SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा-10

गणित

अध्याय - 8

त्रिकोणमिति का परिचय

(Introduction To Trigonometry)

भाग - 5

प्रश्नावली 8.2

By : Rajendra Yadav Sir

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 8.2

4. बताइए कि निम्नलिखित में कौन-कौन सत्य हैं या असत्य हैं। कारण सहित अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए।

(i) $\sin (A + B) = \sin A + \sin B$.

(ii) θ में वृद्धि होने के साथ $\sin \theta$ के मान में भी वृद्धि होती है।

(iii) θ में वृद्धि होने के साथ $\cos \theta$ के मान में भी वृद्धि होती है।

(iv) θ के सभी मानों पर $\sin \theta = \cos \theta$

(v) $A = 0°$ पर $\cot A$ परिभाषित नहीं है।

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 8.2

(i) $\sin(A + B) = \sin A + \sin B$.

माना $A = 60^\circ$

$B = 30^\circ$

LHS: $\sin(A+B)$

$= \sin(60^\circ + 30^\circ)$

$= \sin 90^\circ$

$= 1$

RHS:

$\sin A + \sin B$

$= \sin 60^\circ + \sin 30^\circ$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}+1}{2}$

LHS ≠ RHS

अतः

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 8.2

(ii) θ में वृद्धि होने के साथ $\sin\theta$ के मान में भी वृद्धि होती है।

$\sin 0^\circ = 0$

$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = 0.5$

$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} > 0.5$

$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1.732}{2} = 0.866$

$\sin 90^\circ = 1$

सत्य

mg

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 8.2

(iii) θ में वृद्धि होने के साथ $\cos\theta$ के मान में भी वृद्धि होती है।

$\cos 0^\circ = 1$

$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.866$

⋮

$\cos 90^\circ = 0$

असत्य

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 8.2

(iv) θ के सभी मानों पर $\sin\theta = \cos\theta$

$\sin 0^\circ = 0$

$\cos 0^\circ = 1$

$\Rightarrow 0 \neq 1$

असत्य



SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 8.2

(v) $A = 0°$ पर cot A परिभाषित नहीं है।

सत्य

$A = 0°$

$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\cos 0°}{\sin 0°}$

$= \frac{1}{0} \to \infty$

अपरिभाषित

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ

एक कोण के त्रिकोणमितीय अनुपातों से संबंधित सर्वसमिका को त्रिकोणमितीय सर्वसमिका कहा जाता है। जबकि यह संबंधित कोण (कोणों) के सभी मानों के लिए सत्य होता है।

उदाहरण -

1. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
2. $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$
3. $1 + \cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ

पाइथागोरस प्रमेय से :

$$L^2 + A^2 = K^2$$

दोनो तरफ K^2 का भाग देने पर:

$$\frac{L^2}{K^2} + \frac{A^2}{K^2} = \frac{K^2}{K^2}$$

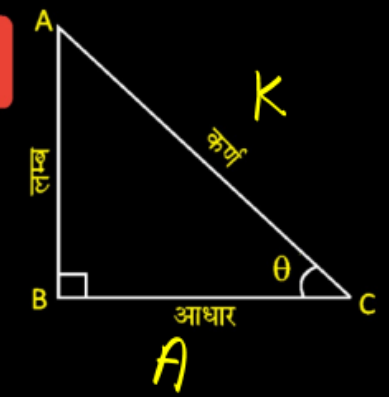
$$\Rightarrow \left(\frac{L}{K}\right)^2 + \left(\frac{A}{K}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाओं की व्युत्पत्ति

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाओं को हम निम्न प्रकार से प्राप्त कर सकते है-

1. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$



L

A

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाओं की व्युत्पत्ति

$$L^2 + A^2 = K^2$$

A^2 का दोनों तरफ भाग देने पर:

$$\frac{L^2}{A^2} + \frac{A^2}{A^2} = \frac{K^2}{A^2}$$

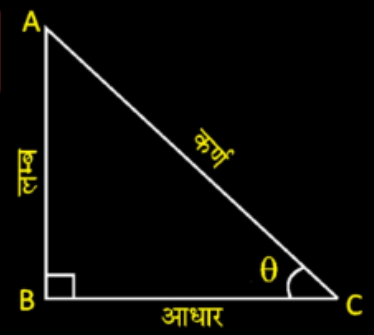
$$\Rightarrow \left(\frac{L}{A}\right)^2 + 1 = \left(\frac{K}{A}\right)^2$$

$$\Rightarrow \tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$$

$$\Rightarrow 1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$$

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाओं को हम निम्न प्रकार से प्राप्त कर सकते है-

2. $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$



SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाओं की व्युत्पत्ति

$$L^2 + A^2 = K^2$$

दोनों तरफ L^2 का भाग देने पर:

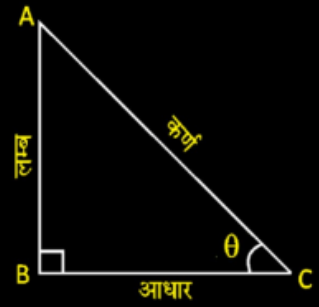
$$\frac{L^2}{L^2} + \frac{A^2}{L^2} = \frac{K^2}{L^2}$$

$$\Rightarrow 1 + \left(\frac{A}{L}\right)^2 = \left(\frac{K}{L}\right)^2$$

$$\Rightarrow \boxed{1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta}$$

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाओं को हम निम्न प्रकार से प्राप्त कर सकते है-

3. $1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$



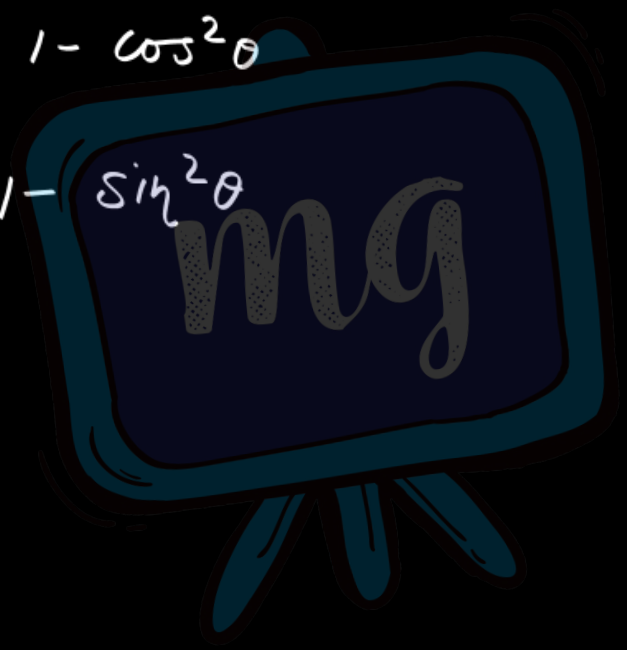
SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

1) $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

a) $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$

b) $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$



SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

2) $1 + \tan^2\theta = \sec^2\theta$

a) $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

b) $(\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

(i) $\sec\theta + \tan\theta = \dfrac{1}{\sec\theta - \tan\theta}$

(ii) $\sec\theta - \tan\theta = \dfrac{1}{\sec\theta + \tan\theta}$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

3) $1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$

a) $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

b) $(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)(\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta) = 1$

(i) $\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta = \dfrac{1}{\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta}$

(ii) $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta = \dfrac{1}{\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta}$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ

उदाहरण 9 - अनुपातों cos A, tan A और sec A को sin A के पदों में व्यक्त कीजिए।

(i) $\cos A \longrightarrow \sin A$

$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

$\Rightarrow \cos^2 A = 1 - \sin^2 A$

$\Rightarrow \boxed{\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}}$

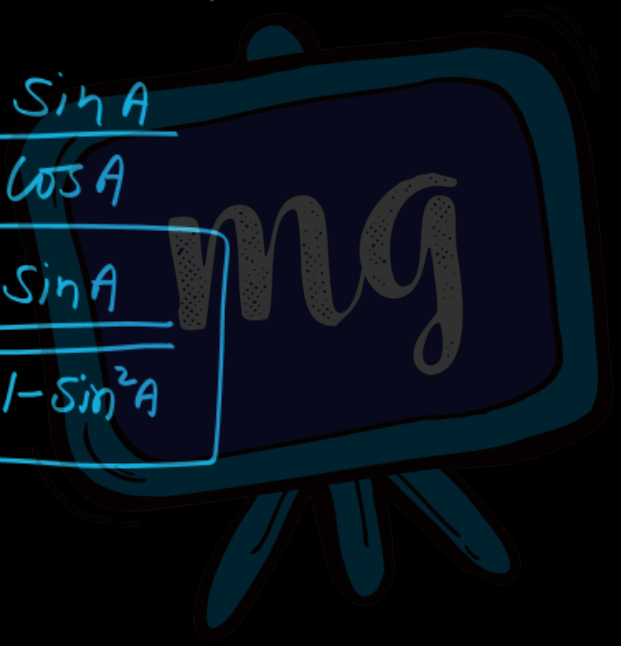
SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

(ii) $\tan A \longrightarrow \sin A$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$\boxed{\tan A = \frac{\sin A}{\sqrt{1-\sin^2 A}}}$$



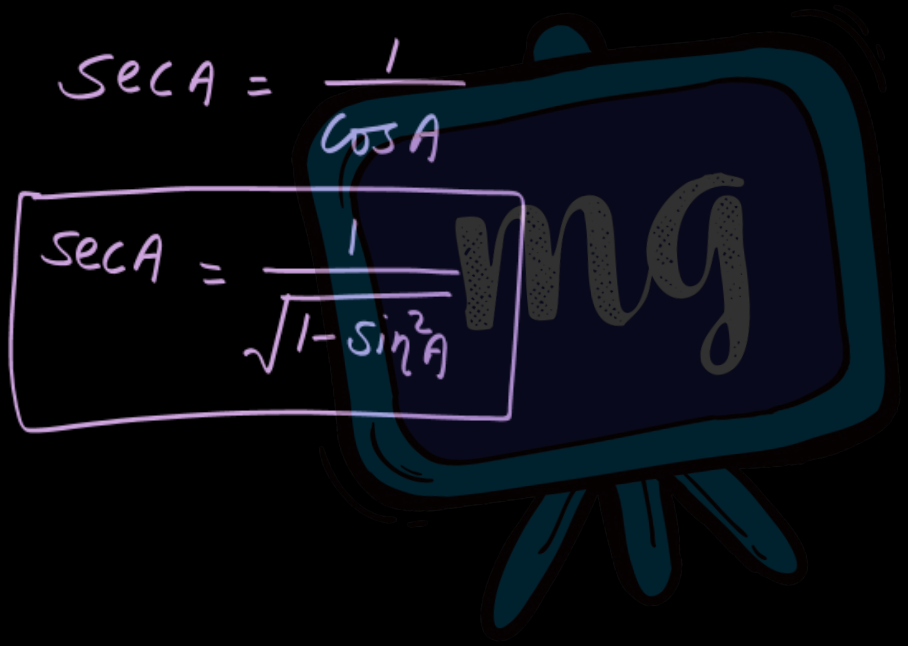
SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

(iii) $\sec A \longrightarrow \sin A$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A}$$

$$\sec A = \frac{1}{\sqrt{1-\sin^2 A}}$$



SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ

उदाहरण 10 - सिद्ध कीजिए कि sec A (1 – sin A) (sec A + tan A) = 1

LHS :

$$\sec A(1-\sin A)(\sec A+\tan A)$$

$$= \frac{1}{\cos A}(1-\sin A)\left(\frac{1}{\cos A}+\frac{\sin A}{\cos A}\right)$$

$$= \frac{1-\sin A}{\cos A}\left(\frac{1+\sin A}{\cos A}\right)$$

$$= \frac{(1-\sin A)(1+\sin A)}{\cos^2 A}$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$$= \frac{1-\sin^2 A}{\cos^2 A} \qquad (\because (a+b)(a-b) = a^2 - b^2)$$

$$= \frac{\cos^2 A}{\cos^2 A} \qquad (\because 1-\sin^2 A = \cos^2 A)$$

$$= 1 \quad \text{RHS}$$

इति सिद्धम् ।

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिकोणमितीय सर्वसमिकाएँ

उदाहरण 11 - सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{\cot A - \cos A}{\cot A + \cos A} = \frac{\operatorname{cosec} A - 1}{\operatorname{cosec} A + 1}$$

LHS:

$$\frac{\cot A - \cos A}{\cot A + \cos A}$$

$$= \frac{\frac{\cos A}{\sin A} - \cos A}{\frac{\cos A}{\sin A} + \cos A}$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$= \frac{\frac{\cos A - \sin A \cdot \cos A}{\sin A}}{\frac{\cos A + \sin A \cdot \cos A}{\sin A}}$$

$$= \frac{\cos A - \sin A \cdot \cos A}{\cos A + \sin A \cdot \cos A}$$

अब, अंश व हर दोनो में $\sin A \cdot \cos A$ का भाग देने पर:

$$= \frac{\frac{\cos A}{\sin A \cdot \cos A} - \frac{\sin A \cdot \cos A}{\sin A \cdot \cos A}}{\frac{\cos A}{\sin A \cdot \cos A} + \frac{\sin A \cdot \cos A}{\sin A \cdot \cos A}}$$

$$= \frac{\operatorname{cosec} A - 1}{\operatorname{cosec} A + 1}$$

RHS

इति सिद्धम्।