RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

12th MATHS

ARJUN BATCH

FUNCTIONS

प्रश्नावली 1.2

अध्याय-01 | भाग-11

13 अगस्त 2026 || 04:00 PM



प्रश्नावली 1.2

1. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = \frac{1}{x}$ द्वारा परिभाषित फलन $f : R_* \to R_*$ एकैकी तथा आच्छादक है, जहाँ R_* सभी ऋणेतर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है। यदि प्रांत R_* को N से बदल दिया जाए, जब कि सहप्रांत पूर्ववत R_* ही रहे, तो भी क्या यह परिणाम सत्य होगा?

$f : R_* \to R_*$

इस प्रकार है कि

$f(x) = \frac{1}{x}$

एकैकी: (one-one)

माना $x_1, x_2 \in R_*$

इस प्रकार है

$f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow \frac{1}{x_1} = \frac{1}{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$

अतः यह एकैकी फलन है

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

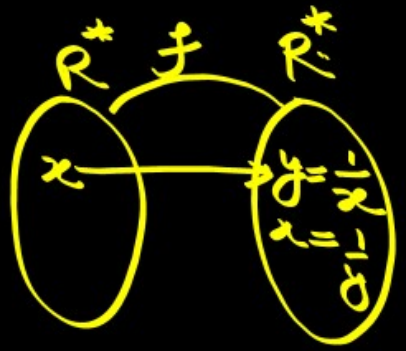
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

आच्छादक

सहप्रांत R^* के किसी भी अवयव y के लिए हमें प्रांत R^* में एक अवयव $\frac{1}{y}$ मिलेगा।

तथा $f\left(\frac{1}{y}\right) = \frac{1}{y} \cdot y = y$

अतः फलन f आच्छादक होगा।



अब यदि $f : N \longrightarrow R_*$ तथा $f(x) = \frac{1}{x}$ हो।

तब प्रत्येक $x_1, x_2 \in N$

के लिए माना $f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow \frac{1}{x_1} = \frac{1}{x_2}$

$\Rightarrow x_2 = x_1$

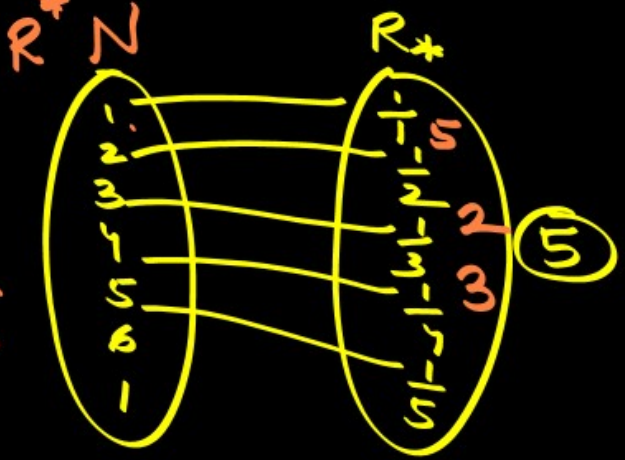
$\Rightarrow x_1 = x_2$

अतः फलन f एकैकी होगा।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

संहुपात R^* में स्थित अवयव 5 की
लिए प्रांत N में कोई भी अवयव
ऐसा नहीं है जिसका प्रतिबिंब 5 हो
अतः फलन f आच्छादक नहीं होगा



$f(x) = \frac{1}{x}$

$f\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{1}{1/5}$

$= 5$ ✓

प्रश्नावली 1.2

2. निम्नलिखित फलनों की एकैक (Injective) तथा आच्छादी (Surjective) गुणों की जाँच कीजिए:



(i) $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f : N \to N$ फलन है।

$f: N \to N$ जहाँ $f(x) = x^2$

एकैकी :- $x, y \in N$ इस प्रकार है कि

$$f(x) = f(y)$$

$$\Rightarrow x^2 = y^2$$

$$\Rightarrow x^2 - y^2 = 0$$

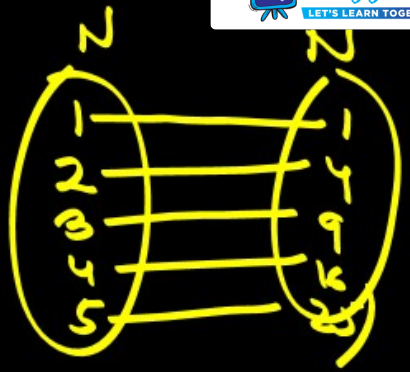
$$\Rightarrow (x-y)(x+y) = 0$$

$$\Rightarrow x-y=0 \quad | \quad x+y=0$$

$$\Rightarrow x = y \quad | \quad x = -y$$

यह संभव नहीं है

अतः फलन एकैकी है



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

आच्छादक

संहुपात N के अवयव 2 के लिए उस N में कोई भी अवयव x ऐसा नहीं हो

$f(x) = 2$

अतः फलन f आच्छादक नहीं होगा।



$f(x)=x^2$ $f: Z \to Z$

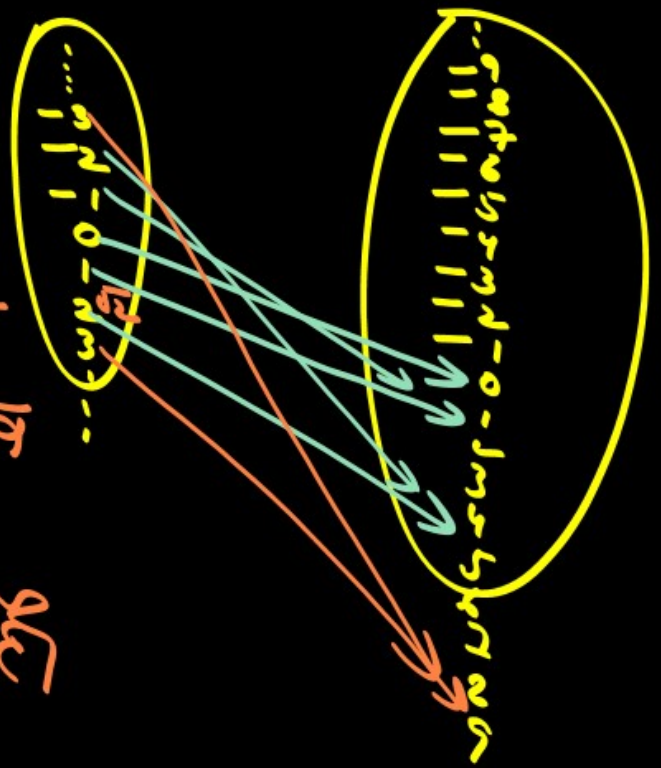
(ii) $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f : Z \to Z$ फलन है।

यहाँ $-1, 1 \in Z$ इस प्रकार है कि $f(1) = f(-1) = 1$

अतः फलन f एकैकी नहीं है।

आच्छादक: सहप्रांत Z में अवयव -4 के लिए प्रांत Z में कोई भी अवयव x ऐसा नहीं है $f(x) = -4$

अतः फलन f आच्छादक नहीं है



$f: R \to R$ $f(x) = x^2$

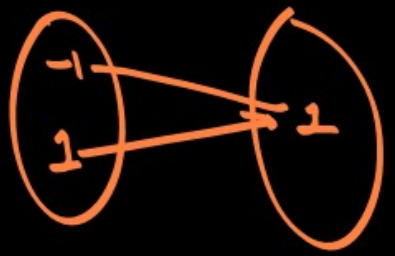
यहाँ $-1, 1 \in R$ के लिए

$f(-1) = f(1) = 1$

अतः फलन एकैकी नहीं है

संहप्रांत R के अवयव

(iii) $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f : R \to R$ फलन है।



$f(x) = x^3$ $f : N \to N$

माना $x, y \in N$ के लिए

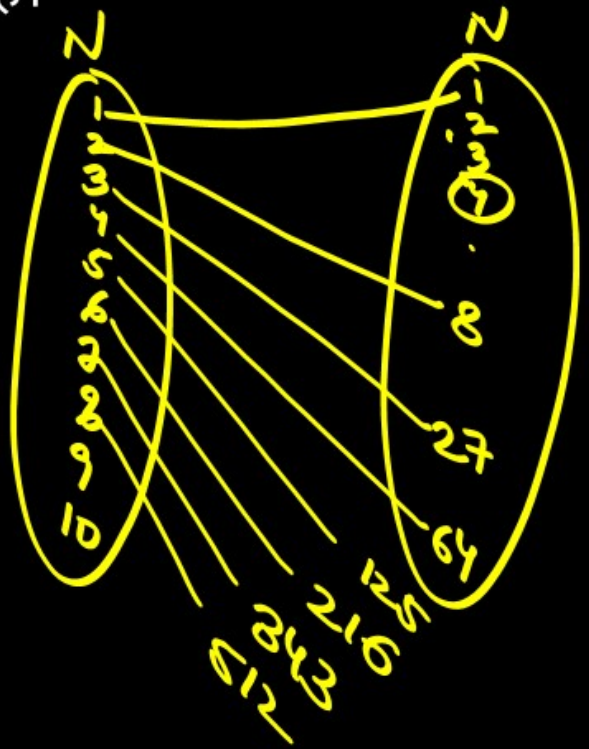
$f(x) = f(y)$

$\Rightarrow x^3 = y^3$

$\Rightarrow x = y$

अतः फलन 1-1 (एकैकी) है।

(iv) $f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त $f : N \to N$ फलन है।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

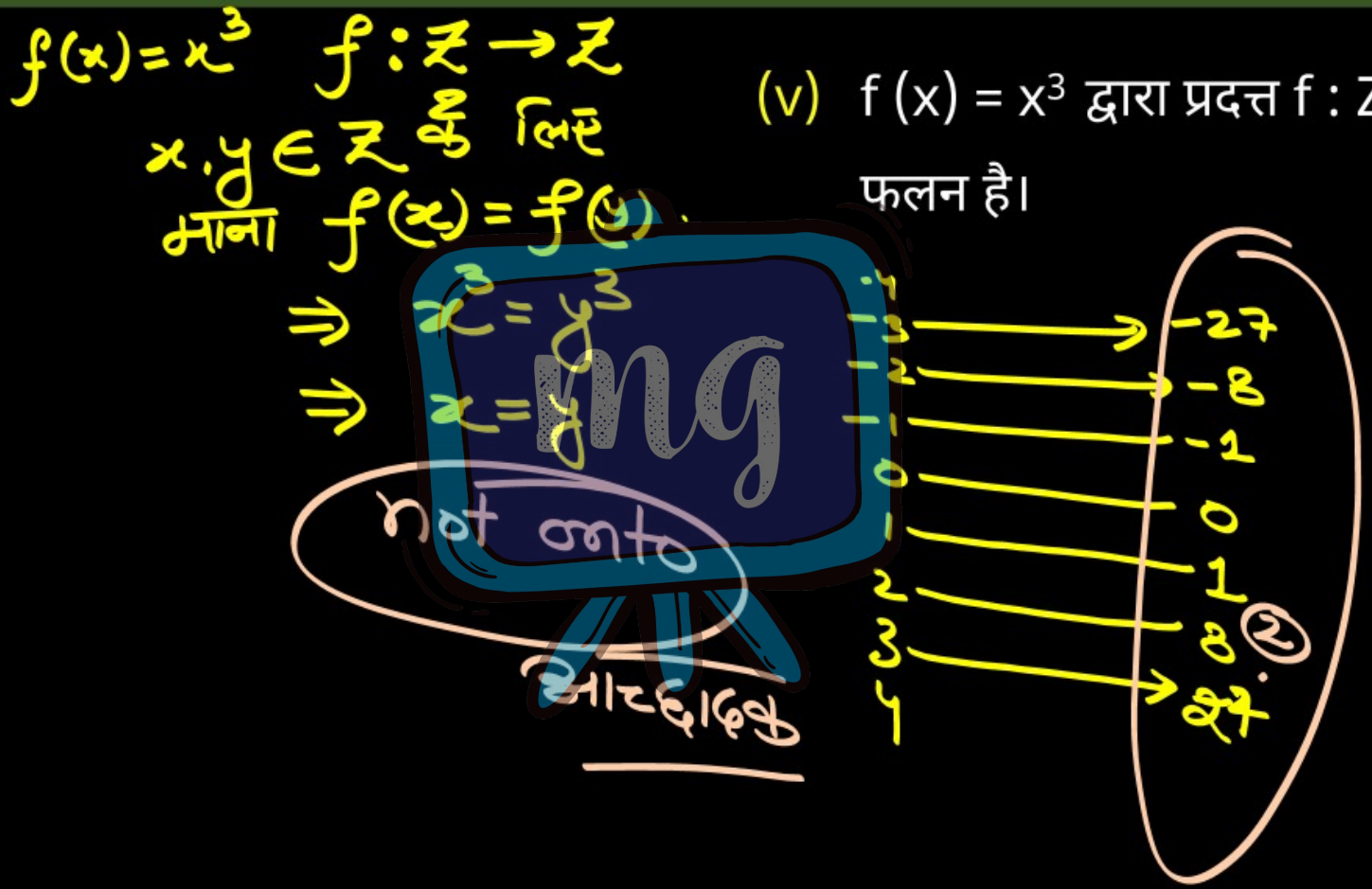
संहपांत ~~N~~ Z के अवयव 2 के लिए पूर्व ~~N~~ Z में कोई भी अवयव x इस प्रकार नहीं है कि $f(x) = x^3 = 2$

अतः फलन f आच्छादक नहीं है।

Not Onto.



(v) $f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त $f : Z \to Z$ फलन है।



प्रश्नावली 1.2

3. सिद्ध कीजिए कि f (x) = [x] द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन f : R → R, न तो एकैकी है और न आच्छादक है, जहाँ [x], x से कम या उसके बराबर महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता है।

प्रश्नावली 1.2

4. सिद्ध कीजिए कि f (x) = |x| द्वारा प्रदत्त मापांक फलन f : R → R, न तो एकैकी है और न आच्छादक है, जहाँ |x| बराबर x, यदि x धन या शून्य है तथा |x| बराबर –x, यदि x ऋण है।

5. सिद्ध कीजिए कि $f : R \to R$,

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{यदि } x > 0 \\ 0, & \text{यदि } x = 0 \\ -1, & \text{यदि } x < 0, \end{cases}$$

द्वारा प्रदत्त चिह्न फलन न तो एकैकी है और न आच्छादक है।

प्रश्नावली 1.2

6. मान लीजिए कि A = {1, 2, 3}, B = {4, 5, 6, 7} तथा f = {(1, 4), (2, 5), (3, 6)} A से B तक एक फलन है। सिद्ध कीजिए कि f एकैकी है।

7. निम्नलिखित में से प्रत्येक स्थिति में बतलाइए कि क्या दिए हुए फलन एकैकी, आच्छादक अथवा एकैकी आच्छादी (bijective) हैं। अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।

(i) $f(x) = 3 - 4x$ द्वारा परिभाषित फलन $f : R \to R$ है।

प्रश्नावली 1.2

(ii) $f(x) = 1 + x^2$ द्वारा परिभाषित फलन

$f : R \to R$ है।



प्रश्नावली 1.2

8. मान लीजिए कि A तथा B दो समुच्चय हैं। सिद्ध कीजिए कि $f : A \times B \to B \times A$, इस प्रकार कि $f(a, b) = (b, a)$ एक एकैकी आच्छादी (bijective) फलन है।

9. मान लीजिए कि समस्त $n \in N$ के लिए,

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n+1}{2}, & \text{यदि } n \text{ विषम है} \\ \frac{n}{2}, & \text{यदि } n \text{ सम है} \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित एक फलन $f : N \to N$ है। बतलाइए कि क्या फलन f एकैकी आच्छादी (bijective) है। अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।

प्रश्नावली 1.2

10. मान लीजिए कि $A = R - \{3\}$ तथा $B = R - \{1\}$ हैं। $f(x) = \left(\frac{x-2}{x-3}\right)$ द्वारा परिभाषित फलन $f : A \to B$ पर विचार कीजिए। । क्या f एकैकी तथा आच्छादक है? अपने उत्तर का औचित्य भी बतलाइए।

प्रश्नावली 1.2

11. मान लीजिए कि $f : R \to R$, $f(x) = x^4$ द्वारा परिभाषित है। सही उत्तर का चयन कीजिए।

(अ) f एकैकी आच्छादक है

(ब) f बहुएक आच्छादक है

(स) f एकैकी है किंतु आच्छादक नहीं है

(द) f न तो एकैकी है और नआच्छादकहै।

प्रश्नावली 1.2

12. मान लीजिए कि f (x) = 3 x द्वारा परिभाषित फलन f : R → R है। सही उत्तर चुनिए:

(अ) f एकैकी आच्छादक है

(ब) f बहुएक आच्छादक है

(स) f एकैकी है परंतु आच्छादक नहीं है

(द) f न तो एकैकी है और न आच्छादक है।