KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा - 10

गणित

अध्याय - 1

वास्तविक संख्याएं

भाग - 3

केशव शर्मा

प्रश्नावली 1.2

Q.1 सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है। (2024)

माना कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

$\sqrt{5} = \frac{p}{q}$ (जहाँ $q \neq 0$, p व q पूर्णांक संख्या है, p व q सह अभाज्य संख्या है)

$p = \sqrt{5}q$

दोनों तरफ वर्ग करने पर

$p^2 = (\sqrt{5}q)^2$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$5, 10, 15, 20, 25 \ldots$
$5r$

$p^2 = (\sqrt{5}q)^2$

$p^2 = 5q^2$ — (i)

$q^2 = \frac{p^2}{5}$

$\therefore$ 5, p^2 को वि भाजित करता है तो

प्रमेय 1.2 से

5, p को भी वि भाजित करता है।

$p = 5r$

p का मान समीकरण (i) में रखने पर

$(5r)^2 = 5q^2$

$5 \times r^2 = 5q^2$

$5r^2 = q^2$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$5r^2 = q^2$

$r^2 = \frac{q^2}{5}$

$\therefore$ 5, q^2 को विभाजित करता है तो

प्रमेय 1.2 से

5, q को भी विभाजित करेगा।

अत: p व q का कम से कम एक उभयनिष्ठ गुणनखण्ड 5 है।

- परंतु इससे इस तथ्य का विरोधाभास प्राप्त होता है कि p और q सहअभाज्य हैं।
- हमें यह विरोधाभास अपनी त्रुटिपूर्ण कल्पना के कारण प्राप्त हुआ है कि $\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है। अतः हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

प्रश्नावली 1.2

Q.3 सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित संख्याएँ अपरिमेय हैं:

(ii) $7\sqrt{5}$

(2019)

मानलो $7\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

$7\sqrt{5} = \frac{p}{q}$

जहाँ $q \neq 0$

p व q पूर्णांक संख्या है

p व q सह अभाज्य संख्या है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$7\sqrt{5} = \frac{p}{q}$

$\sqrt{5} = \frac{p}{7q}$

चूंकि p व q पूर्णांक संख्या है इसलिए

$\frac{p}{7q}$ परिमेय संख्या है

अर्थात $\sqrt{5}$ परिमेय संख्या है।

- परंतु इससे इस तथ्य का विरोधाभास प्राप्त होता है कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।
- हमें यह विरोधाभास अपनी गलत कल्पना के कारण प्राप्त हुआ है कि $7\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

अतः, हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $7\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

उदाहरण 6 :

दर्शाइए कि $5 - \sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।



मानलो कि $5-\sqrt{3} = \frac{p}{q}$

$5-\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

जहाँ $q \neq 0$

p व q पूर्णांक संख्या है

p व q सह अभाज्य संख्याएँ

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$5 - \sqrt{3} = \frac{p}{q}$

$5 = \frac{p}{q} + \sqrt{3}$

$5 - \frac{p}{q} = \sqrt{3}$

चूंकि p व q पूर्णांक संख्या है, इसलिए $5 - \frac{p}{q}$ परिमेय संख्या है।

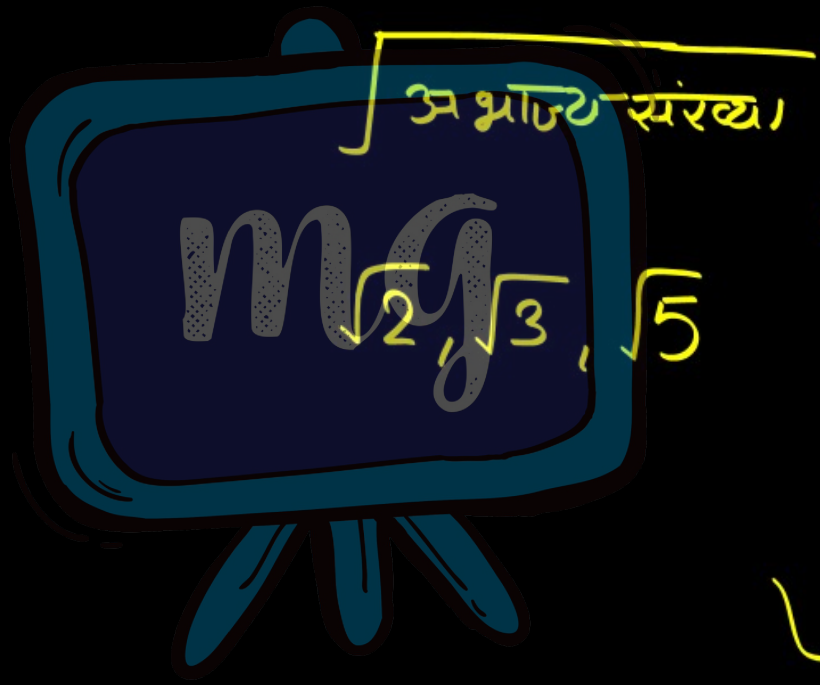
अर्थात $\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

- परंतु इससे इस तथ्य का विरोधाभास प्राप्त होता है कि $\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।
- हमें यह विरोधाभास अपनी गलत कल्पना के कारण प्राप्त हुआ है कि $5-\sqrt{3}$ एक परिमेय संख्या है।

अतः, हम निष्कर्ष निकालते हैं कि $5-\sqrt{3}$ एक अपरिमेय संख्या है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



Q. निम्न में से कौनसी अपरिमेय संख्या है?

(a) $\sqrt{25}$

(b) $\sqrt{20}$

(c) $\sqrt{19}$

(d) $\sqrt{16}$

प्रश्नावली 1.1

Q.1 निम्नलिखित संख्याओं को अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए:

(ii) 156

2 → 0, 2, 4, 6, 8

3 → संख्याओं का योग 3 से भाज्य होना चाहिए

2	156
2	78
3	39
13	13
	1

3+9 = 12

$\frac{12}{3} = 4$

$156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13$

$= 2^2 \times 3 \times 13$

प्रश्नावली 1.1

(iii) 3825

3	3825
3	1275
5	425
5	85
17	17
	1

$1+2+7+5=15$

$3+8+2+5=18$

3 | 3825

$3825 = 3\times3\times5\times5\times17$

$= 3^2\times5^2\times17$

प्रश्नावली 1.1

Q.2 पूर्णांकों के निम्नलिखित युग्मों के HCF और LCM ज्ञात कीजिए तथा इसकी जाँच कीजिए कि दो संख्याओं का गुणनफल = HCF × LCM है।

(i) 26 और 91

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

HCF

2	26
13	13
	1

7	91
13	13
	1

$26 = 2 \times 13$

$91 = 7 \times 13$

$HCF(26, 91) = 13$

LCM

2	26, 91
7	13, 91
13	13, 13
	1, 1

$LCM(26, 91) = 2 \times 7 \times 13$

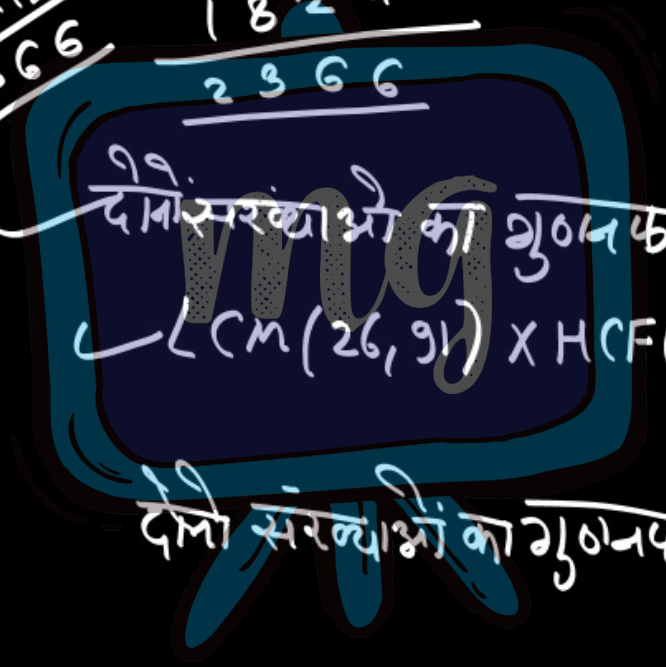
$LCM(26, 91) = 182$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$$\begin{array}{r} 91 \\ \times\ 26 \\ \hline 546 \\ 182\times \\ \hline 2366 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 102 \\ 182 \\ \times\ 13 \\ \hline 2366 \end{array}$$



दो संख्याओं का गुणनफल = 2366

LCM(26, 91) × HCF(26, 91) = 182 × 13

= 2366

दो संख्याओं का गुणनफल = LCM(26, 91) × HCF(26, 91)

प्रश्नावली 1.1

(ii) 510 और 92

HCF

2	510
3	255
5	85
17	17
	1

2	92
2	46
23	23
	1

$510 = 2 \times 3 \times 5 \times 17$

$92 = 2 \times 2 \times 23$

$HCF(510, 92) = 2$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

LCM

2	510, 92
2	255, 46
3	255, 23
5	85, 23
17	17, 23
23	1, 23
	1, 1

$LCM(510,92) = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 17 \times 23$

$= 23460$

$HCF(510,92) \times LCM(510,92) = 2 \times 23460$

$= 46920$

$6 \times 17 = 1020$

1020×23

23460

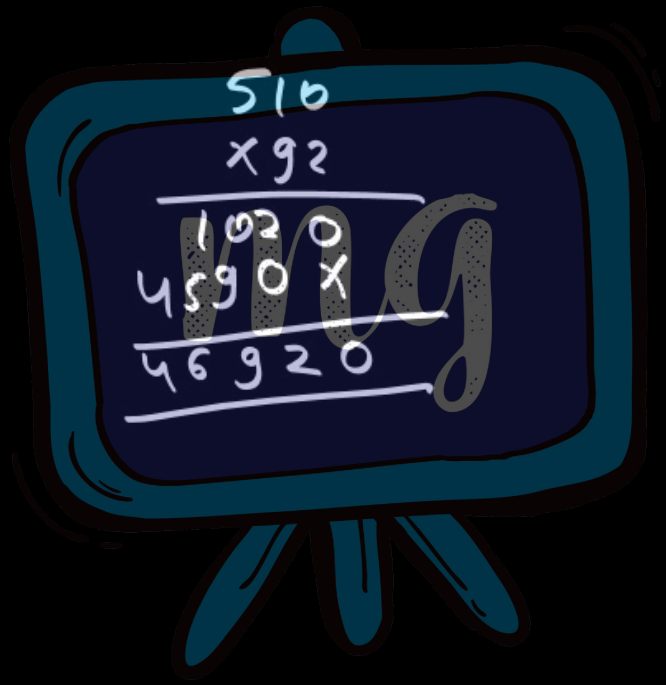
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

दोनो संख्याओं का गुणनफल

= 510 × 92

= 46920



प्रश्नावली 1.1

Q.3 अभाज्य गुणनखंडन विधि द्वारा निम्नलिखित पूर्णांकों के HCF और LCM ज्ञात कीजिए:

HCF (12, 15, 21) = 3

(i) 12, 15 और 21

HCF

2	12
2	6
3	3
	1

$12 = 2 \times 2 \times 3$

$15 = 3 \times 5$

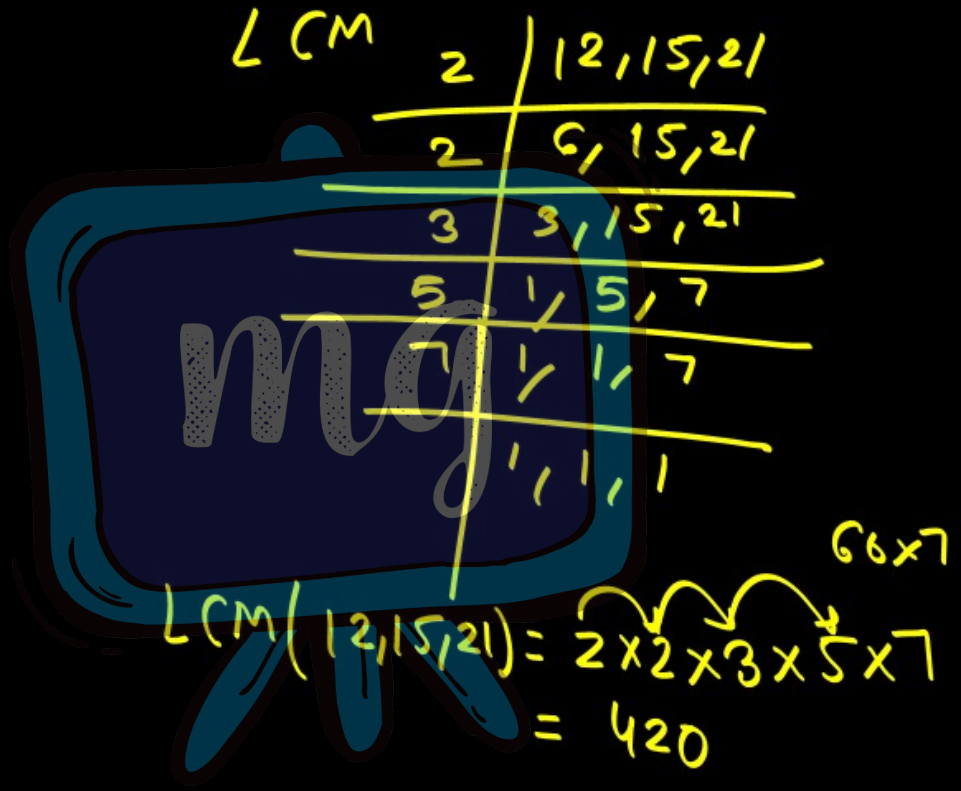
$21 = 3 \times 7$

3	15
5	5
	1

3	21
7	7
	1

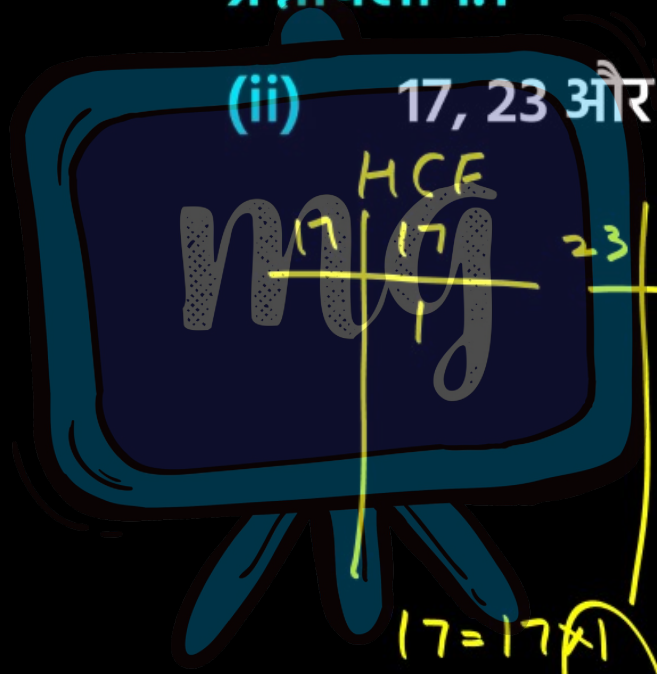
KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



प्रश्नावली 1.1

(ii) 17, 23 और 29



HCF

17	17
	1

23	23
	1

29	29
	1

$17 = 17 \times 1$

$23 = 23 \times 1$

$29 = 29 \times 1$

HCF(17, 23, 29) = 1

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

LCM

17	17, 23, 29
23	1, 23, 29
29	1, 1, 29
	1, 1, 1

LCM (17, 23, 29) = 17 × 23 × 29

$$\begin{array}{r} 29 \\ \times 23 \\ \hline 87 \\ 58\times \\ \hline 667 \\ \times 17 \\ \hline 11339 \end{array}$$

11339

Q.13 अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा पूर्णांक 375 और 675 का HCF ज्ञात कीजिए। (2016)

3	375
5	125
5	25
5	5
	1

3	675
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

$375 = 3 \times 5 \times 5 \times 5$

$675 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$HCF(375, 675) = 3 \times 5 \times 5 = 75$