Under CSR Support by ipca Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा - 10

गणित

अध्याय - 6

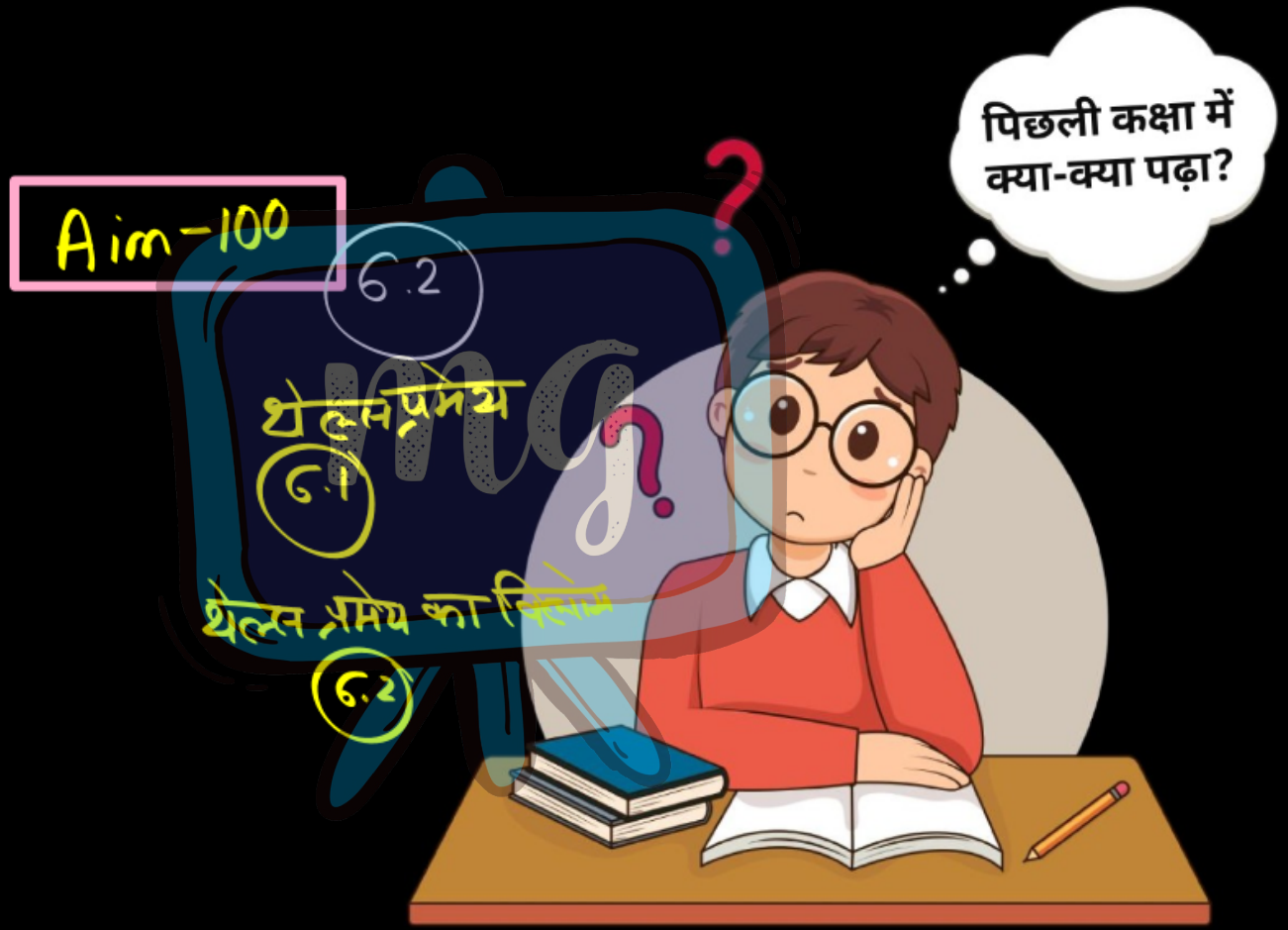
त्रिभुज

भाग - 5

केशव शर्मा

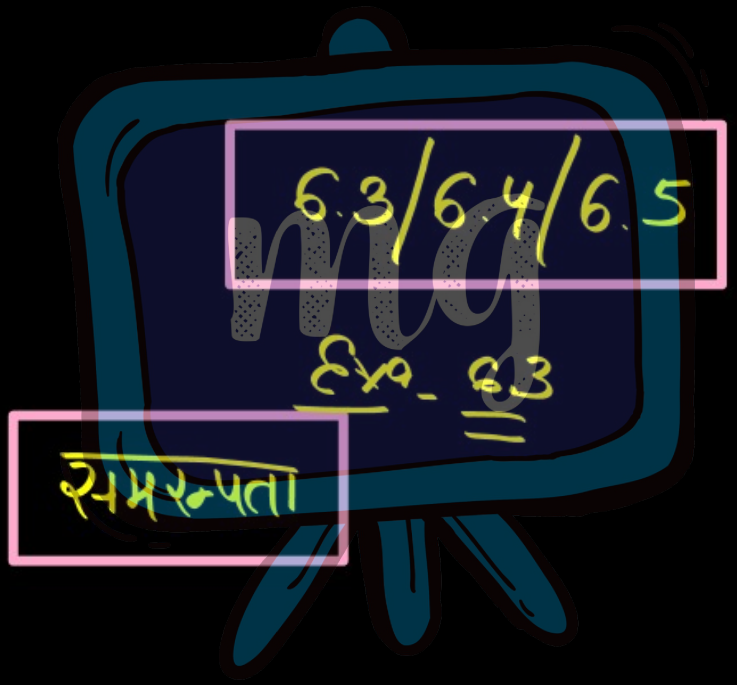
Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan



Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

त्रिभुजों की समरूपता के लिए कसौटियाँ

समरूप त्रिभुज

- दो त्रिभुज समरूप होते हैं, यदि

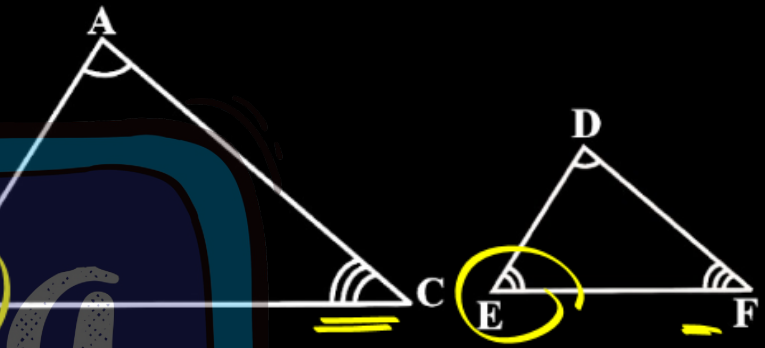
(i) उनके संगत कोण बराबर हों तथा

(ii) उनकी संगत भुजाएं एक ही अनुपात में (अर्थात् समानुपाती) हों।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$



$\triangle ABC \sim \triangle DEF$

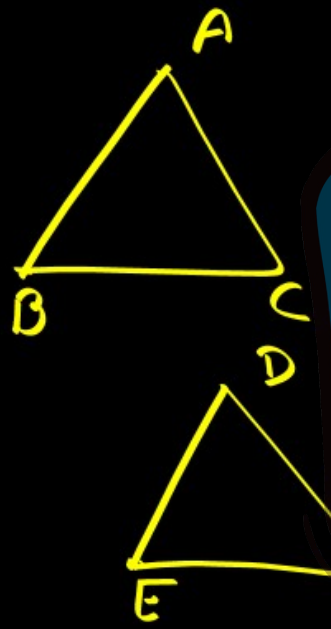
- $\triangle DEF$
- $\triangle EDF$
- $\triangle FED$
- $\triangle FDE$

यदि $\triangle$ ABC और $\triangle$ DEF में,

(i) $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E, \angle C = \angle F$ है तथा

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



(ii) $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$ है

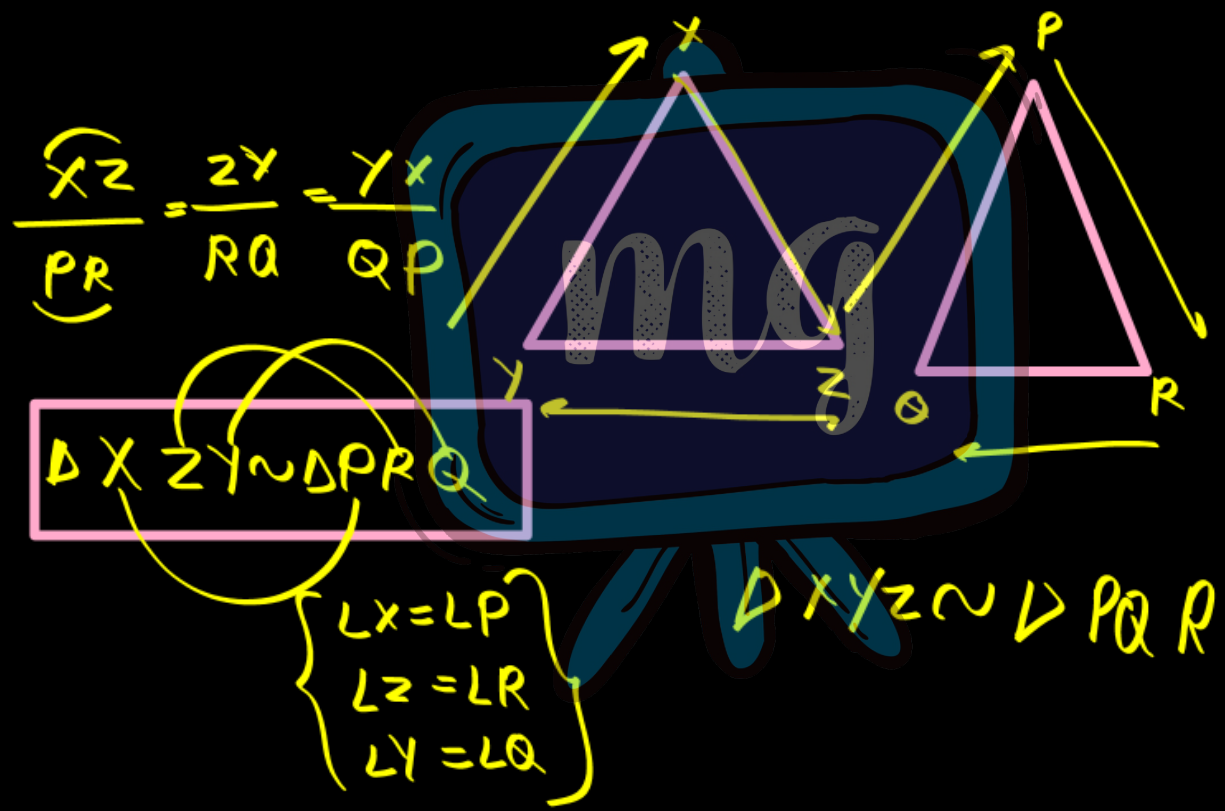
तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं

$\triangle BAC \sim \triangle EDF$

$\triangle ABC \sim \triangle DEF$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

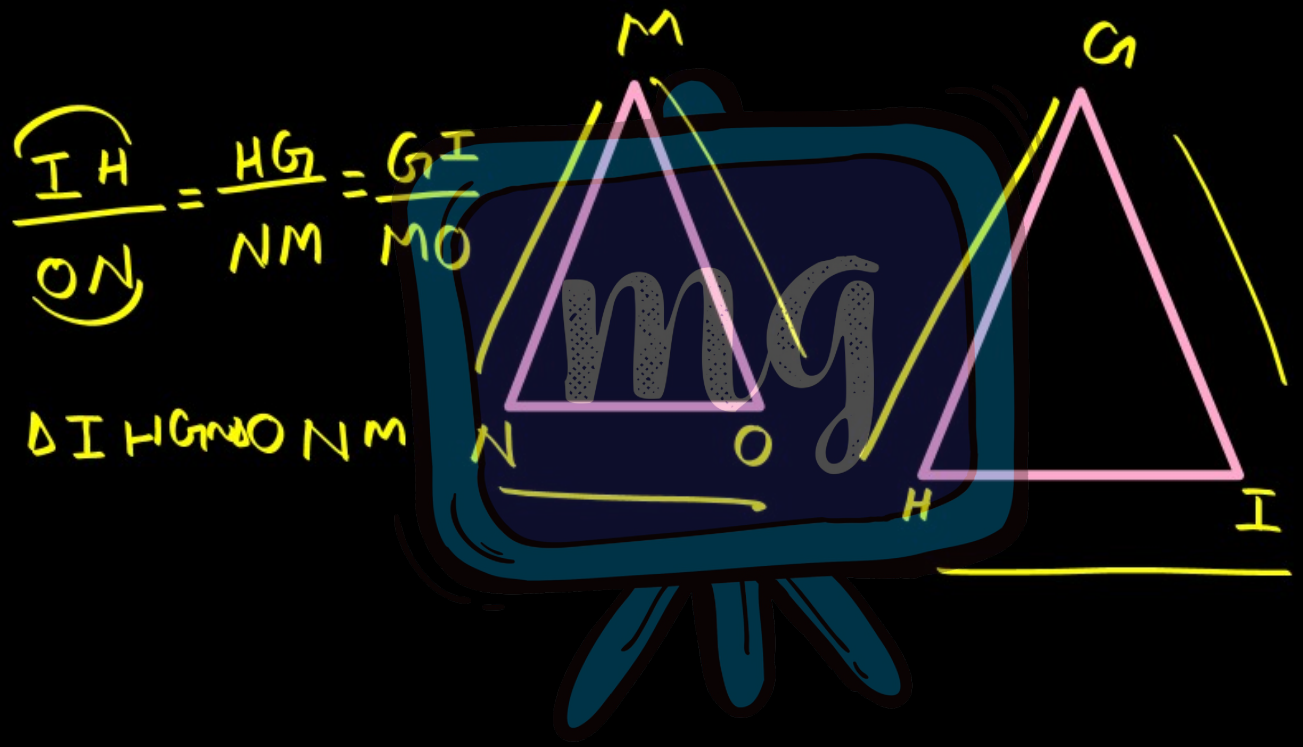


Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

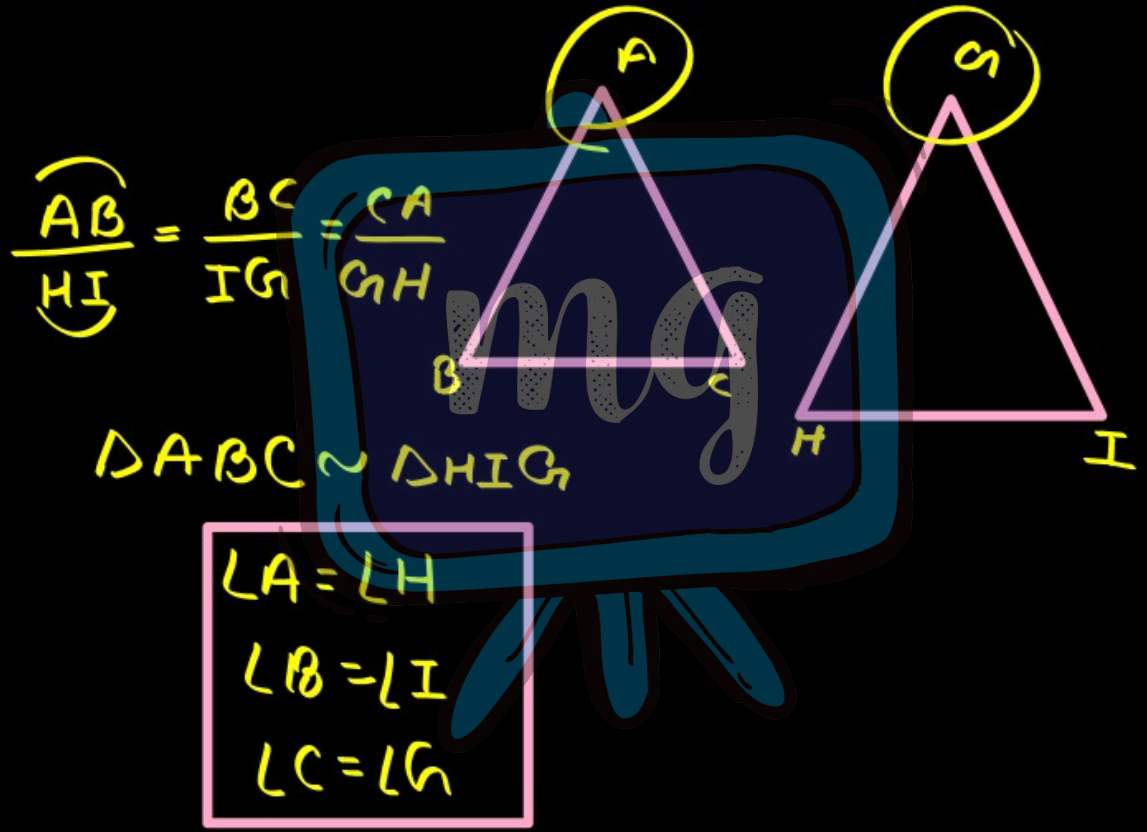
$$\frac{IH}{ON} = \frac{HG}{NM} = \frac{GI}{MO}$$

$\Delta IHG \sim \Delta ONM$



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by ipca | Foundation

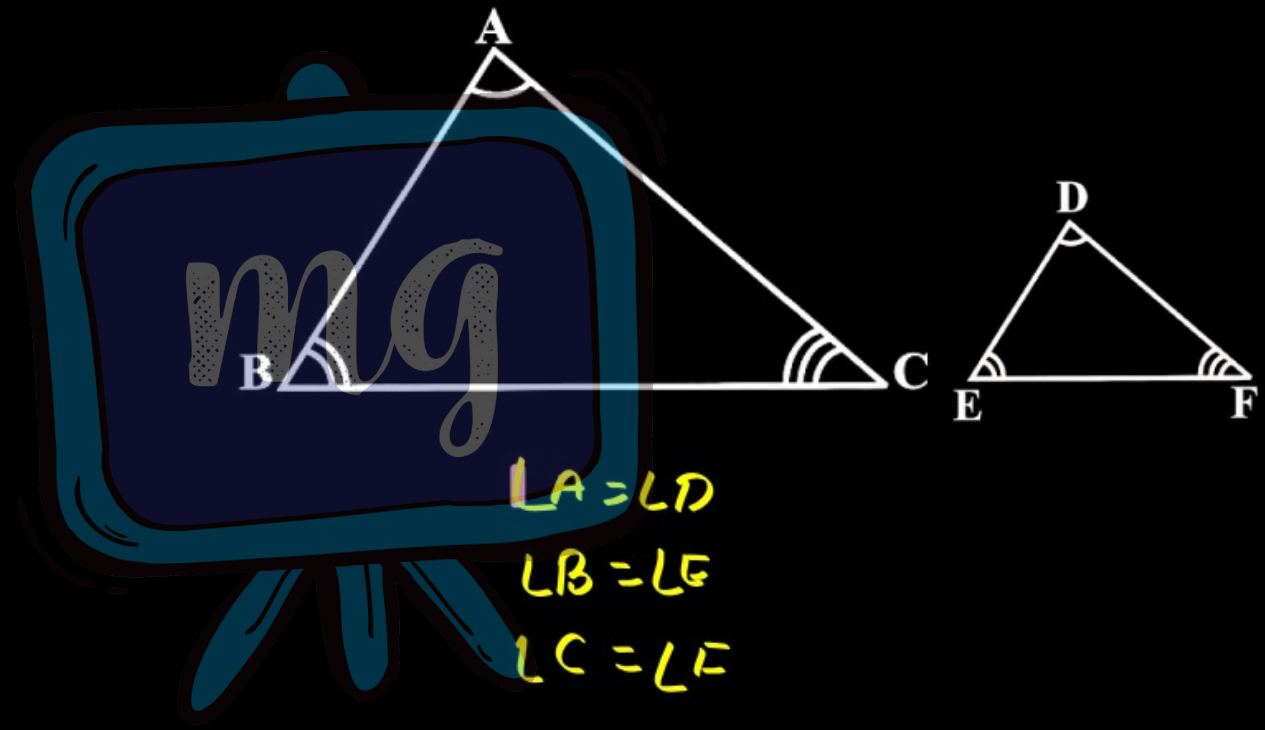
missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

समानकोणिक त्रिभुज

- यदि दो त्रिभुजों के संगत कोण बराबर हों, तो वे **समानकोणिक त्रिभुज** (equiangular triangles) कहलाते हैं।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

ध्यान दीजिए

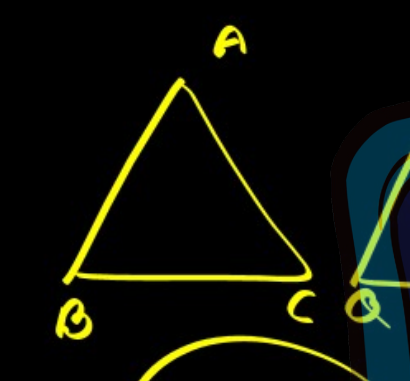


- दो समानकोणिक त्रिभुजों में उनकी संगत भुजाओं का अनुपात सदैव समान रहता है।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

प्रमेय 6.3



यदि $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$, $\angle C = \angle R$

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$$

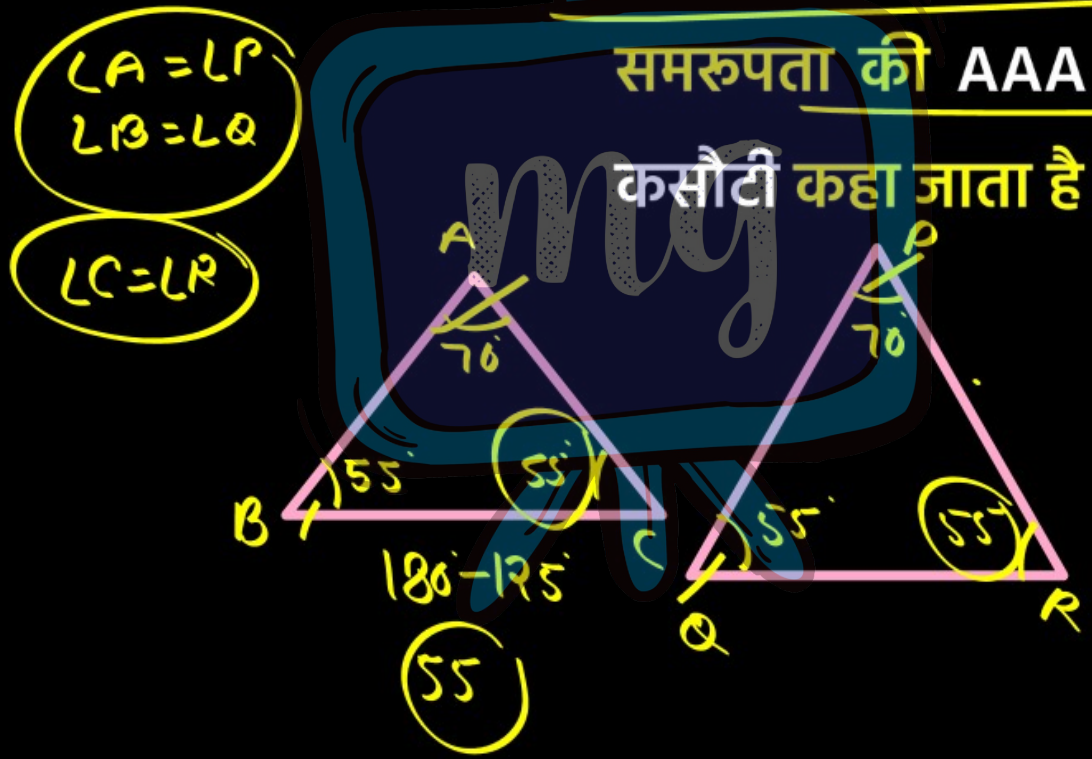
$\triangle ABC \sim \triangle PQR$

यदि दो त्रिभुजों में, संगत कोण बराबर हों, तो उनकी संगत भुजाएँ एक ही अनुपात में (समानुपाती) होती हैं और इसीलिए ये त्रिभुज समरूप होते हैं।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

✦ उपरोक्त कसौटी को दो त्रिभुजों की समरूपता की AAA (कोण-कोण-कोण) कसौटी कहा जाता है।



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

टिप्पणी :

- यदि एक त्रिभुज के दो कोण किसी अन्य त्रिभुज के दो कोणों के क्रमशः बराबर हों, तो त्रिभुज के कोण योग गुणधर्म के कारण, इनके तीसरे कोण भी बराबर होंगे।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

- इसीलिए, AAA समरूपता कसौटी को निम्नलिखित रूप में भी व्यक्त किया जा सकता है :

  यदि एक त्रिभुज के दो कोण एक अन्य त्रिभुज के क्रमशः दो कोणों के बराबर हों, तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- उपरोक्त को दो त्रिभुजों की समरूपता की AA कसौटी कहा जाता है।

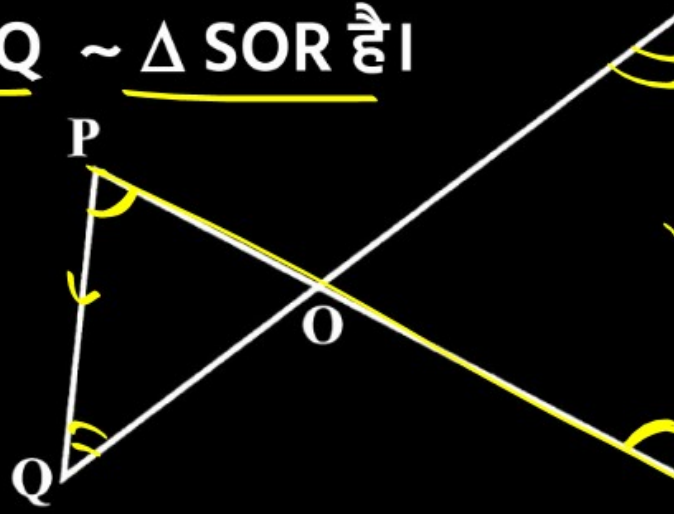


Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण 4.

आकृति 6.29 में, यदि PQ II RS है
तो सिद्ध कीजिए कि
$\Delta POQ \sim \Delta SOR$ है।



PQ || RS

ΔOPQ व ΔORS में

$\angle OPQ = \angle OSR$ (एकान्तर कोण)

$\angle OQP = \angle ORS$ (" ")

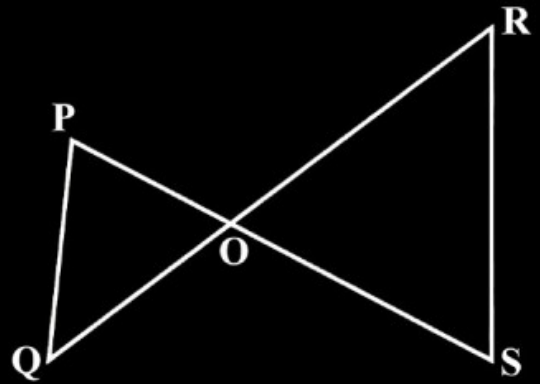
AA समरूपता की कसौटी से

$\Delta POQ \sim \Delta SOR$

Under CSR Support by
ipca | Foundation

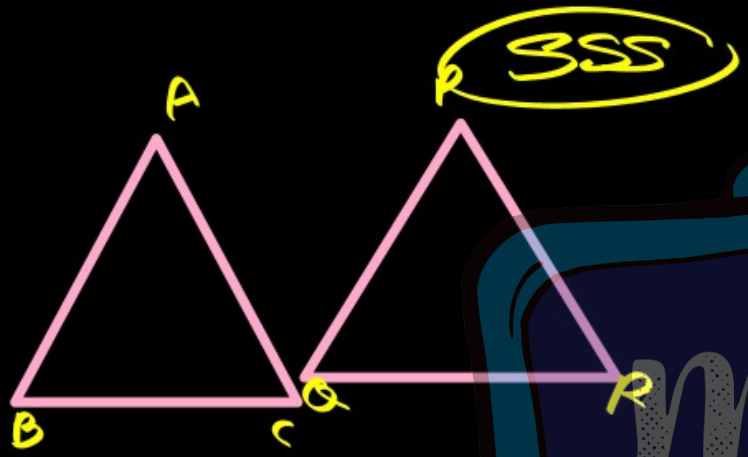
missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER





Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



यदि $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$

तो $\angle A = \angle P$
$\angle B = \angle Q$
$\angle C = \angle R$

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$

प्रमेय 6.4

यदि दो त्रिभुजों में एक त्रिभुज की भुजाएँ दूसरे त्रिभुज की भुजाओं के समानुपाती (अर्थात् एक ही अनुपात में) हों, तो इनके संगत कोण बराबर होते हैं, और इसीलिए दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं।

Under CSR Support by
ipca | Foundation

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



इस कसौटी को दो त्रिभुजों की समरूपता की SSS (भुजा–भुजा–भुजा) कसौटी कहा जाता है।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

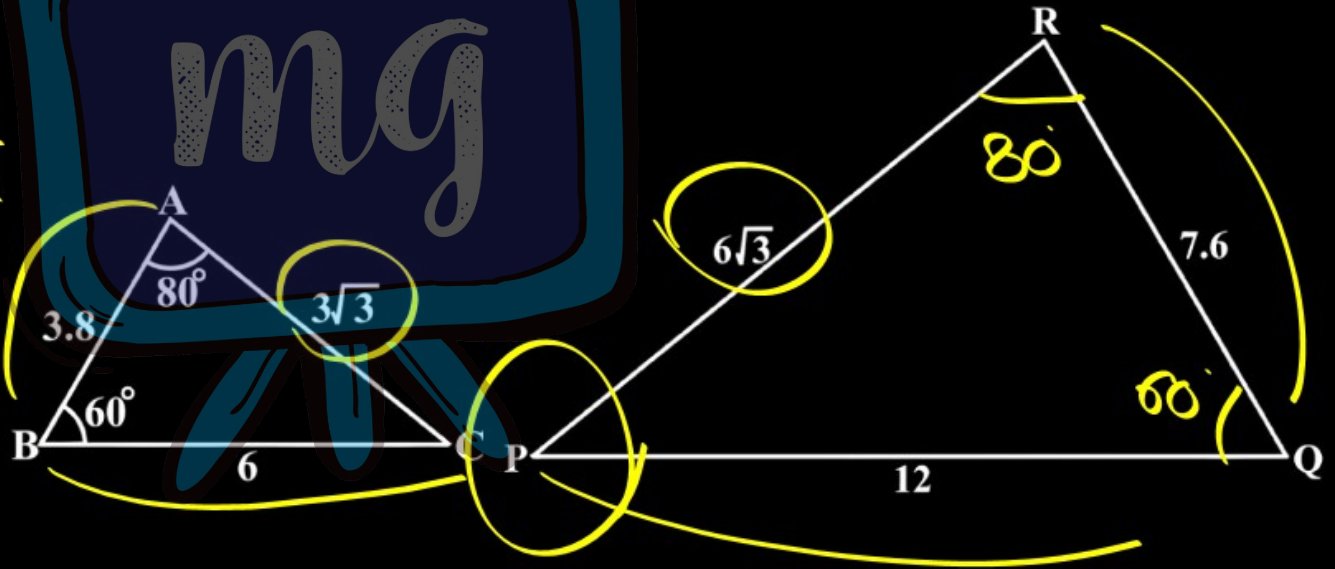
उदाहरण 5.

आकृति में $\angle P$ ज्ञात कीजिए।

$\frac{AC}{RP} = \frac{3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$

$\frac{CB}{PQ} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

$\frac{BA}{QR} = \frac{3.8}{7.6} = \frac{1}{2}$



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

$$\Rightarrow \frac{AC}{RP} = \frac{CB}{PQ} = \frac{BA}{QR}$$

SSS समरूपता की कसौटी से -

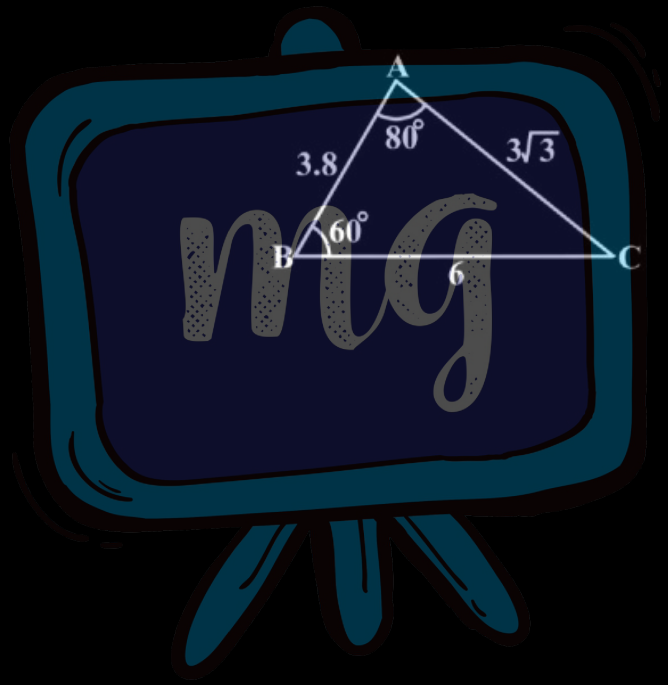
$$\triangle ABC \sim \triangle RPQ$$

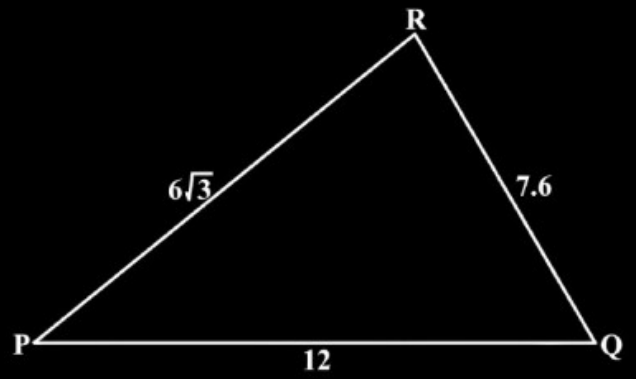
समरूप त्रिभुजों के संगत कोण समान होते है।

$$\angle A = \angle R = 80^\circ$$
$$\angle C = \angle P$$
$$\angle B = \angle Q = 60^\circ$$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan® LET'S LEARN TOGETHER





Under CSR Support by ipca | Foundation

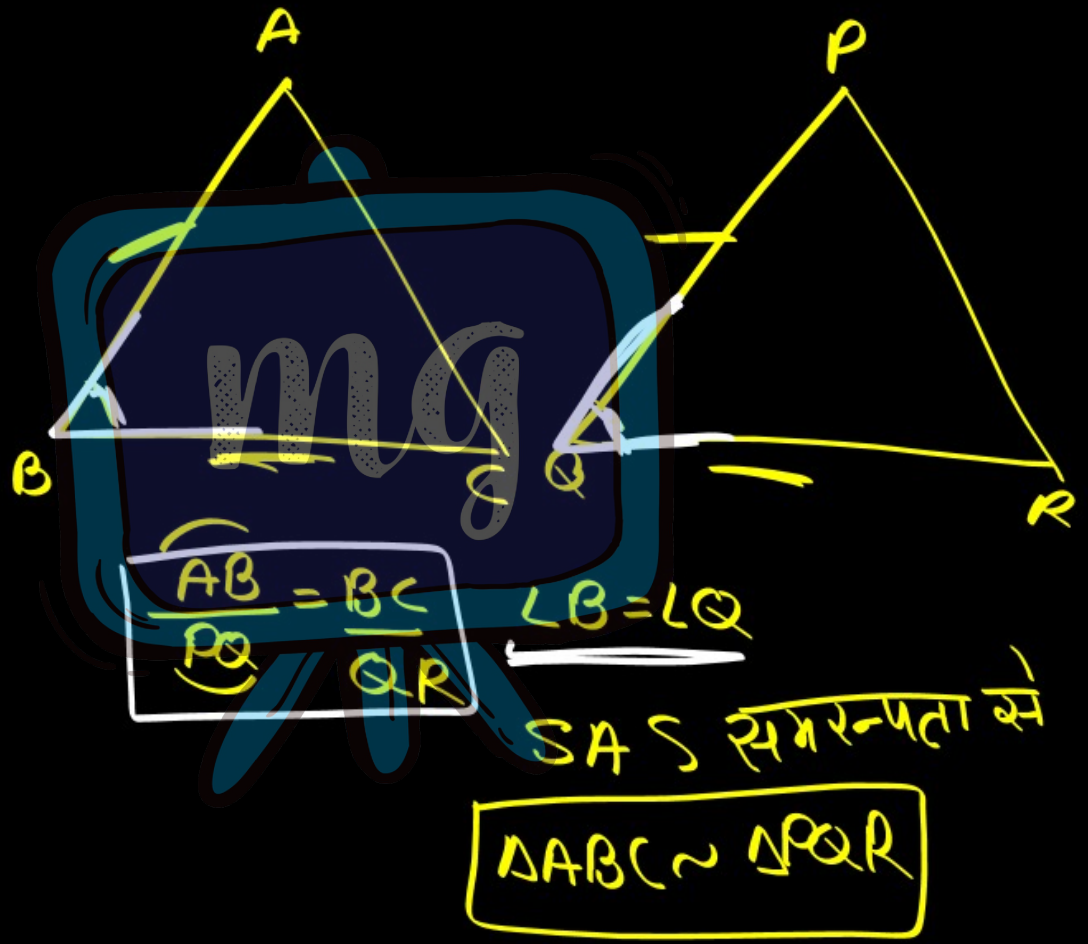
missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

प्रमेय 6.5

यदि एक त्रिभुज का एक कोण दूसरे त्रिभुज के एक कोण के बराबर हो तथा इन कोणों को अंतर्गत करने वाली भुजाएँ समानुपाती हों, तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



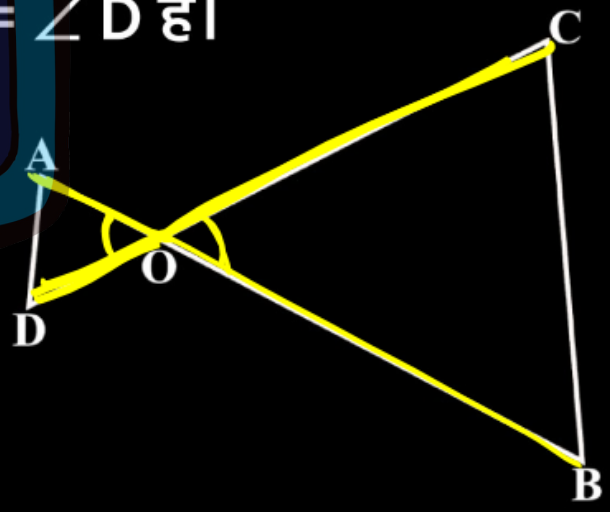
इस कसौटी को दो त्रिभुजों की समरूपता की SAS (भुजा–कोण–भुजा) कसौटी कहा जाता है।

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण 6.

आकृति में, OA.OB = OC.OD है।
दर्शाइए कि ∠A = ∠C और
∠B = ∠D है।



$OA \cdot OB = OC \cdot OD$

$\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$

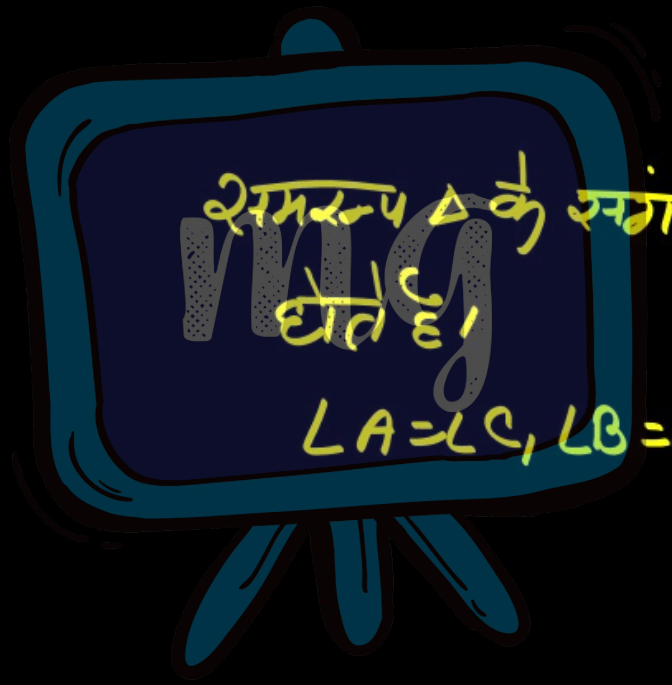
$\angle AOD = \angle BOC$

SAS समरूपता से

$\triangle OAD \sim \triangle OCB$

Under CSR Support by ipca | Foundation

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER



समरूप $\triangle$ के संगत कोण समान होते हैं।

$\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$