RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

12th MATHS

ARJUN BATCH

उदाहरण
EXAMPLES

अध्याय-01 | भाग-10



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

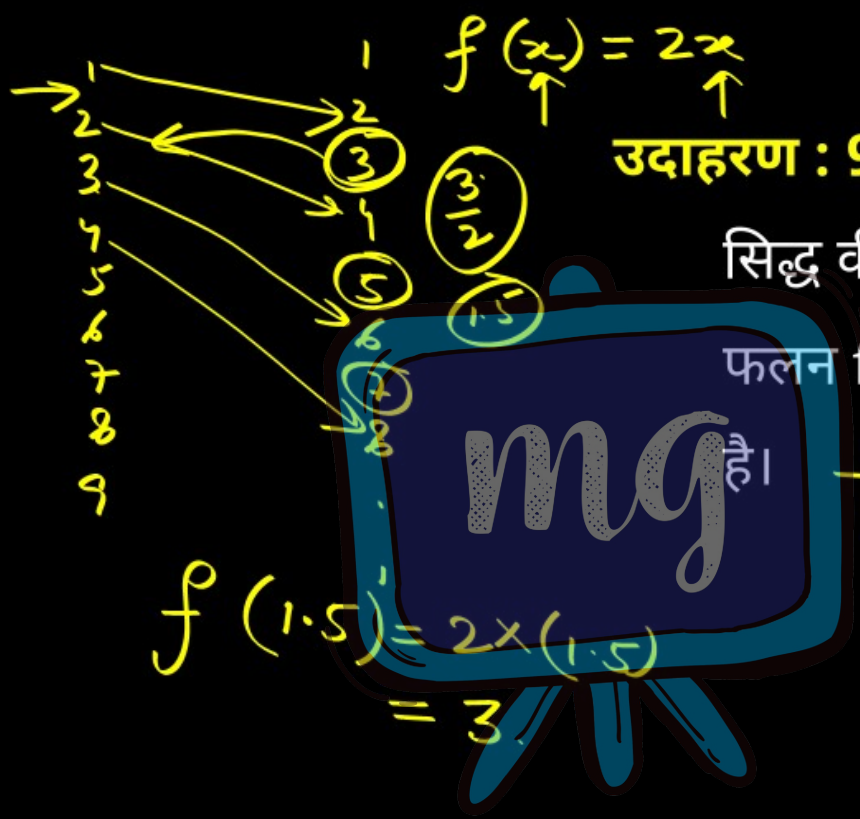
आज क्या पढेंगे ?

1 उदाहरण



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



सिद्ध कीजिए कि f(x) = 2x द्वारा प्रदत्त फलन f : R → R एकैकी तथा आच्छादक है।

एकैकी

$f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow 2x_1 = 2x_2$

$\Rightarrow x_1 = x_2$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$f(x) = 2x$

$\Rightarrow y = 2x$

$\Rightarrow x = \frac{y}{2}$

$\frac{x}{2} \rightarrow (y)$

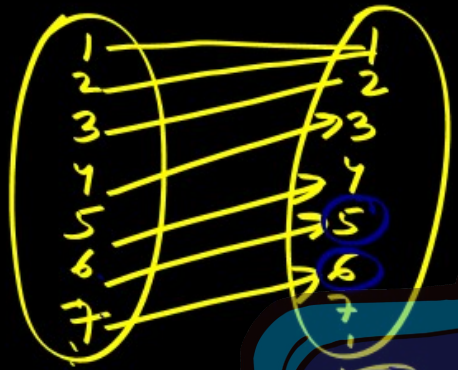


$f\left(\frac{x}{2}\right) = 2 \times \frac{x}{2} = x$

$f\left(\frac{1}{14}\right) = 2 \times \frac{1}{14} = \frac{1}{7}$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



उदाहरण : 10

सिद्ध किजिए कि f(1) = f(2) = 1 तथा x > 2 के लिए f(x) = x – 1 द्वारा प्रदत्त फलन f : N → N, आच्छादक तो है किंतु एकैकी नहीं है।

501
x-1

$f(x) = x - 1$

$f(3) = 3 - 1 = 2$

$f(4) = 4 - 1 = 3$

एकैकी :-

यह फलन एकैकी नहीं है क्योंकि यहां अवयव 1 तथा अवयव 2 दोनों का प्रतिबिम्ब एकसमान है

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

आच्छादक

यहाँ $f(1) = f(2) = 1$

तथा $x > 2$ के लिए $f(x) = x - 1$

$f : N \to N$

$y+1 \leftarrow y$

⑤

माना $y = f(x) \in N$

के लिए $y = x - 1$.

$\Rightarrow x = y + 1$.

यहाँ अगर $x \in N$ तो $y+1 \in N$.

तथा $f(y+1) = (y+1) - 1$

$= y$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



S

$f(x) = x - 1$

6	5
8	7
10	9
$x+1$	x

यहाँ $f(1) = (1)^2 = 1$

तथा $f(-1) = (-1)^2 = 1$

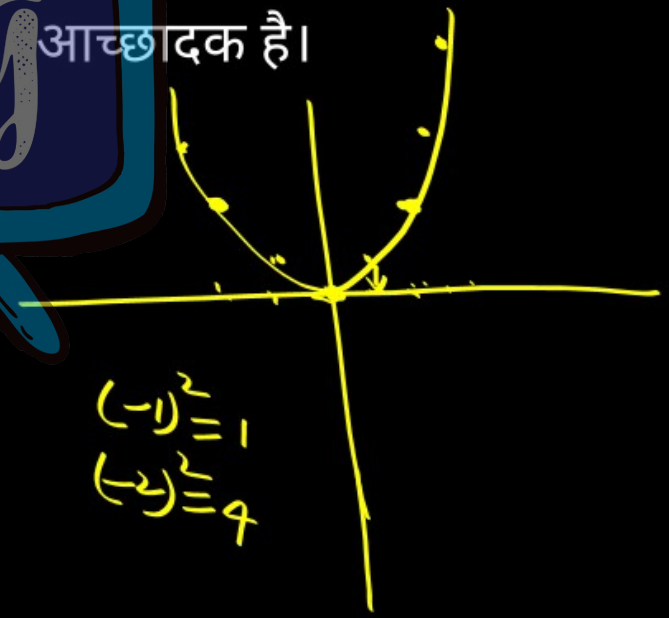
यहाँ $1 \neq -1$ परंतु

$f(1) = f(-1)$

अतः यह फलन एकैकी नहीं होगा।

उदाहरण : 11

सिद्ध कीजिए कि $f(x) = x^2$ द्वारा परिभाषित फलन $f : R \to R$, न तो एकैकी है और न आच्छादक है।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

एकैकी : $x_1, x_2 \in R$

$f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow x_1^2 = x_2^2$

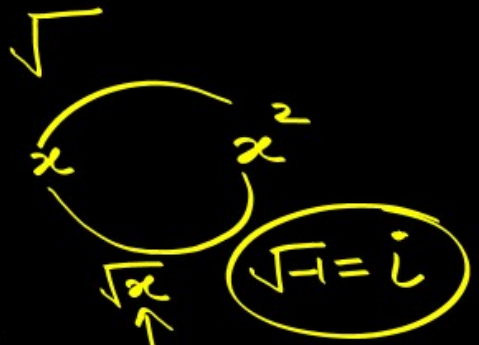
$\Rightarrow x_1 = \sqrt{x_2^2}$

$\Rightarrow x_1 = x_2$ या $x_1 = -x_2$

आच्छादक

यहाँ सहप्रांत R में अवयव -4 इस प्रकार का है कि इसका पूर्वप्रतिबिंब R में नहीं है

$f(x) = x^2$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

माना $f(x_1) = f(x_2)$

यदि x_1 सम तथा x_2 विषम हैं

$f(x_1) = x_1 - 1$

$f(x_2) = x_2 + 1$

$\Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow x_1 - 1 = x_2 + 1$

$\Rightarrow x_1 - x_2 = 1 + 1$

$\Rightarrow x_1 - x_2 = 2$

जो कि संभव नहीं है

क्योंकि किसी भी सम संख्या व एक विषम संख्या का अंतर सम नहीं होगा।

उदाहरण : 12

सिद्ध कीजिए कि नीचे परिभाषित फलन $f : N \to N$, एकैकी तथा आच्छादक दोनों ही है

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{यदि } x \text{ विषम है} \\ x - 1, & \text{यदि } x \text{ सम है} \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{यदि } x \text{ विषम है} \\ x-1, & \text{यदि } x \text{ सम है} \end{cases}$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

इसी तरह से x_2 का सम व x_1 का विषम होना भी संभव नहीं है

अतः x_1 तथा x_2 दोनों या तो सम होंगे या दोनों विषम होंगे

माना x_1 तथा x_2 सम हैं

$f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow x_1 = x_2$

$\Rightarrow x_1 = x_2$

माना x_1 तथा x_2 दोनों विषम हैं

$\Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

$\Rightarrow x_1 + 1 = x_2 + 1$

$\Rightarrow x_1 = x_2$

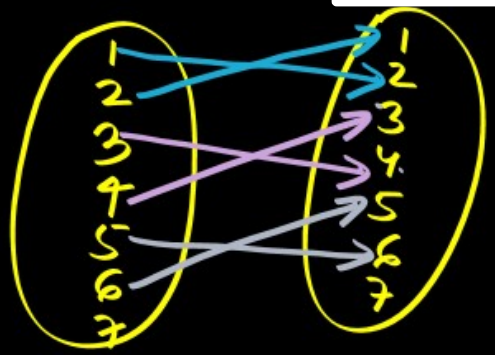
अतः फलन एकैकी होगा।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

आच्छादक

समुच्चय N में स्थित किसी भी सम संख्या $2r$ के लिए समुच्चय N में उसका पूर्व-प्रतिबिम्ब $2r-1$ मिलेगा



विषम $f(x) = x+1$

सम $f(x) = x-1$

इसी तरह से समुच्चय N में किसी भी विषम संख्या $2r+1$ के लिए समुच्चय N में $2r+2$ मिलेगा।

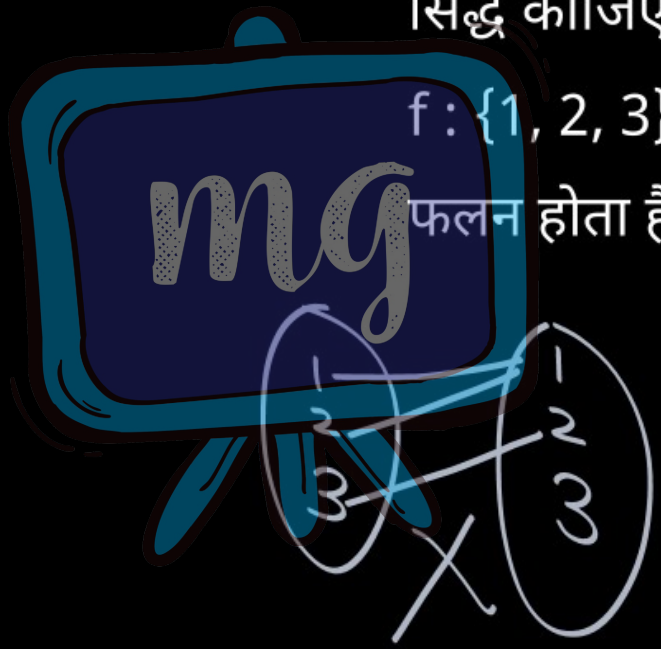
अतः प्रत्येक अवयव का पूर्व प्रतिबिंब विद्यमान है फलन आच्छादक है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण : 13

सिद्ध कीजिए कि आच्छादक फलन $f : \{1, 2, 3\} \to \{1, 2, 3\}$ सदैव एकैकी फलन होता है।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



उदाहरण : 14

सिद्ध कीजिए कि एक एकैकी फलन $f : \{1, 2, 3\} \to \{1, 2, 3\}$ अनिवार्य रूप से आच्छादक भी है।

प्रश्नावली 1.2

1. सिद्ध कीजिए कि $f(x) = \frac{1}{x}$ द्वारा परिभाषित फलन $f : R_* \to R_*$ एकैकी तथा आच्छादक है, जहाँ R_* सभी ऋणेतर वास्तविक संख्याओं का समुच्चय है। यदि प्रांत R_* को N से बदल दिया जाए, जब कि सहप्रांत पूर्ववत R_* ही रहे, तो भी क्या यह परिणाम सत्य होगा?

प्रश्नावली 1.2

2. निम्नलिखित फलनों की एकैक (Injective) तथा आच्छादी (Surjective) गुणों की जाँच कीजिए:



(i) $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f : N \to N$ फलन है।

प्रश्नावली 1.2

(ii) $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f : Z \to Z$ फलन है।



प्रश्नावली 1.2

(iii) $f(x) = x^2$ द्वारा प्रदत्त $f : R \to R$ फलन है।



प्रश्नावली 1.2

(iv) $f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त $f : N \to N$ फलन है।



प्रश्नावली 1.2

(v) $f(x) = x^3$ द्वारा प्रदत्त $f : Z \to Z$ फलन है।



प्रश्नावली 1.2

3. सिद्ध कीजिए कि f (x) = [x] द्वारा प्रदत्त महत्तम पूर्णांक फलन f : R → R, न तो एकैकी है और न आच्छादक है, जहाँ [x], x से कम या उसके बराबर महत्तम पूर्णांक को निरूपित करता है।

प्रश्नावली 1.2

4. सिद्ध कीजिए कि f (x) = |x| द्वारा प्रदत्त मापांक फलन f : R → R, न तो एकैकी है और न आच्छादक है, जहाँ |x| बराबर x, यदि x धन या शून्य है तथा |x| बराबर –x, यदि x ऋण है।

5. सिद्ध कीजिए कि $f : R \to R$,

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{यदि } x > 0 \\ 0, & \text{यदि } x = 0 \\ -1, & \text{यदि } x < 0, \end{cases}$$

द्वारा प्रदत्त चिह्न फलन न तो एकैकी है और न आच्छादक है।