कक्षा – 12

गणित

समाकलन

अध्याय – 7

भाग - 14

प्रश्नावली 7.7

By : Rajendra Yadav Sir

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण –23

$$\int \sqrt{x^2+a^2}\,dx$$

$$= \frac{x}{2}\sqrt{x^2+a^2} + \frac{a^2}{2}\log\left|x+\sqrt{x^2+a^2}\right| + C$$

➤ $\int \sqrt{x^2+2x+5}\,dx$ ज्ञात कीजिए।

$$\int \sqrt{(x^2+2x+4)+1}\,dx$$

$$\int \sqrt{(x+2)^2+(1)^2}\,dx$$

$$= \frac{x+2}{2}\sqrt{x^2+2x+5} + \frac{1}{2}\log\left|x+2+\sqrt{x^2+2x+5}\right| + C$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण –24

➤ $\int \sqrt{3-2x-x^2}dx$ ज्ञात कीजिए।

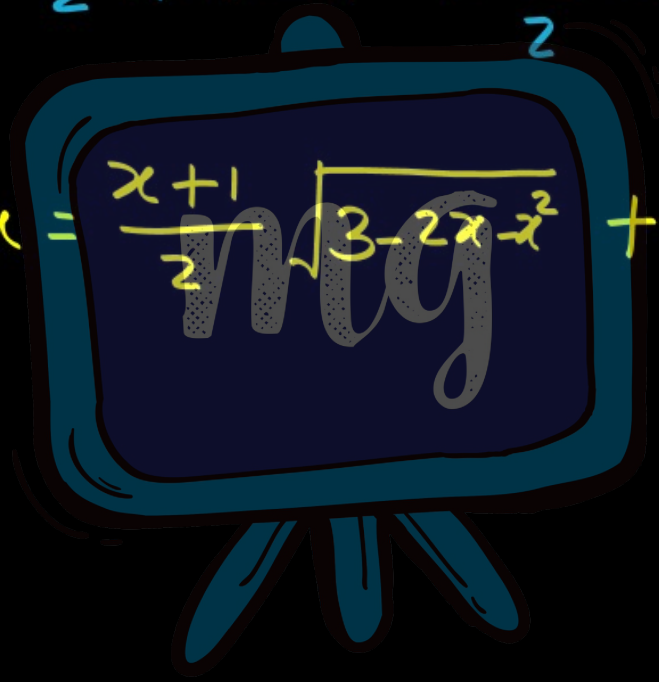
$$\int \sqrt{3-(x^2+2x+1-1)}\ dx$$

$$\int \sqrt{4-(x+1)^2}\ dx$$

$$\int \sqrt{(2)^2-(x+1)^2}\ dx$$

$$\int \sqrt{a^2 - x^2}\, dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$$

$$\int \sqrt{(2)^2 - (x+1)^2}\, dx = \frac{x+1}{2}\sqrt{3 - 2x - x^2} + \frac{4}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) + c$$



प्रश्नावली 7.7

$$\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx$$

$$= \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)+C$$

➤ 1 से 9 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

Q1. $\sqrt{4-x^2}$ $\Rightarrow \int \sqrt{(2)^2-x^2}\,dx$

$$\Rightarrow \frac{x}{2}\sqrt{4-x^2} + \frac{4}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)+C$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2}\sqrt{4-x^2} + 2\sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right)+C$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.7

➤ 1 से 9 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

Q2. $\sqrt{1-4x^2}$

$$\int \sqrt{(1)^2-(2x)^2}\,dx$$

$$= \frac{2x}{2}\sqrt{1-4x^2} + \frac{1}{2}\sin^{-1}\left(\frac{2x}{1}\right) + C$$

$$= x\sqrt{1-4x^2} + \frac{1}{2}\sin^{-1}(2x) + C.$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.7

➤ 1 से 9 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

Q3. $\sqrt{x^2+4x+6} = \sqrt{(x+2)^2+2}$

$$\int \sqrt{(x+2)^2+(\sqrt{2})^2}\,dx = \frac{x+2}{2}\sqrt{x^2+4x+6} + \left(\frac{2}{2}\right)\log\left|x+2+\sqrt{x^2+4x+6}\right| + C$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.7

➤ 1 से 9 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

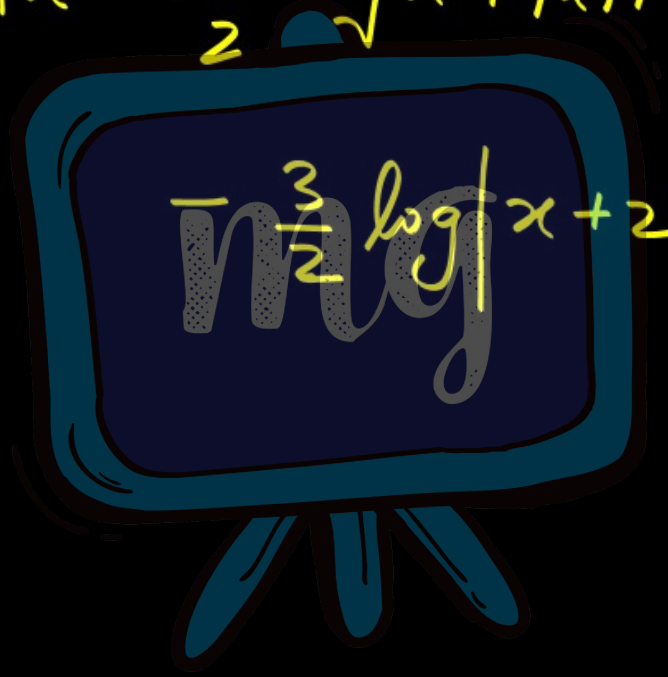
Q4. $\sqrt{x^2+4x+1} = \sqrt{x^2+4x+1+3-3}$

$\Rightarrow \sqrt{x^2+4x+4-3} = \sqrt{(x+2)^2-(\sqrt{3})^2}$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$\int \sqrt{(x+2)^2-(\sqrt{3})^2}\,dx = \frac{x+2}{2}\sqrt{x^2+4x+1}$$



$$-\frac{3}{2}\log\left|x+2+\sqrt{x^2+4x+1}\right|+c$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.7

➤ 1 से 9 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

Q5. $\sqrt{1-4x-x^2}$ $= \sqrt{1-(x^2+4x+4-4)}$

$= \sqrt{5-(x+2)^2}$

$= \sqrt{(\sqrt{5})^2-(x+2)^2}$

$$\int \sqrt{(\sqrt{5})^2-(x+2)^2}\,dx = \frac{x+2}{2}\sqrt{1-4x-x^2} + \frac{5}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x+2}{\sqrt{5}}\right) + c$$



ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

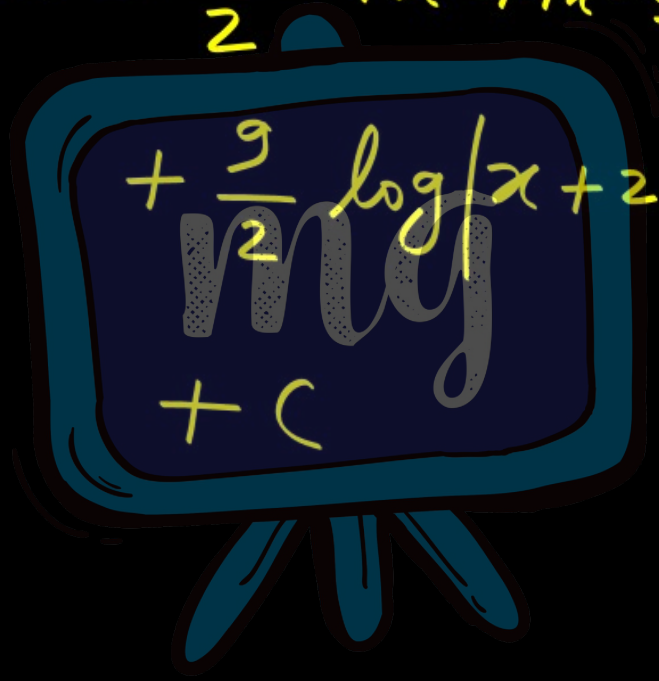
प्रश्नावली 7.7

➤ 1 से 9 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

Q6. $\sqrt{x^2+4x-5} = \sqrt{x^2+4x+4-4-5}$

$= \sqrt{(x+2)^2-9} = \sqrt{(x+2)^2-(3)^2}$

$$\int \sqrt{(x+2)^2-(3)^2}\,dx = \frac{x+2}{2}\sqrt{x^2+4x-5} + \frac{9}{2}\log\left|x+2+\sqrt{x^2+4x-5}\right| + C$$



ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.7

➤ 1 से 9 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

Q7. $\sqrt{1+3x-x^2} = \sqrt{1-(x^2-3x)}$

$= \sqrt{1-\left(x^2-3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}\right)} = \sqrt{1+\frac{9}{4}-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{13}{4}-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{13}{4}}\right)^2-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2}$

$$\int \sqrt{\left(\frac{\sqrt{13}}{4}\right)^2 - \left(x - \frac{3}{2}\right)^2}\, dx = \frac{x - 3/2}{2}\sqrt{1 + 3x - x^2} + \frac{13/4}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x - 3/2}{\sqrt{13/4}}\right) + C$$

$$= \frac{2x - 3}{4}\sqrt{1 + 3x - x^2} + \frac{13}{8}\sin^{-1}\left(\frac{2x - 3}{\sqrt{13}}\right) + C$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.7

➤ 1 से 9 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

Q8. $\sqrt{x^2+3x}$

$= \sqrt{x^2+3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}}$

$= \sqrt{\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}$

$$\int \sqrt{\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}\,dx = \frac{x+\frac{3}{2}}{2}\sqrt{x^2+3x}$$

$$+\frac{9/4}{2}\log\left|x+\frac{3}{2}+\sqrt{x^2+3x}\right|+c$$

$$=\frac{2x+3}{4}\sqrt{x^2+3x}+\frac{9}{8}\log\left|x+\frac{3}{2}+\sqrt{x^2+3x}\right|+c$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.7

➤ 1 से 9 तक के प्रश्नों के फलनों का समाकलन कीजिए।

Q9. $\sqrt{1+\frac{x^2}{9}}$

$= \sqrt{(1)^2+\left(\frac{x}{3}\right)^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{x}{3}\right)^2+(1)^2}$

$$\int \sqrt{\left(\frac{x}{3}\right)^2+(1)^2}\,dx = \frac{x/3}{2}\sqrt{1+\frac{x^2}{9}} + \frac{1}{2}\log\left|\frac{x}{3}+\sqrt{1+\frac{x^2}{9}}\right|+c$$

$$= \frac{x}{6}\sqrt{1+\frac{x^2}{9}} + \frac{1}{2}\log\left|\frac{x}{3}+\sqrt{1+\frac{x^2}{9}}\right|+c$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.7

$$\int \sqrt{1+x^2}\,dx$$

$$= \frac{x}{2}\sqrt{1+x^2} + \frac{1}{2}\log\left|x+\sqrt{1+x^2}\right| + C$$

➤ प्रश्न 10 एवं 11 में सही उत्तर का चयन कीजिए।

Q10. $\int \sqrt{1+x^2}\,dx$ बराबर हैं :

(a) $\frac{x}{2}\sqrt{1+x^2} + \frac{1}{2}\log\left|\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)\right| + C$

(b) $\frac{2}{3}(1+x^2)^{\frac{3}{2}} + C$

(c) $\frac{2}{3}x(1+x^2)^{\frac{3}{2}} + C$

(d) $\frac{x^2}{2}\sqrt{1+x^2} + \frac{1}{2}x^2\log\left|x+\sqrt{1+x^2}\right| + C$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 7.7

$\sqrt{x^2-8x+7}$

$\sqrt{x^2-8x+16-16+7}$

$\sqrt{(x-4)^2-9}$

$\sqrt{(x-4)^2-(3)^2}$

Q11. $\int \sqrt{x^2-8x+7}\,dx$ बराबर हैं :

(a) $\frac{1}{2}(x-4)\sqrt{x^2-8x+7}+9\log\left|x-4+\sqrt{x^2-8x+7}\right|+C$

(b) $\frac{1}{2}(x+4)\sqrt{x^2-8x+7}+9\log\left|x+4+\sqrt{x^2-8x+7}\right|+C$

(c) $\frac{1}{2}(x-4)\sqrt{x^2-8x+7}-3\sqrt{2}\log\left|x-4+\sqrt{x^2-8x+7}\right|+C$

(d) $\frac{1}{2}(x-4)\sqrt{x^2-8x+7}-\frac{9}{2}\log\left|x-4+\sqrt{x^2-8x+7}\right|+C$

$$\int \sqrt{(x-4)^2-(3)^2}\,dx = \frac{x-4}{2}\sqrt{x^2-8x+7}$$

$$-\frac{9}{2}\log\left|x-4+\sqrt{x^2-8x+7}\right|+c$$

