KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा - 10

गणित

अध्याय - 2

बहुपद - 5

भाग - 1

केशव शर्मा

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

चर :-



- चर वे राशियाँ होती हैं जिनका मान हमें ज्ञात नहीं होता है तथा जिनका मान प्रश्न में दी गई शर्तों पर निर्भर करता है।
- चरों को सामान्यतः अंग्रेजी वर्णमाला के छोटे अक्षरों जैसे x, y, z आदि से दिखाते है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अचर :-

- अचर वे राशियाँ होती हैं जिनका मान हमें ज्ञात होता है तथा जिनका मान प्रश्न में दी गई शर्तों पर निर्भर नहीं करता है।
- अचर सामान्यतः संख्याएँ होती है।

$\pi = 3.14$

बहुपद

बीजीय व्यंजक :-

- वे राशियाँ जिनमें चर तथा अचर दोनों राशियाँ शामिल होती हैं।

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद :-

- वे बीजीय व्यजंक जिनमें प्रत्येक चर की घात एक धनात्मक पूर्णांक होती है, बहुपद कहलाते हैं।
- बहुपद को सामान्यत: p(x), f(x), g(x) आदि से व्यक्त करते है।

$p(x) = 3x^2 + 4x + 5$

$f(x)$ $h(x)$

$g(x)$

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण :-

निम्न बीजीय व्यंजकों के लिये जाँच कीजिये की कौन बहुपद हैं अथवा कौन बहुपद नहीं है।

(i) $4x + 2$

बहुपद है।

(ii) $2y^2 - 3y + 4$



बहुपद

(iii) $5x^3 + 4x^2 + x^1 - \sqrt{2}$



KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

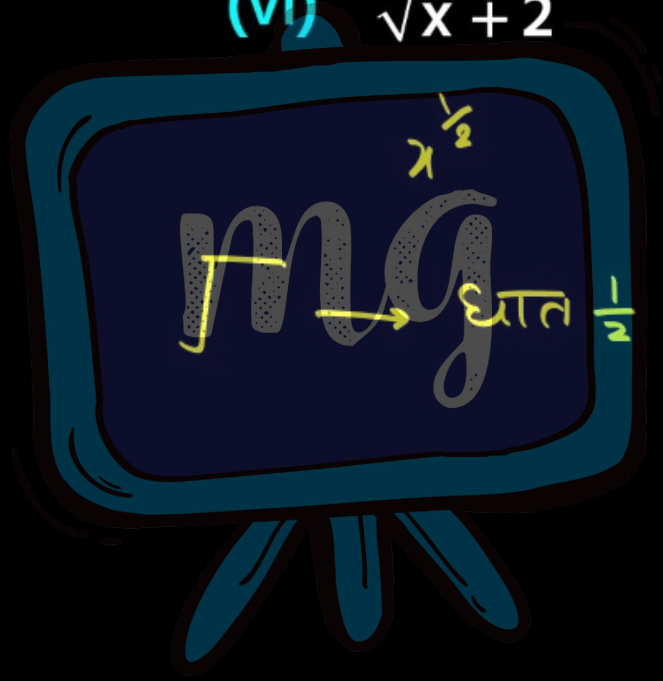
(iv) $7\mu^6 - \frac{3}{2}\mu^4 + 5\mu^2 + \mu' - 8$



(v) $\frac{1}{x-1}$ $x-1$



(vi) $\sqrt{x+2}$



(vii) $\frac{1}{x^2 + 2x + 3}$



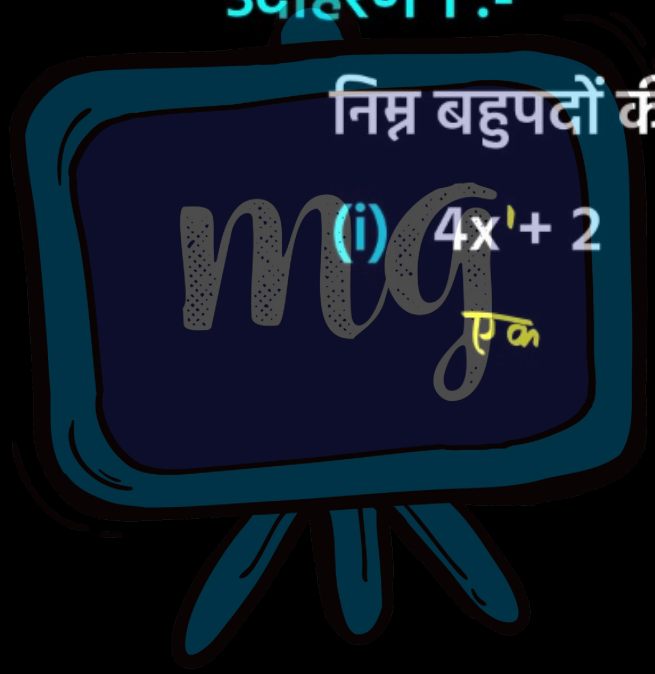
बहुपद

बहुपद की घात :-

- किसी भी बहुपद में अधिकतम घात वाले पद की घात **'बहुपद की घात'** कहलाती है।

उदाहरण 1 :-

निम्न बहुपदों की घात लिखिये ।



(i) $4x^1 + 2$

(ii) $2y^2 - 3y + 4$

2 1



बहुपद की घात = 2

(iii) $5x^3 + 4x^2 + x - \sqrt{2}$

बहुपद की घात = 3



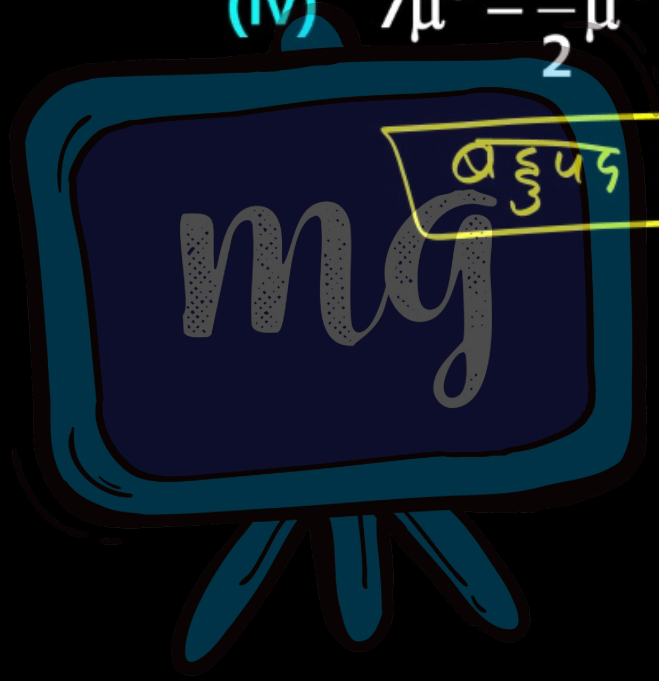
KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

(iv) $7\mu^6 - \frac{3}{2}\mu^4 + 5\mu^2 + \mu - 8$

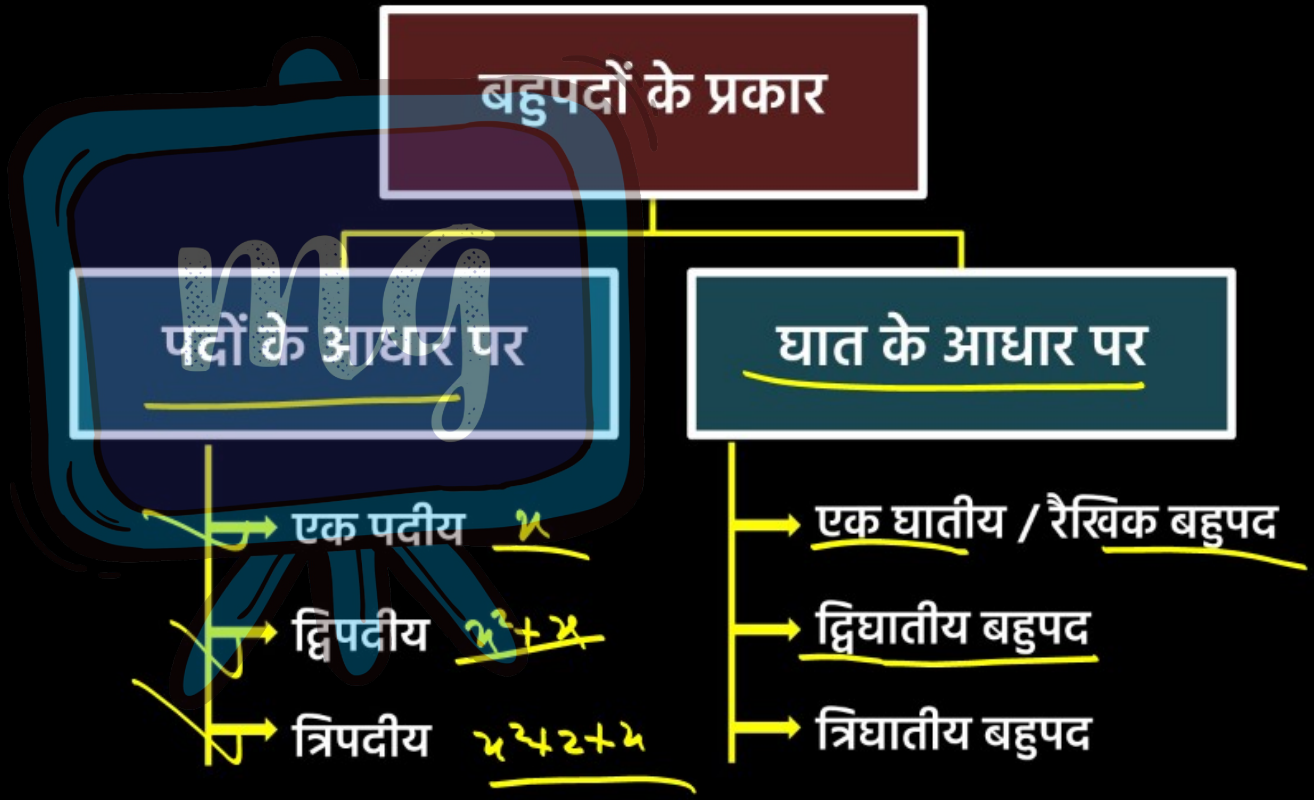
बहुपद की घात = 6



KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

रैखिक बहुपद :-

- घात 1 के बहुपद को रैखिक बहुपद (linear polynomial) कहते हैं।

उदाहरण :-

- $2x-3, \sqrt{3x}+5, y+\sqrt{2}, x-\frac{2}{11}, 3z+4, \frac{2}{3}u+1$

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

द्विघात बहुपद :-

- घात 2 के बहुपद को द्विघात बहुपद (quadratic polynomial) कहते हैं।

उदाहरण :-

- $2x^2 + 3x - \frac{2}{5}$, $y^2 - 2$, $2 - x^2 + \sqrt{3x}$,

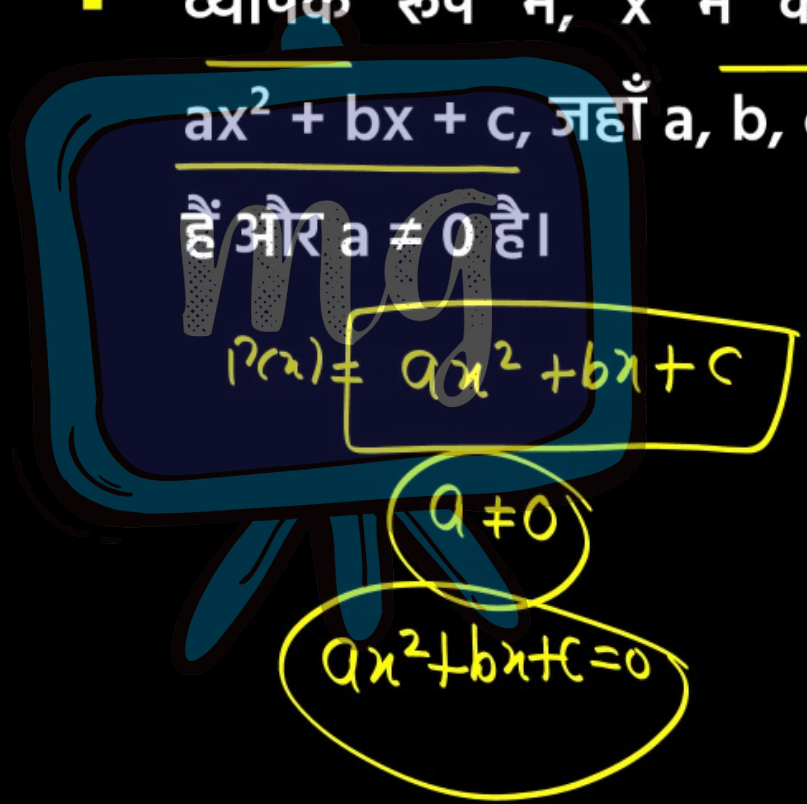
$\frac{\mu}{3} - 2\mu^2 + 5$, $\sqrt{5}v^2 - \frac{2}{3}v$, $4z^2 + \frac{1}{7}$

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- व्यापक रूप में, x में कोई द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$, जहाँ a, b, c वास्तविक संख्याएँ हैं और $a \neq 0$ है।

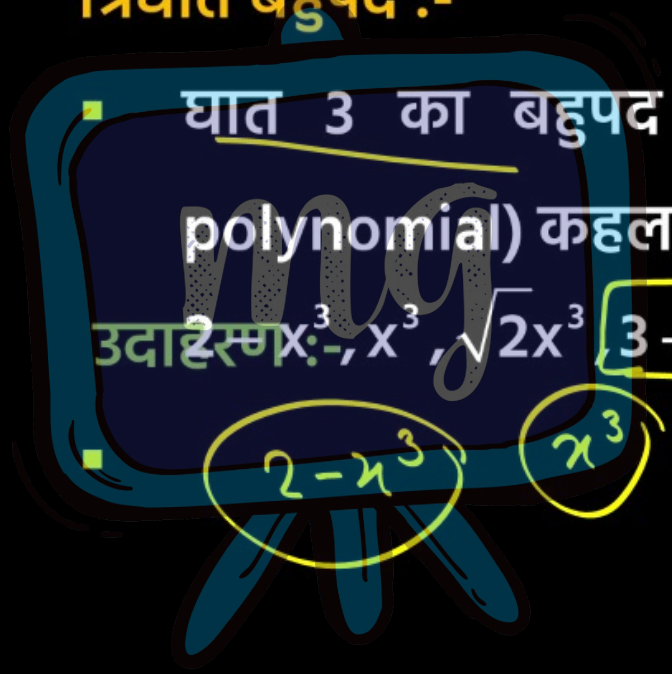


KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

त्रिघात बहुपद :-



- घात 3 का बहुपद त्रिघात बहुपद (cubic polynomial) कहलाता है।

उदाहरण :- x^3, x^3, $\sqrt{2}x^3$, $3-x^2+3x^3-2x^2+x-1$

- $2-x^3$, x^3

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- त्रिघात बहुपद का व्यापक रूप है:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

जहाँ a, b, c, d वास्तविक संख्याएँ हैं और $a \neq 0$ है।

$b = 0$

$ax^3 + cx + d$

$a = 0$

$0 \cdot x^3 + bx^2 + cx + d$

$bx^2 + cx + d$

KOLORS
make life better

बहुपद

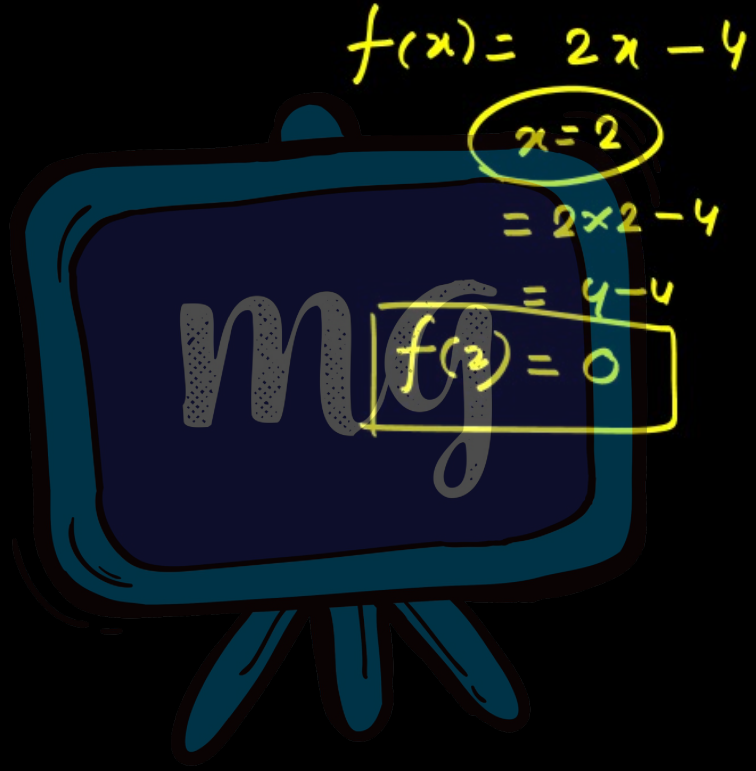
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बहुपद के शून्यक :-

- माना f(x) एक बहुपद है तब X के वे मान जिनके लिये f(x) का मान शून्य हो जाए, बहुपद के शून्यक कहलाते है।
- यदि x = a के लिए f(a) = 0 हो तो x=a बहुपद f(x) का एक शून्यक होता है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण :-

निम्न बहुपदों के सम्मुख दिये गये x के मानों के लिये जाँच कीजिये की कौन से बहुपद के शून्यक है।

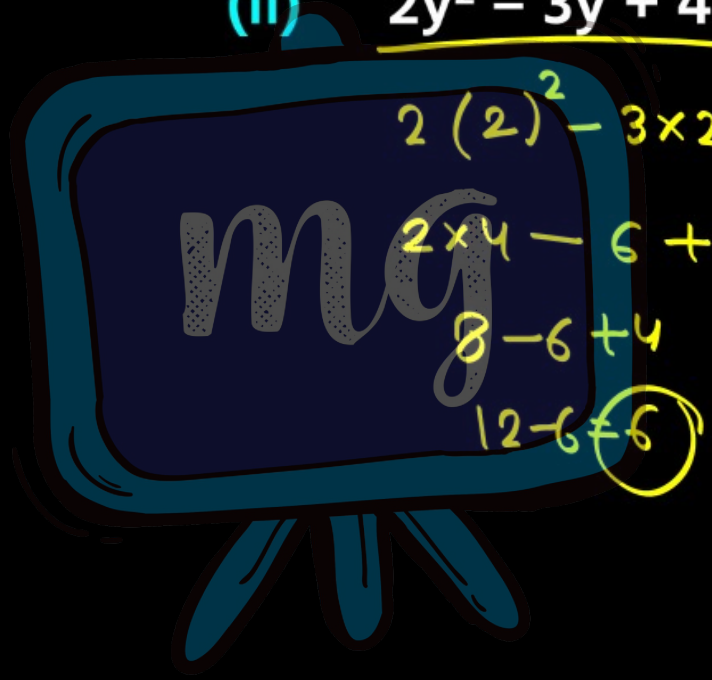
(i) $4x + 2$

$x = -\frac{1}{2}$

$2(4)\left(-\frac{1}{2}\right) + 2$

$-2 + 2 = 0$

(ii) $2y^2 - 3y + 4$ $y = 2$



$2(2)^2 - 3\times2+4$

$2\times4 - 6 + 4$

$8 - 6 + 4$

$12 - 6 \neq 6$

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

(iii) $5x^3 + 4x^2 + x - \sqrt{2}$ $\quad x = 3$

$5(3)^3 + 4(3)^2 + 3 - \sqrt{2}$

$5 \times 27 + 4 \times 9 + 3 - \sqrt{2}$

$135 + 36 + 3 - \sqrt{2}$

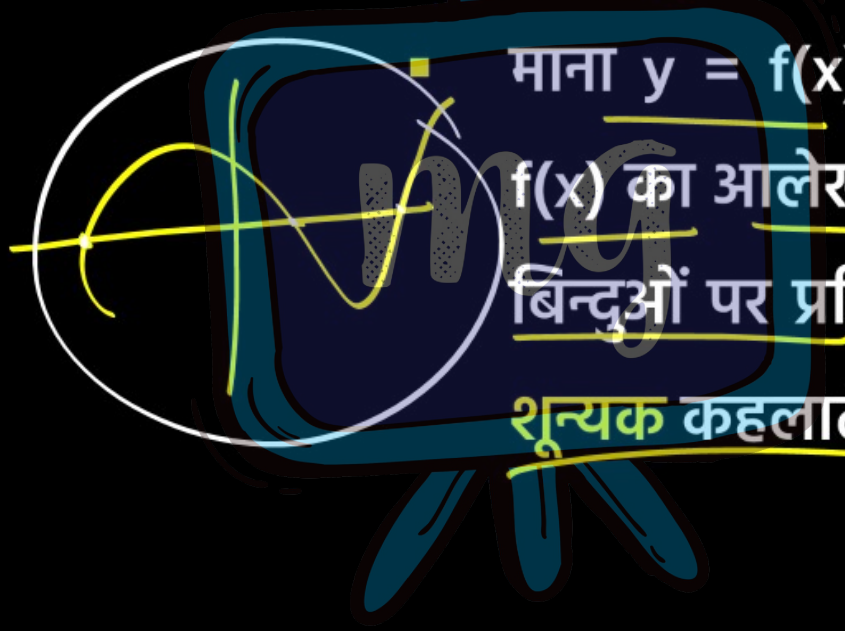
$174 - \sqrt{2}$

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

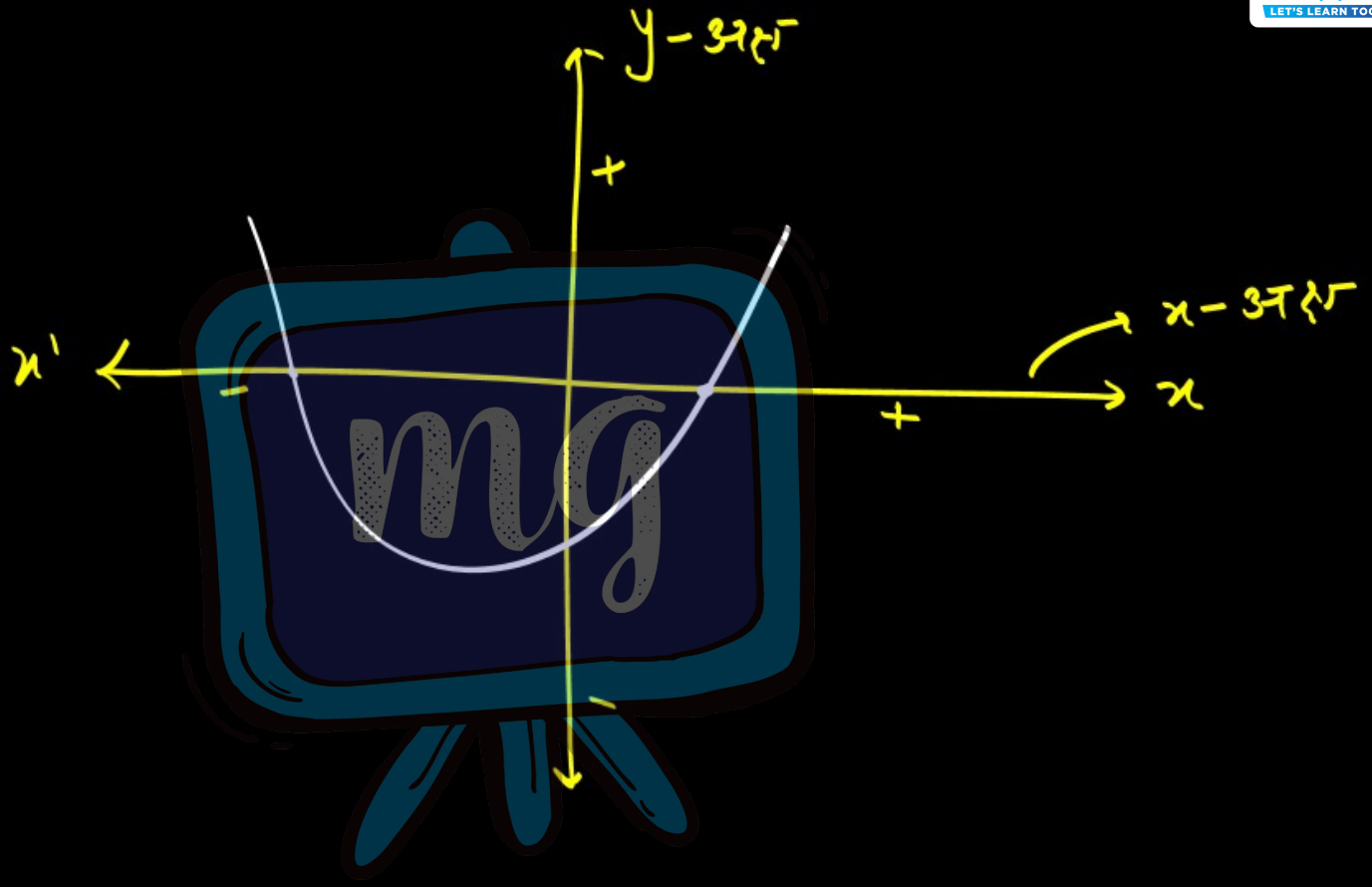
बहुपद के शून्यकों का ज्यामितीय अर्थ :



- माना y = f(x) एक बहुपद है तब y = f(x) का आलेख (ग्राफ) x - अक्ष को जिन बिन्दुओं पर प्रतिच्छेद करता है बहुपद के शून्यक कहलाते है।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- किसी बहुपद $y = f(x)$ का ग्राफ जितने बिन्दुओं पर x - अक्ष को प्रतिच्छेद करता है तो उस बहुपद के उतने ही शून्यक होंगे।

KOLORS
make life better

बहुपद

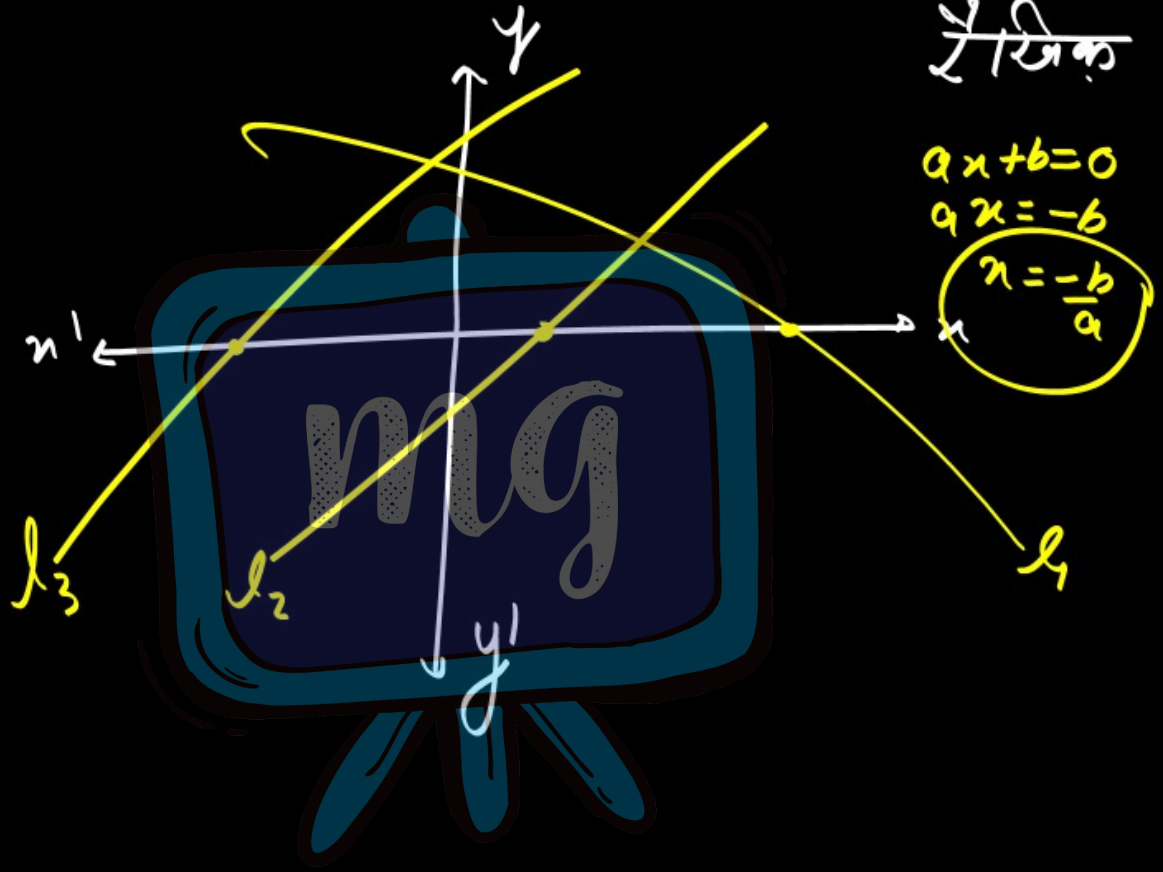
missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

रैखिक बहुपद का आलेख :-

- माना $y = f(x)$ एक रैखिक बहुपद है तब $y = f(x)$ का आलेख (ग्राफ) एक सरल रेखा को निरूपित करता है।
- यदि $y = f(x)$ एक रैखिक बहुपद है तब $y = f(x) = ax + b$ $(a \neq 0)$ के रूप में होगा।

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



ग्राफिक

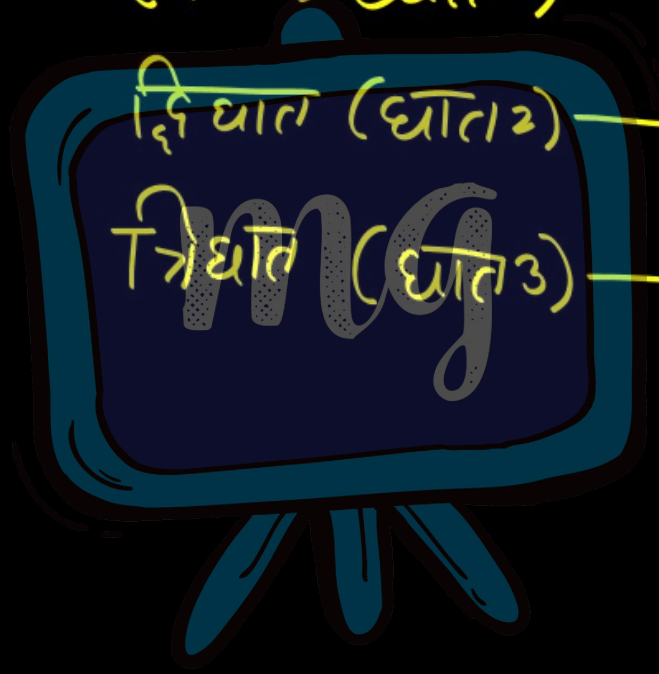
$ax+b=0$

$ax=-b$

$x=\frac{-b}{a}$

KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- यदि y = f(x) एक रैखिक बहुपद है तब इसका केवल एक शून्यक होगा ।



KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण :-

निम्न रैखिक बहुपद का आलेखिय निरूपण कीजिये ।

$f(x) = 2x + 3$

$2x + 3 = 0$

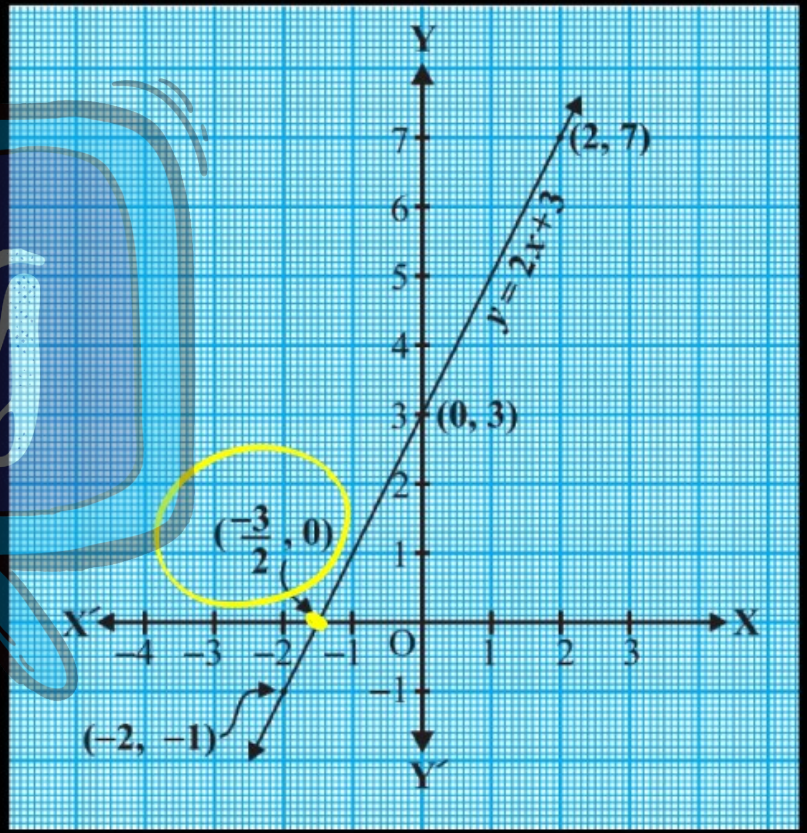
$2x = -3$

$x = -\frac{3}{2}$

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

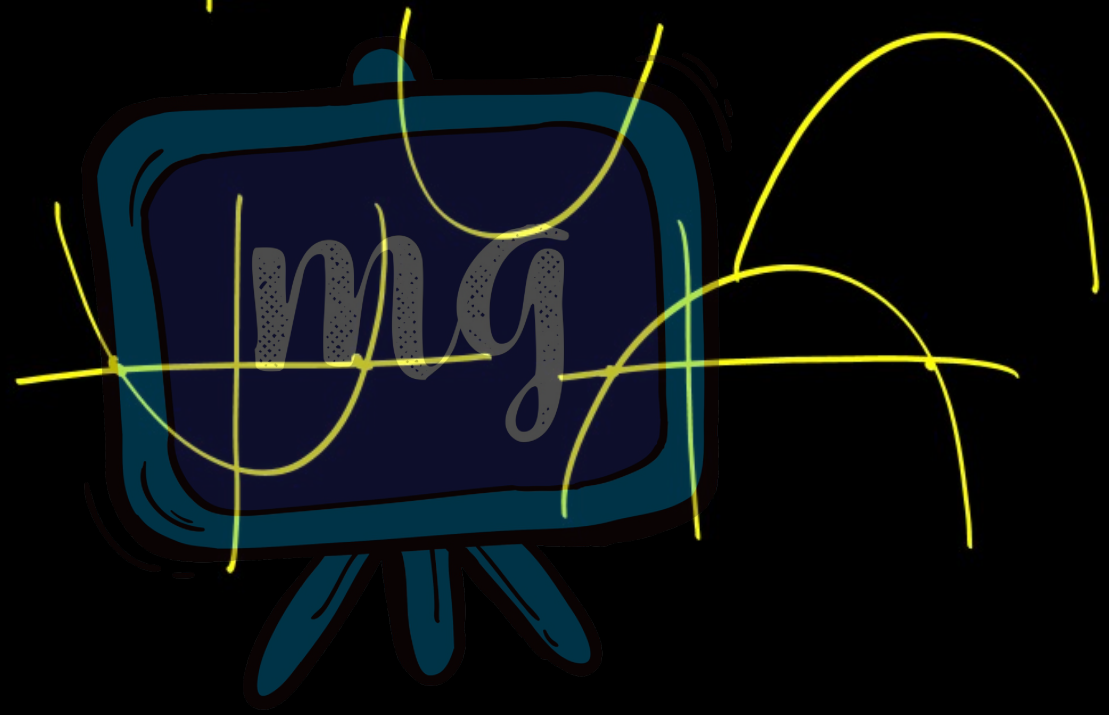
द्विघात बहुपद का आलेख :-

- माना $y = f(x)$ एक द्विघात बहुपद है तब $y = f(x)$ का आलेख (ग्राफ) एक परवलय को निरुपित करता है।
- यदि $y = f(x)$ एक द्विघात बहुपद है तब $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ के रुप में होगा।

KOLORS
make life better

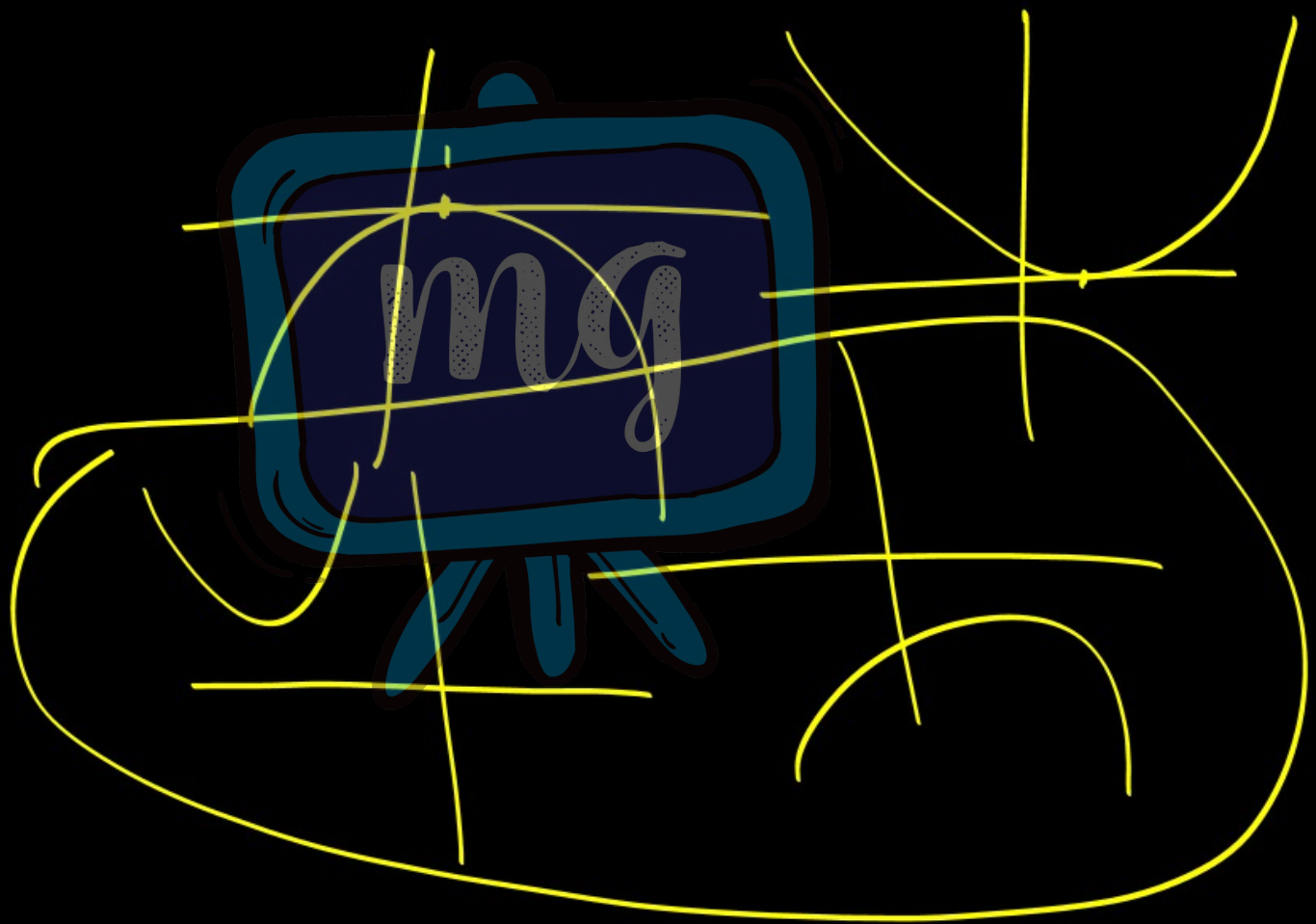
missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$



KOLORS
make life better

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER



KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- यदि y = f(x) एक द्विघात बहुपद है तब इसके दो शून्यक होंगे।



KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

उदाहरण :-

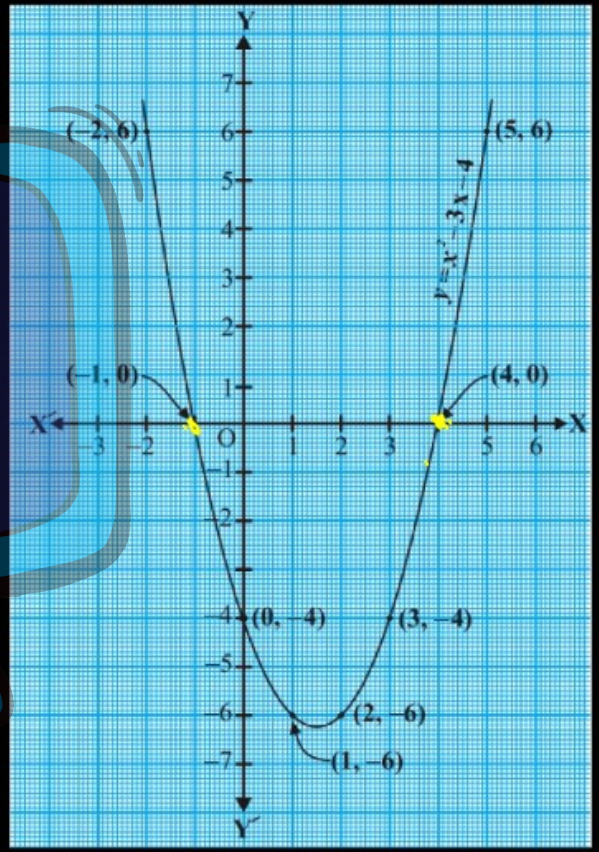
निम्न द्विघात बहुपद का आलेखिय निरूपण कीजिये।

$f(x) = x^2 - 3x - 4$

KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

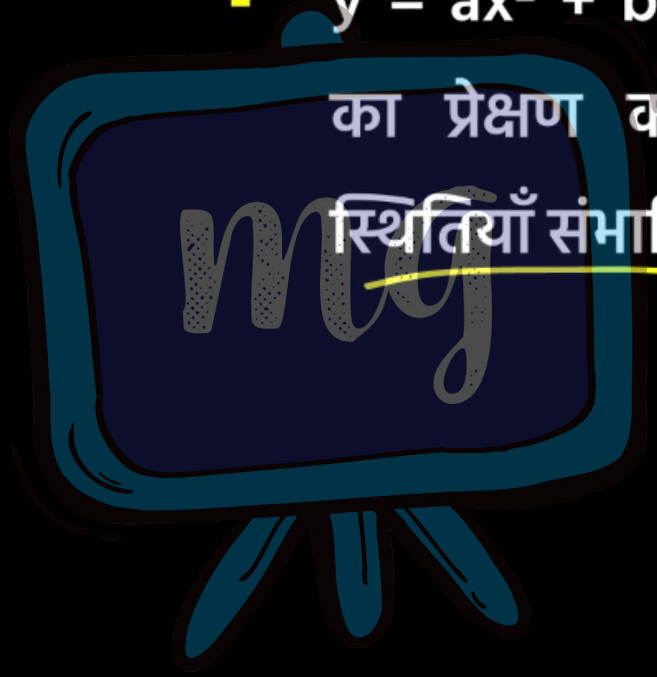


KOLORS
make life better

बहुपद

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

- $y = ax^2 + bx + c$ के ग्राफ के आकार का प्रेक्षण करने से तीन निम्नलिखित स्थितियाँ संभावित हैं।

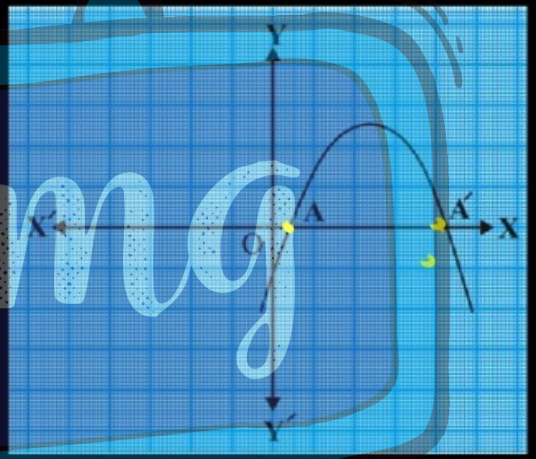


बहुपद

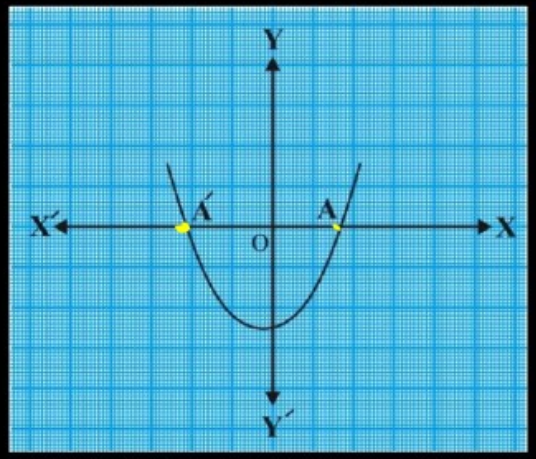
स्थिति I –

- यहाँ ग्राफ x-अक्ष को दो भिन्न बिंदुओं A और A' पर काटता है। इस स्थिति में, A और A' के x - निर्देशांक द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के दो शून्यक हैं –

बहुपद



(i)

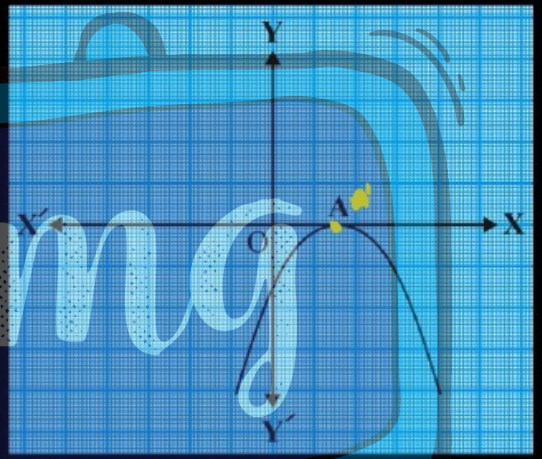


(ii)

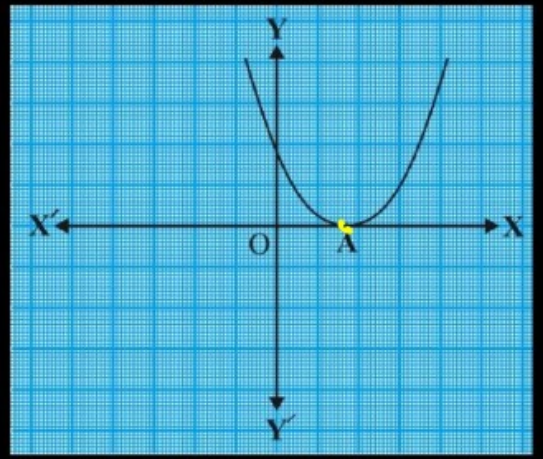
स्थिति II –

- यहाँ ग्राफ x-अक्ष को केवल एक बिंदु पर, अर्थात् दो संपाती बिंदुओं पर काटता है। इसलिए, स्थिति (i) के दो बिंदु A और A' यहाँ पर संपाती होकर एक बिंदु A हो जाते हैं।

बहुपद



(i)



(ii)