KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा – 12

गणित

संबंध एवं फलन

अध्याय – 1

भाग - 8

फलन

By : Rajendra Yadav Sir

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

फलन (Function)

उदाहरण - 4

सिद्ध किजिए कि f (1) = f (2) = 1 तथा x > 2 के लिए f (x) = x – 1 द्वारा प्रदत्त फलन f : N → N, आच्छादक तो है किंतु एकैकी नहीं है।

यहाँ

$f(1) = f(2) = 1$

परन्तु $1 \neq 2$

अतः यह फलन एकैकी नहीं है।

यदि $y \in N$

अतः $y = x - 1$

$\Rightarrow x = y + 1$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अब, $f(x) = x - 1$

$\Rightarrow f(y+1) = y+1-1$

$= y$

अतः यह फलन एक आच्छादक फलन है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

फलन (Function)

उदाहरण - 5

सिद्ध कीजिए कि $f(x) = x^2$ द्वारा परिभाषित फलन $f : R \to R$, न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

$f : R \to R$

$f(x) = x^2$

यहाँ $x = 1, -1$

$f(-1) = (-1)^2 = 1$

व $f(1) = (1)^2 = 1$

$\Rightarrow f(-1) = f(1) = 1$

परन्तु $-1 \neq 1$

अतः यह फलन एकैकी नहीं है।

अब, माना $y = -2 \in R$

परन्तु $f(x) = x^2 = -2$ असंभव है।

अतः यह फलन आच्छादक नहीं है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

फलन (Function)

उदाहरण - 6

सिद्ध कीजिए कि नीचे परिभाषित फलन F : N → N, एकैकी तथा आच्छादक दोनों ही है

$$f(x) = \begin{cases} x+1, \text{ यदि } x \text{ विषम है} \\ x-1, \text{ यदि } x \text{ सम है} \end{cases}$$

$f: N \to N$

$f(x) = \begin{cases} x+1 & \text{विषम} \\ x-1 & \text{सम} \end{cases}$

यदि x_1 विषम तथा x_2 सम हो।

$\Rightarrow x_1 + 1 = x_2 - 1$

$\Rightarrow 1 + 1 = x_2 - x_1$

$\Rightarrow x_2 - x_1 = 2$

यह असंभव है।

अतः x_1 व x_2 या तो विषम होंगे या फिर सम होंगे।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

यदि विषम हो :

$x_1 + 1 = x_2 + 1$

$\Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$

यदि सम हो :

$x_1 - 1 = x_2 - 1$

$\Rightarrow \boxed{x_1 = x_2}$

अतः यह फलन एकैकी फलन है।

अब, आरक्षक के लिए :

यदि सम हो तो $2x$ के रूप की होगी तथा इसके लिए सरल $(2x - 1)$ विद्यमान है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

तथा यदि संख्या विषम हो तो यह $(2x+1)$ के रूप की होगी तथा इसके लिए

$2x+1+1 = 2x+2$ विद्यमान होगी।

अतः यह फलन एक आच्छादक फलन है।

KOLORS
make life better

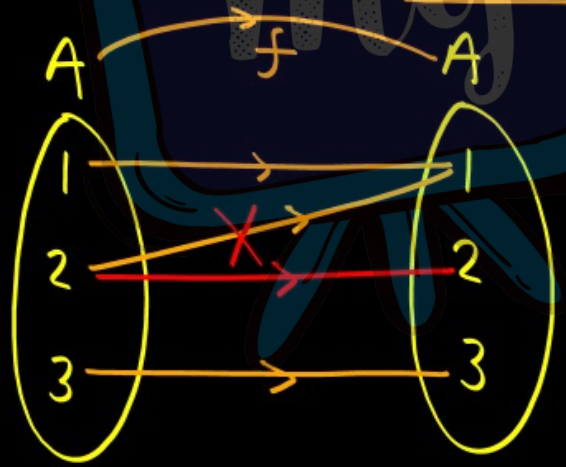
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

फलन (Function)

उदाहरण - 7

$f : \{1, 2, 3\} \longrightarrow \{1, 2, 3\}$

सिद्ध कीजिए कि आच्छादक फलन f : {1, 2, 3} → {1, 2, 3} सदैव एकैकी फलन होता है।



अत: यह फलन सदैव एकैकी होगा।

KOLORS
make life better

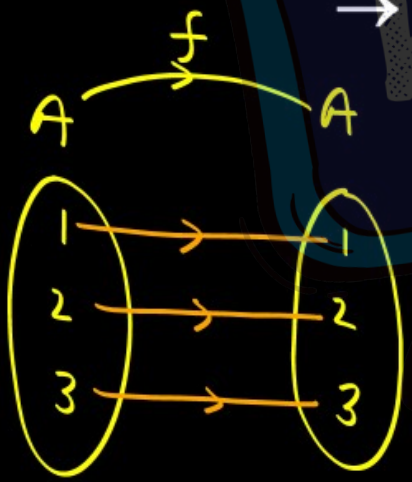
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

फलन (Function)

उदाहरण - 8

$f: \{1, 2, 3\} \to \{1, 2, 3\}$

सिद्ध कीजिए कि एक एकैकी फलन f : {1, 2, 3} → {1, 2, 3} अनिवार्य रूप से आच्छादक भी है।



यहाँ सहप्रांत = परिसर है।

अतः यह फलन एक आच्छादक फलन है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

Q1. सिद्ध कीजिए कि f (x) = $\frac{1}{x}$ द्वारा परिभाषित फलन f : R. → R. एकैकी तथा आच्छादक है, जहाँ R. सभी ऋणेतर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है। यदि प्रांत R. को N से बदल दिया जाए, जब कि सहप्रांत पूर्ववत R. ही रहे, तो भी क्या यह परिणाम सत्य होगा ?

$f : R \to R$

$f(x) = \frac{1}{x}$

$f(x_1) = \frac{1}{x_1}$

$f(x_2) = \frac{1}{x_2}$

यदि $\frac{1}{x_1} = \frac{1}{x_2}$

$\Rightarrow x_1 = x_2$

अतः यह फलन एकैकी फलन है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

आच्छादक के लिए :

यदि $y \in R$

तब, $y = \frac{1}{x}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{y}$

अब, $f\left(\frac{1}{y}\right) = \frac{1}{\frac{1}{y}} = y$

$\Rightarrow f(x) = y$

अतः प्रत्येक y के लिए

संगत x का मान विद्यमान

है।

अतः यह फलन एक

आच्छादक फलन है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$f : N \to R.$

$f(x) = \frac{1}{x}$

यहाँ $1.2 \in R$

$f(x) = \frac{1}{1.2}$

