RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

ई-पाठशाला कार्यक्रम

Class 12th

MATHS

अवकल समीकरण

RAPID REVISION

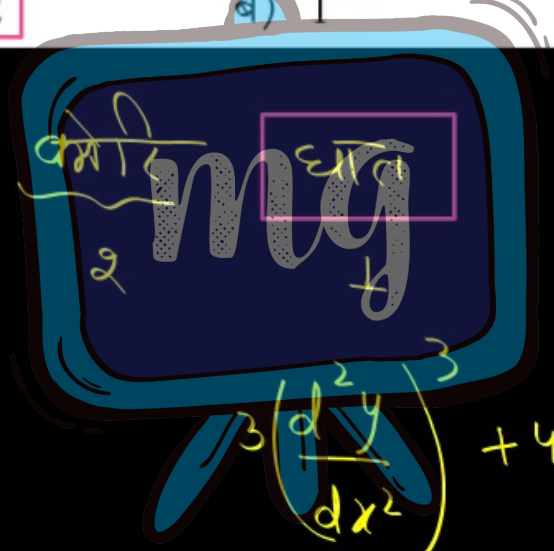


प्रश्न

अवकल समीकरण $2x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 3\frac{dy}{dx} + y = 0$ की कोटि है

अ) 2 ब) 1 स) 0 द) परिभाषित नहीं है

(2026)



कोटि → 3 घात = 2

प्रश्न अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ का व्यापक हल _____ है ।

(2026)

$\left\{\int \frac{1}{1+x^2} dx = \tan^{-1}x + C\right\}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1+y^2}{1+x^2}$

$\int \frac{1}{1+y^2} dy = \int \frac{1}{1+x^2} dx$

$\tan^{-1}y = \tan^{-1}x + C$

$$\tan^{-1}x - \tan^{-1}y$$

$$= \tan^{-1}\frac{x-y}{1+xy}$$

$$\tan^{-1}y - \tan^{-1}x = C$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{y-x}{1+xy}\right) = C$$

$$\frac{y-x}{1+xy} = \tan C$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न सत्यापित कीजिए कि फलन $y = a\cos x + b\sin x$, जिसमें $a, b \in R$ अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ का हल है।

(2026)

हल :- $y = a\cos x + b\sin x$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$$\frac{dy}{dx} = a\frac{d}{dx}\cos x + b\frac{d}{dx}\sin x$$

$$\frac{dy}{dx} = -a\sin x + b\cos x$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -a\frac{d}{dx}\sin x + b\frac{d}{dx}\cos x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -a\cos x + b(-\sin x)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -(a\cos x + b\sin x)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y$$

$$\boxed{\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0}$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

mg missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न

यदि $y = \sin^{-1} x$ है, तो दर्शाइए $(1 - x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} = 0$ है।

(2026)

$y = \sin^{-1} x$

$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(\sin^{-1} x)$

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)$

$= \frac{d}{dx}(1-x^2)^{-1/2}$

$= -\frac{1}{2}(1-x^2)^{-1/2-1}\frac{d}{dx}(1-x^2)$

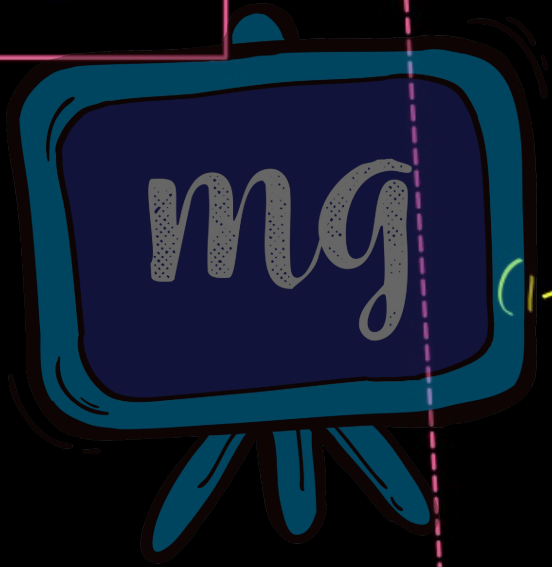
$= +\frac{1}{2}(1-x^2)^{-3/2} \cdot +2x$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$(1-x^2)\frac{dy}{dx} - x\frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{x}{(1-x^2)^{3/2}}$$



$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{x}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$$

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \times x$$

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy}{dx}x$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx}$$

$$(1-x^2)\frac{x}{(1-x^2)^{3/2}} - x\left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)$$

$$\frac{x}{\sqrt{(1-x^2)}} - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = 0$$

प्रश्न अवकल समीकरण $\frac{dx}{dy} - \frac{x}{y} = 2y$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए । (2026)

$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$

$I.F. = e^{\int P(x)dx}$

Sol^n

$y \cdot I.F. = \int I.F. \times Q(x)\,dx + C$

$\frac{dx}{dy} + P(y)x = Q(y)$

$I.F. = e^{\int P(y)dy}$

Sol^n

$x \cdot IF = \int I.F. \times Q(y)\,dy + C$

$$\frac{dx}{dy} + x\,P(y) = Q(y)$$

$$\frac{dy}{dx} - \frac{x}{y} = 2y$$

$$P(y) = \frac{-1}{y}, \quad Q(y) = 2y$$

$$I.F. = e^{\int P(y)\,dy}$$

$$= e^{\int \frac{-1}{y}\,dy} = e^{-\log y} = e^{\log y^{-1}} = e^{\log \frac{1}{y}} = \frac{1}{y}$$

$$I.F. = \frac{1}{y}$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

अवकल समीकरण का हल :-

$x \cdot I.F. = \int [I.F. \times Q(y)]\,dy + C$

$x \cdot \frac{1}{y} = \int \frac{1}{y} \cdot 2y\,dy + C$

$\frac{x}{y} = 2\int 1 \cdot dy + C$

$\frac{x}{y} = 2y + C$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न

अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y\cot x = 2x + x^2 \cot x (x \neq 0)$ का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए ।

दिया हुआ है कि $y = 0$ यदि $x = \frac{\pi}{2}$ ।

(2026)

$$\frac{dy}{dx} + y\cot x = 2x + x^2\cot x$$

$$\left\{\frac{dy}{dx} + y\cdot P(x) = Q(x)\right\}$$

$P(x) = \cot x$, $Q(x) = 2x + x^2\cot x$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$I.F. = e^{\int P(x)dx}$$

$$= e^{\int \cot x\,dx} = e^{\log \sin x} = \sin x$$

अवकल समीकरण का हल –

$$y.IF = \int (I.F. \times Q(x))dx + C$$

$$y.\sin x = \int \sin x \left(2x + x^2 \times \frac{\cos x}{\sin x}\right)dx + C$$

$$y \cdot \sin x = \int \left(2x \sin x + x^2 \times \sin x \times \frac{\cos x}{\sin x} \right) dx + C$$

$$y \sin x = \int (2x \sin x + x^2 \cos x)\, dx + C$$

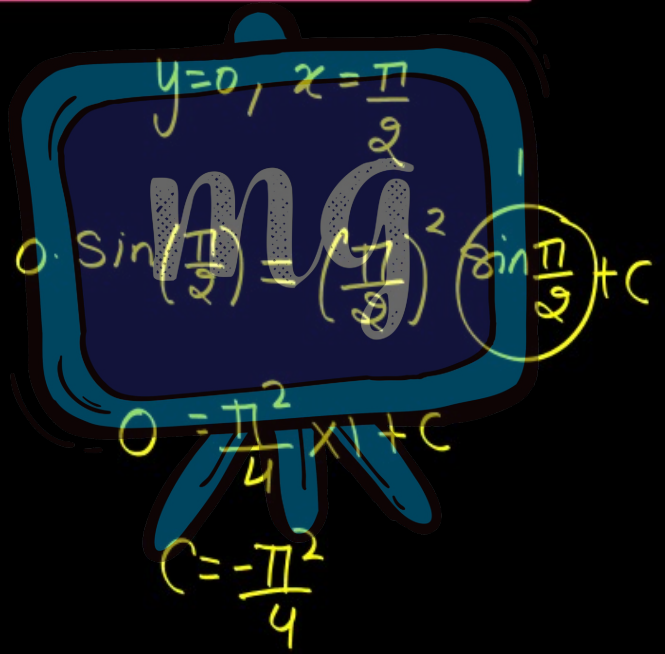
$$= \int 2x \sin x\, dx + \int \underset{I}{x^2} \underset{II}{\cos x}\, dx + C$$

ILOVE

$$= \int 2x \sin x\, dx + x^2 \int \cos x\, dx - \int \left(\frac{dx^2}{dx} \int \cos x\, dx \right) dx + C$$

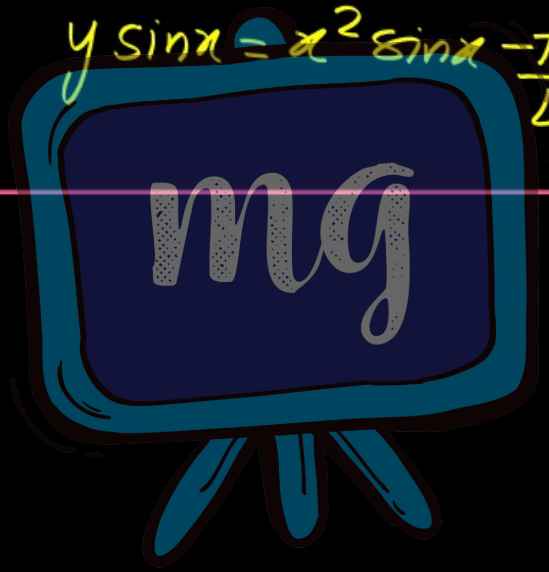
$$= \int 2x \sin x\, dx + x^2 \sin x - \int 2x \sin x\, dx + C$$

$$y\sin x = x^2 \sin x + C$$



अतः विशेष हल,

$$y \sin x = x^2 \sin x - \frac{\pi^2}{4}$$



प्रश्न अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx}+x=0$ का $x=0, y=1$ पर विशिष्ट हल होगा –

अ) $y+\frac{x^2}{2}+1=0$

ब) $y+\frac{x^2}{2}=1$

स) $y+2x^2+1=0$

द) $y+2x^2=1$

(2025)

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$\frac{dy}{dx} + x = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = -x$$

$$\int 1 \cdot dy = \int -x\,dx$$

$$y = -\frac{x^2}{2} + C$$

$x = 0,\ y = 1$

$$1 = \frac{0^2}{2} + C \Rightarrow C = 1$$

$$y + \frac{x^2}{2} = 1$$

$$y = \frac{-x^2}{2} + 1$$

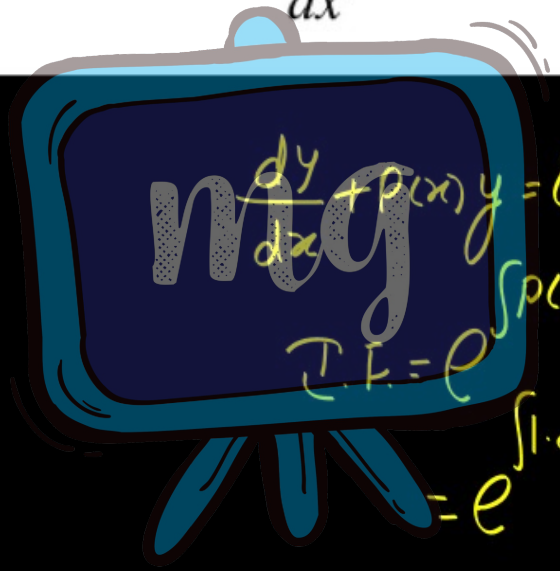
$$2y = -x^2 + 2$$

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + y = x$ का समाकल गुणांक e^x (I.F.) ..... है।

(2025)



प्रश्न

अवकल समीकरण $xy\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - y = 0$ की कोटि एवं घात ज्ञात कीजिए।

(2025)

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न यदि $y = A\sin x + B\cos x$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$.

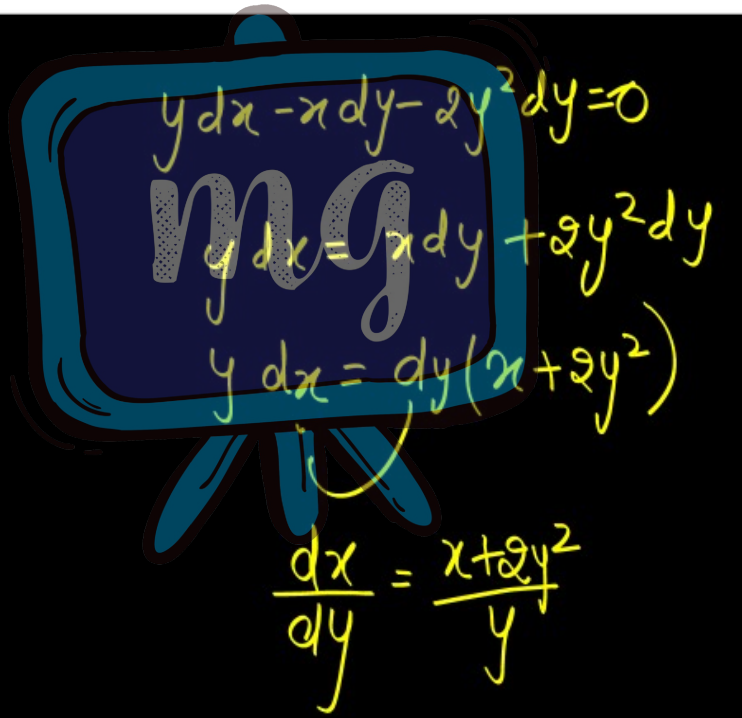
$y = a\sin x + b\cos x$

(2025)



प्रश्न अवकल समीकरण $y\,dx - x\,dy - 2y^2dy = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

(2025)



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

$$\frac{dx}{dy} = \frac{x}{y} + 2y^2$$

$$\frac{dy}{dx} - \frac{x}{y} = 2y$$



RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न सिद्ध कीजिए $y = e^{-2x}$ अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$ का एक हल है।

(2025)



प्रश्न

अवकलन समीकरण $\left(\frac{ds}{dt}\right)^4 + 3s\frac{d^2s}{dt^2} = 0$ की घात है :

अ) 1 ब) 2

स) 3 द) 4

(2024)

प्रश्न तीन कोटि वाले किसी अवकल समीकरण के विशिष्ट हल में उपस्थित स्वेच्छ अचरों की संख्या ..... होती है। [1]

(2024)

प्रश्न सत्यापित कीजिए कि फलन $y = e^x + 1$, अवकल समीकरण $y'' - y' = 0$ का हल है।

(2024)

RIICO
GROW WITH RAJASTHAN

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

प्रश्न अवकल समीकरण $x\frac{dy}{dx}+2y=x^2\left(x\neq 0\right)$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

(2024)



प्रश्न अवकल समीकरण $(e^x + e^{-x})\, dy - (e^x - e^{-x})\, dx = 0$ का व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

(2024)

प्रश्न y-अक्ष को मूल बिंदु पर स्पर्श करने वाले वृत्तों के कुल का अवकल समीकरण ज्ञात कीजिए।

(2023)

