SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

कक्षा-10

गणित

अध्याय - 7

# निर्देशांक ज्यामिति
# (Co-Ordinate Geometry)

भाग - 4

## विभाजन सूत्र

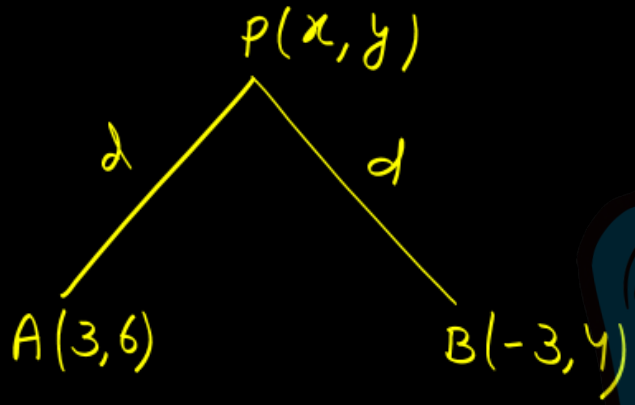
By : Rajendra Yadav Sir

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

## प्रश्नावली 7.1

10. x और y में एक ऐसा संबंध ज्ञात कीजिए कि बिंदु (x, y) बिंदुओं (3, 6) और (−3, 4) से समदूरस्थ हो।




यहाँ $PA = PB$

$$\sqrt{(x-3)^2+(y-6)^2} = \sqrt{(x+3)^2+(y-4)^2}$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर:

$$\Rightarrow (x-3)^2+(y-6)^2 = (x+3)^2+(y-4)^2$$

$$\Rightarrow x^2+9-6x+y^2+36-12y = x^2+9+6x+y^2+16-8y$$

$$\Rightarrow 12x+4y = 20$$

$$\Rightarrow \boxed{3x+y=5}$$

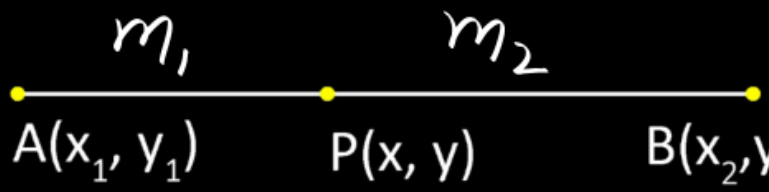
SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

# विभाजन सूत्र

## अन्तः विभाजन (Internal Division)

माना $A(x_1, y_1)$ तथा $B(x_2, y_2)$ कोई दो बिन्दु है तथा बिन्दु $P(x, y)$, AB पर इस प्रकार स्थित है कि $AP : BP = m_1 : m_2$ हो तो हम कहते है कि बिन्दु $P(x, y)$ बिन्दुओं $A(x_1, y_1)$ तथा $B(x_2, y_2)$ के मध्य की दूरी को $m_1 : m_2$ के अनुपात में अन्तः विभाजित करता है।



SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

# विभाजन सूत्र

बिन्दुओं $A(x_1, y_1)$ तथा $B(x_2, y_2)$ के मध्य की दूरी को $m_1 : m_2$ के अनुपात में अन्तः विभाजित करने वाले बिन्दु $P(x, y)$ के निर्देशांक निम्न है।

$$P(x,y) = \left( \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2} \right)$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER

# विभाजन सूत्र

अर्थात्

$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$

तथा

$$y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

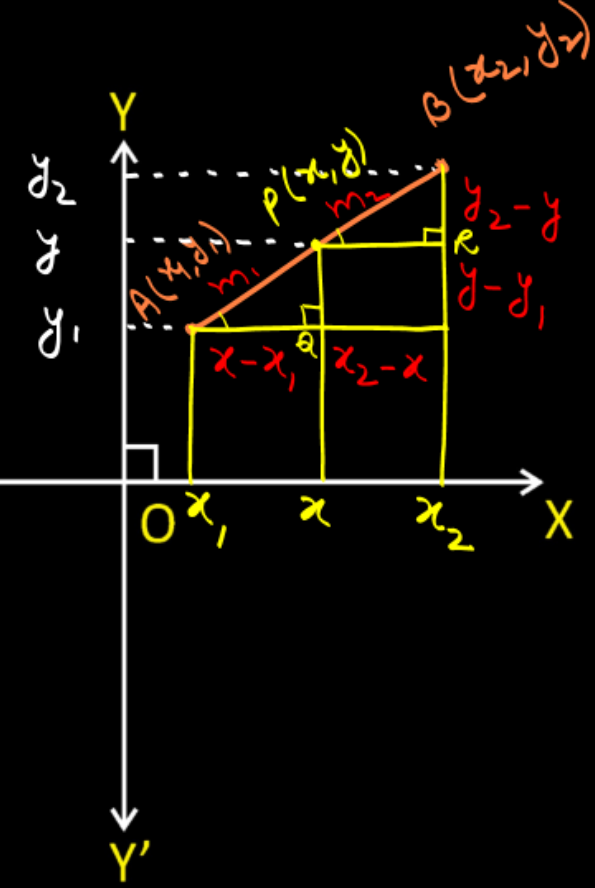
# विभाजन सूत्र

यहाँ $\triangle APQ \sim \triangle PBR$

अतः $\frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{PR} = \frac{PQ}{BR}$

$\frac{m_1}{m_2} = \frac{x - x_1}{x_2 - x} = \frac{y - y_1}{y_2 - y}$

अब, $\frac{m_1}{m_2} = \frac{x - x_1}{x_2 - x}$




कार्तीय निर्देश तंत्र

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

$$\Rightarrow m_1(x_2 - x) = m_2(x - x_1)$$

$$\Rightarrow m_1 x_2 - m_1 x = m_2 x - m_2 x_1$$

$$\Rightarrow m_1 x_2 + m_2 x_1 = m_1 x + m_2 x$$

$$\Rightarrow m_1 x_2 + m_2 x_1 = (m_1 + m_2) x$$

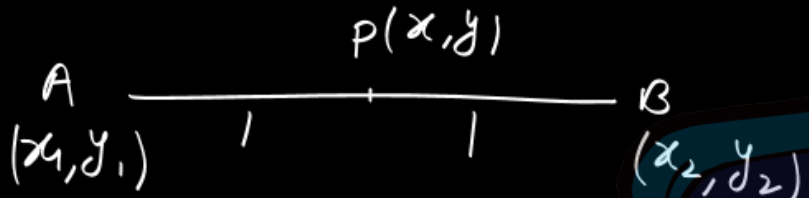
$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}}$$

इसी प्रकार,

$$\boxed{y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}}$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER




$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

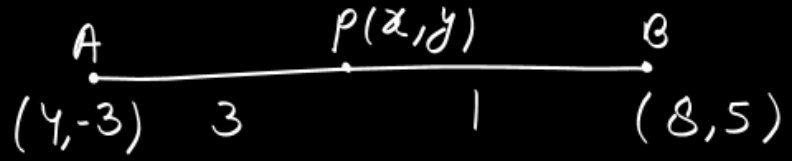
## मध्य विभाजन बिन्दु :

बिन्दुओं $A(x_1, y_1)$ तथा $B(x_2, y_2)$ के मध्य की दूरी को मध्य विभाजित करने वाली बिन्दु $P(x, y)$ के निर्देशांक निम्न है

$$P(x,y) = \left( \frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2} \right)$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER




उदाहरण 6 : उस बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिंदुओं $(4, -3)$ और $(8, 5)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड को आंतरिक रूप से $3 : 1$ के अनुपात में विभाजित करता है।

अत: $x = \dfrac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$

$x = \dfrac{3 \times 8 + 1 \times 4}{3 + 1}$

$x = \dfrac{24 + 4}{4} = \dfrac{28}{4}$

$\boxed{x = 7}$

$y = \dfrac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$

$y = \dfrac{3 \times 5 + 1 \times (-3)}{3 + 1}$

$y = \dfrac{15 - 3}{4}$

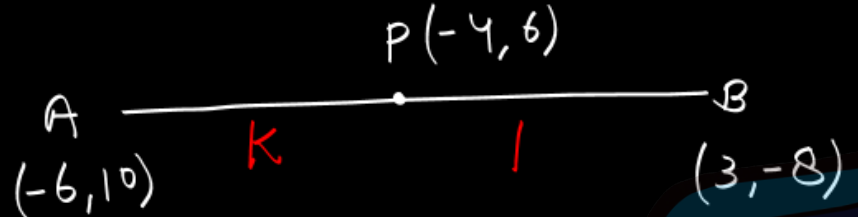
$y = \dfrac{12}{4} = 3$

$\boxed{y = 3}$

$\Rightarrow \boxed{P(x, y) = P(7, 3)}$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan®
LET'S LEARN TOGETHER




**उदाहरण 7 :** बिंदु $(-4, 6)$, बिंदुओं $A(-6, 10)$ और $B(3, -8)$ को जोड़ने वाले रेखाखंड को किस अनुपात में विभाजित करता है?

अत: $x = \dfrac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$

$-4 = \dfrac{K(3) + 1(-6)}{K+1}$

$\Rightarrow -4K - 4 = 3K - 6$

$\Rightarrow -4K - 3K = -6 + 4$

$\Rightarrow -7K = -2$

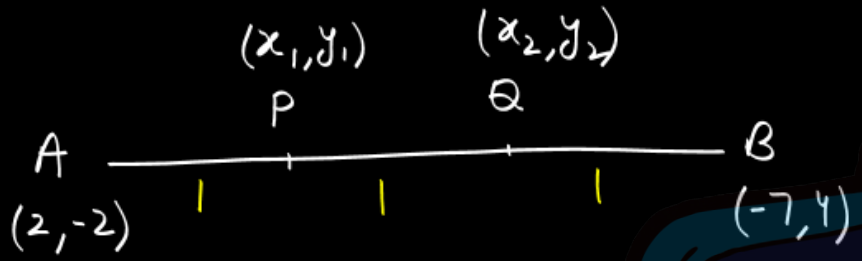
$\Rightarrow K = \dfrac{2}{7}$

अनुपात: $K : 1 = \dfrac{2}{7} : 1$

$K : 1 \Rightarrow \boxed{2 : 7}$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER




**उदाहरण 8 :** बिंदुओं A(2, – 2) और B(– 7, 4) को जोड़ने वाले रेखाखंड को सम-त्रिभाजित करने वाले बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

बिन्दु P के लिए :

$$x_1 = \frac{1(-7) + 2(2)}{1+2}$$

$$x_1 = \frac{-7+4}{3} = \frac{-3}{3} = -1$$

$$\boxed{x_1 = -1}$$

$$y_1 = \frac{1 \times 4 + 2 \times (-2)}{1+2}$$

$$y_1 = \frac{4-4}{3} = 0$$

$$\boxed{y_1 = 0}$$

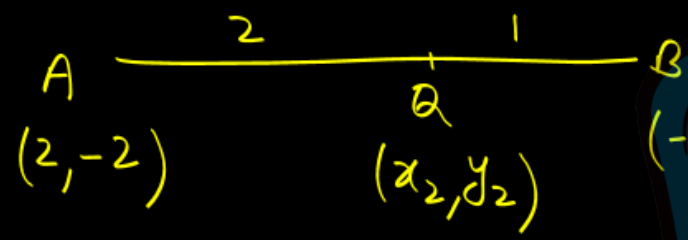
अत :

$$P(x_1, y_1) = \boxed{P(-1, 0)}$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

बिन्दु Q के लिए :




$$x_2 = \frac{2(-7) + 1(2)}{2+1}$$

$$x_2 = \frac{-14+2}{3} = \frac{-12}{3} = -4$$

$$\boxed{x_2 = -4}$$

$$y_2 = \frac{2(4) + 1(-2)}{2+1}$$

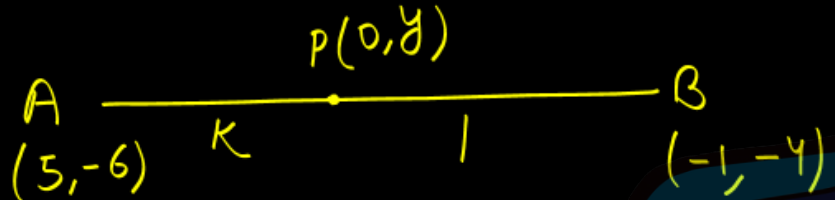
$$y_2 = \frac{8-2}{3} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\boxed{y_2 = 2}$$

$$\Rightarrow Q(x_2, y_2) = \boxed{Q(-4, 2)}$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER




$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$

$$0 = \frac{k(-1) + 1(5)}{k+1}$$

$$0 = -k + 5$$

$$\Rightarrow \boxed{k = 5}$$

उदाहरण 9 : बिंदुओं (5, –6) और (–1, –4) को जोड़ने वाले रेखाखंड को y-अक्ष किस अनुपात में विभाजित करती है? इस प्रतिच्छेद बिंदु के निर्देशांक भी ज्ञात कीजिए।

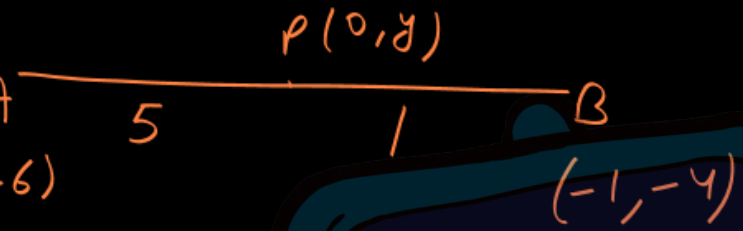
अनुपात :

$$\boxed{k : 1 = 5 : 1}$$

SMT. C.M. MUNDHRA
MEMORIAL CHARITABLE TRUST

missiongyan
LET'S LEARN TOGETHER

अब,




उत्तर: $y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$

$y = \frac{5(-4) + 1(-6)}{5+1}$

$y = \frac{-20-6}{6}$

$y = -\frac{26}{6}$

$y = -\frac{13}{3}$

$P(0, y) = \boxed{P\left(0, -\frac{13}{3}\right)}$