SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा-10

गणित

अध्याय - 9

त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग

(Some Applications Trigonometry)

भाग - 1

परिचय

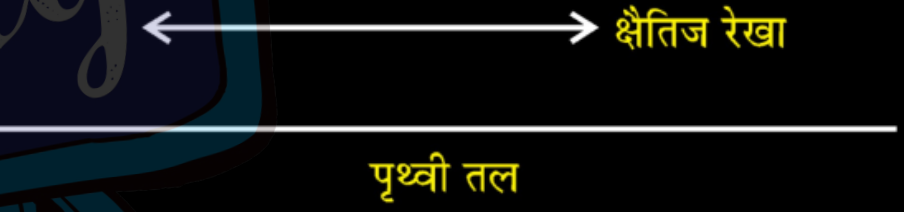
By : Rajendra Yadav Sir

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

क्षैतिज रेखा (Horizontal Line)

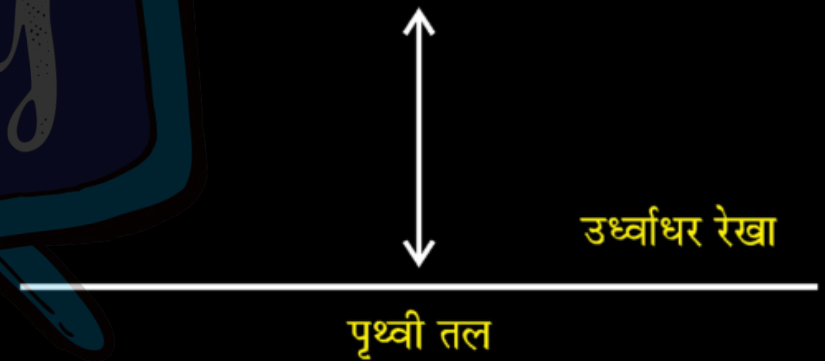
- पृथ्वी के धरातल के समान्तर रेखा क्षैतिज रेखा कहलाती है।



नोट :- इस अध्याय में हम पृथ्वी के तल को क्षैतिज रेखा द्वारा निरूपति करेंगे।

उर्ध्वाधर रेखा (Vertical Line)

✍ पृथ्वी के धरातल के लम्बवत् (90^0) रेखा उर्ध्वाधर रेखा कहलाती है।



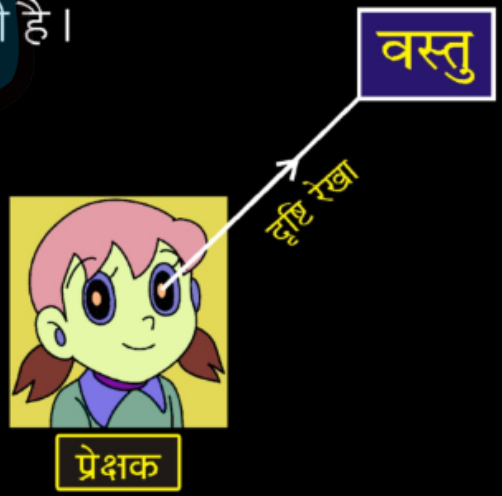
नोट :- इस अध्याय में हम स्तम्भ, मिनार, पेड़, खम्भा, ध्वज आदि को उर्ध्वाधर रेखा से निरूपति करेंगे।

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

दृष्टि रेखा (Line of Sight)

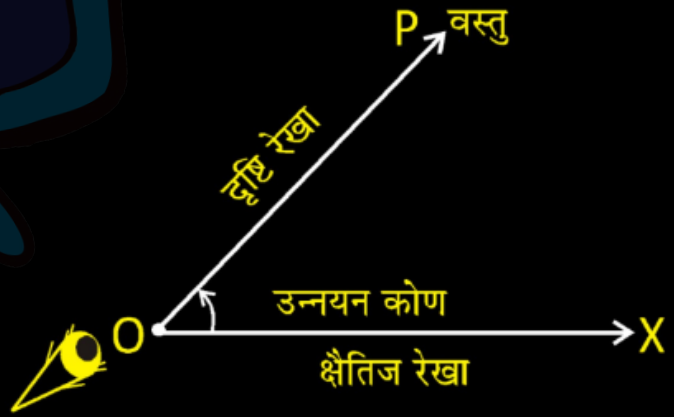
- प्रेक्षक (observer) की आँख (जहाँ से देखा जा रहा वह स्थान) को वस्तु (object) से मिलाने वाली सरल रेखा दृष्टि रेखा (LOS) कहलाती है।



missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

उन्नयन कोण (Angle of Elevation)

- यदि कोई वस्तु आँख से होकर जाने वाली क्षैतिज रेखा के ऊपर स्थित हो तो दृष्टि रेखा एवं क्षैतिज रेखा के मध्य बना कोण उन्नयन कोण या उन्नति कोण या उन्नताश कोण कहलाता है।

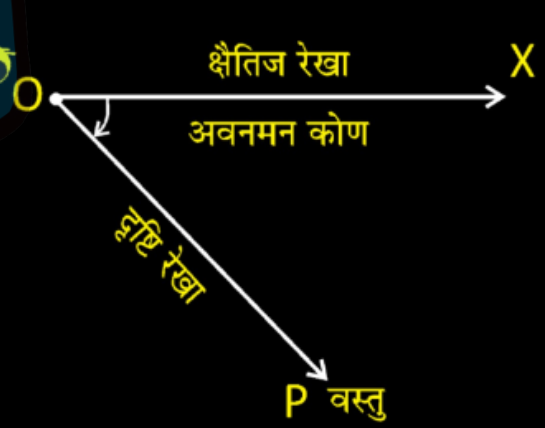


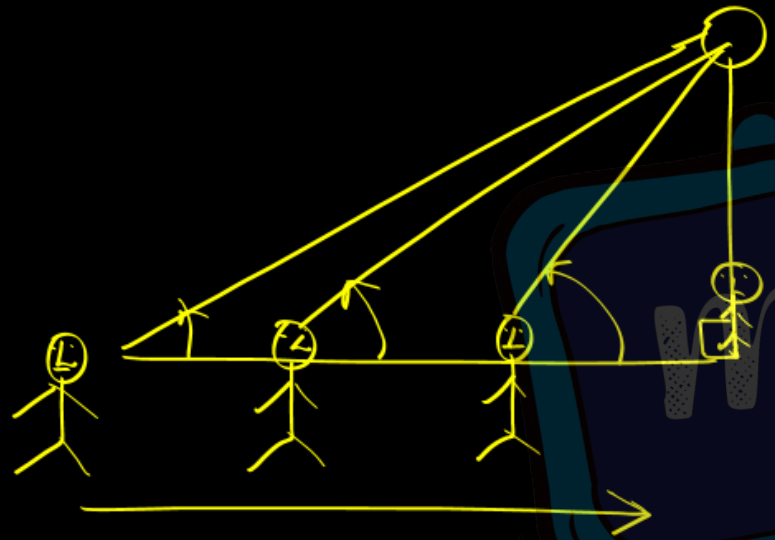
SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अवनमन कोण (Angle of Depression)

यदि कोई वस्तु आँख से होकर जाने वाली क्षैतिज रेखा के नीचे स्थित हो तो क्षैतिज रेखा एवं दृष्टि रेखा के मध्य बनने वाला कोण अवनमन कोण कहलाता है।



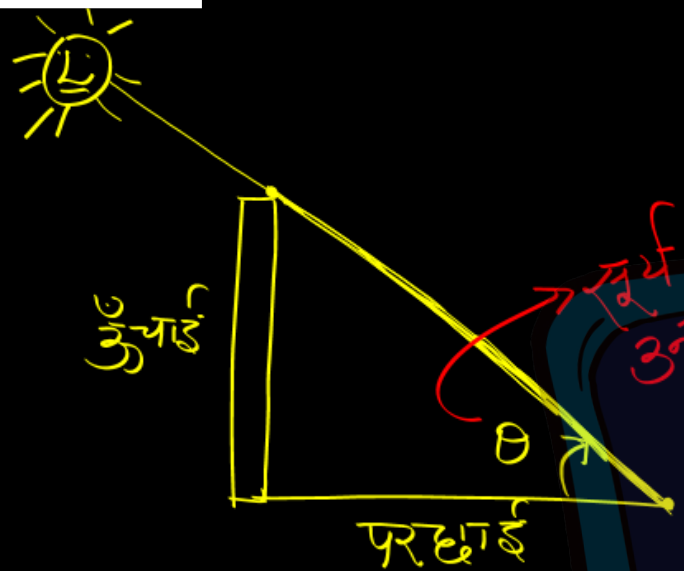


ध्यान दें -

- जैसे-जैसे हम वस्तु से होकर जाने वाली उर्ध्वाधर रेखा की ओर जाते हैं। वैसे-वैसे उन्नयन कोण (अवनमन कोण) का मान बढ़ता जाता है।

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

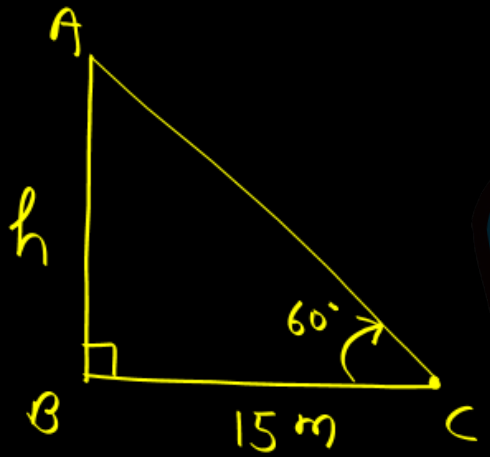
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



सूर्य का का उन्नयन कोण -

किसी भी वस्तु के उच्चतम बिन्दु को उसके छाया (परछाई) के अन्तिम बिन्दु से मिलाने वाली रेखा तथा धरातल के मध्य बनने वाला कोण सूर्य का उन्नयन कोण कहलाता है।

नोट :- किसी निश्चित समय पर सभी वस्तुओं के लिए सूर्य का उन्नयन कोण समान होता है।



उदाहरण 1. धरती पर एक मीनार ऊर्ध्वाधर खड़ी है। धरती के एक बिंदु से, जो मीनार के पाद-बिंदु से 15 m दूर है, मीनार के शिखर का उन्नयन कोण 60° है। मीनार की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

ΔABC में :

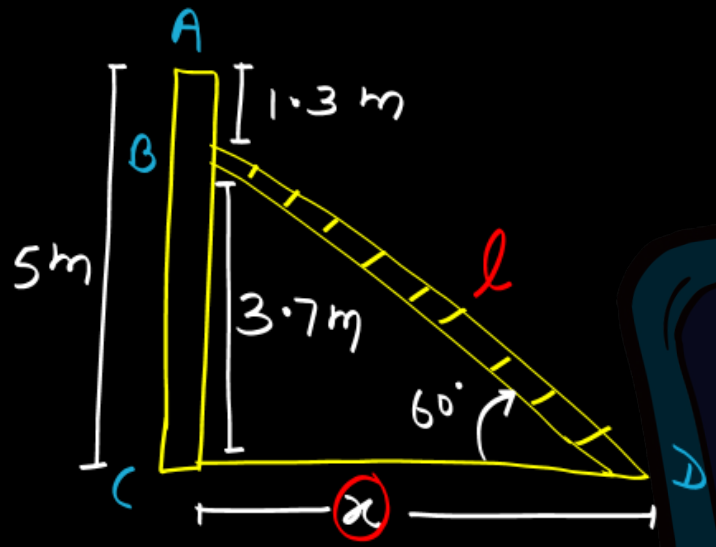
$$\tan 60^\circ = \frac{h}{15}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h}{15}$$

$$\Rightarrow \boxed{h = 15\sqrt{3} \text{ m}}$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



उदाहरण 2. एक बिजली मिस्त्री को एक 5m ऊँचे खंभे पर आ गई खराबी की मरम्मत करनी है। मरम्मत का काम करने के लिए उसे खंभे के शिखर से 1.3m नीचे एक बिंदु तक वह पहुँचना चाहती है। यहाँ तक पहुँचने के लिए प्रयुक्त सीढ़ी की लंबाई कितनी होनी चाहिए जिससे कि क्षैतिज से 60^0 के कोण से झुकाने पर वह अपेक्षित स्थिति तक पहुँच जाए? और यह भी बताइए कि खंभे का पाद-बिंदु कितनी दूरी पर सीढ़ी के पाद-बिंदु से होना चाहिए? (यहाँ आप $\sqrt{3} = 1.73$ ले सकते हैं।)

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$\triangle BCD$ में:

$$\tan 60^\circ = \frac{3.7}{x}$$

$$\sqrt{3} = \frac{3.7}{x}$$

$$\Rightarrow 1.73 = \frac{3.7}{x}$$

$$\Rightarrow 1.73x = 3.7$$

$$\Rightarrow x = \frac{3.7}{1.73} = 2.14 \text{ m}$$

इसी प्रकार

$$\sin 60 = \frac{3.7}{l}$$

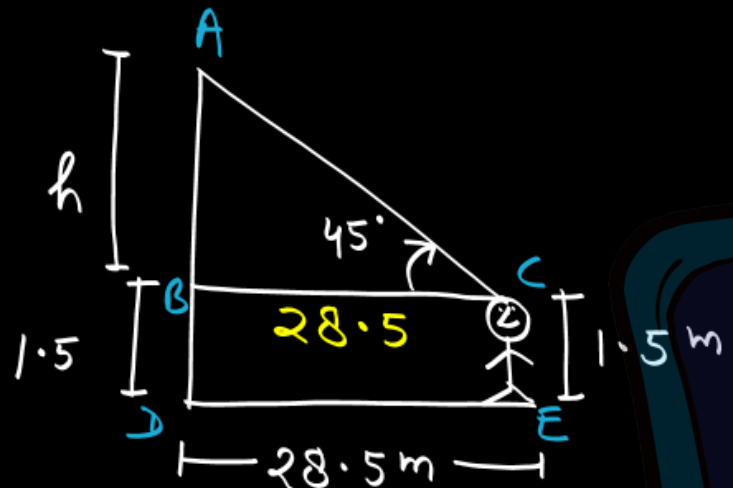
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3.7}{l}$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}\, l = 3.7 \times 2$$

$$\Rightarrow l = \frac{7.4}{1.73} = 4.28 \text{ m}$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



उदाहरण 3. 1.5 m लंबा एक प्रेक्षक एक चिमनी से 28.5 m की दूरी पर है। उसकी आँखों से चिमनी के शिखर का उन्नयन कोण 45^0 है। चिमनी की ऊँचाई बताइए।

अब, $\triangle ABC$ में :

$\tan 45^\circ = \frac{h}{28.5}$

$1 = \frac{h}{28.5}$

$h = 28.5 \text{ m}$

अतः चिमनी की ऊँचाई

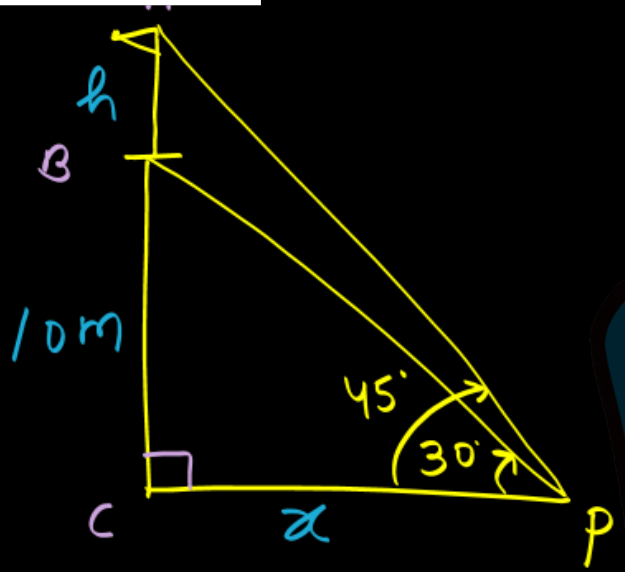
$= h + 1.5$

$= 28.5 + 1.5$

$= 30 \text{ m}$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



उदाहरण 4. भूमि के एक बिंदु P से एक 10 m ऊँचे भवन के शिखर का उन्नयन कोण 30° है। भवन के शिखर पर एक ध्वज को लहराया गया है और P से ध्वज के शिखर का उन्नयन कोण 45^0 है। ध्वजदंड की लंबाई और बिंदु P से भवन की दूरी ज्ञात कीजिए। (यहाँ आप $\sqrt{3} = 1.73$ ले सकते हैं।)

अब, ΔBCP में:

$\tan 30 = \frac{10}{x}$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{10}{x} \Rightarrow \boxed{x = 10\sqrt{3}}$

$\Rightarrow x = 10 \times 1.73$

$\Rightarrow x = 17.3\ m$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

इसीप्रकार, ΔACP में:

$$\tan 45^\circ = \frac{h+10}{x}$$

$$1 = \frac{h+10}{10\sqrt{3}}$$

$$h+10 = 10\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow h = 10\sqrt{3} - 10$$

$$\Rightarrow h = 10(\sqrt{3}-1)$$

$$\Rightarrow h = 10(1.73 - 1)$$

$$\Rightarrow h = 10 \times 0.73$$

$$\Rightarrow \boxed{h = 7.3\ m}$$

अतः बिन्दु P से भवन की दूरी $x = 17.3\ m$

ध्वजदंड की लम्बाई $(h) = 7.3\ m$]