =

$$2x(lb + bh + hl)$$

- घनाभ का आयतन = लम्बाई × चौड़ाई × ऊँचाई

$$V = l \times b \times h$$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल

  = 2 × ऊँचाई × (लम्बाई + चौड़ाई)

  $A_L = 2h(l + b)$

- घनाभ का विकर्ण/घनाभाकार कमरे में रखी जा सकने वाली सबसे बड़ी छड़ की लम्बाई = $\sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

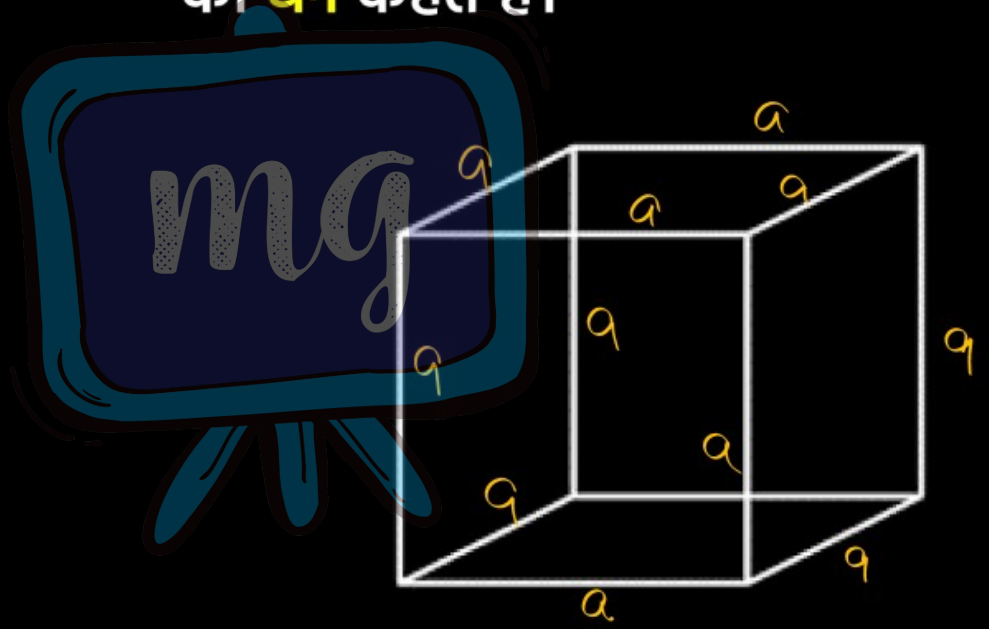
घन



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- छः समान वर्गाकार पृष्ठों से घिरकर बने ठोस को **घन** कहते हैं।



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



घन का पृष्ठीय क्षेत्रफल $= 2 \times (l + b) \times h$

$l = b = h = a$

$= 2 \times (a + a) \times a$

$= 2 \times 2a \times a = 4a^2$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

समूर्ण पृष्ठिय क्षेत्रफल =

$\therefore 2 \times (lb + b \times h + h \times l)$

$\sqrt{l^2+b^2+h^2}$

$l = b = h = a$

$\sqrt{a^2+a^2+a^2}$

$= 2 \times (a \times a + a \times a + a \times a)$

$\sqrt{3a^2}$

$= 2 \times (a^2 + a^2 + a^2)$

$= \sqrt{3}a$

$= 2 \times 3a^2$

$= 6a^2$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



$l \times b \times h$

घन का आयतन $\rightarrow a \times a \times a = a^3$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

ध्यान दें

- घन का प्रत्येक पृष्ठ / फलक वर्गाकार होता है। अतः घन के प्रत्येक पृष्ठ का क्षेत्रफल = $(\text{भुजा})^2$
- घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6\ (\text{भुजा})^2$
- घन का आयतन = आधार का क्षेत्रफल × ऊँचाई = $(\text{भुजा})^2 \times \text{भुजा} = (\text{भुजा})^3$
- घन के विकर्ण की लम्बाई = भुजा $\sqrt{3}$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न :

घन का संपूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 486 वर्ग मीटर है। घन की भुजा का माप होगा–

अ. 6 सेमी
ब. 7 सेमी
स. 8 सेमी
द. 9 सेमी

$6a^2 = 486$

$a^2 = \frac{486}{6}$

$a^2 = 81$

$a = \sqrt{81} = 9$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

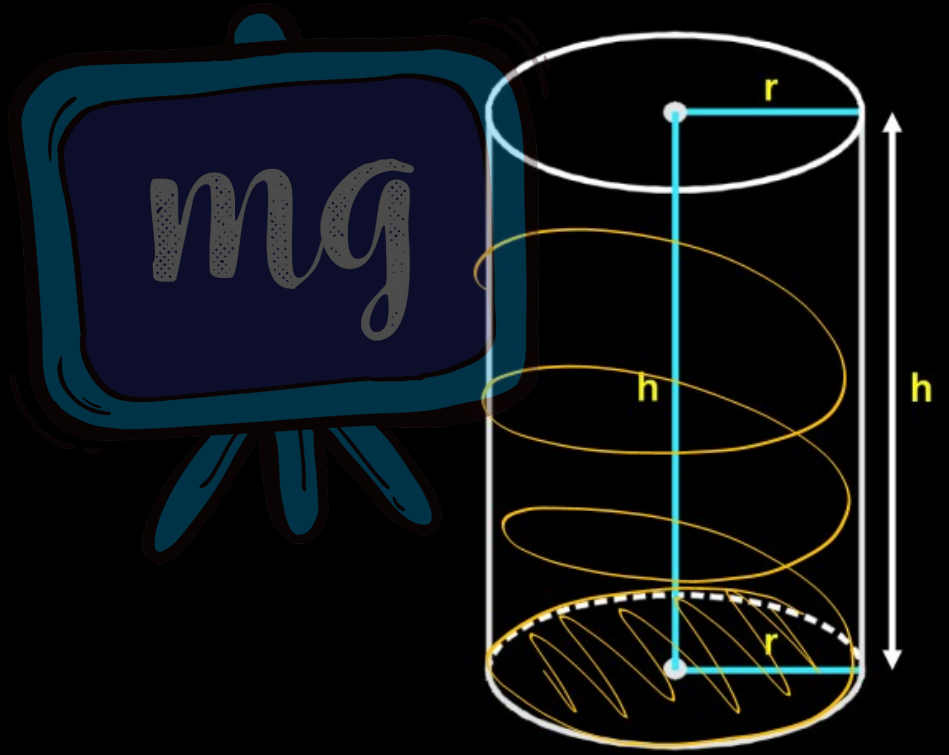
बेलन



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- दो वृत्ताकार अनुप्रस्थ काट वाला एक पाईप जैसा ठोस बेलन कहलाता है।



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

वक्र पृष्ठिय क्षेत्रफल $= 2\pi rh$



सम्पूर्ण पृष्ठिय क्षेत्रफल $= 2\pi rh + 2\pi r^2$

$= 2\pi r(h+r)$

आधार का क्षेत्रफल $= \pi r^2$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

ध्यान दें

- यदि एक बेलन / लम्बवृत्तीय बेलन के आधार की त्रिज्या r एवं ऊँचाई h है तब –

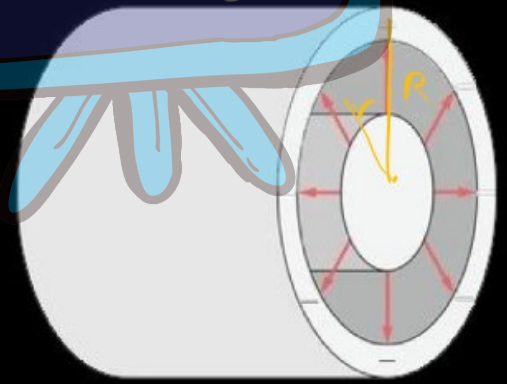
1. बेलन के आधार पर क्षेत्रफल = πr^2
2. बेलन के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल = $2\pi rh$
3. बेलन का सम्पूर्ण क्षेत्रफल = $2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(h+r)$
4. बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$
   = आधार का क्षे. × ऊँ.

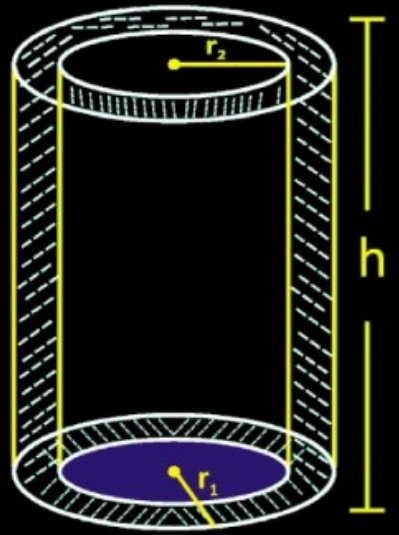
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

खोखला बेलन

- यदि किसी बेलन के भीतर से द्रव्य (matter) हटा लें तो प्राप्त खोखला ठोस, खोखला बेलन कहलाता है।





KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



r_1 = खोखले बेलन की बाह्य त्रिज्या

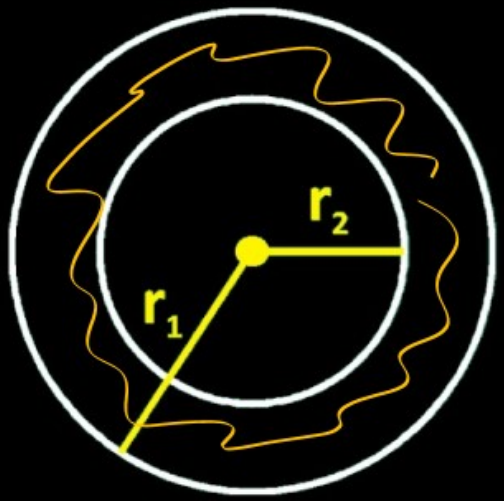
r_2 = खोखले बेलन की 2 अन्तः त्रिज्या

h = खोखले बेलन की ऊँचाई

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

ध्यान दें



- यदि किसी खोखले बेलन की बाह्य त्रिज्या r_1 अन्तः त्रिज्या r_2 तथा ऊँचाई (h) है तब-

1. खोखले बेलन के आधार पर बनी वलय का क्षेत्रफल $= \pi\left(r_1^2 - r_2^2\right)$

$= \pi(r_1 + r_2)(r_1 - r_2)$

$\pi r_1^2 - \pi r_2^2$

$\pi(r_1^2 - r_2^2)$

$\pi(r_1+r_2)(r_1-r_2)$

$(a^2-b^2) = (a+b)(a-b)$

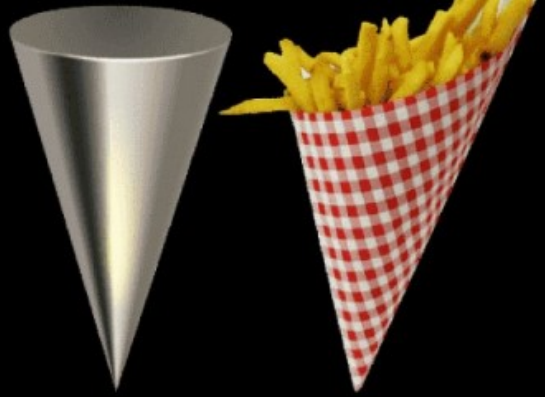
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

शंकु







l → तिर्यक ऊँचाई

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

शंकु

$l^2 = h^2 + r^2$

$l = \sqrt{h^2 + r^2}$

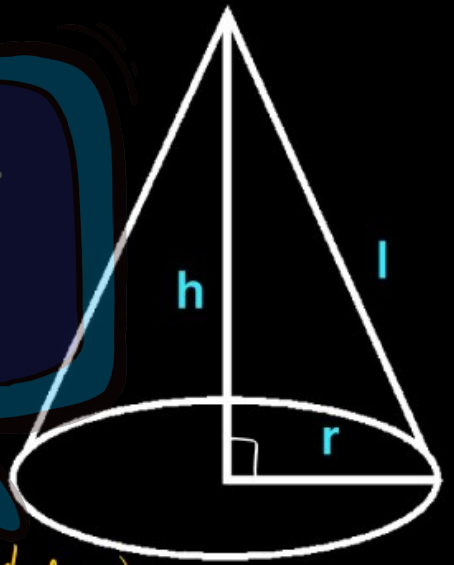
mg

वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r l$

सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल $= \pi r l + \pi r^2$

$= \pi r (l + r)$

आयतन $= \frac{1}{3} \pi r^2 h$



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

ध्यान दें

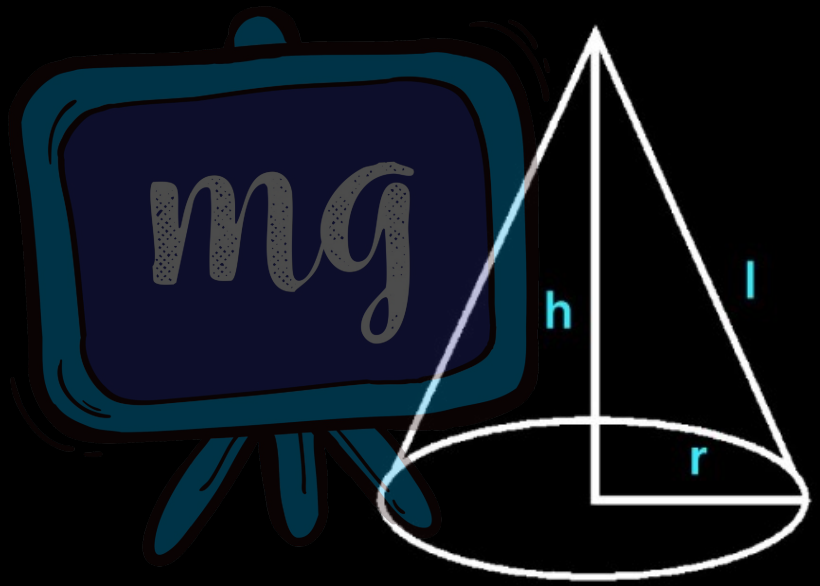
- यदि एक शंकु / लम्बवृत्तीय शंकु के आधार की त्रिज्या r, तिर्यक ऊँचाई l एवं ऊँचाई h है तब -

1. $l^2 = r^2 + h^2$
2. शंकु के आधार पर क्षेत्रफल = πr^2
3. शंकु के वक्र पृष्ठ का क्षेत्रफल = πrl
4. शंकु का सम्पूर्ण क्षेत्रफल = $\pi rl + \pi r^2$
   $= \pi r(l + r)$

KOLORS
make life better

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

5. शंकु का आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

गोला



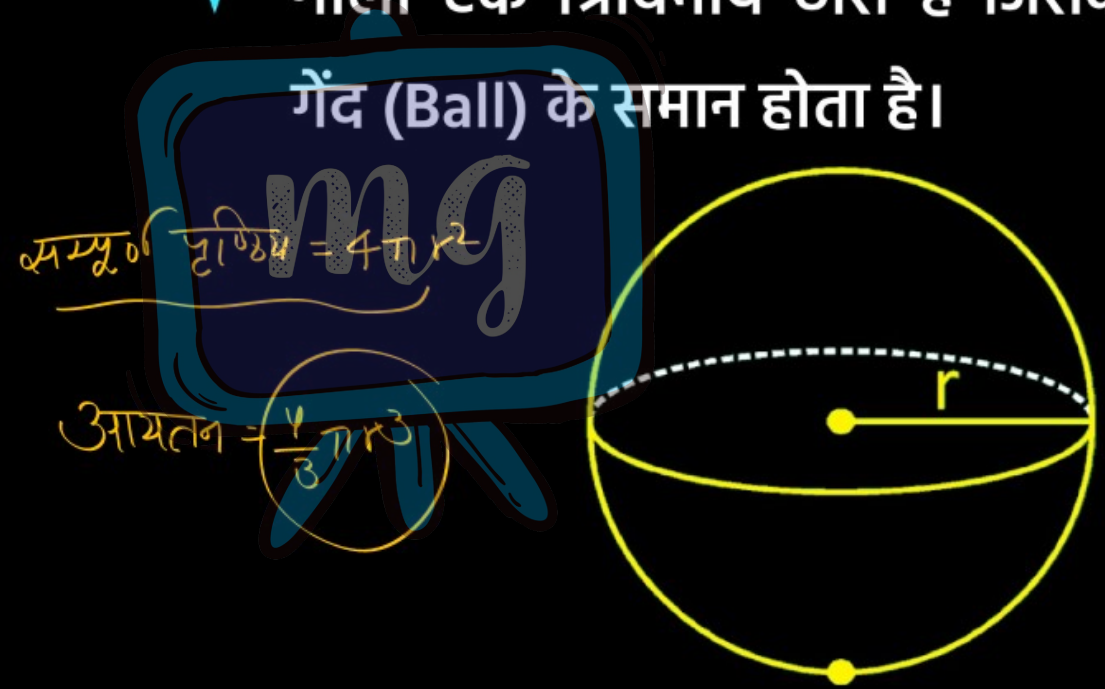


KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

गोला

- गोला एक त्रिविमीय ठोस है जिसका आकार गेंद (Ball) के समान होता है।



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

ध्यान दें

- यदि एक ठोस गोले (Sphere) की त्रिज्या r है

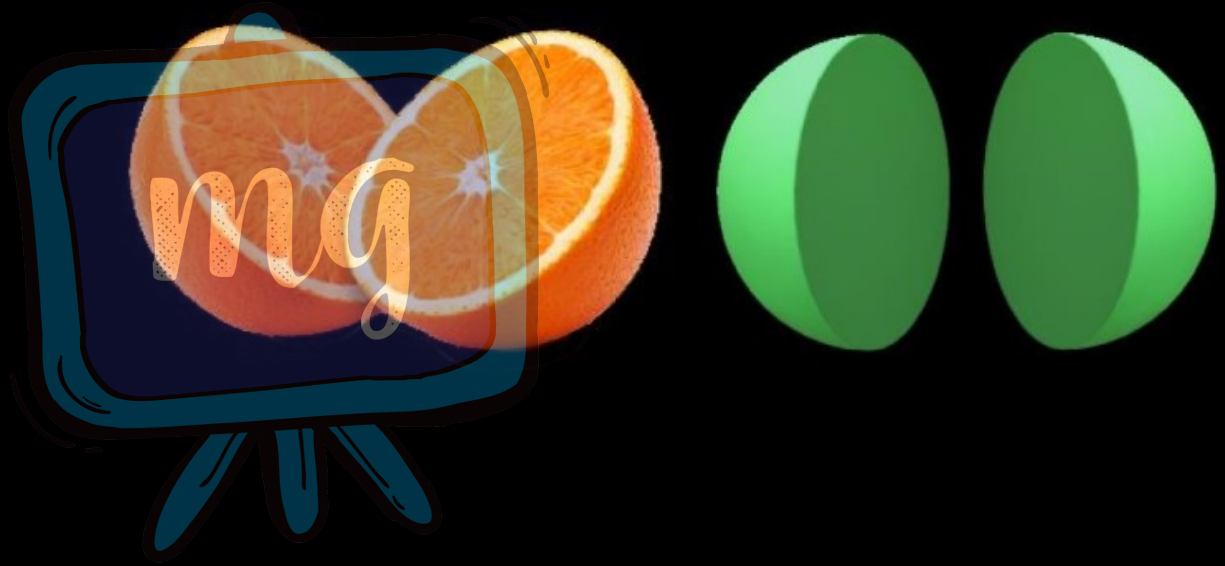
तब

1. गोले का पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$
2. गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

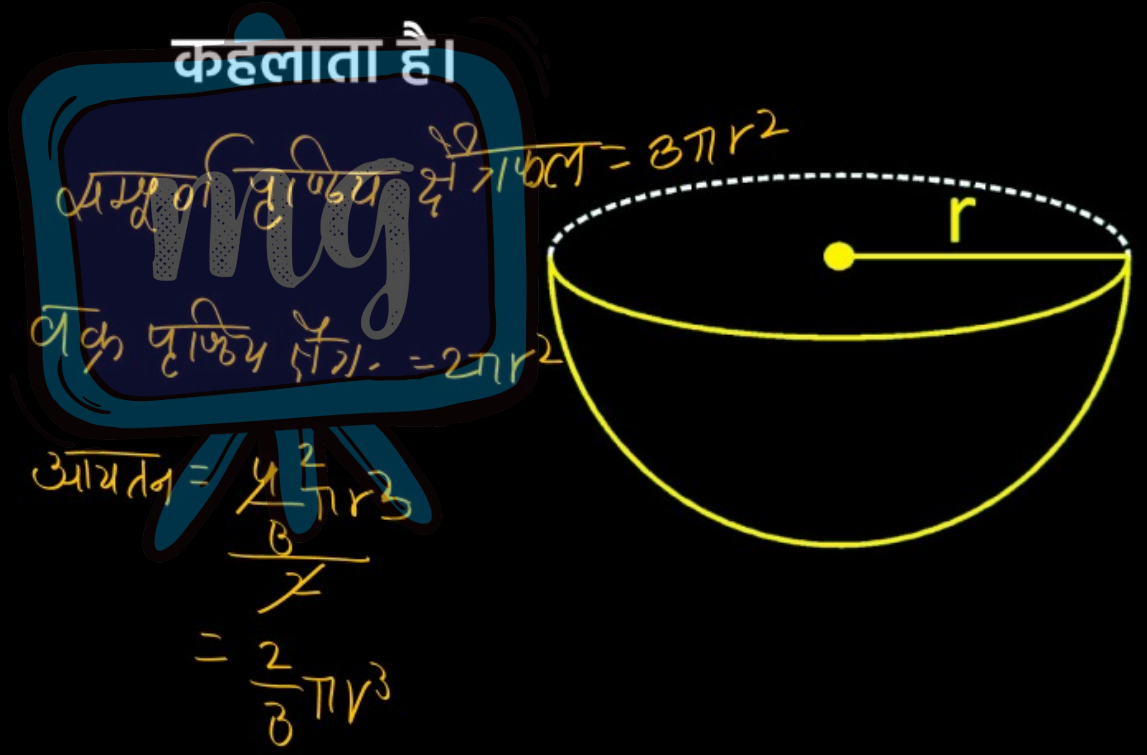
अर्द्धगोला



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- यदि किसी गोले को दो समान भागों में काट दिया जाए तो प्रत्येक भाग एक अर्द्ध गोला कहलाता है।



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

ध्यान दें

- यदि एक अर्द्धगोले की त्रिज्या (अर्द्धगोल की ऊँचाई) है तब -

1. अर्द्धगोले का वक्रपृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r^2$
2. अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $3\pi r^2$
3. अर्द्धगोल का आयतन $= \frac{2}{3}\pi r^3$