SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा-10

गणित

अध्याय - 8

त्रिकोणमिति का परिचय

(Introduction To Trigonometry)

भाग - 1

त्रिकोणमिति का परिचय

By : Rajendra Yadav Sir

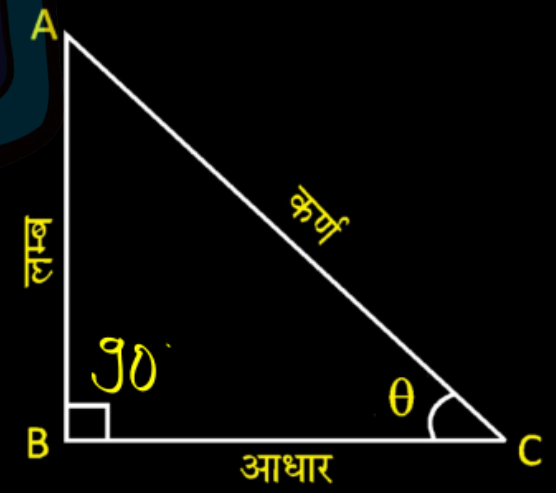
SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमिति का परिचय

समकोण त्रिभुज

एक त्रिभुज समकोण त्रिभुज कहलाता है यदि इसमें एक कोण समकोण (90^0) हो।



त्रिकोणमिति का परिचय

ध्यान दें

समकोण त्रिभुज में,

1. समकोण के सम्मुख भुजा सबसे बड़ी भुजा होती है तथा इसे कर्ण कहते है।
2. समकोण त्रिभुज में दोनों अन्य भुजाएँ क्रमशः लम्ब तथा आधार कहलाती है।
3. समकोण त्रिभुज की तीनों भुजाओं में निम्न सम्बन्ध होता है-

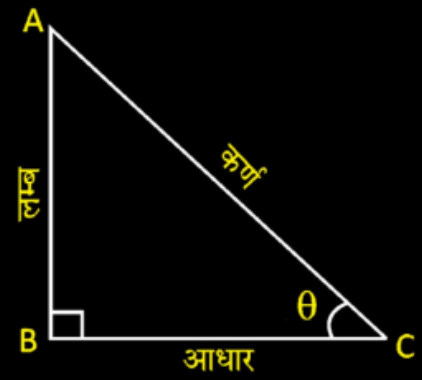
$(\text{कर्ण})^2 = (\text{आधार})^2 + (\text{लम्ब})^2$

उपरोक्त सम्बन्ध 'पाइथोगोरस प्रमेय' कहलाती है।

त्रिकोणमिति का परिचय

त्रिकोणमितीय अनुपात

- किसी भी समकोण त्रिभुज की भुजाओं के अनुपातों को, समकोण त्रिभुज के कोणों से सम्बन्धित किया जा सकता है जिन्हें उन कोणों के त्रिकोणमितीय अनुपात (Trigonometric Ratios) कहते है।



SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

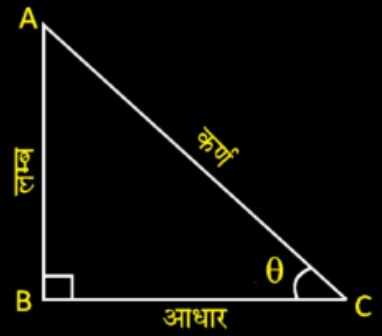
missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमिति का परिचय

LAL
KKA

त्रिकोणमितीय अनुपात (Trigonometric Ratios) निम्न 6 हैं -

(1) sineθ / sinθ = लम्ब / कर्ण



(2) cosineθ / cosθ = आधार / कर्ण

(3) tangentθ / tanθ = लम्ब / आधार

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

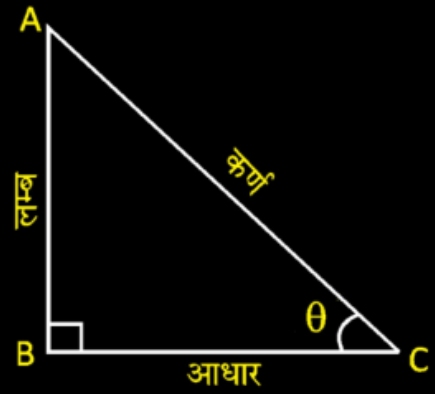
missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमिति का परिचय

(4) $\text{Cotangent}\theta \,/\, \cot\theta = \dfrac{\text{आधार}}{\text{लम्ब}}$

(5) $\text{secant}\theta \,/\, \sec\theta = \dfrac{\text{कर्ण}}{\text{आधार}}$

(6) $\text{Cosecant}\theta \,/\, \text{cosec}\theta = \dfrac{\text{कर्ण}}{\text{लम्ब}}$



SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमिति का परिचय

Trick

त्रिकोणमितीय अनुपात (Trigonometric Ratios) को याद रखने के लिये निम्न ट्रिक का प्रयोग करें -

LAL बटा KKA

L	A	L
K	K	A

त्रिकोणमिति का परिचय

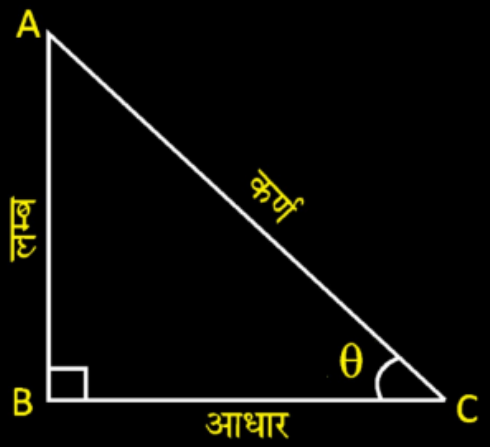
विभिन्न त्रिकोणमितीय अनुपातो में संबंध

विभिन्न त्रिकोणमितीय अनुपात निम्न प्रकार होते है-

(1) $\sin\theta = \frac{L}{K}$ (6) $\operatorname{cosec}\theta = \frac{K}{L}$

(2) $\cos\theta = \frac{A}{K}$ (5) $\sec\theta = \frac{K}{A}$

(3) $\tan\theta = \frac{L}{A}$ (4) $\cot\theta = \frac{A}{L}$



SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमिति का परिचय

1) $\sin\theta = \frac{1}{\operatorname{cosec}\theta}$

2) $\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}$

3) $\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}$

4) $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

5) $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

6) $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमिति का परिचय

7) $\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{L/K}{A/K} = \frac{L}{A} = \tan\theta$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

8) $\frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{A/K}{L/K} = \frac{A}{L} = \cot\theta$

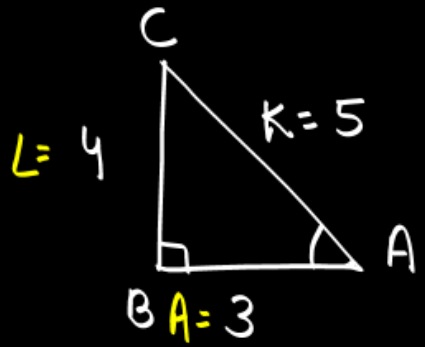
$$\cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमिति का परिचय

$$\tan A = \frac{\text{L}}{\text{A}} = \frac{\text{L}}{\text{A}}$$



उदाहरण 1. यदि $\tan A = \frac{4}{3}$, तो कोण A के अन्य त्रिकोणमितीय अनुपात ज्ञात कीजिए।

$$K^2 = A^2 + L^2$$

$$K^2 = (3)^2 + (4)^2$$

$$= 9 + 16 = 25$$

$$\boxed{K = 5}$$

1) $\sin A = \frac{L}{K} = \frac{4}{5}$

2) $\cos A = \frac{A}{K} = \frac{3}{5}$

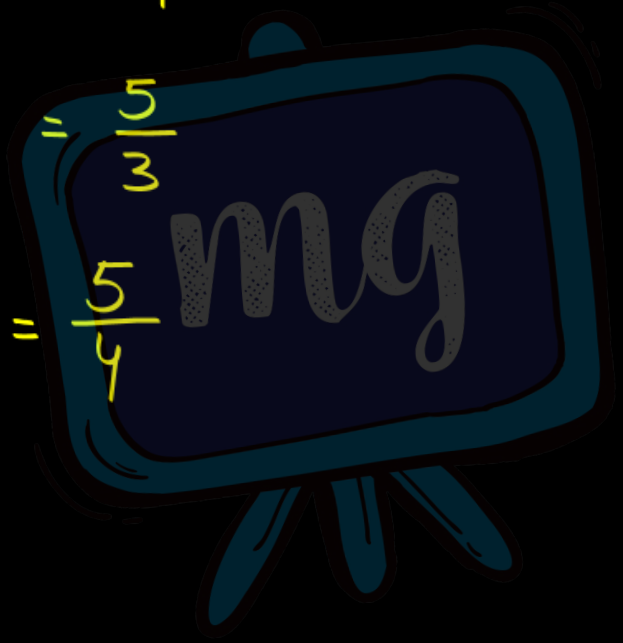
SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

3) $\cot A = \frac{A}{L} = \frac{3}{4}$

4) $\sec A = \frac{K}{A} = \frac{5}{3}$

5) $\operatorname{cosec} A = \frac{K}{L} = \frac{5}{4}$

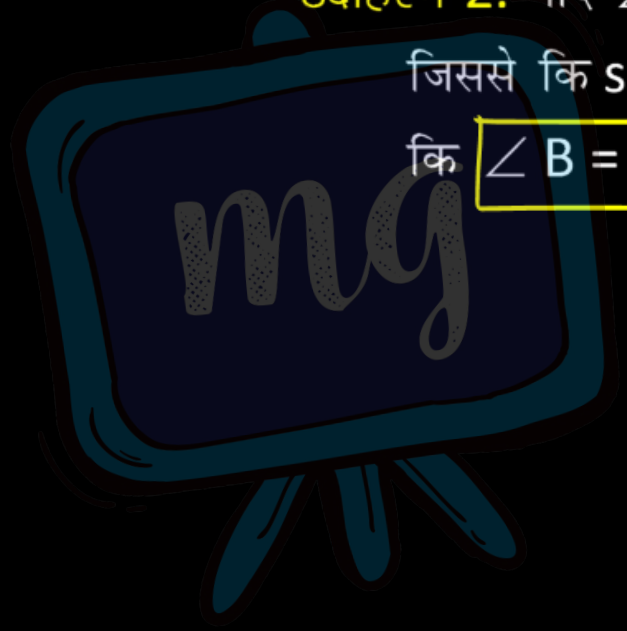


SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमिति का परिचय

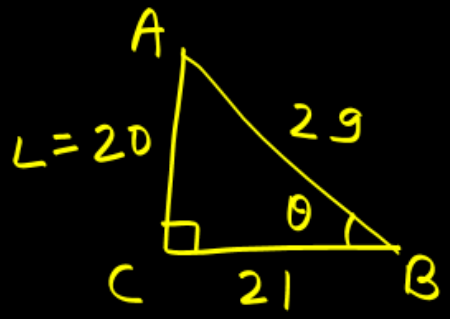
उदाहरण 2. यदि $\angle B$ और $\angle Q$ ऐसे न्यूनकोण हों जिससे कि $\sin B = \sin Q$, तो सिद्ध कीजिए कि $\angle B = \angle Q$



SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमिति का परिचय



उदाहरण 3. Δ ACB लीजिए जिसका कोण C समकोण है जिसमें AB = 29 इकाई, BC = 21 इकाई और $\angle$ ABC = θ हैं तो निम्नलिखित के मान ज्ञात कीजिए।

(i) $\cos^2\theta + \sin^2\theta$

(ii) $\cos^2\theta - \sin^2\theta$.

$L^2 + A^2 = K^2$

$L^2 + (21)^2 = (29)^2$

$L^2 = (29)^2 - (21)^2$

$L^2 = (29+21)(29-21)$

$= 50 \times 8$

$= 400$

$L = 20$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

(i) $\cos^2\theta + \sin^2\theta$

$\Rightarrow \frac{A^2}{K^2} + \frac{L^2}{K^2}$

$\Rightarrow \frac{(21)^2}{(29)^2} + \frac{(20)^2}{(29)^2}$

$\Rightarrow \frac{(21)^2 + (20)^2}{(29)^2} = \frac{(29)^2}{(29)^2} = 1$

(ii) $\cos^2\theta - \sin^2\theta$

$\Rightarrow \frac{(21)^2}{(29)^2} - \frac{(20)^2}{(29)^2}$

$\Rightarrow \frac{(21)^2 - (20)^2}{(29)^2}$

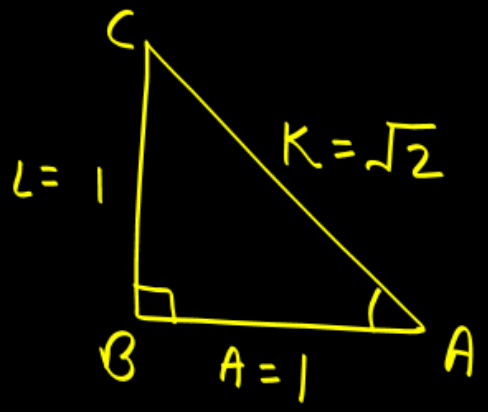
$\Rightarrow \frac{(21+20)(21-20)}{(29)^2}$

$\Rightarrow \frac{41}{841}$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमिति का परिचय



$\tan A = \frac{1}{1} = \frac{L}{A}$

$K^2 = L^2 + A^2$

$K^2 = 1 + 1 = 2$

$K = \sqrt{2}$

उदाहरण 4. एक समकोण त्रिभुज ABC में, जिसका कोण B समकोण है, यदि $\tan A = 1$ तो सत्यापित कीजिए कि $2 \sin A \cos A = 1$

LHS :

$2 \sin A \cdot \cos A$

$= 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

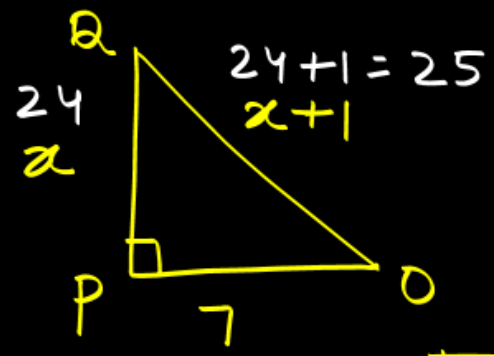
$= \frac{2}{2} = 1$ RHS

इतिसिद्धम् ।

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमिति का परिचय



उदाहरण 5. Δ OPQ में, जिसका कोण P समकोण है, OP = 7 cm और OQ – PQ = 1 cm, sin Q और cos Q के मान ज्ञात कीजिए।

माना $PQ = x$

$OQ - PQ = 1$

$\Rightarrow OQ - x = 1$

$\Rightarrow OQ = 1 + x$

$H^2 = A^2 + L^2$

$(x+1)^2 = (7)^2 + x^2$

$x^2 + 2x + 1 = 49 + x^2$

$2x = 49 - 1$

$\Rightarrow 2x = 48$

$\Rightarrow \boxed{x = 24}$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अब,

1) $\sin Q = \frac{7}{25}$

2) $\cos Q = \frac{24}{25}$



SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

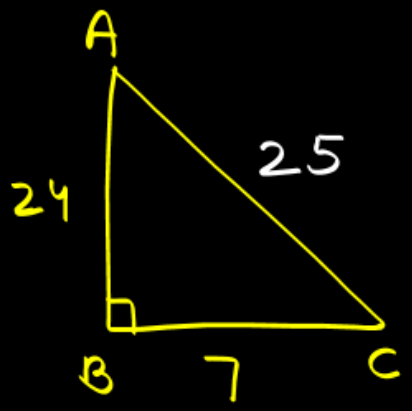
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 8.1

1. ΔABC में, जिसका कोण B समकोण है, $AB = 24$ cm और $BC = 7$ cm है। निम्नलिखित का मान ज्ञात कीजिए :

(i) sin A, cos A

(ii) sin C, cos C



$K^2 = A^2 + L^2$

$K^2 = (7)^2 + (24)^2$

$K^2 = 49 + 576$

$K^2 = 625$

$K = 25$

(i) $\sin A = \frac{7}{25}$ $\quad \cos A = \frac{24}{25}$

(ii) $\sin C = \frac{24}{25}$ $\quad \cos C = \frac{7}{25}$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 8.1

माना $QR = x$

अत: $A^2 + L^2 = K^2$

$\Rightarrow x^2 + (12)^2 = (13)^2$

$\Rightarrow x^2 + 144 = 169$

$\Rightarrow x^2 = 169 - 144$

$\Rightarrow x^2 = 25$

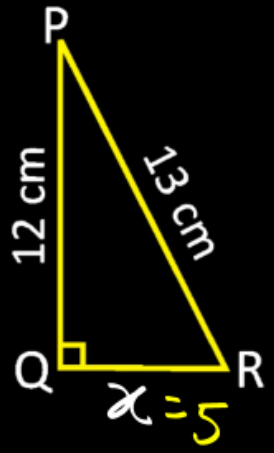
$\Rightarrow \boxed{x = 5}$

2. आकृति 8.13 में, tan P – cot R का मान ज्ञात कीजिए।

$\tan P - \cot R$

$= \frac{5}{12} - \frac{5}{12}$

$= 0$

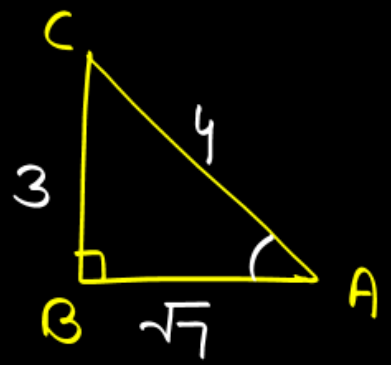


SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 8.1

3. यदि $\sin A = \frac{3}{4}$, तो $\cos A$ और $\tan A$ का मान परिकलित कीजिए।



$\sin A = \frac{3}{4} = \frac{L}{K}$

$A^2 + L^2 = K^2$

$\Rightarrow A^2 + (3)^2 = (4)^2$

$\Rightarrow A^2 = 16 - 9$

$\Rightarrow A^2 = 7$

$\Rightarrow A = \sqrt{7}$

1) $\cos A = \frac{\sqrt{7}}{4}$

2) $\tan A = \frac{3}{\sqrt{7}}$