RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

RIICO missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

missiongyan LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा-10वीं राजस्थान बोर्ड 2027

ARJUN BATCH

गणित #04

वास्तविक संख्याएँ
Real Numbers

एकदम बेसिक से थ्योरी क्लास!



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

आज क्या पढेंगे ?

1 अपरिमेय संख्याएँ

2 प्रश्नावली 1.2

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER



अपरिमेय संख्याएँ

उदा. $\pi, \sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{5}$

$\frac{p}{q}$ ×

p व q पूर्णांक

$q \neq 0$

→ अनवसानी अनावर्ती संख्याएँ
(असांत)

→ अभाज्य संख्याएँ

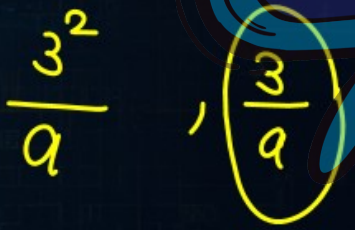
अपरिमेय

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER







प्रमेय 1.2

- मान लीजिए p एक अभाज्य संख्या है। यदि p, a^2 को विभाजित करती है, तो p, a को भी विभाजित करेगी, जहाँ a एक धनात्मक पूर्णांक है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

(1)

Q. सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

हल:- माना $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है।

$\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ जहाँ p व q पूर्णांक है, $q \neq 0$,

p व q सह अभाज्य संख्याएँ है।

$\sqrt{2}q = p$

दोनो तरफ वर्ग करने पर

$(\sqrt{2}q)^2 = p^2$

$2q^2 = p^2$

$q^2 = \frac{p^2}{2}$ — (i)

2, p^2 को विभाजित करता है, तो

प्रमेय। 2 से 2, p को भी विभाजित

करेगा।

$p = 2r$, जहाँ r पूर्णांक है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

⇒ p व q में कम से कम एक उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 2 है।

यह विरोधाभास है तथ्य का, की p व q सह अभाज्य संख्याएँ हैं।

यह विरोधाभास हमारी त्रुटिपूर्ण कल्पना के कारण प्राप्त हुआ कि $\sqrt{2}$ एक परिमेय संख्या है।

अतः $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।

p का मान समी. (i) में रखने पर

$$q^2 = \frac{(2r)^2}{2}$$

$$q^2 = \frac{4r^2}{2}$$

$$q^2 = 2r^2$$

$$\frac{q^2}{2} = r^2$$

∴, q^2 को विभाजित करता है, तो प्रमेय 1.2 से 2, q को भी विभाजित करेगा।

$\frac{p}{5}$ ← 5, 10, 15, 20, 2

$(\sqrt{5}q)^2 = p^2$

$5q^2 = p^2$

$q^2 = \frac{p^2}{5}$ —(i)

5, p^2 को विभाजित करता तो प्रमेय 1.2 से 5, p को भी विभाजित करेगा।

$p = 5r$, जहाँ r पूर्णांक है

प्रश्नावली 1.2

Q.1 सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

हल:- माना $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

$\sqrt{5} = \frac{p}{q}$; जहाँ p a q पूर्णांक है, $q \neq 0$

p a q सह अभाज्य संख्याएँ है।

$\sqrt{5}q = p$

दोनो तरफ वर्ग करने पर

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$\Rightarrow$ p व q में कम से कम एक उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 5 है।

यह विरोधाभास है तथ्य का, कि p व q सह अभाज्य संख्याएँ हैं।

यह विरोधाभास हमारी त्रुटिपूर्ण कल्पना के कारण प्राप्त हुआ।

अतः $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

p का मान समी.(i) में रखने पर,

$$q^2 = \frac{(5r)^2}{5}$$

$$q^2 = \frac{25r^2}{5}$$

$$q^2 = 5r^2$$

$$\frac{q^2}{5} = r^2$$

5, q^2 को विभाजित करता है, तो प्रमेय 1 से 5, q को भी विभाजित करेगा।

H.W.

Q. $\sqrt{7}$ एक अपरिमेय संख्या है।



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

- परंतु इससे इस तथ्य का विरोधाभास प्राप्त होता है कि p और q सहअभाज्य हैं।
- हमें यह विरोधाभास अपनी त्रुटिपूर्ण कल्पना के कारण प्राप्त हुआ है कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। अतः हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

Q.2 सिद्ध कीजिए कि $3+2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

हल :- माना। $3+2\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

$3+2\sqrt{5} = \frac{p}{q}$, जहाँ। p व q पूर्णांक है, $q \neq 0$

$2\sqrt{5} = \frac{p}{q} - \frac{3}{1}$

$2\sqrt{5} = \frac{p-3q}{q}$

परिमेय

$\sqrt{5} = \frac{p-3q}{2q}$ ← परिमेय

$\because$ $p, q, 2$ और 3 पूर्णांक है

$\therefore$ $\frac{p-3q}{2q}$ परिमेय संख्या है।

$\Rightarrow$ $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

यह विरोधाभास है तथ्य का, कि
$\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

यह विरोधाभास हमारी त्रुटिपूर्ण कल्पना
के कारण प्राप्त हुआ।

अतः $3+2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

- हमें यह विरोधाभास अपनी त्रुटिपूर्ण कल्पना के कारण प्राप्त हुआ है कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। अतः हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $3 + 2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

Q.3 सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित संख्याएँ अपरिमेय हैं:

(i) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

(ii) $7\sqrt{5}$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 1.2

(iii) $6+\sqrt{2}$

