कक्षा – 12

गणित

अवकलज के अनुप्रयोग

अध्याय – 6

भाग - 3

प्रश्नावली 6.1

By : Rajendra Yadav Sir

ipca
A dose of life

प्रश्नावली 6.1

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

Q12. हवा के एक बुलबुले की त्रिज्या $\frac{1}{2}$ cm/s की दर से बढ़ रही है। बुलबुले का आयतन किस दर से बढ़ रहा है जबकि त्रिज्या 1 cm है?

$\frac{dr}{dt} = \frac{1}{2}$ cm/s.

$V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\Rightarrow \frac{dV}{dt} = \frac{4}{3}\pi\left(3r^2 \frac{dr}{dt}\right)$

$= \frac{4}{3}\pi (1)^2 \times \frac{1}{2}$

$\boxed{\frac{dV}{dt} = 2\pi \text{ cm}^3/\text{s}}$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 6.1

Q13. एक गुब्बारा, जो सदैव गोलाकार रहता है, का परिवर्तनशील व्यास $\frac{3}{2}(2x + 1)$ है। x के सापेक्ष आयतन के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।

व्यास $= \frac{3}{2}(2x+1)$

त्रिज्या $= \frac{\frac{3}{2}(2x+1)}{2}$

$r = \frac{3}{4}(2x+1)$

अब, आयतन $(v) = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3}\pi\left[\frac{3}{4}(2x+1)\right]^3$$

$$= \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}\pi \times \frac{\cancel{9}^{3}}{\cancel{16}_{4}}(2x+1)^3$$

$$V = \frac{3}{4}\pi(2x+1)^3$$

अब, $$\frac{dv}{dx} = \frac{3}{4}\pi\left[3(2x+1)^2 \cdot 2\right]$$

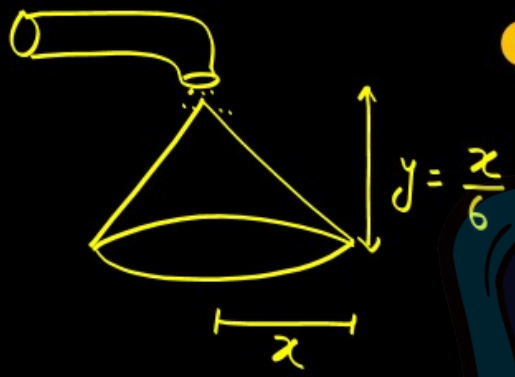
$$\frac{dv}{dx} = \frac{3}{\cancel{4}_{2}}\pi \times \cancel{6}^{3}(4x^2+4x+1)$$

$$\boxed{\frac{dv}{dx} = \frac{9}{2}\pi(4x^2+4x+1)}$$

ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 6.1



Q14. एक पाइप से रेत 12 cm^3/s की दर से गिर रही है। गिरती रेत जमीन पर एक ऐसा शंकु बनाती है जिसकी ऊँचाई सदैव आधार की त्रिज्या का छठा भाग है। रेत से बने के शंकु की ऊँचाई किस दर से बढ़ रही है जबकि ऊँचाई 4 cm है?

यहाँ $\frac{dv}{dt} = 12\ cm^3/s$

$y = 4\ cm$ पर $\frac{dy}{dt} = ??$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अब, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi x^2 y$ [जहाँ $y = \frac{x}{6} \Rightarrow x = 6y$]

$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi (6y)^2 \cdot y$

$\Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi \cdot 36 y^3$

$\Rightarrow V = 12\pi y^3$

ipca
A dose of life

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अब, $V = 12\pi y^3$

$\Rightarrow \frac{dV}{dt} = 12\pi\left(3y^2 \frac{dy}{dt}\right)$

$\Rightarrow 12 = 12\pi \cdot 3(y)^2 \cdot \frac{dy}{dt}$

$\Rightarrow 1 = 48\pi \frac{dy}{dt}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{dy}{dt} = \frac{1}{48\pi} \text{ cm/s.}}$

ipca
A dose of life

प्रश्नावली 6.1

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

Q15. एक वस्तु की x इकाइयों के उत्पादन से संबंध कुल लागत C(x) (रुपये में)

$C(x) = 0.007x^3 - 0.003x^2 + 15x + 4000$

से प्रदत्त है। सीमांत लागत ज्ञात कीजिए जबकि 17 इकाइयों का उत्पादन किया गया है।

यहाँ

$C(x) = 0.007x^3 - 0.003x^2 + 15x + 4000$

अब, $\frac{dC}{dx} = 0.007(3x^2) - 0.003(2x) + 15$

$= 0.021x^2 - 0.006x + 15$

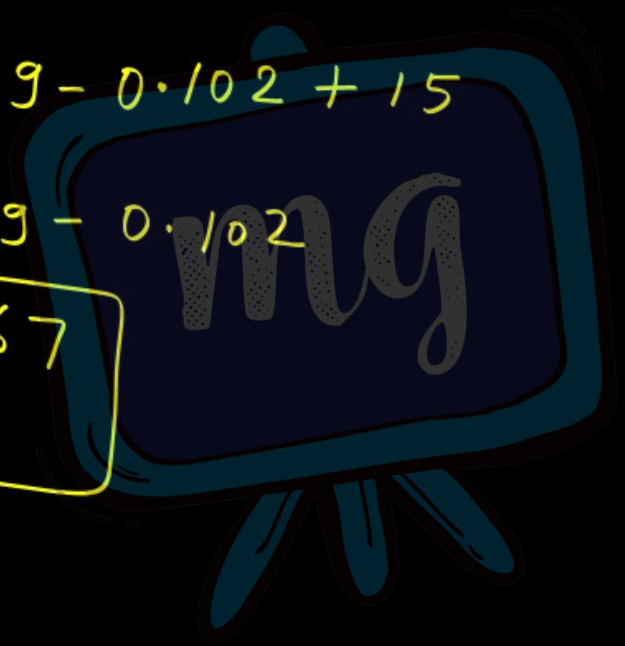
यदि $x = 17$ हो: $\frac{dC}{dx} = 0.021(17)^2 - 0.006(17) + 15$

$$\frac{dc}{dx} = 0.021 \times 289 - 0.006 \times 17 + 15$$

$$= 6.069 - 0.102 + 15$$

$$= 21.069 - 0.102$$

$$\boxed{\frac{dc}{dx} = 20.967}$$



ipca
A dose of life

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्नावली 6.1

Q16. किसी उत्पाद की x इकाइयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय R(x) रुपयों में

$R(x) = 13x^2 + 26x + 15$

से प्रदत्त है। सीमांत आय ज्ञात कीजिए जब

$x = 7$ है।

$R(x) = 13x^2 + 26x + 15$

सीमांत आय :

$\frac{dR}{dx} = 26x + 26$

$x = 7$ पर :

$\frac{dR}{dx} = 26 \times 7 + 26$

$= 182 + 26$

$\boxed{\frac{dR}{dx} = 208}$

ipca
A dose of life

प्रश्नावली 6.1

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$A = \pi r^2$

$\frac{dA}{dr} = 2\pi r$

$r = 6$ cm पर:

$\frac{dA}{dr} = 2 \times \pi \times 6$

$= 12\pi$

प्रश्न 17 तथा 18 में सही उत्तर का चयन कीजिए:

Q17. एक वृत्त की त्रिज्या r = 6cm पर r के सापेक्ष क्षेत्रफल में परिवर्तन की दर है:

(A) 10π (B) 12π

(C) 8π (D) 11π

ipca
A dose of life

प्रश्नावली 6.1

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

Q18. एक उत्पाद की x इकाइयों के विक्रय से प्राप्त कुल आय रुपयों में $R(x) = 3x^2 + 36x + 5$ से प्रदत्त है। जब $x = 15$ है तो सीमांत आय है:

(A) 116 (B) 96

(C) 90 (D) 126

$R(x) = 3x^2 + 36x + 5$

सीमांत आय :

$\frac{dR}{dx} = 6x + 36$

$x = 15$ पर :

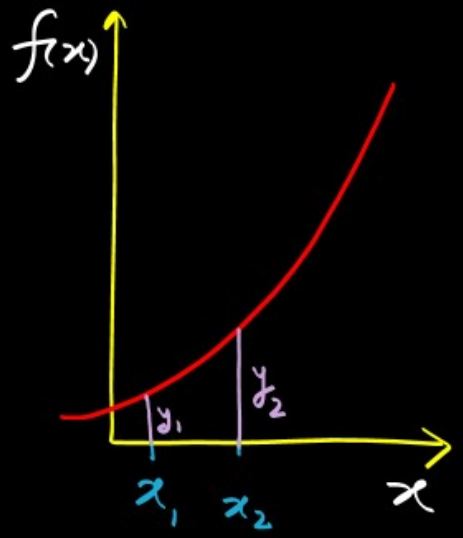
$\frac{dR}{dx} = 6 \times 15 + 36$

$= 90 + 36$

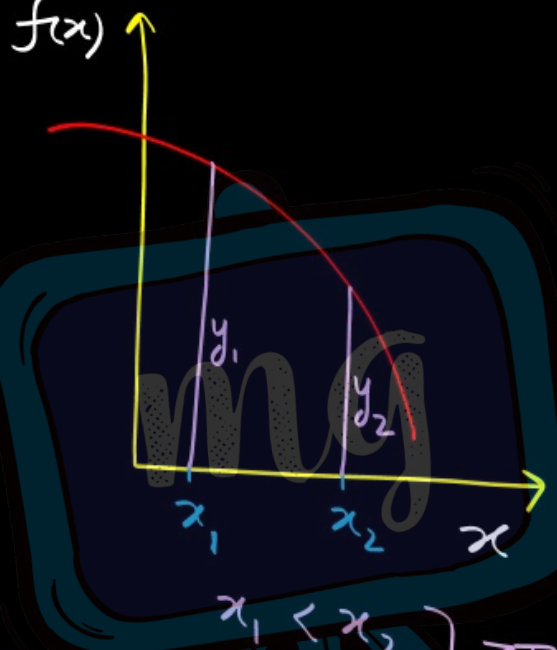
$= 126$

ipca
A dose of life

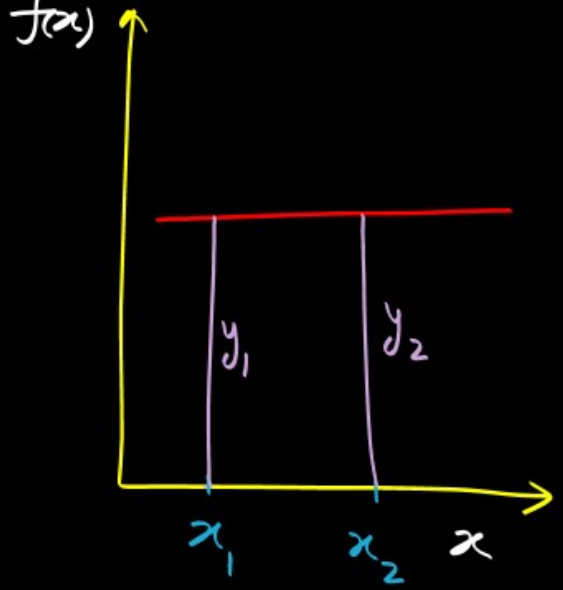
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



$x_1 < x_2$
$\Rightarrow y_1 < y_2$
] वर्धमान फलन



$x_1 < x_2$
$\Rightarrow y_1 > y_2$
] ह्रासमान फलन



$x_1 < x_2$
$\Rightarrow y_1 = y_2$
] अचर फलन

ipca
A dose of life

उदाहरण - 7

दिखाइए कि प्रदत्त फलन $f(x) = 7x - 3$, R पर एक वर्धमान फलन है।

यहाँ $f(x) = 7x - 3$

अब, माना $x_1 < x_2 \in R$

अत: $f(x_1) = 7x_1 - 3$

व $f(x_2) = 7x_2 - 3$

अब, $f(x_1) < f(x_2)$

$\Rightarrow 7x_1 - 3 < 7x_2 - 3$

$\Rightarrow$ यह फलन एक वर्धमान फलन है।

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER