ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा-12

सांतत्य तथा अवकलनीयता

(Continuity and Differentiability)

अध्याय - 5

भाग - 3

प्रश्नावली 5.1

By : Rajendra Yadav Sir

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 5.1

1. सिद्ध कीजिए कि फलन f(x) = 5x – 3, x = 0, at x = –3 तथा x = 5 पर संतत है।

संतत संतत संतत

यहाँ $f(x) = 5x - 3$

अब, (i) यदि $x = 0$ हैं :-

LHL (at $x = 0$) :-

$$\lim_{h \to 0} f(0-h) = \lim_{h \to 0} [5(0-h) - 3] = \lim_{h \to 0} (0 - 5h - 3) = -3$$

RHL (at $x = 0$) :-

$$\lim_{h \to 0} f(0+h) = \lim_{h \to 0} [5(0+h) - 3] = \lim_{h \to 0} (0 + 5h - 3) = -3$$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

तथा $f(0) = 5 \times 0 - 3 = -3$

$\Rightarrow$ LHL (at $x = 0$) = RHL (at $x = 0$) = $f(0)$

अतः यह फलन $x = 0$ पर संतत है।



ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 5.1

2. $x = 3$ पर फलन $f(x) = 2x^2 - 1$ के सांतत्य की जाँच कीजिए।

यहाँ $f(x) = 2x^2 - 1$

LHL (at $x = 3$) :-

$$\lim_{h \to 0} f(3-h) = \lim_{h \to 0} [2(3-h)^2 - 1] = \lim_{h \to 0} [2(9 + h^2 - 6h) - 1] = 17$$

RHL (at $x = 3$) :-

$$\lim_{h \to 0} f(3+h) = \lim_{h \to 0} [2(3+h)^2 - 1] = \lim_{h \to 0} [2(9 + h^2 + 6h) - 1] = 17$$

ipca
A dose of life

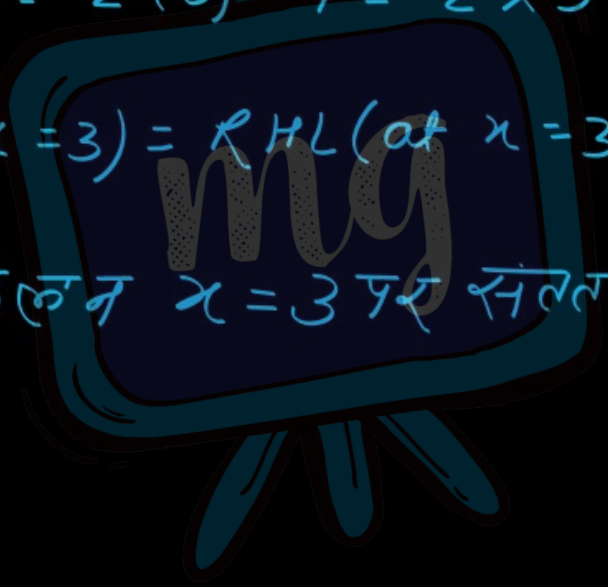
missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

इसी प्रकार, $f(x) = 2x^2 - 1$

$\Rightarrow f(3) = 2(3)^2 - 1 = 2 \times 9 - 1 = 17$

यहाँ $LHL(\text{at } x=3) = RHL(\text{at } x=3) = f(3)$

$\Rightarrow$ यह फलन $x=3$ पर सतत है।



ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 5.1

$f(x) = x - 5$

यदि $k \in R$ हो :-

3. निम्नलिखित फलनों के सांतत्य की जाँच कीजिए:

(a) $f(x) = x - 5$

तब, $\lim_{x \to k} f(x) = \lim_{x \to k} (x - 5) = k - 5$

तथा $f(k) = k - 5$

यहाँ $\lim_{x \to k} f(x) = f(k)$ ⇒ यह फलन प्रत्येक वास्तविक संख्या के लिए सतत है।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 5.1

(b) $f(x) = \frac{1}{x-5}, x \neq 5$

यहाँ $f(x) = \frac{1}{x-5} : x \neq 5$

माना $K \in R$:-

अब, $\lim_{x \to K} f(x) = \lim_{x \to K} \left(\frac{1}{x-5}\right) = \frac{1}{K-5}$

तथा $f(K) = \frac{1}{K-5}$

यहाँ $\lim_{x \to K} f(x) = f(K)$

⇒ यह फलन प्रत्येक वास्तविक संख्या के लिए संतत है।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 5.1

(c) $f(x) = \dfrac{x^2 - 25}{x + 5}, \; x \neq -5$

यहाँ $f(x) = \dfrac{x^2 - 25}{x + 5}$; $x \neq -5$

$= \dfrac{(x+5)(x-5)}{(x+5)}$

$f(x) = x - 5$

$\lim\limits_{x \to k} f(x) = \lim\limits_{x \to k} (x - 5) = k - 5$

तथा $f(k) = k - 5$

यहाँ $\lim\limits_{x \to k} f(x) = f(k)$

⇒ यह फलन प्रत्येक वास्तविक संख्या पर संतत है।

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 5.1

(d) $f(x) = |x - 5|$

$$f(x) = \begin{cases} x - 5 & ; x \geq 5 \\ 5 - x & ; x < 5 \end{cases}$$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 5.1

4. सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = x^n$, $x = n$, पर संतत है, जहाँ n एक धन पूर्णांक है।

$f(x) = x^n$

$\lim_{x \to n} f(x) = \lim_{x \to n} x^n = n^n$

तथा $f(n) = n^n$

यहाँ $\lim_{x \to n} f(x) = f(n)$

$\Rightarrow$ यह फलन $x = n$ पर संतत है।

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 5.1

5. क्या $f(x)=\begin{cases} x, & \text{यदि } x \le 1 \\ 5, & \text{यदि } x > 1 \end{cases}$ द्वारा परिभाषित फलन f $x = 0$, $x = 1$, तथा $x = 2$ पर सतत है?

यदि $x = 0$ हो :

तो $f(x) = x$

$\lim_{x \to k} f(x) = \lim_{x \to k} (x) = k$

तथा $f(k) = k$

यहाँ $\lim_{x \to k} f(x) = f(k)$

$\Rightarrow$ यह फलन $x = 0$ पर सतत है।

यदि $x = 1$ हो :-

$$f(x) = \begin{cases} x & ; \ x \leq 1 \\ 5 & ; \ x > 1 \end{cases}$$

LHL (at $x = 1$) :

$$\lim_{h \to 0} f(1-h) = \lim_{h \to 0} (1-h) = 1$$

RHL (at $x = 1$) :

$$\lim_{h \to 0} f(1+h) = \lim_{h \to 0} (5)$$

$$= 5$$

तथा $f(1) = 1$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अतः $LHL(\text{at } x=1) = f(1) \neq RHL(\text{at } x=1)$

$\Rightarrow$ यह फलन $x=1$ पर सतत नहीं है।

इसीप्रकार, यदि $x=2$ हो :-

$f(x) = 5$ तथा $f(2) = 5$

यहाँ $\lim_{x \to 2} f(x) = \lim_{x \to 2} (5) = 5$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

यहाँ $\lim_{x \to 2} f(x) = f(2)$

$\Rightarrow$ यह फलन $x = 2$ पर संतत है।

