SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा-10

गणित

अध्याय - 7

निर्देशांक ज्यामिति
(Co-Ordinate Geometry)

भाग - 1

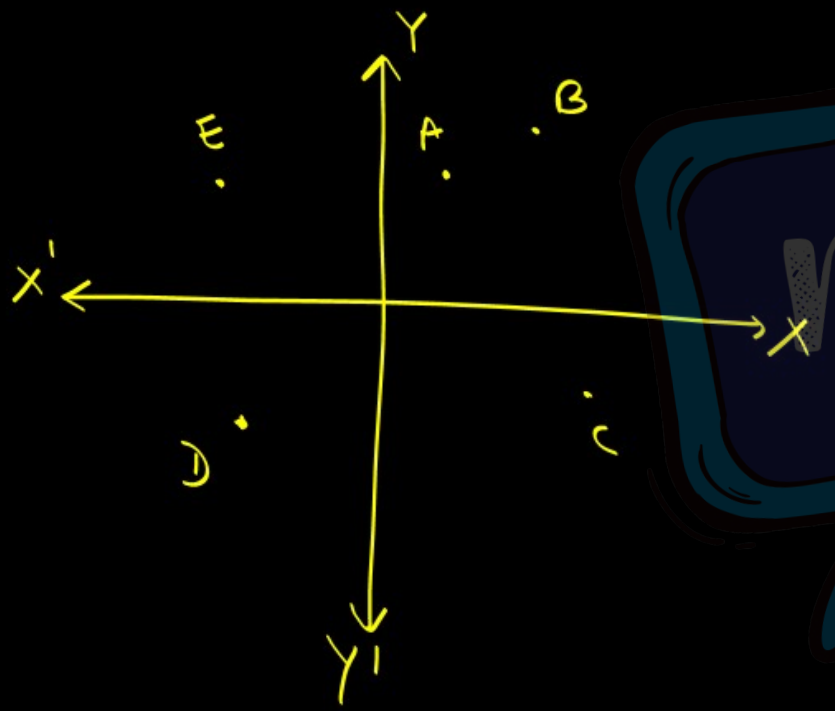
निर्देशांक ज्यामिति - परिचय

By : Rajendra Yadav Sir

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

निर्देशांक ज्यामिति- परिचय



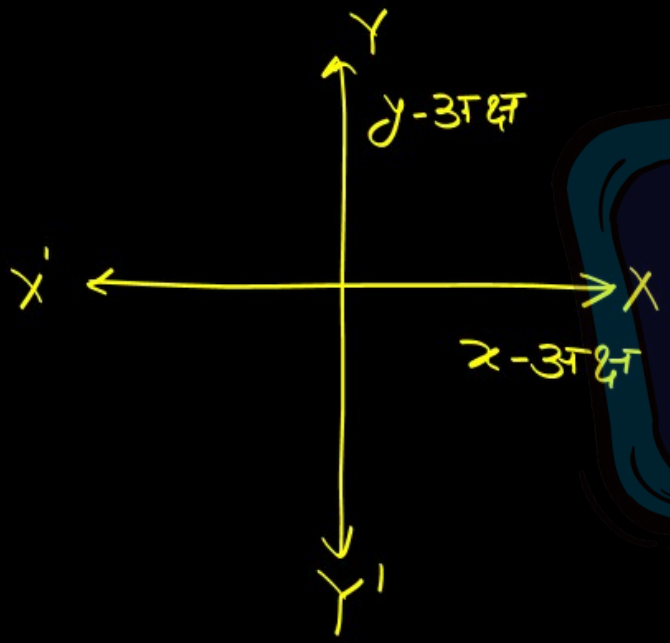
निर्देशांक ज्यामिति (Co-ordinate Geometry)

जब हम ज्यामिति का अध्ययन बिन्दुओं की स्थिति (जो विशिष्ट संख्याओं द्वारा निरूपित होती है तथा जिन्हें निर्देशांक कहते है), विभिन्न ज्यामितीय वक्रों (जिनकों बीजीय समीकरणों द्वारा निरूपित किया जाता है) के आधार पर करते है तो इसे वैश्लेषिक ज्यामिति (Analytical Geometry) या निर्देशांक ज्यामिति कहते है।

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

निर्देशांक ज्यामिति- परिचय



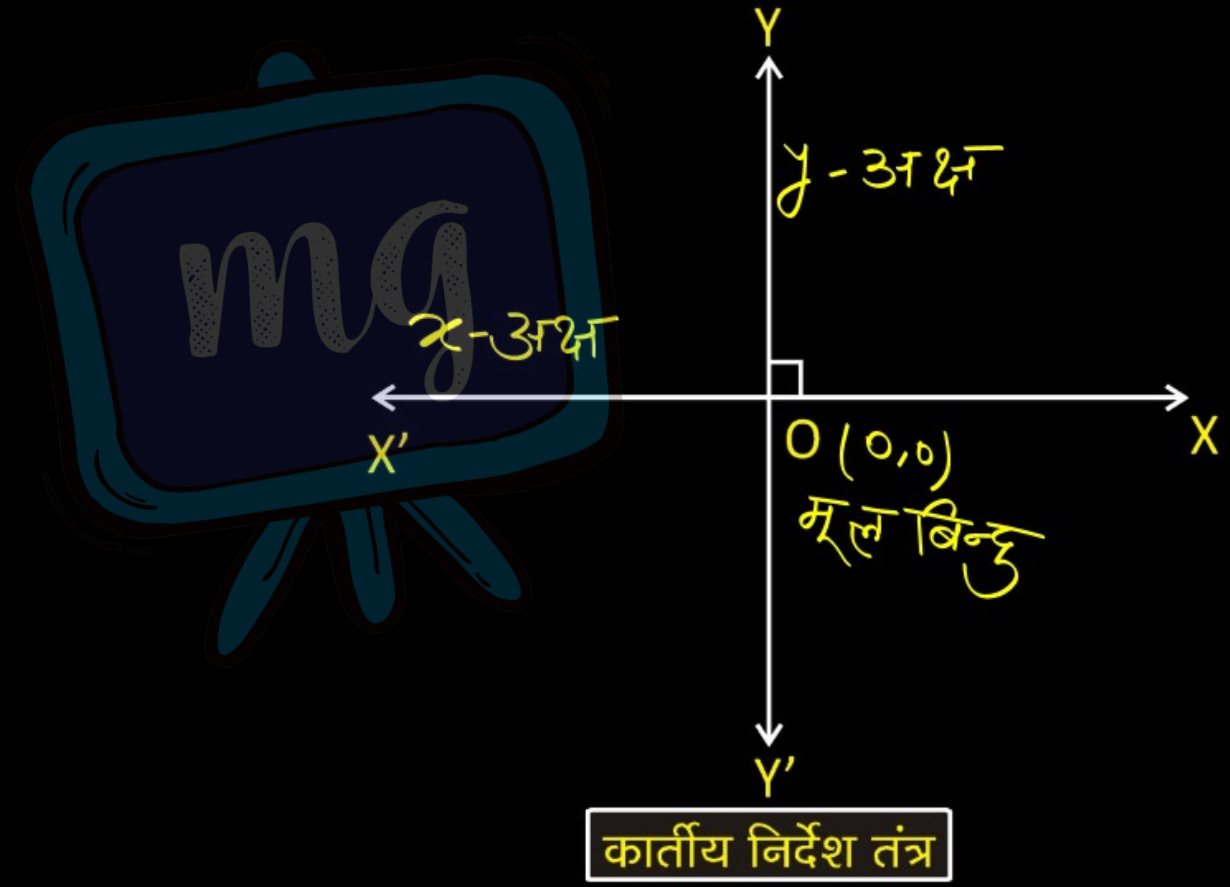
कार्तिय निर्देश तंत्र एवं निर्देशांक (Cartesian Co-ordinate System and co-ordinates)

- किसी समतल में दो परस्पर लम्बवत् रेखाओं XOX′ तथा YOY′ के प्रतिच्छेदन से बना तंत्र, कार्तिय निर्देश तंत्र या समतलीय निर्देश तंत्र या आयतीय निर्देश तंत्र कहलाता है।

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

निर्देशांक ज्यामिति- परिचय



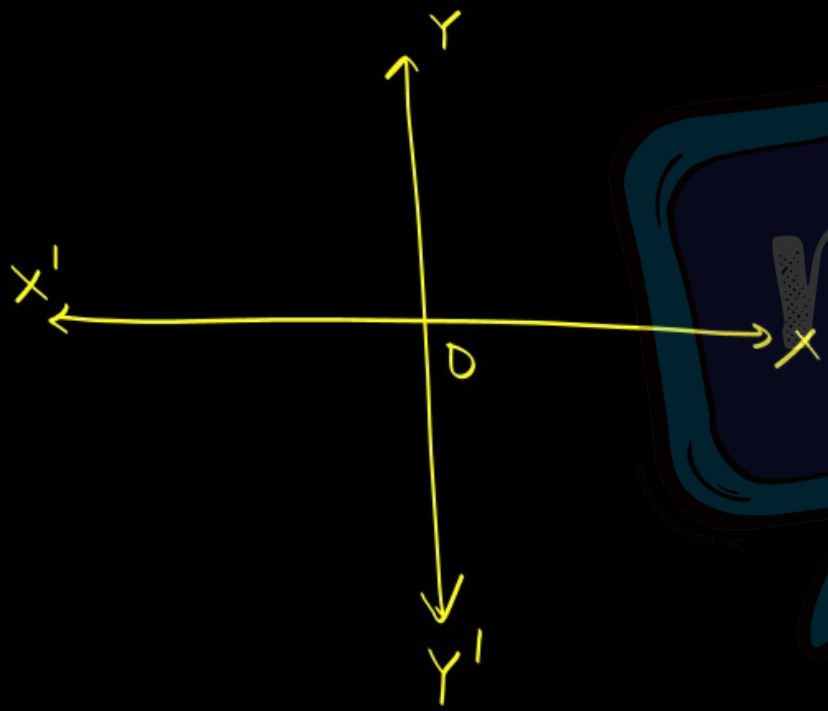
कार्तीय निर्देश तंत्र

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

निर्देशांक ज्यामिति- परिचय

कार्तीय निर्देश तंत्र से सम्बन्धित महत्त्वपूर्ण परिभाषाएँ



निर्देशांक अक्ष :

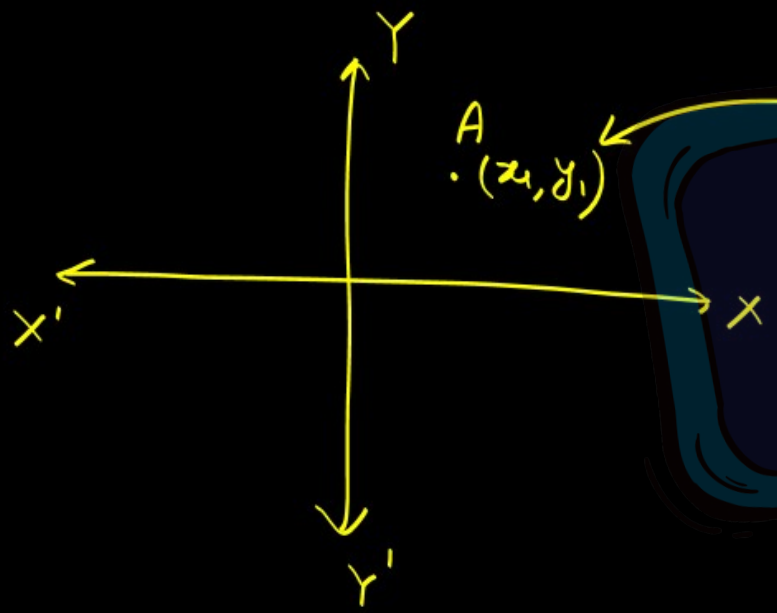
कार्तीय निर्देश तन्त्र में दोनों परस्पर लम्बवत् रेखाएँ XOX′ तथा YOY′, निर्देशांक अक्ष कहलाते है।

यहाँ XOX′ को X - अक्ष तथा YOY′ को Y - अक्ष कहते हैं।

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

निर्देशांक ज्यामिति- परिचय



कार्तीय निर्देश तंत्र से सम्बन्धित महत्त्वपूर्ण परिभाषाएँ

निर्देशांक :

कार्तीय निर्देश तन्त्र में दोनों अक्षों पर स्थित प्रत्येक बिन्दु की स्थिति को विशिष्ट संख्याओं द्वारा निरूपित किया जाता है। जिन्हें उस बिन्दु के निर्देशांक कहते है।

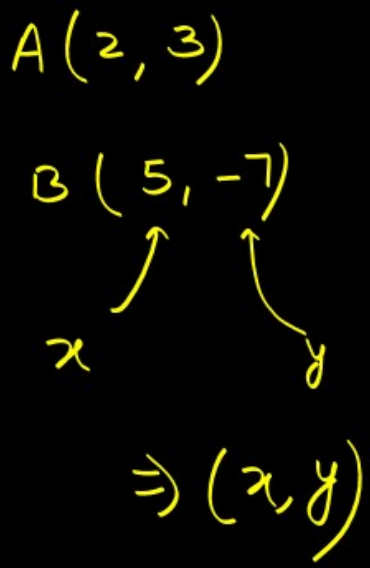
X - अक्ष पर स्थित बिन्दु के लिये प्रयुक्त संख्या उसका X - निर्देशांक (भुज) तथा Y - अक्ष पर स्थित बिन्दु के लिए प्रयुक्त संख्या उसका Y - निर्देशांक (कोटि) कहलाता है।

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

निर्देशांक ज्यामिति- परिचय

कार्तीय निर्देश तंत्र से सम्बन्धित महत्त्वपूर्ण परिभाषाएँ



क्रमित युग्म :

कार्तीय निर्देश तन्त्र मे किसी भी बिन्दु की स्थिति को व्यक्त करने के लिए उसके X - निर्देशांक तथा Y- निर्देशांक दोनों को सदैव एक निश्चित क्रम (x, y) में लिखा जाता है। जिसे क्रमित युग्म कहते है।

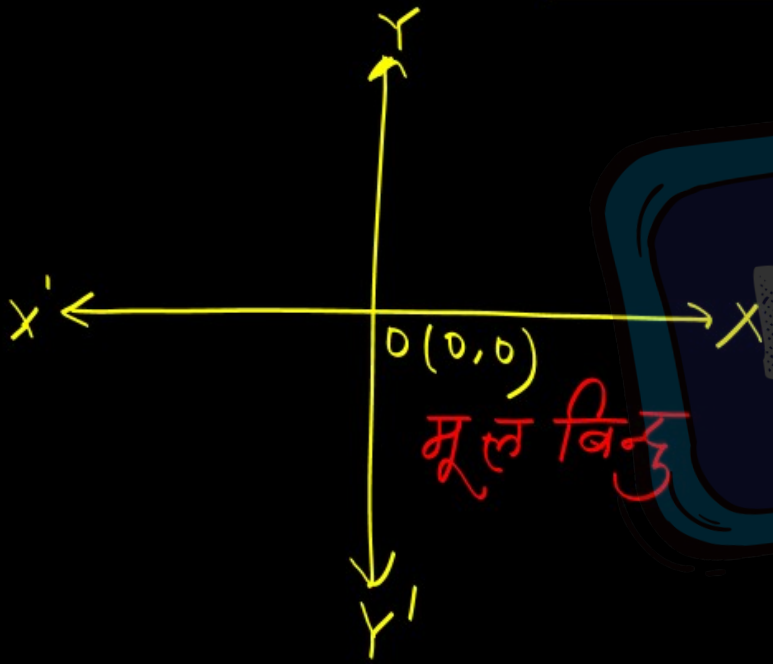
नोट :- यदि $(x_1, y_1) = (x_2, y_2)$ हो तब

$x_1 = x_2$ तथा $y_1 = y_2$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

निर्देशांक ज्यामिति- परिचय



कार्तीय निर्देश तंत्र से सम्बन्धित महत्त्वपूर्ण परिभाषाएँ

मूल बिन्दु :

वह बिन्दु जहाँ X - अक्ष तथा Y - अक्ष परस्पर प्रतिच्छेद करते है मूल बिन्दु (Origin) कहलाता है।

मूल बिन्दु को O(0,0) से व्यक्त किया जाता है।

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

निर्देशांक ज्यामिति- परिचय

कार्तीय निर्देश तंत्र से सम्बन्धित महत्त्वपूर्ण परिभाषाएँ

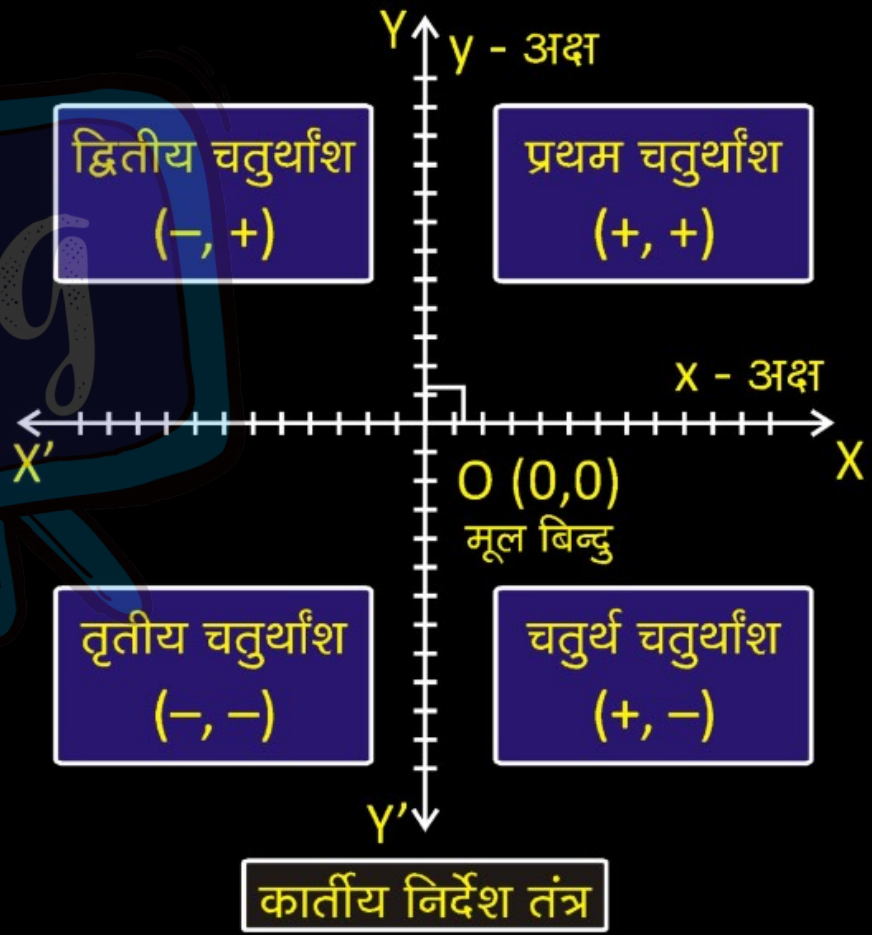
चतुर्थांश (Quadrants) :

कार्तीय निर्देश तंत्र प्रत्येक समतल को 4 भागों में बाँट देता है जिन्हें क्रमशः प्रथम चतुर्थांश, द्वितीय चतुर्थांश, तृतीय चतुर्थांश तथा चतुर्थ चतुर्थांश कहते हैं।

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

निर्देशांक ज्यामिति- परिचय

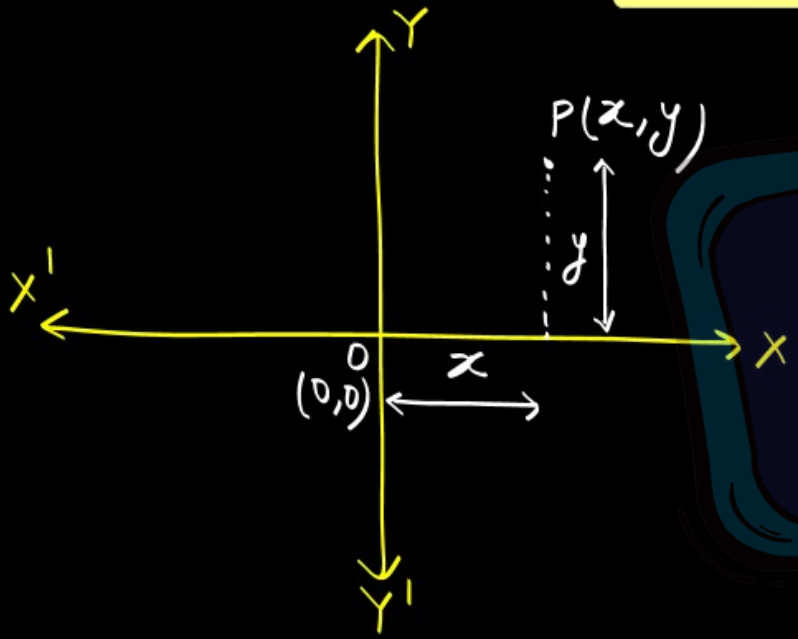


कार्तीय निर्देश तंत्र

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

निर्देशांक ज्यामिति- परिचय



टिप्पणी :

- किसी बिन्दु P के निर्देशांक (x, y) है तो इसे P(x, y) लिखते है।
- किसी बिन्दु का भुज (x - निर्देशांक), उस बिन्दु से y - अक्ष लम्बवत् दूरी होता है।
- किसी बिन्दु की कोटि (y - निर्देशांक), उस बिन्दु की x - अक्ष से लम्बवत दूरी होता है।
- यदि x = 0 (अर्थात् भुज = 0) है तो बिन्दु Y - अक्ष पर स्थित होगा।

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

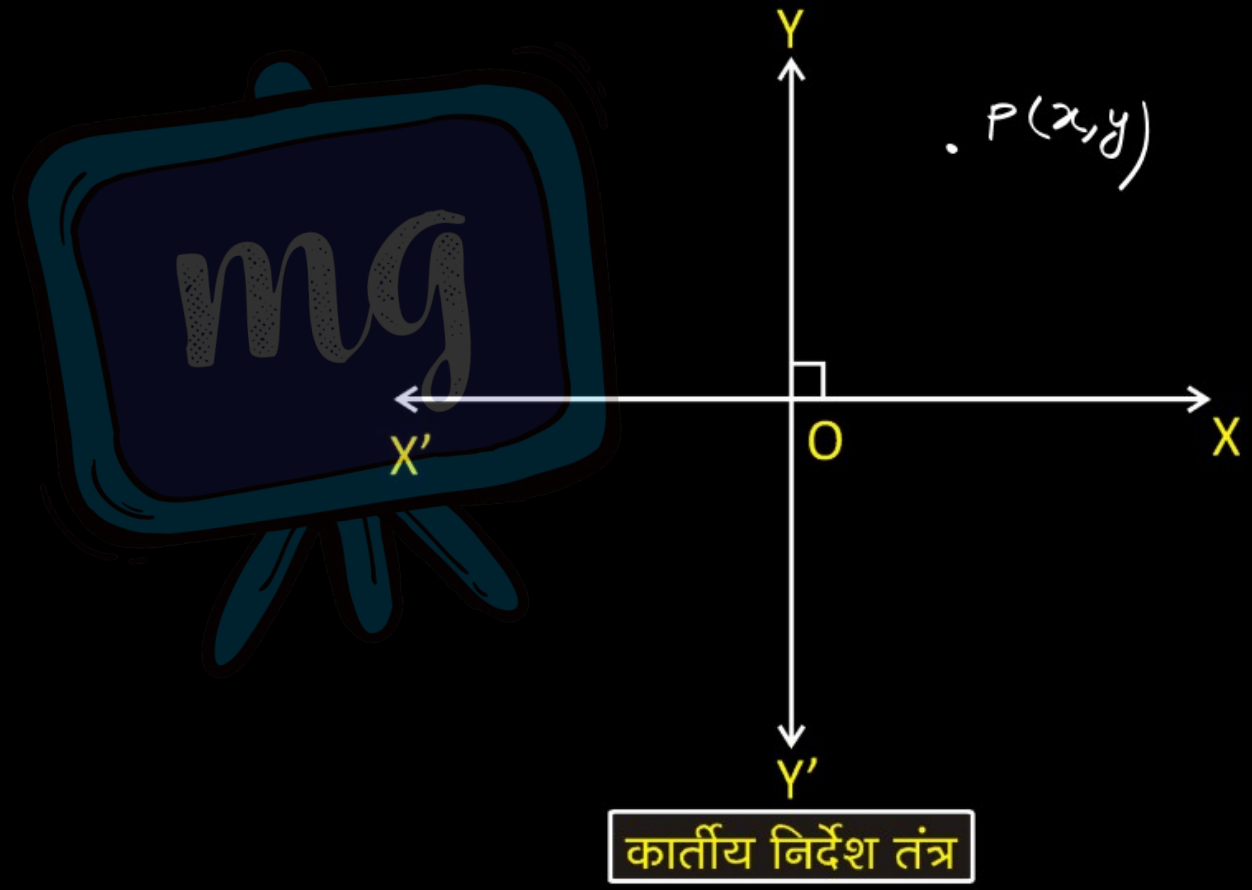
निर्देशांक ज्यामिति- परिचय

- यदि $y = 0$ (अर्थात् कोटि $= 0$) है तो बिन्दु X - अक्ष पर स्थित होगा।
- यदि $x = 0$ तथा $y = 0$ है तो बिन्दु मूल बिन्दु $O(0, 0)$ होगा।

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

निर्देशांक ज्यामिति- परिचय



कार्तीय निर्देश तंत्र

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

निर्देशांक ज्यामिति- परिचय

कार्तीय निर्देश तंत्र में किसी बिन्दु की स्थिति आलेखित करना

कार्तीय निर्देश तंत्र में किसी भी बिन्दु की स्थिति को उसके निर्देशांको के क्रमित युग्म के रूप में लिखते हैं। जिन्हें हम अग्र उदाहरणों के माध्यम से समझेंगे।

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

निर्देशांक ज्यामिति- परिचय

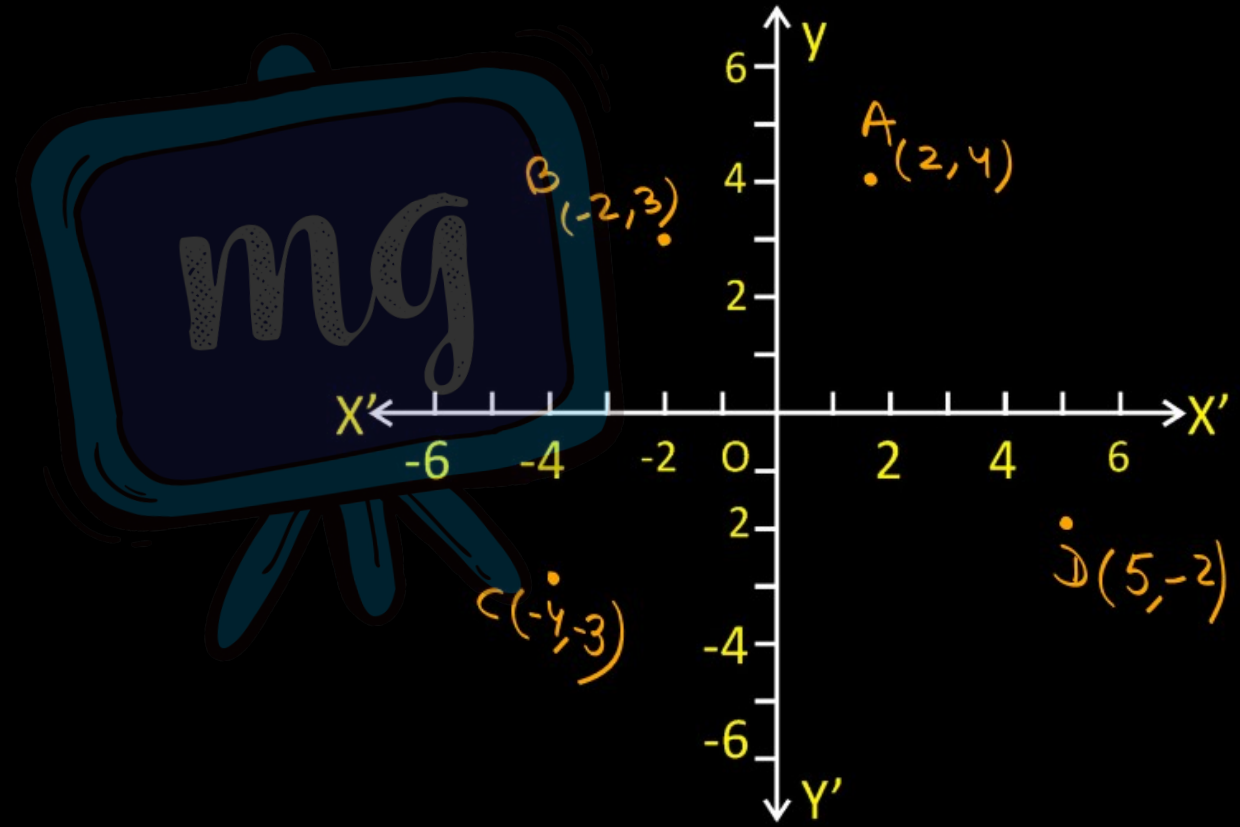
उदाहरण - आयतीय निर्देशांक निकाय में बिन्दु (2, 4), (–2, 3), (–4, –3) और (+5, –2) को आलेखित कीजिए।

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

निर्देशांक ज्यामिति- परिचय

(2, 4), (-2, 3),
(-4, -3), (5, -2)



SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

दो बिन्दुओं के बीच की दूरी

दो बिन्दुओं के बीच की दूरी
(Distance between two points)

- बिन्दुओं $P(x_1, y_1)$ तथा $Q(x_2, y_2)$ के मध्य की दूरी

$$PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

दो बिन्दुओं के बीच की दूरी

$\triangle ABC$ में:

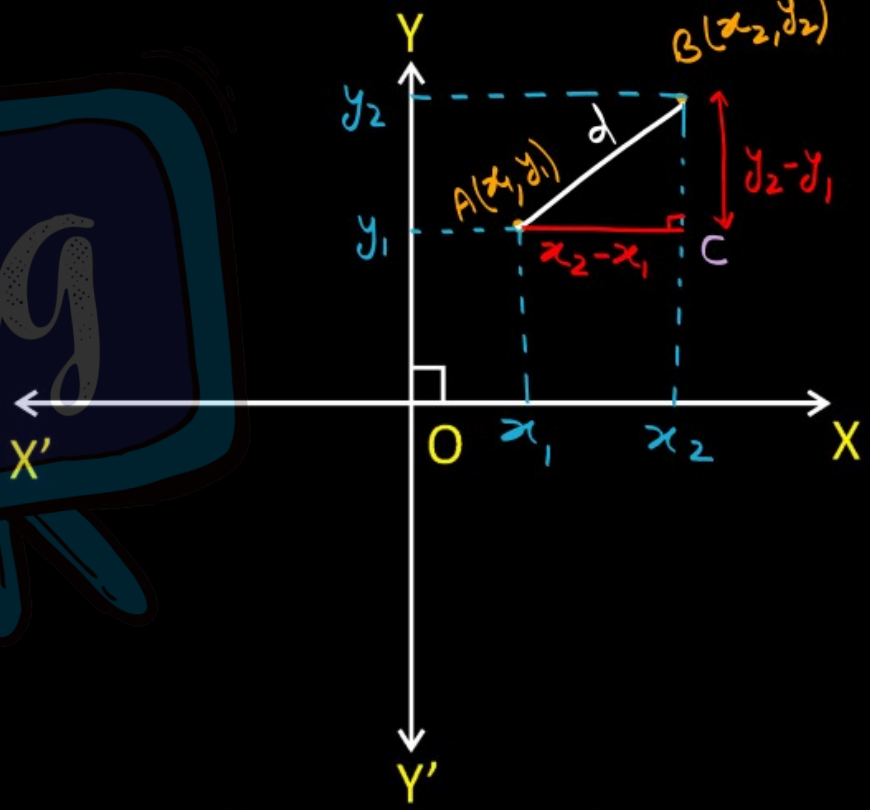
कर्ण^2 = आधार^2 + लम्ब^2

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

OR

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$



कार्तीय निर्देश तंत्र

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

दो बिन्दुओं के बीच की दूरी

- विशेष स्थिति :- बिन्दु P(x, y) की मूल बिन्दु से दूरी

$$OP = \sqrt{x^2 + y^2}$$

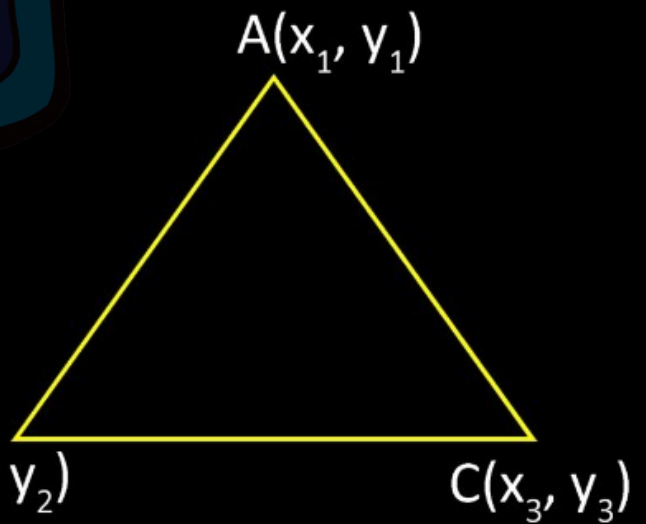
SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

दो बिन्दुओं के बीच की दूरी

त्रिभुज (Triangle)

यदि $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ तथा $C(x_3, y_3)$, कोई तीन बिन्दु है तो



SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

दो बिन्दुओं के बीच की दूरी

तीनो भुजाएँ बराबर →

1. यदि AB = BC = AC है तो त्रिभुज एक समबाहु त्रिभुज होगा।

दो भुजाएँ बराबर →

AB = BC या BC = AC
या
AB = AC

2. यदि AB, BC तथा AC में से कोई दो भुजाएँ आपस में बराबर है तो त्रिभुज एक समद्विबाहु त्रिभुज होगा।

कर्ण = आधार^2 + लम्ब^2

3. यदि AB^2, BC^2 तथा AC^2 में से कोई भी दो का योग तीसरे के बराबर है तो त्रिभुज एक समकोण त्रिभुज होगा। (पायथोगोरस प्रमेय)

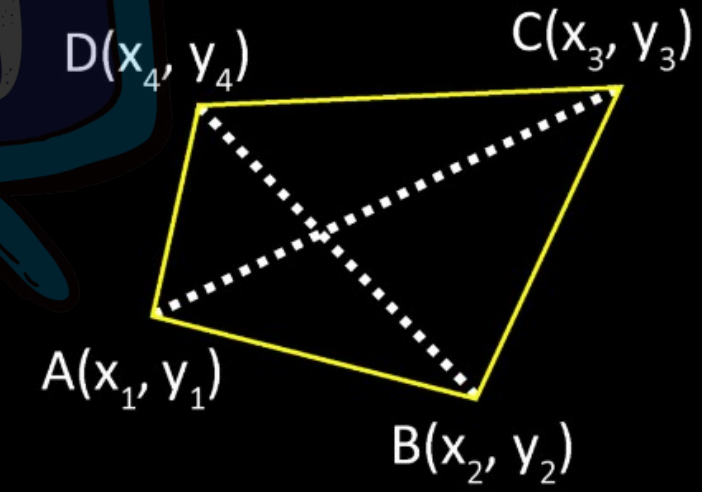
SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

दो बिन्दुओं के बीच की दूरी

चतुर्भुज (Quadrilateral)

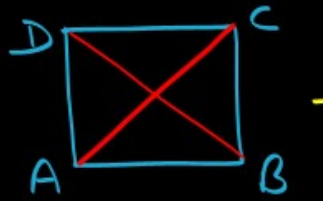
यदि $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ तथा $D(x_4, y_4)$ कोई चार बिन्दु है तो



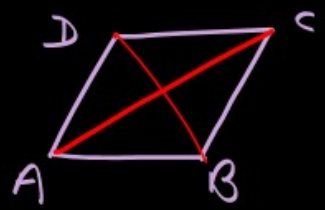
SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

दो बिन्दुओं के बीच की दूरी



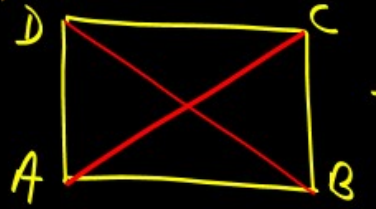
1. यदि AB = BC = CD = AD तथा AC = BD है तो चतुर्भुज एक वर्ग होगा।



2. यदि AB = BC = CD = AD तथा AC ≠ BD है तो चतुर्भुज एक समचतुर्भुज होगा।



3. यदि AB = BC तथा CD = AD तथा AC ≠ BD है तो चतुर्भुज समान्तर चतुर्भुज होगा।



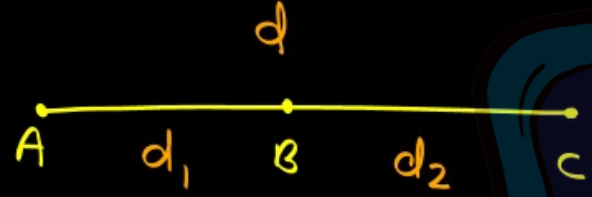
4. यदि AB = BC तथा CD = AD तथा AC = BD है तो चतुर्भुज आयत होगा।

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

दो बिन्दुओं के बीच की दूरी

संरेख बिन्दु (Colinear Points)



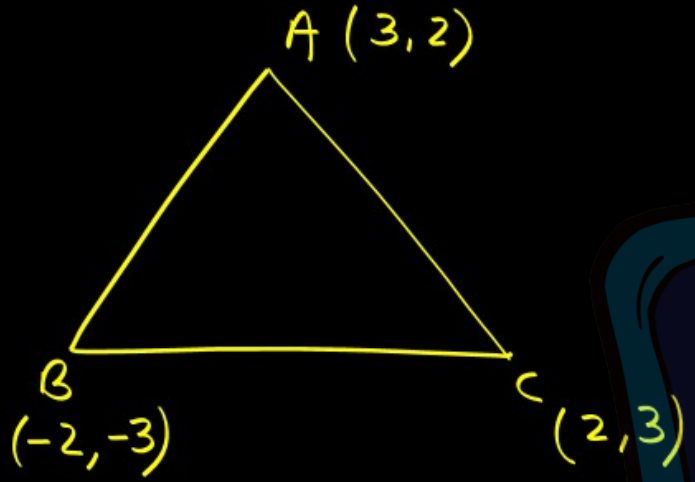
- यदि $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ तथा $C(x_3, y_3)$, तीन संरेख बिन्दु है तो AB, BC, CA में से किन्हीं दो का योग तीसरी के बराबर होगा।

(i) $d = d_1 + d_2$

(ii) ΔABC का क्षेत्रफल $= 0$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



उदाहरण 1 - क्या बिंदु (3, 2), (–2, –3) और (2, 3) एक त्रिभुज बनाते हैं? यदि हाँ, तो बताइए कि किस प्रकार का त्रिभुज बनता है।

$$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(-2-3)^2+(-3-2)^2}$$

$$= \sqrt{(-5)^2+(-5)^2}$$

$$= \sqrt{25+25}$$

$$\boxed{AB = \sqrt{50}}$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$BC = \sqrt{(2+2)^2 + (3+3)^2}$$

$$BC = \sqrt{(4)^2 + (6)^2}$$

$$BC = \sqrt{16+36}$$

$$BC = \sqrt{52}$$

$$AC = \sqrt{(2-3)^2 + (3-2)^2}$$

$$AC = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2}$$

$$AC = \sqrt{1+1}$$

$$AC = \sqrt{2}$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अब, $AB^2 + AC^2 = BC^2$

$(\sqrt{50})^2 + (\sqrt{2})^2 = (\sqrt{52})^2$

$50 + 2 = 52$

$52 = 52$

अतः यह त्रिभुज एक समकोण त्रिभुज है।