कक्षा-12

सारणिक

(Determinants)

अध्याय - 4

भाग - 10

प्रश्नावली 4.5

By : Rajendra Yadav Sir

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 4.5

माना $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

समीकरण निकायों का संगत अथवा असंगत के रूप में वर्गीकरण कीजिए।

1. $x + 2y = 2$
   $2x + 3y = 3$

अब, $|A| = 3 - 4 = -1 \neq 0$

अतः आव्यूह A एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह है।

तथा A^{-1} का अस्तित्व है।

इसलिए यह निकाय संगत है।

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 4.5

2. $2x - y = 5$

$x + y = 4$

यहाँ माना $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

$X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$

अब, $|A| = 2 + 1 = 3 \neq 0$ (अशून्य)

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 4.5

4. $x + y + z = 1$

$2x + 3y + 2z = 2$

$ax + ay + 2az = 4$

माना $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ a & a & 2a \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{bmatrix}$

अब, $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ a & a & 2a \end{vmatrix}$

R_1 के अनुदिश हल करने पर:

$|A| = 1(6a - 2a) - 1(4a - 2a) + 1(2a - 3a)$

$= 4a - 2a - a = 4a - 3a = a \neq 0$

यहाँ $|A| = a \neq 0$

(संगत)

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 4.5

माना $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & -5 & 0 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$

5. $3x - y - 2z = 2$

$2y - x = -1$

$3x - 5y = 3$

अब, $|A| = \begin{vmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & -5 & 0 \end{vmatrix}$

C_3 के अनुदिश हल करने पर:

$|A| = -2(5-6) = -2(-1) = 2 \neq 0$

यहाँ $|A| = 2 \neq 0$

(सत्य)

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 4.5

माना $A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & -2 & 6 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

6. $5x - y + 4z = 5$
$2x + 3y + 5z = 2$
$5x - 2y + 6z = -1$

अब, $|A| = \begin{vmatrix} 5 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 \\ 5 & -2 & 6 \end{vmatrix}$

R_1 के अनुदिश हल करने पर:

$|A| = 5(18+10) - (-1)(12-25) + 4(-4-15)$
$= 5 \times 28 - 13 - 4 \times 19$
$= 140 - 13 - 76$

$|A| = 140 - 89$
$= 51 \neq 0$
(संगत)

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 4.5

प्रत्येक समीकरण निकाय को आव्यूह विधि से हल कीजिए।

7. $5x + 2y = 4$

$7x + 3y = 5$

माना $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

अब, $|A| = 15 - 14 = 1 \neq 0$

तथा $\text{adj } A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}$

अतः $A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A$

$A^{-1} = \frac{1}{1}\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix}$

अब, $A^{-1}B = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$

$A^{-1}B = \begin{bmatrix} 12 - 10 \\ -28 + 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$

अत: $X = A^{-1}B$

$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$

तुलना करने पर:

$x = 2$

$y = -3$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 4.5

$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

8. $2x - y = -2$

$3x + 4y = 3$

$B = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$

अब, $|A| = 8 + 3 = 11 \neq 0$

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A$

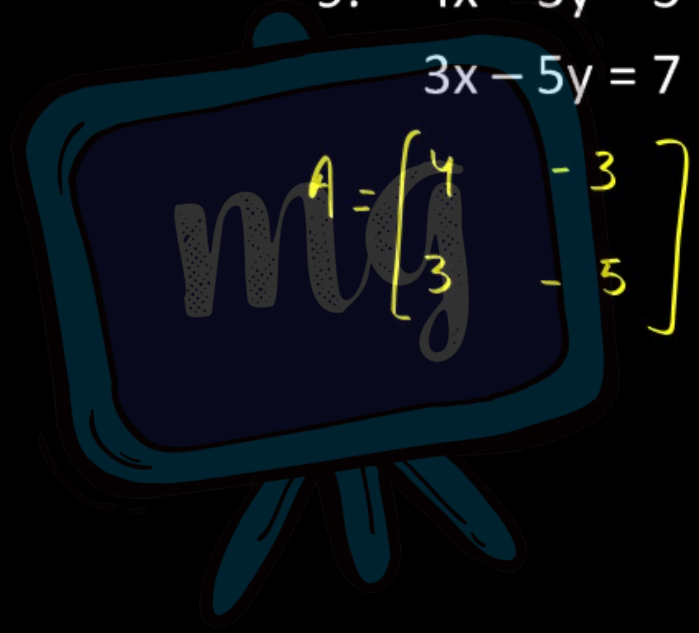
ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 4.5

9. $4x - 3y = 3$

$3x - 5y = 7$



ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 4.5

10. $5x + 2y = 3$

$3x + 2y = 5$

माना $A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$

अब, $|A| = 10 - 6 = 4 \neq 0$ (स्वागत)

अत: $\text{adj } A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अब, $A^{-1}B = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} 6-10 \\ -9+25 \end{bmatrix} = \frac{1}{4}\begin{bmatrix} -4 \\ 16 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$

अतः $X = A^{-1}B$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

तुलना करने पर:

$x = -1$

$y = 4$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 4.5

माना = $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & -5 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{3}{2} \\ 9 \end{bmatrix}$

11. $2x + y + z = 1$

$x - 2y + z = \frac{3}{2}$

$3y - 5z = 9$

अब, $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & -5 \end{vmatrix}$

C_1 के अनुदिश विस्तार करने पर:

$|A| = 2(10-3) - 1(-5-3) + 0$

$|A| = 14 + 8 = 22 \neq 0$

$\text{adj } A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 4.5

माना $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

$B = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$

12. $x - y + z = 4$

$2x + y - 3z = 0$

$x + y + z = 2$

अब, $|A| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A$

$X = A^{-1} \cdot B$

R_1 के अनुदिश हल करने पर:

$|A| = 1(1+3) + 1(2+3) - 1(2-1)$

$|A| = 4 + 5 - 1 = 8 \neq 0$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 4.5

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A$

$X = A^{-1} B$

13. $2x + 3y + 3z = 5$

$x - 2y + z = -4$

$3x - y - 2z = 3$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 4.5

$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot \text{adj } A$

$X = A^{-1} \cdot B$

14. $x - y + 2z = 7$

$3x + 4y - 5z = -5$

$2x - y + 3z = 12$