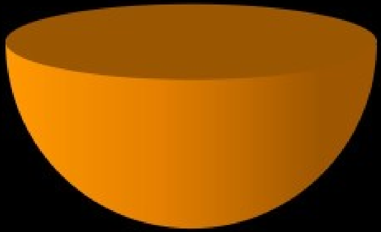
RIICO
GROW WITH RAJASTHAN
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER
कक्षा-10 गणित | हिंदी माध्यम
ARJUN BATCH
पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन
अध्याय-12, भाग-4

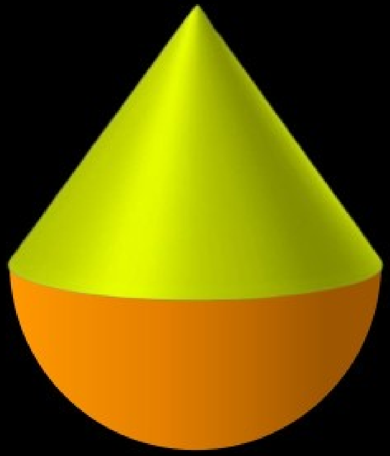
RIICO
GROW WITH RAJASTHAN
Foundation
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER
कक्षा-10 गणित | हिंदी माध्यम
ARJUN BATCH
पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन
अध्याय-12, भाग-4

1. एक ठोस एक अर्धगोले पर खड़े एक शंकु के आकार का है जिनकी त्रिज्याएँ 1 cm हैं तथा शंकु की ऊँचाई उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस ठोस का आयतन π के पदों में ज्ञात कीजिए।

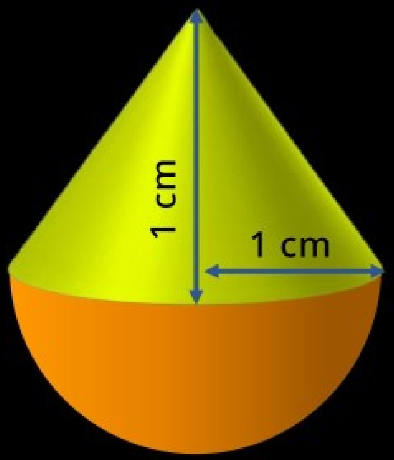
1. एक ठोस एक अर्धगोले पर खड़े एक शंकु के आकार का है जिनकी त्रिज्याएँ 1 cm हैं तथा शंकु की ऊँचाई उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस ठोस का आयतन π के पदों में ज्ञात कीजिए।



1. एक ठोस एक अर्धगोले पर खड़े एक शंकु के आकार का है जिनकी त्रिज्याएँ 1 cm हैं तथा शंकु की ऊँचाई उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस ठोस का आयतन π के पदों में ज्ञात कीजिए।



1. एक ठोस एक अर्धगोले पर खड़े एक शंकु के आकार का है जिनकी त्रिज्याएँ 1 cm हैं तथा शंकु की ऊँचाई उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस ठोस का आयतन π के पदों में ज्ञात कीजिए।

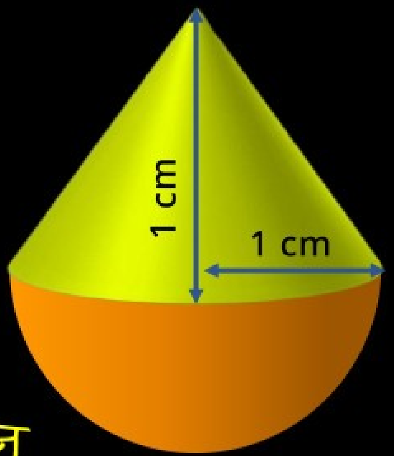


RIICO GROW WITH RAJASTHAN
missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

हल :- अर्द्ध गोले की त्रिज्या = शंकु की त्रिज्या

$= 1\,cm$

शंकु की ऊँचाई $(h) = 1\,cm$



ठोस का आयतन = शंकु का आयतन + अर्द्ध गोले का आयतन

$$= \frac{1}{3}\pi r^2 h + \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{1}{3}\pi (1)^2 \times 1 + \frac{2}{3}\pi (1)^3$$

$$= \frac{1}{3}\pi + \frac{2}{3}\pi$$

$$= \frac{\pi + 2\pi}{3} = \frac{3\pi}{3} = \pi\ cm^3$$

आयतन

घनाभ = $l \times b \times h$

घन = a^3

बेलन = $\pi r^2 h$

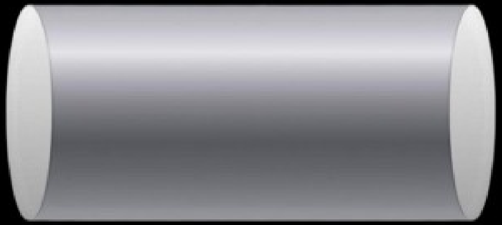
शंकु = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

गोले = $\frac{4}{3}\pi r^3$

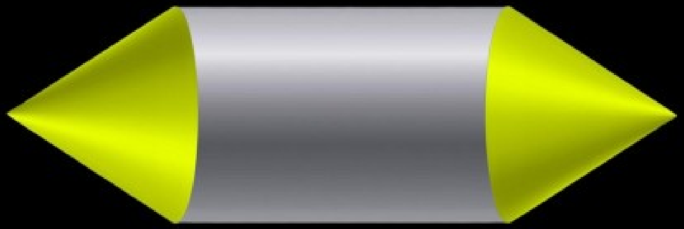
अर्द्धगोले = $\frac{2}{3}\pi r^3$

2. एक इंजीनियरिंग के विद्यार्थी रचेल से एक पतली एल्यूमीनियम की शीट का प्रयोग करते हुए एक मॉडल बनाने को कहा गया जो एक ऐसे बेलन के आकार का हो जिसके दोनों सिरों पर दो शंकु जुड़े हुए हों। इस मॉडल का व्यास 3 cm है और इसकी लंबाई 12 cm है। यदि प्रत्येक शंकु की ऊँचाई 2 cm हो तो रचेल द्वारा बनाए गए मॉडल में अंतर्विष्ट हवा का आयतन ज्ञात कीजिए।

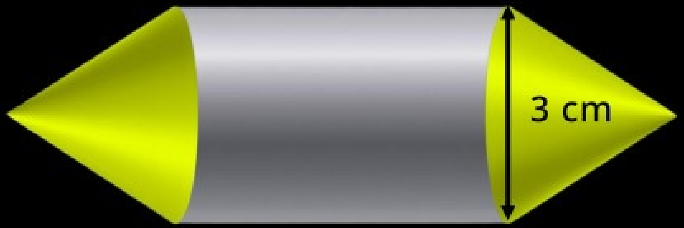
2. एक इंजीनियरिंग के विद्यार्थी रचेल से एक पतली एल्यूमीनियम की शीट का प्रयोग करते हुए एक मॉडल बनाने को कहा गया जो एक ऐसे बेलन के आकार का हो जिसके दोनों सिरों पर दो शंकु जुड़े हुए हों। इस मॉडल का व्यास 3 cm है और इसकी लंबाई 12 cm है। यदि प्रत्येक शंकु की ऊँचाई 2 cm हो तो रचेल द्वारा बनाए गए मॉडल में अंतर्विष्ट हवा का आयतन ज्ञात कीजिए।



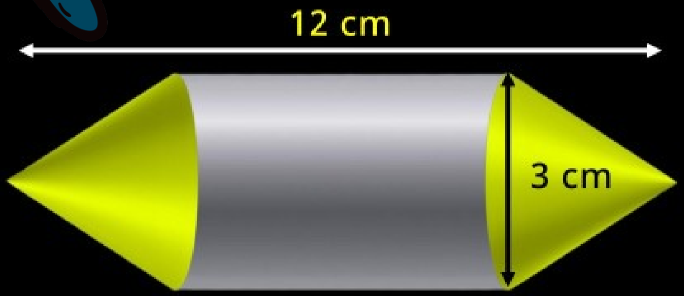
2. एक इंजीनियरिंग के विद्यार्थी रचेल से एक पतली एल्यूमीनियम की शीट का प्रयोग करते हुए एक मॉडल बनाने को कहा गया जो एक ऐसे बेलन के आकार का हो जिसके दोनों सिरों पर दो शंकु जुड़े हुए हों। इस मॉडल का व्यास 3 cm है और इसकी लंबाई 12 cm है। यदि प्रत्येक शंकु की ऊँचाई 2 cm हो तो रचेल द्वारा बनाए गए मॉडल में अंतर्विष्ट हवा का आयतन ज्ञात कीजिए।



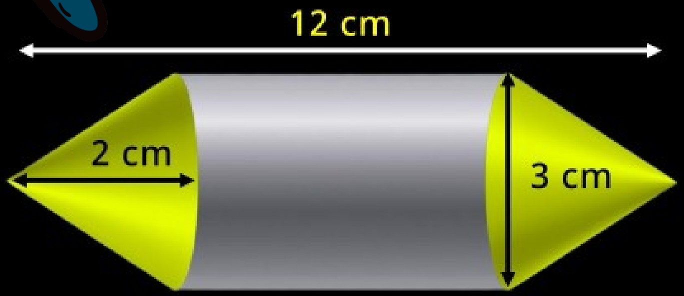
2. एक इंजीनियरिंग के विद्यार्थी रचेल से एक पतली एल्यूमीनियम की शीट का प्रयोग करते हुए एक मॉडल बनाने को कहा गया जो एक ऐसे बेलन के आकार का हो जिसके दोनों सिरों पर दो शंकु जुड़े हुए हों। इस मॉडल का व्यास 3 cm है और इसकी लंबाई 12 cm है। यदि प्रत्येक शंकु की ऊँचाई 2 cm हो तो रचेल द्वारा बनाए गए मॉडल में अंतर्विष्ट हवा का आयतन ज्ञात कीजिए।



2. एक इंजीनियरिंग के विद्यार्थी रचेल से एक पतली एल्यूमीनियम की शीट का प्रयोग करते हुए एक मॉडल बनाने को कहा गया जो एक ऐसे बेलन के आकार का हो जिसके दोनों सिरों पर दो शंकु जुड़े हुए हों। इस मॉडल का व्यास 3 cm है और इसकी लंबाई 12 cm है। यदि प्रत्येक शंकु की ऊँचाई 2 cm हो तो रचेल द्वारा बनाए गए मॉडल में अंतर्विष्ट हवा का आयतन ज्ञात कीजिए।



2. एक इंजीनियरिंग के विद्यार्थी रचेल से एक पतली एल्यूमीनियम की शीट का प्रयोग करते हुए एक मॉडल बनाने को कहा गया जो एक ऐसे बेलन के आकार का हो जिसके दोनों सिरों पर दो शंकु जुड़े हुए हों। इस मॉडल का व्यास 3 cm है और इसकी लंबाई 12 cm है। यदि प्रत्येक शंकु की ऊँचाई 2 cm हो तो रचेल द्वारा बनाए गए मॉडल में अंतर्विष्ट हवा का आयतन ज्ञात कीजिए।



मॉडल में हवा का आयतन

मॉडल में हवा
का आयतन
बेलन का
आयतन

=
+
मॉडल में हवा का आयतन
बेलन का आयतन
2 × शंकु का आयतन

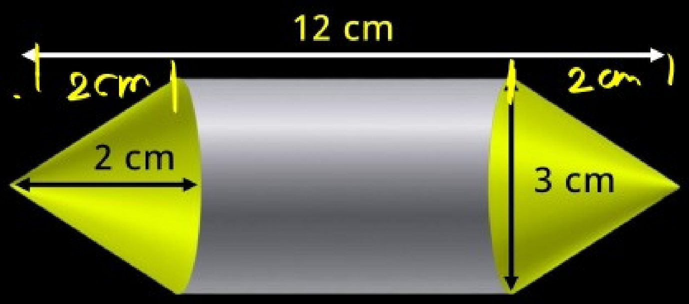
हल :-

बेलन का व्यास = शंकु का व्यास = 3cm

बेलन की त्रिज्या = शंकु की त्रिज्या = $\frac{3}{2}$ cm

शंकु की ऊँचाई (h_2) = 2cm

बेलन की लं० (h_1) = 12 − 4 = 8 cm



मॉडल में हवा का आयतन = बेलन का आयतन + 2 × शंकु का आयतन

$= \pi r^2 h_1 + 2 \times \frac{1}{3} \pi r^2 h_2$

$= \pi r^2 \left(h_1 + \frac{2}{3} h_2\right)$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN
missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$= \frac{22}{7} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(8 + \frac{2}{3} \times 2\right)$$

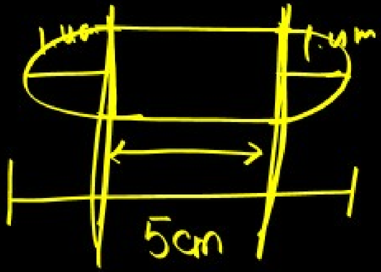
$$= \frac{22}{7} \times \frac{9}{4} \left(8 + \frac{4}{3}\right)$$

$$= \frac{22}{7} \times \frac{9}{4} \left(\frac{28}{3}\right)$$

$$= 66\,cm^3$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



बेलन का व्यास = अर्द्धगोले का व्यास
= 2.8 cm

बेलन की त्रिज्या = अर्द्धगोले की त्रिज्या
= 1.4 cm

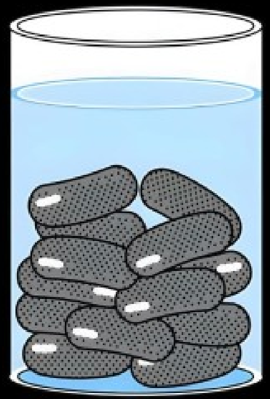
बेलन की लं॰ = 5 − 2.8
= 2.2 cm

3. एक गुलाबजामुन में उसके आयतन की लगभग 30% चीनी की चाशनी होती है। 45 गुलाबजामुनों में लगभग कितनी चाशनी होगी, यदि प्रत्येक गुलाबजामुन एक बेलन के आकार का है, जिसके दोनों सिरे अर्धगोलाकार हैं तथा इसकी लंबाई 5 cm और व्यास 2.8 cm है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

एक गुलाबजामुन का आयतन = बेलन का आयतन + 2 अर्द्धगोले का आयतन



$$= \pi r^2 h + 2\left(\frac{2}{3}\pi r^3\right)$$

$$= \pi r^2\left(h + \frac{4}{3}r\right)$$

45 गुलाबजामुनों का आयतन $= 45\pi r^2\left(h + \frac{4}{3}r\right)$

45 गुलाबजामुनों में चाशनी = 45 गुलाबजामुनों के आयतन का 30%

$$= 45\pi r^2\left(h + \frac{4}{3}r\right) \times \frac{30}{100}$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$= \frac{45 \times 22}{7} \times \frac{14}{10} \times \frac{1.4}{10}\left(2.2 + \frac{4}{3} \times 1.4\right) \times \frac{30}{100}$$

$$= \frac{45 \times 22 \times 2 \times 14}{100} \times \left(\frac{6.6 + 5.6}{3}\right) \times \frac{3}{10}$$

$$= \frac{15 \times 22 \times 2 \times 14 \times 12.2 \times 3}{10000}$$

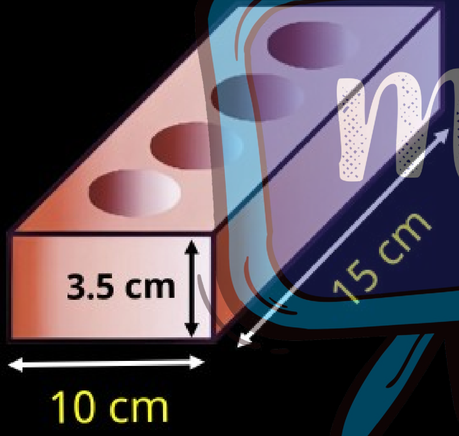
$$366 \times 14 = 5124$$

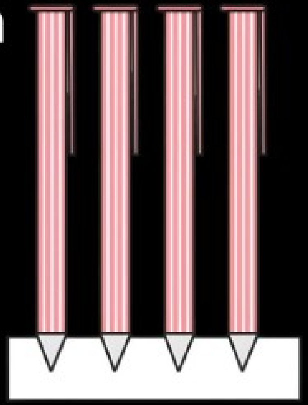
$$1 \times 22 = 10248$$

$$10248 \times 11 = 112728$$

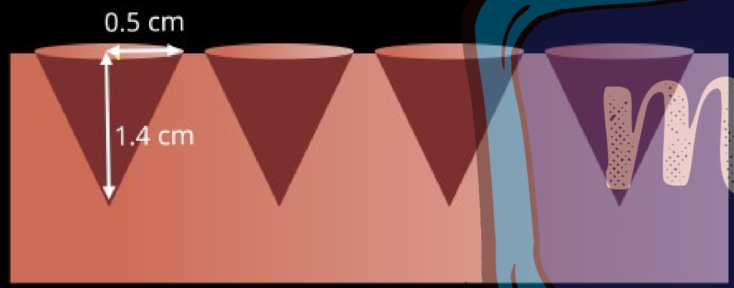
$$= \frac{30 \times 112728}{10000} = \frac{338184}{1000} = 338.184 \, cm^3$$

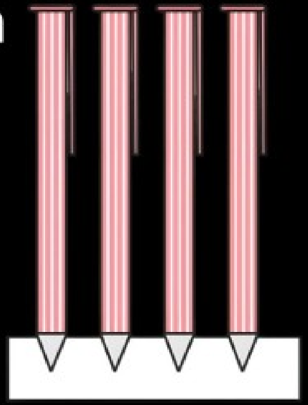
4. एक कलमदान घनाभ के आकार की एक लकड़ी से बना है जिसमें कलम रखने के लिए चार शंक्वाकार गड्ढे बने हुए हैं। घनाभ की विमाएँ 15 cm × 10 cm × 3.5 cm हैं। प्रत्येक गड्ढे की त्रिज्या 0.5 cm है और गहराई 1.4 cm है। पूरे कलमदान में लकड़ी का आयतन ज्ञात कीजिए।





4. एक कलमदान घनाभ के आकार की एक लकड़ी से बना है जिसमें कलम रखने के लिए चार शंक्वाकार गड्ढे बने हुए हैं। घनाभ की विमाएँ 15 cm × 10 cm × 3.5 cm हैं। प्रत्येक गड्ढे की त्रिज्या 0.5 cm है और गहराई 1.4 cm है। पूरे कलमदान में लकड़ी का आयतन ज्ञात कीजिए।





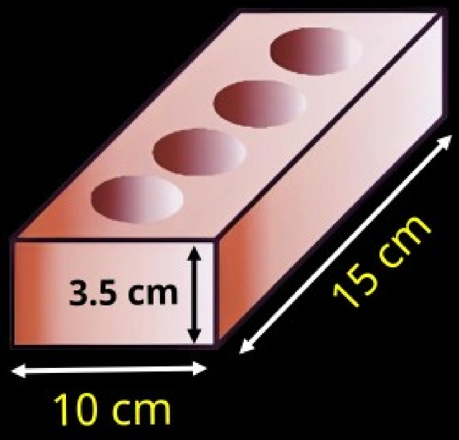
घनाभ की लं. = 15 cm

चौ. = 10 cm

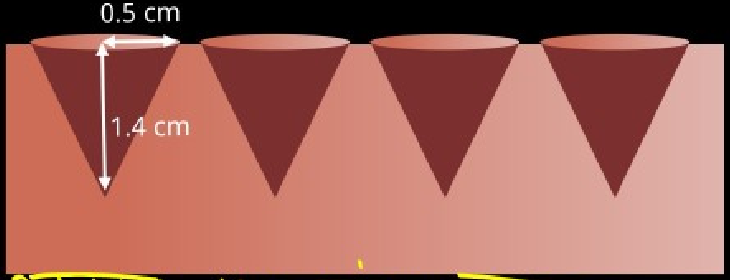
ऊँ = 3.5 cm

बेलनाकार गड्ढे की त्रिज्या = 0.5 cm

गहराई (h) = 1.4 cm



H.W.



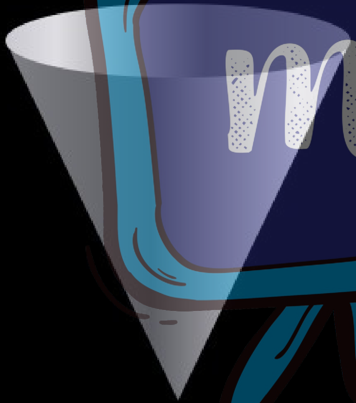
लकड़ी का आयतन = घनाभ का आयतन − 4 × शंकु का आयतन

$= lbh - \frac{1}{3}\pi r^2 h$

5. एक बर्तन एक उल्टे शंकु के आकार का है। इसकी ऊँचाई 8cm है और इसके ऊपरी सिरे (जो खुला हुआ है) की त्रिज्या 5 cm है। यह ऊपर तक पानी से भरा हुआ है। जब इस बर्तन में सीसे की कुछ गोलियाँ जिनमें प्रत्येक 0.5cm त्रिज्या वाला एक गोला है, डाली जाती हैं, तो इसमें से भरे हुए पानी का एक चौथाई भाग बाहर निकल जाता है। बर्तन में डाली गई सीसे की गोलियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

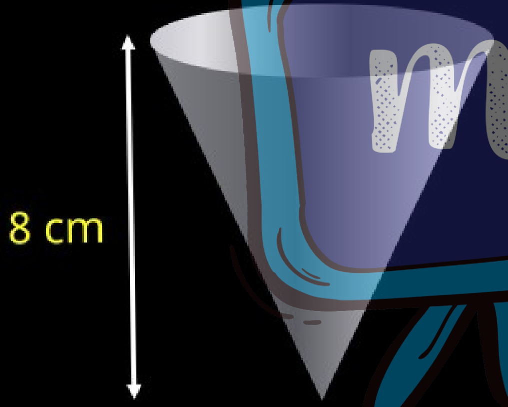
RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

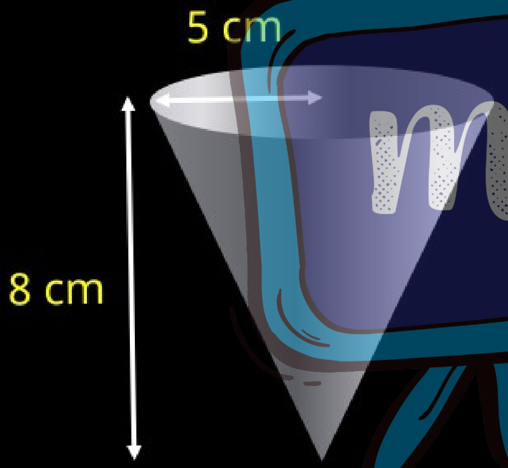
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



5. एक बर्तन एक उल्टे शंकु के आकार का है। इसकी ऊँचाई 8cm है और इसके ऊपरी सिरे (जो खुला हुआ है) की त्रिज्या 5 cm है। यह ऊपर तक पानी से भरा हुआ है। जब इस बर्तन में सीसे की कुछ गोलियाँ जिनमें प्रत्येक 0.5cm त्रिज्या वाला एक गोला है, डाली जाती हैं, तो इसमें से भरे हुए पानी का एक चौथाई भाग बाहर निकल जाता है। बर्तन में डाली गई सीसे की गोलियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

5. एक बर्तन एक उल्टे शंकु के आकार का है। इसकी ऊँचाई 8cm है और इसके ऊपरी सिरे (जो खुला हुआ है) की त्रिज्या 5 cm है। यह ऊपर तक पानी से भरा हुआ है। जब इस बर्तन में सीसे की कुछ गोलियाँ जिनमें प्रत्येक 0.5cm त्रिज्या वाला एक गोला है, डाली जाती हैं, तो इसमें से भरे हुए पानी का एक चौथाई भाग बाहर निकल जाता है। बर्तन में डाली गई सीसे की गोलियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

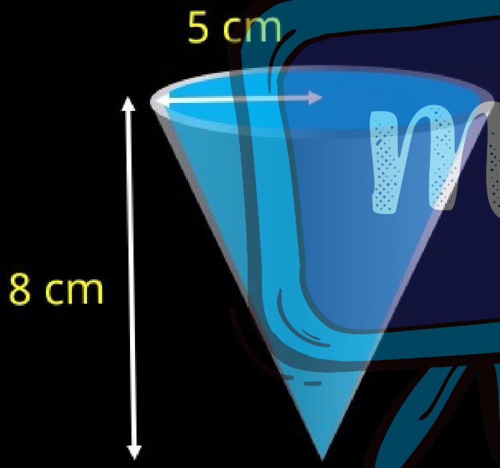




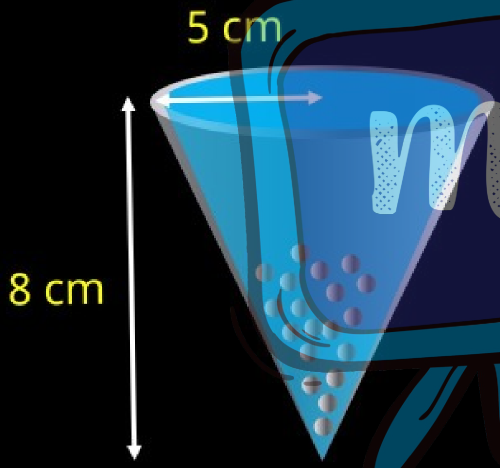
5. एक बर्तन एक उल्टे शंकु के आकार का है। इसकी ऊँचाई 8cm है और इसके ऊपरी सिरे (जो खुला हुआ है) की त्रिज्या 5 cm है। यह ऊपर तक पानी से भरा हुआ है। जब इस बर्तन में सीसे की कुछ गोलियाँ जिनमें प्रत्येक 0.5cm त्रिज्या वाला एक गोला है, डाली जाती हैं, तो इसमें से भरे हुए पानी का एक चौथाई भाग बाहर निकल जाता है। बर्तन में डाली गई सीसे की गोलियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



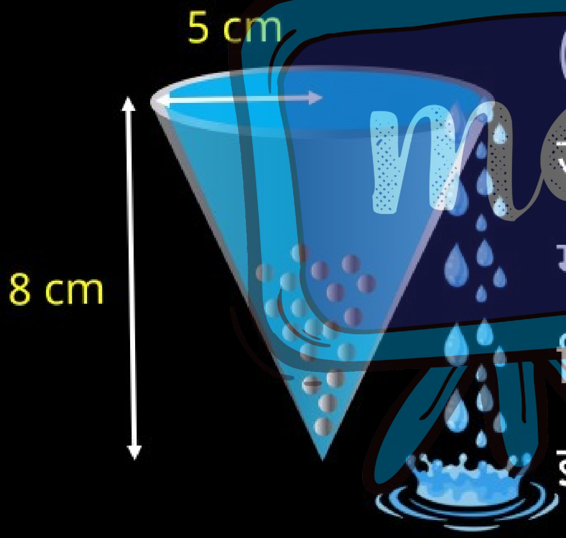
5. एक बर्तन एक उल्टे शंकु के आकार का है। इसकी ऊँचाई 8cm है और इसके ऊपरी सिरे (जो खुला हुआ है) की त्रिज्या 5 cm है। यह ऊपर तक पानी से भरा हुआ है। जब इस बर्तन में सीसे की कुछ गोलियाँ जिनमें प्रत्येक 0.5cm त्रिज्या वाला एक गोला है, डाली जाती हैं, तो इसमें से भरे हुए पानी का एक चौथाई भाग बाहर निकल जाता है। बर्तन में डाली गई सीसे की गोलियों की संख्या ज्ञात कीजिए।



5. एक बर्तन एक उल्टे शंकु के आकार का है। इसकी ऊँचाई 8cm है और इसके ऊपरी सिरे (जो खुला हुआ है) की त्रिज्या 5 cm है। यह ऊपर तक पानी से भरा हुआ है। जब इस बर्तन में सीसे की कुछ गोलियाँ जिनमें प्रत्येक 0.5cm त्रिज्या वाला एक गोला है, डाली जाती हैं, तो इसमें से भरे हुए पानी का एक चौथाई भाग बाहर निकल जाता है। बर्तन में डाली गई सीसे की गोलियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



5. एक बर्तन एक उल्टे शंकु के आकार का है। इसकी ऊँचाई 8cm है और इसके ऊपरी सिरे (जो खुला हुआ है) की त्रिज्या 5 cm है। यह ऊपर तक पानी से भरा हुआ है। जब इस बर्तन में सीसे की कुछ गोलियाँ जिनमें प्रत्येक 0.5cm त्रिज्या वाला एक गोला है, डाली जाती हैं, तो इसमें से भरे हुए पानी का एक चौथाई भाग बाहर निकल जाता है। बर्तन में डाली गई सीसे की गोलियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

RIICO GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

शंकु का आयतन $= \frac{1}{3}\pi r_1^2 h$

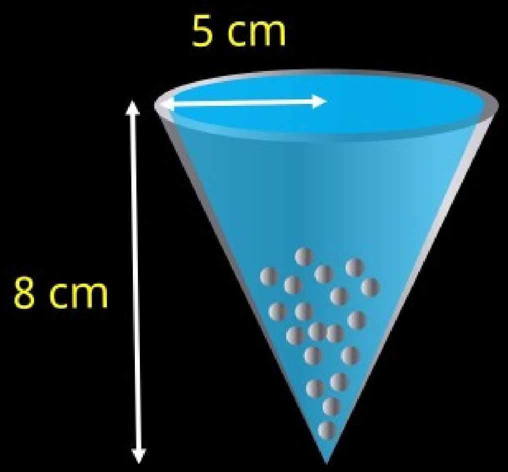
एक गोली का आयतन $= \frac{4}{3}\pi r_2^3$

बाहर आए पानी का आयतन $= \frac{1}{4}$ शंकु का आयतन

$= \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{3}\pi r_1^2 h\right)$

गोलियों की संख्या $=$ बाहर आए पानी का आयतन / एक गोली का आयतन

$$= \frac{\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times \pi r_1^2 h}{\frac{4}{3}\pi r_2^3}$$



$$= \frac{\frac{1}{4} \times (5)^2 \times 8}{4 \times \left(\frac{10}{10}5\right)^3}$$

$$= \frac{1}{16} \times \frac{25 \times 8}{125}$$

$$1000$$

$$= \frac{1000}{5 \times 2} = \frac{1000}{10} = 100$$

आज क्या पढेंगे ?

1 प्रश्नावली 12.2

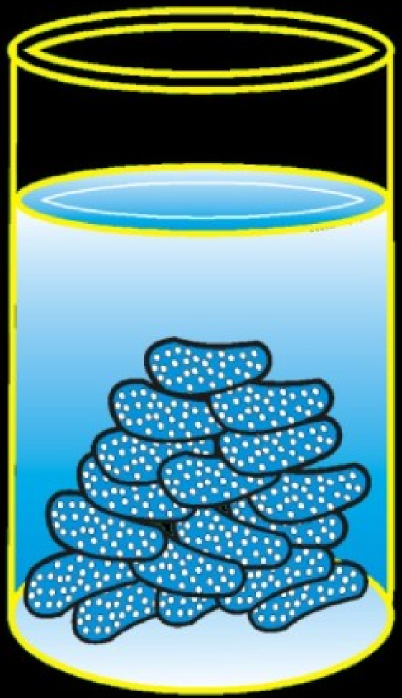
प्रश्नावली 12.2

1. एक ठोस एक अर्धगोले पर खड़े एक शंकु के आकार का है जिनकी त्रिज्याएँ 1 cm हैं तथा शंकु की ऊँचाई उसकी त्रिज्या के बराबर है। इस ठोस का आयतन π के पदों में ज्ञात कीजिए ।

प्रश्नावली 12.2

2. एक इंजीनियरिंग के विद्यार्थी रचेल से एक पतली एल्यूमीनियम की शीट का प्रयोग करते हुए एक मॉडल बनाने को कहा गया जो एक ऐसे बेलन के आकार का हो जिसके दोनों सिरों पर दो शंकु जुड़े हुए हों। इस मॉडल का व्यास 3 cm है और इसकी लंबाई 12 cm है। यदि प्रत्येक शंकु की ऊँचाई 2 cm हो तो रचेल द्वारा बनाए गए मॉडल में अंतर्विष्ट हवा का आयतन ज्ञात कीजिए। (यह मान लीजिए कि मॉडल की आंतरिक और बाहरी विमाएँ लगभग बराबर हैं।)

प्रश्नावली 12.2



3. एक गुलाबजामुन में उसके आयतन की लगभग 30% चीनी की चाशनी होती है। 45 गुलाबजामुनों में लगभग कितनी चाशनी होगी, यदि प्रत्येक गुलाबजामुन एक बेलन के आकार का है, जिसके दोनों सिरे अर्धगोलाकार हैं तथा इसकी लंबाई 5 cm और व्यास 2.8cm है (देखिए आकृति)।

एक गुलाबजामुन का आयतन = 25.05 cm^3

प्रश्नावली 12.2

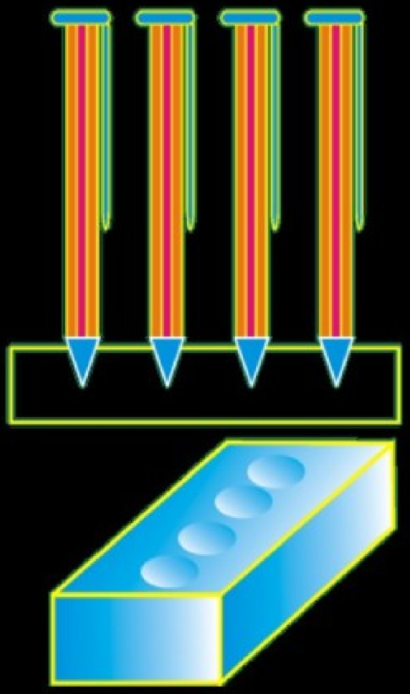
45 गुलाबजामुन का आयतन = $45 \times 25.05 \text{ cm}^3$

$= 1127.25 \text{ cm}^3$

प्रश्नावली 12.2

गुलाबजामुन में चाशनी का आयतन = आयतन का 30%

प्रश्नावली 12.2



4. एक कलमदान घनाभ के आकार की एक लकड़ी से बना है जिसमें कलम रखने के लिए चार शंक्वाकार गड्ढे बने हुए हैं। घनाभ की विमाएँ 15 cm × 10 cm × 3.5 cm हैं। प्रत्येक गड्ढे की त्रिज्या 0.5 cm है और गहराई 1.4 cm है। पूरे कलमदान में लकड़ी का आयतन ज्ञात कीजिए (देखिए आकृति)।

5. एक बर्तन एक उल्टे शंकु के आकार का है। इसकी ऊँचाई 8cm है और इसके ऊपरी सिरे (जो खुला हुआ है) की त्रिज्या 5 cm है। यह ऊपर तक पानी से भरा हुआ है। जब इस बर्तन में सीसे की कुछ गोलियाँ जिनमें प्रत्येक 0.5cm त्रिज्या वाला एक गोला है, डाली जाती हैं, तो इसमें से भरे हुए पानी का एक चौथाई भाग बाहर निकल जाता है। बर्तन में डाली गई सीसे की गोलियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

6. ऊँचाई 220 cm और आधार व्यास 24 cm वाले एक बेलन, जिस पर ऊँचाई 60 cm और त्रिज्या 8 cm वाला एक अन्य बेलन आरोपित है, से लोहे का एक स्तंभ बना है। इस स्तंभ का द्रव्यमान ज्ञात कीजिए, जबकि दिया है 1 cm^3 लोहे का द्रव्यमान लगभग 8g होता है। (π = 3.14 लीजिए।)

प्रश्नावली 12.2

7. एक ठोस में, ऊँचाई 120 cm और त्रिज्या 60 cm वाला एक शंकु सम्मिलित है, जो 60cm त्रिज्या वाले एक अर्धगोले पर आरोपित है। इस ठोस को पानी से भरे हुए एक लंब वृत्तीय बेलन में इस प्रकार सीधा डाल दिया जाता है कि यह बेलन की तली को स्पर्श करे। यदि बेलन की त्रिज्या 60 cm है और ऊँचाई 180 cm है तो बेलन में शेष बचे पानी का आयतन ज्ञात कीजिए।

प्रश्नावली 12.2

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

8. एक गोलाकार काँच के बर्तन की एक बेलन के आकार की गर्दन है जिसकी लंबाई 8 cm है और व्यास 2 cm है जबकि गोलाकार भाग का व्यास 8.5 cm है। इसमें भरे जा सकने वाली पानी की मात्रा माप कर, एक बच्चे ने यह ज्ञात किया कि इस बर्तन का आयतन 345 cm^3 है। जाँच कीजिए कि उस बच्चे का उत्तर सही है या नहीं, यह मानते हुए कि उपरोक्त मापन आंतरिक मापन है और $\pi = 3.14$ |

प्रश्नावली 12.2

बर्तन का आयतन = $346.51\ cm^3$